



BSI Standards Publication

Statistics — Vocabulary and symbols

Part 3: Design of experiments

NO COPYING WITHOUT BSI PERMISSION EXCEPT AS PERMITTED BY COPYRIGHT LAW

raising standards worldwide™

National foreword

This British Standard is the UK implementation of ISO 3534-3:2013. It supersedes BS ISO 3534-3:1999, which is withdrawn.

The UK participation in its preparation was entrusted to Technical Committee SS/1, Statistical terminology and symbols.

A list of organizations represented on this committee can be obtained on request to its secretary.

This publication does not purport to include all the necessary provisions of a contract. Users are responsible for its correct application.

© The British Standards Institution 2013.
Published by BSI Standards Limited 2013.

ISBN 978 0 580 66856 2

ICS 01.040.03; 03.120.30

Compliance with a British Standard cannot confer immunity from legal obligations.

This British Standard was published under the authority of the Standards Policy and Strategy Committee on 30 April 2013.

Amendments issued since publication

Date	Text affected
------	---------------

INTERNATIONAL STANDARD

ISO
3534-3

NORME INTERNATIONALE

Third edition
Troisième édition
2013-04-15

Statistics — Vocabulary and symbols —

Part 3:

Design of experiments

Statistique — Vocabulaire et symboles —

Partie 3:

Plans d'expériences



Reference number
Numéro de référence
ISO 3534-3:2013(E/F)



Documents

Document Sharing Hub
© ISO 2013



COPYRIGHT PROTECTED DOCUMENT
DOCUMENT PROTÉGÉ PAR COPYRIGHT

© ISO 2013

The reproduction of the terms and definitions contained in this International Standard is permitted in teaching manuals, instruction booklets, technical publications and journals for strictly educational or implementation purposes. The conditions for such reproduction are: that no modifications are made to the terms and definitions; that such reproduction is not permitted for dictionaries or similar publications offered for sale; and that this International Standard is referenced as the source document.

With the sole exceptions noted above, no part of this publication may be reproduced or utilized otherwise in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, or posting on the internet or an intranet, without prior written permission. Permission can be requested from either ISO at the address below or ISO's member body in the country of the requester.

La reproduction des termes et des définitions contenus dans la présente Norme internationale est autorisée dans les manuels d'enseignement, les modes d'emploi, les publications et revues techniques destinés exclusivement à l'enseignement ou à la mise en application. Les conditions d'une telle reproduction sont les suivantes: aucune modification n'est apportée aux termes et définitions; la reproduction n'est pas autorisée dans des dictionnaires ou publications similaires destinés à la vente; la présente Norme internationale est citée comme document source.

À la seule exception mentionnée ci-dessus, Sauf indication contraire, aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie, l'affichage sur l'internet ou sur un Intranet, sans autorisation écrite préalable. Les demandes d'autorisation peuvent être adressées à l'ISO à l'adresse ci-après ou au comité membre de l'ISO dans le pays du demandeur.

ISO copyright office
Case postale 56 • CH-1211 Geneva 20
Tel. + 41 22 749 01 11
Fax + 41 22 749 09 47
E-mail copyright@iso.org
Web www.iso.org

Published in Switzerland/Publié en Suisse

Contents

Page

Foreword	v
Introduction.....	vii
1 Scope.....	1
2 Normative references.....	1
3 Terms and definitions	2
3.1 General terms.....	2
3.2 Arrangements of experiments.....	25
3.3 Methods of analysis	54
Annex A (informative) Concept diagrams	66
Annex B (informative) Methodology used to develop the vocabulary	82
Annex C (informative) Experimental design checklists	85
Annex D (informative) Experimental design from the system model perspective.....	88
Bibliography.....	93
Alphabetical index.....	94

Sommaire

Page

Avant-propos	vi
Introduction	viii
1 Domaine d'application	1
2 Références normatives	1
3 Termes et définitions	2
3.1 Termes généraux	2
3.2 Dispositifs expérimentaux	25
3.3 Méthodes d'analyse	54
Annexe A (informative) Schémas conceptuels	66
Annexe B (informative) Méthodologie utilisée pour élaborer le vocabulaire	82
Annexe C (informative) Listes de contrôle d'un plan expérimental	85
Annexe D (informative) Plan d'expériences du point de vue du modèle de système	88
Bibliographie	93
Index alphabétique	96

Foreword

ISO (the International Organization for Standardization) is a worldwide federation of national standards bodies (ISO member bodies). The work of preparing International Standards is normally carried out through ISO technical committees. Each member body interested in a subject for which a technical committee has been established has the right to be represented on that committee. International organizations, governmental and non-governmental, in liaison with ISO, also take part in the work. ISO collaborates closely with the International Electrotechnical Commission (IEC) on all matters of electrotechnical standardization.

International Standards are drafted in accordance with the rules given in the ISO/IEC Directives, Part 2.

The main task of technical committees is to prepare International Standards. Draft International Standards adopted by the technical committees are circulated to the member bodies for voting. Publication as an International Standard requires approval by at least 75 % of the member bodies casting a vote.

Attention is drawn to the possibility that some of the elements of this document may be the subject of patent rights. ISO shall not be held responsible for identifying any or all such patent rights.

ISO 3534-3 was prepared by Technical Committee ISO/TC 69, *Applications of statistical methods*, Subcommittee SC 1, *Terminology and symbols*.

This third edition cancels and replaces the second edition (ISO 3534-3:1999), which has been technically revised.

ISO 3534 consists of the following parts, under the general title *Statistics — Vocabulary and symbols*:

- *Part 1: General statistical terms and terms used in probability*
- *Part 2: Applied statistics*
- *Part 3: Design of experiments*
- *Part 4: Survey sampling*

Avant-propos

L'ISO (Organisation internationale de normalisation) est une fédération mondiale d'organismes nationaux de normalisation (comités membres de l'ISO). L'élaboration des Normes internationales est en général confiée aux comités techniques de l'ISO. Chaque comité membre intéressé par une étude a le droit de faire partie du comité technique créé à cet effet. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'ISO participent également aux travaux. L'ISO collabore étroitement avec la Commission électrotechnique internationale (CEI) en ce qui concerne la normalisation électrotechnique.

Les Normes internationales sont rédigées conformément aux règles données dans les Directives ISO/CEI, Partie 2.

La tâche principale des comités techniques est d'élaborer les Normes internationales. Les projets de Normes internationales adoptés par les comités techniques sont soumis aux comités membres pour vote. Leur publication comme Normes internationales requiert l'approbation de 75 % au moins des comités membres votants.

L'attention est appelée sur le fait que certains des éléments du présent document peuvent faire l'objet de droits de propriété intellectuelle ou de droits analogues. L'ISO ne saurait être tenue pour responsable de ne pas avoir identifié de tels droits de propriété et averti de leur existence.

L'ISO 3534-3 a été élaborée par le comité technique ISO/TC 69, *Application des méthodes statistiques*, sous-comité SC 1, *Terminologie et symboles*.

Cette troisième édition annule et remplace la deuxième édition (ISO 3534-3:1999), qui a fait l'objet d'une révision technique.

L'ISO 3534 comprend les parties suivantes, présentées sous le titre général *Statistique — Vocabulaire et symboles*:

- *Partie 1: Termes statistiques généraux et termes utilisés en calcul des probabilités*
- *Partie 2: Statistique appliquée*
- *Partie 3: Plans d'expériences*
- *Partie 4: Échantillonnage pour sondages*

Introduction

Design of experiments (DOE) catalyses innovation, problem solving and discovery. DOE comprises a strategy and a body of methods that are instrumental in achieving quality improvement in products, services and processes. Although statistical quality control, management resolve, inspection and other quality tools also serve this goal, experimental design represents the methodology of choice in complex, variable and interactive settings. Historically, design of experiments has evolved and thrived in the agricultural area. Medicine has also enjoyed a long history of careful experimental design. Industrial settings particularly benefit from the methodology — due to the ease of initiating efforts (user-friendly software packages), improved training, influential advocates, and accumulating successes with experimental design.

Design of experiments is fundamental to continuous improvement and product development. Experimentation often evolves sequentially with improvements taking place following each stage of the learning process. If the objective is to optimize a response, then **response surface designs** (3.2.19) play a critical role. Multiple levels of factors recognized to be important are considered to accommodate neatly curvilinear effects, for example in the vicinity of the optimum settings.

Factorial experiments (3.2.1) and **fractional factorial experiments** (3.2.3) provide a methodology for studying the interrelationships among multiple factors of interest to the experimenter. These types of experiments can be far more resource efficient and effective than intuitive one-factor-at-a-time experiments. Factorial experiments are particularly well-suited for determining that a factor behaves differently (as reflected in the experimental response) at different levels of other factors. Frequently, the “breakthrough” in quality comes from the synergism revealed in a study of “**interactions**” (3.1.17). If the number of factors under consideration is large, then factorial experiments could exceed resources. However, fractional factorial experiments offer a possible compromise. Actually, if the initial goal is to identify factors warranting further investigation, then **screening designs** (3.2.8) can be useful.

In planning an experiment, it is necessary to limit biases introduced by the experimental conditions or in the assignment of treatments to experimental units. Topics such as “**randomization**” (3.1.30) and “**blocking**” (3.1.26) deal with minimizing the effects of nuisance or extraneous elements. Specific blocking strategies include **randomized block designs** (3.2.10), **Latin square designs** (3.2.11) and variants, and **balanced incomplete block designs** (3.2.14).

Designs for experiments with mixtures [**mixture designs** (3.2.20)] apply in situations where factors constitute proportions of a total, such as ingredients in an alloy. **Nested designs** (3.2.21) are particularly useful in inter-laboratory testing and in measurement system analyses.

Methods of analysis of the collected data are straightforward, if the experiment has been carried out according to the plan. **Graphical methods** (3.3.1) can be particularly effective in revealing overall conclusions. Estimation of parameters from a model is commonly handled using **regression analysis** (3.3.7). Regression analysis methods can also handle difficulties with missing data, identification of outliers, and other problems.

Annex A provides associated Concept Diagrams that relate the various terms. To assist users of this part of ISO 3534, an explanation of Concept Diagrams is provided in Annex B.

Design of experiments consists of a complex process to implement **experimental plans** (3.1.29). Annex C provides checklists that are intended to identify key items to be considered in designing and implementing a **designed experiment** (3.1.27). Annex D describes experimental design from the systems model perspective.

Introduction

Les plans d'expériences (DOE, *design of experiments*) catalysent l'innovation, la résolution de problèmes et la découverte. Les DOE comprennent une stratégie et un corps de méthodes qui sont les instruments permettant d'améliorer la qualité des produits, des services et des processus. Bien que la maîtrise statistique de la qualité, les solutions managériales, les inspections et autres outils de qualité remplissent également cet objectif, les plans d'expériences représentent la méthodologie par excellence dans le cas d'un environnement de paramètres complexes, variables et interactifs. D'un point de vue historique, les plans d'expériences ont évolué et se sont développés dans le secteur de l'agriculture. La médecine a également bénéficié d'une longue histoire de plans d'expériences élaborés avec soin. Les environnements industriels tirent particulièrement profit de la méthodologie, en raison de la facilité d'initiation des efforts (logiciels d'application conviviaux), d'une meilleure formation, de défenseurs influents et des nombreux succès obtenus grâce aux plans d'expériences.

Les plans d'expériences sont indispensables à l'amélioration continue et au développement de produit. L'expérimentation évolue souvent de manière séquentielle, les améliorations intervenant après chaque étape du processus d'apprentissage. Si l'objectif est d'optimiser une réponse, alors les **plans à surface de réponse** (3.2.19) jouent un rôle critique. De multiples niveaux de facteurs jugés importants sont pris en compte pour s'adapter parfaitement aux effets curvilignes, par exemple à proximité des valeurs optimales.

Les **plans factoriels** (voir 3.2.1) et les **plans factoriels fractionnaires** (3.2.3) fournissent une méthodologie d'étude des interrelations entre les multiples facteurs d'intérêt pour la personne qui réalise l'expérience. Ces types de plans d'expériences peuvent être bien plus efficaces et économes en ressources que les plans d'expériences intuitifs du type «un facteur à la fois». Les plans d'expériences factoriels conviennent particulièrement pour déterminer le fait qu'un facteur se comporte différemment (comme reflété dans la réponse expérimentale) avec des niveaux différents d'autres facteurs. La «percée» de qualité provient fréquemment de la synergie révélée par une étude d'«**interactions**» (3.1.17). Lorsque le nombre de facteurs considérés est important, les plans d'expériences factoriels peuvent alors dépasser les ressources. Cependant, les plans factoriels fractionnaires offrent un compromis possible. En effet, lorsque le but initial est d'identifier les facteurs justifiant d'autres analyses, les **plans de criblage** (3.2.8) peuvent être utiles.

La planification d'une expérience nécessite de limiter les biais dus aux conditions expérimentales ou à l'affectation des traitements aux unités expérimentales. Les sujets tels que «**randomisation**» (3.1.30) et «**mise en blocs**» (3.1.26) traitent de la réduction des effets de nuisance ou des éléments étrangers. Les stratégies spécifiques de mise en blocs comprennent les plans en **blocs randomisés** (3.2.10), les **plans en carré latin** (3.2.11) et leurs variantes, ainsi que les plans en **blocs incomplets équilibrés** (3.2.14).

Les **plans pour l'étude de mélanges** (3.2.20) s'appliquent aux situations dans lesquelles les facteurs constituent les proportions d'un ensemble, telles que les ingrédients d'un alliage. Les **plans emboîtés** (3.2.21) sont particulièrement utiles dans les essais interlaboratoires et dans les analyses des systèmes de mesure.

Les méthodes d'analyse des données recueillies sont directes lorsque l'expérience est effectuée selon le plan. Les **méthodes graphiques** (3.3.1) peuvent être particulièrement efficaces pour révéler des conclusions générales. L'estimation des paramètres d'un modèle s'effectue communément en utilisant l'**analyse de régression** (3.3.7). Les méthodes d'analyse de régression peuvent également traiter des difficultés rencontrées avec les données manquantes, l'identification de valeurs aberrantes et autres problèmes.

L'Annexe A fournit des schémas conceptuels qui précisent les différents termes. Afin d'aider les utilisateurs de la présente partie de l'ISO 3534, une explication des schémas conceptuels est fournie à l'Annexe B.

Un plan d'expériences est un processus complexe pour mettre en œuvre des **plans expérimentaux** (3.1.29). L'Annexe C fournit des listes de contrôle destinées à identifier les points clés à prendre en considération lors de la conception et de la mise en œuvre d'une **expérience planifiée** (3.1.27). L'Annexe D décrit les plans d'expériences du point de vue des modèles.

Statistics — Vocabulary and symbols —

Part 3: Design of experiments

Statistique — Vocabulaire et symboles —

Partie 3: Plans d'expériences

1 Scope

This part of ISO 3534 defines the terms used in the field of design of experiments and may be used in the drafting of other International Standards.

More specifically, it defines terms used in the field of design of experiments for which the response variable is one-dimensional and continuous and for which the expectation of the response variable is linear in the parameters. The terms with regard to the statistical analysis are based on the assumption that the error term follows a normal distribution with constant variance.

2 Normative references

The following referenced documents are indistinguishable for the application of this document. For dated references, only the edition cited applies. For undated references, the latest edition of the referenced document (including any amendments) applies.

ISO 3534-1:2006, *Statistics — Vocabulary and symbols — Part 1: General statistical terms and terms used in probability*

ISO 3534-2:2006, *Statistics — Vocabulary and symbols — Part 2: Applied statistics*

1 Domaine d'application

La présente partie de l'ISO 3534 définit les termes utilisés dans le domaine des plans d'expériences et peut être utilisée pour l'élaboration d'autres Normes internationales.

Plus spécifiquement, elle définit les termes utilisés dans le domaine des plans d'expériences pour lesquels la variable de réponse est unidimensionnelle et continue et pour lesquels l'espérance mathématique de la variable de réponse est linéaire dans les paramètres. Les termes relatifs à l'analyse statistique sont fondés sur l'hypothèse que le terme d'erreur suit une loi normale avec une variance constante.

2 Références normatives

Les documents de référence suivants sont indispensables pour l'application du présent document. Pour les références datées, seule l'édition citée s'applique. Pour les références non datées, la dernière édition du document de référence s'applique (y compris les éventuels amendements).

ISO 3534-1:2006, *Statistique — Vocabulaire et symboles — Partie 1: Termes statistiques généraux et termes utilisés en calcul des probabilités*

ISO 3534-2:2006, *Statistique — Vocabulaire et symboles — Partie 2: Statistique appliquée*

3 Terms and definitions

For the purposes of this document, the following terms and definitions apply.

3.1 General terms

3.1.1 experiment

purposive investigation of a system through selective adjustment of controllable conditions and allocation of resources

NOTE 1 A system is an interacting combination of elements, viewed in relation to function. Deliberate alterations or adjustments are made to a system in order to improve or to understand it. In other words, an experiment is a systematic and objective means of getting unambiguous and valid answers to the questions that the experimenter has in mind by varying controllable factors in a predetermined manner.

NOTE 2 A critical aspect to an experiment is control — the investigator has the capability to vary settings, input materials, assignment of procedures to individuals and so forth with the intention of obtaining an understanding of the system efficiently. By proper design and conduct of the experiment, it is possible to attribute causation to the impact of the settings.

NOTE 3 Experiments are different from observational studies where the investigators may determine which units are to be studied and the observational process to be observed, but the assignment of **experimental treatments** (3.1.13) is outside their control.

3.1.2 model

⟨experiment⟩ formalized representation of outcomes of an **experiment** (3.1.1)

NOTE 1 The model consists of three parts. The first part is the **response variable** (3.1.3) that is being modelled. The second part is the deterministic or the systematic part of the model that includes **predictor variable(s)** (3.1.4). Finally, the third part is the **residual error** (3.1.6) that can involve **pure random error** (3.1.9) and **misspecification error** (3.1.10). The model applies for the experiment as a whole and for separate outcomes denoted with subscripts. The model is a mathematical description that relates the response variable to predictor variables and includes associated assumptions. Outcomes refer to recorded or measured observations of the response variable.

NOTE 2 The model is a simplified representation of the actual system where only key or fundamental features are considered.

3 Termes et définitions

Pour les besoins du présent document, les termes et définitions suivants s'appliquent.

3.1 Termes généraux

3.1.1 expérience

étude intentionnelle d'un système par l'ajustement sélectif de conditions maîtrisables et l'affectation de ressources

NOTE 1 Un système est une combinaison interactive d'éléments, considérée par rapport à une fonction. Des modifications ou ajustements sont volontairement réalisés sur un système en vue de l'améliorer ou de le comprendre. En d'autres termes, une expérience est un moyen systématique et objectif permettant à l'expérimentateur d'obtenir des réponses valables et dépourvues d'ambiguïté aux questions qu'il se pose, en faisant varier des facteurs maîtrisables de manière prédéterminée.

NOTE 2 Un aspect critique d'une expérience est la maîtrise — l'analyste a la possibilité de faire varier des paramètres, des matériaux d'entrée, l'attribution de procédures à des individus, etc., dans le but d'obtenir une compréhension effective du système. Une conception et une conduite appropriées de l'expérience permet d'attribuer une causalité à l'impact des paramètres.

NOTE 3 Les expériences se distinguent des études par observation où les analystes peuvent déterminer les unités à étudier et le processus d'observation à suivre, mais ne maîtrisent pas l'affectation des **traitements expérimentaux** (3.1.13).

3.1.2 modèle

⟨expérience⟩ représentation formalisée des résultats d'une **expérience** (3.1.1)

NOTE 1 Le modèle comprend trois parties. La première partie est la **variable de réponse** (3.1.3) modélisée. La deuxième partie est la partie déterministe ou systématique du modèle qui inclut la (les) **variable(s) de prédiction** (3.1.4). Enfin, la troisième partie est l'**erreur résiduelle** (3.1.6) qui peut inclure l'**erreur aléatoire pure** (3.1.9) et l'**erreur de mauvaise spécification** (3.1.10). Le modèle s'applique à l'expérience dans son intégralité et à des résultats distincts indiqués par des indices. Le modèle est une description mathématique qui associe la variable de réponse à des variables de prédiction et comprend des hypothèses associées. Les résultats se rapportent à des observations enregistrées ou mesurées de la variable de réponse.

NOTE 2 Le modèle est une représentation simplifiée du système réel dans laquelle seules les caractéristiques clés ou fondamentales sont prises en compte.

EXAMPLE 1 The lifetime of a component is related to the environmental conditions that it experiences.

EXAMPLE 2 A formal model including two **factors** (3.1.5) is:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J,$$

where

- y_{ij} is the response variable at level i of factor A and level j of factor B ;
- μ is the overall mean response;
- α_i is the incremental effect of factor A at level i ;
- β_j is the incremental effect of factor B at level j ;
- ε_{ij} is the residual error.

The response part of the model consists simply of y_{ij} . The predictive part of this model is $\mu + \alpha_i + \beta_j$ consisting of an overall mean response and two terms related to the effects of factors. The random or error part of this model consists of ε_{ij} that includes inherent variability in the process which produces the response.

EXAMPLE 3 A commonly used model is:

$$y_{ijk} = \alpha_i + \beta_j + \tau_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J; k = 1, 2, \dots, K$$

where

- y_{ijk} is the response of the k th replicate;
- α_i is the adjustment due to factor 1;
- β_j is the adjustment due to factor 2;
- τ_{ij} is the adjustment due to interaction of the factors;
- ε_{ijk} is the residual error.

The terminology "adjustment" is used instead of "incremental effect" as in Example 2, as the formal mathematical model does not include an overall mean term. Furthermore, y_{ijk} (ε_{ijk}) is used in this example rather than y_{ij} (ε_{ij}) to acknowledge the potential existence of replicates.

EXAMPLE 4 Another formal model is:

$$y_i = e^{\beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2} + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, I$$

where

- y_i is the response corresponding to x_i ;
- x_i is the coded or numerical level of a single factor;
- $e^{\beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2}$ represents the mean response corresponding to x_i ;
- ε_i is the residual error.

EXEMPLE 1 La durée de vie d'un composant est liée aux conditions environnementales auxquelles il est soumis.

EXEMPLE 2 Un modèle formel comprenant deux **facteurs** (3.1.5) est le suivant:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J,$$

où

- y_{ij} est la variable de réponse au niveau i du facteur A et au niveau j du facteur B;
- μ est la réponse moyenne globale;
- α_i est l'effet d'incrément du facteur A au niveau i ;
- β_j est l'effet d'incrément du facteur B au niveau j ;
- ε_{ij} est l'erreur résiduelle.

La partie réponse du modèle est constituée simplement par y_{ij} . La partie prédictive de ce modèle est $\mu + \alpha_i + \beta_j$, qui consiste en une réponse moyenne globale et en deux termes relatifs aux effets des facteurs. La partie aléatoire ou d'erreur de ce modèle comprend ε_{ij} qui intègre la variabilité inhérente au processus qui produit la réponse.

EXEMPLE 3 Un modèle communément utilisé est:

$$y_{ijk} = \alpha_i + \beta_j + \tau_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J; k = 1, 2, \dots, K$$

où

- y_{ijk} est la réponse de la k -ième réplique;
- α_i est l'ajustement dû au facteur 1;
- β_j est l'ajustement dû au facteur 2;
- τ_{ij} est l'ajustement dû à l'interaction des facteurs;
- ε_{ijk} est l'erreur résiduelle.

Le terme «ajustement» est utilisé au lieu «d'effet d'incrément» comme dans l'Exemple 2, car le modèle mathématique formel n'inclut pas de terme moyen global. De plus, y_{ijk} (ε_{ijk}) est préféré dans cet exemple à y_{ij} (ε_{ij}) afin de reconnaître l'existence potentielle de répliques.

EXEMPLE 4 Un autre modèle formel est:

$$y_i = e^{\beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2} + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, I$$

où

- y_i est la réponse correspondant à x_i ;
- x_i est le niveau codé ou numérique d'un seul facteur;
- $e^{\beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2}$ représente la réponse moyenne correspondant à x_i ;
- ε_i est l'erreur résiduelle.

EXAMPLE 5 The following model applies for a **2⁴ factorial design** (3.2.5):

$$y_i = \mu + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \beta_4 x_{4i} + \\ + \beta_{12} x_{1i} x_{2i} + \beta_{13} x_{1i} x_{3i} + \beta_{14} x_{1i} x_{4i} + \beta_{23} x_{2i} x_{3i} + \beta_{24} x_{2i} x_{4i} + \beta_{34} x_{3i} x_{4i} + \\ + \beta_{123} x_{1i} x_{2i} x_{3i} + \beta_{124} x_{1i} x_{2i} x_{4i} + \beta_{134} x_{1i} x_{3i} x_{4i} + \beta_{234} x_{2i} x_{3i} x_{4i} + \beta_{1234} x_{1i} x_{2i} x_{3i} x_{4i} + \varepsilon_i$$

where the factor x_{ji} is the coded or numerical level of factor j ($j = 1, 2, 3, 4$) and observation i ($i = 1, 2, \dots, n$).

This model includes an intercept term (μ), four main effect terms ($x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i}$), six two-way interaction terms ($x_{1i}x_{2i}, x_{1i}x_{3i}, x_{1i}x_{4i}, x_{2i}x_{3i}, x_{2i}x_{4i}$, and $x_{3i}x_{4i}$), four three-way interaction terms ($x_{1i}x_{2i}x_{3i}, x_{1i}x_{2i}x_{4i}, x_{1i}x_{3i}x_{4i}, x_{2i}x_{3i}x_{4i}$), one four-way interaction term ($x_{1i}x_{2i}x_{3i}x_{4i}$) and an residual error (ε_i). Although the factors in the model can be multiplicative to represent interactions, the model itself is linear in the parameters.

NOTE 3 The above description of a model not only applies to the classical linear models with additive error but also to generalized linear models, where the error can be described by a variety of distributions including the binomial, Poisson, exponential, gamma and normal distributions. Linearity occurs in Example 4 with a logarithmic transformation applied to the deterministic part of the function. Although the examples given in this terminological entry are linear in the parameters, this is not intended to suggest that such a case will apply in all experimental design situations.

3.1.3 response variable output variable

variable representing the outcome of an **experiment** (3.1.1)

NOTE 1 The term "dependent variable" is not recommended as a synonym due to potential confusion with "independence" (see ISO 3534-1:2006, 2.4).

NOTE 2 It may be that the response variable is vector-valued because several responses are recorded from each **experimental unit** (3.1.24).

NOTE 3 The response variable is likely influenced by one or more **predictor variables** (3.1.4), the nature of which can be useful in controlling or optimizing the response variable.

3.1.4 predictor variable

variable that can contribute to the explanation of the outcome of an **experiment** (3.1.1)

EXEMPLE 5 Le modèle suivant s'applique pour un **plan factoriel 2⁴** (3.2.5):

où le facteur x_{ji} est le niveau codé ou numérique du facteur j ($j = 1, 2, 3, 4$) et de l'observation i ($i = 1, 2, \dots, n$).

Ce modèle comprend un terme constant (μ), quatre termes d'effets principaux ($x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i}$), six termes d'interactions doubles ($x_{1i}x_{2i}, x_{1i}x_{3i}, x_{1i}x_{4i}, x_{2i}x_{3i}, x_{2i}x_{4i}$, et $x_{3i}x_{4i}$), quatre termes d'interactions triples ($x_{1i}x_{2i}x_{3i}, x_{1i}x_{2i}x_{4i}, x_{1i}x_{3i}x_{4i}, x_{2i}x_{3i}x_{4i}$), un terme d'interaction quadruple ($x_{1i}x_{2i}x_{3i}x_{4i}$) et une erreur résiduelle (ε_i). Bien que les facteurs dans le modèle puissent être multiplicatifs pour représenter les interactions, le modèle lui-même est linéaire dans les paramètres.

NOTE 3 La description ci-dessus d'un modèle ne s'applique pas uniquement aux modèles linéaires classiques avec l'addition d'une erreur, mais également aux modèles linéaires généralisés, lorsque l'erreur peut être décrite par un grand nombre de lois incluant les lois binomiale, de Poisson, exponentielle, gamma et normale. La linéarité apparaît dans l'Exemple 4 avec une transformation logarithmique appliquée à la partie déterministe de la fonction. Bien que les exemples donnés dans cet article terminologique soient linéaires dans les paramètres, ceci n'a pas vocation à suggérer que ce cas de figure s'appliquera à toutes les situations de plans d'expériences.

3.1.3 variable de réponse variable de sortie

variable représentant le résultat d'une **expérience** (3.1.1)

NOTE 1 Le terme «Variable dépendante» n'est pas recommandé comme synonyme en raison de la confusion possible avec «indépendance» (voir l'ISO 3534-1:2006, 2.4).

NOTE 2 Il se peut que la variable de réponse soit vectorielle du fait que plusieurs réponses sont enregistrées sur chaque **unité expérimentale** (3.1.24).

NOTE 3 La variable de réponse est susceptible d'être influencée par une ou plusieurs **variables de prédiction** (3.1.4), dont la nature peut être utile pour maîtriser ou optimiser la variable de réponse.

3.1.4 variable de prédiction

variable susceptible de contribuer à l'explication du résultat d'une **expérience** (3.1.1)

NOTE 1 A predictor variable can be used to model the impact of a categorical factor, e.g. at two levels. For multiple levels of a factor, two or more predictor variables can be devised to represent the distinct categorical levels.

NOTE 2 A predictor variable can include a random element in it or it can, for example, be from a set of qualitative classes which can be observed or assigned without random error.

NOTE 3 The term “predictor variable” is typically used in the development of a mathematical relationship among the **response variable** (3.1.3) and the available predictor variable(s) or functions of predictor variables. The term “factor” tends to be used operationally as a means to assess the response variable as particular factors vary.

NOTE 4 “Independent variable” is not recommended as a synonym due to potential confusion with “independence” (see ISO 3534-1:2006, 2.4). Other terms sometimes substituted for predictor variable include “input variable”, “descriptor variable” and “explanatory variable”.

3.1.5 factor

⟨design of experiments⟩ feature under examination as a potential cause of variation

NOTE 1 The extent to which a given factor can be controlled dictates its potential role in a designed experiment. Factors can be controllable (fixed), modifiable (controllable only for short duration or at considerable expense) or uncontrollable (random).

NOTE 2 A factor could be associated with the creation of **blocks** (3.1.25).

3.1.6 residual error error term

random variable representing the difference between the **response variable** (3.1.3) and its prediction based on an assumed **model** (3.1.2)

NOTE 1 The predicted value of the response variable is based upon an assumed model, the parameters of which are estimated from the data. The residual error is that part of the response variable that is unexplained by those predictor variables, which have been included in the model, and may be due to both systematic and chance causes.

NOTE 2 For the purpose of this definition, the term “predicted response value” is understood to be the estimated response for that **experimental treatment**

NOTE 1 Une variable de prédiction peut être utilisée afin de modéliser l'impact d'un facteur qualitatif, par exemple, à deux niveaux. Pour les niveaux multiples d'un facteur, deux variables de prédiction ou plus peuvent être construites afin de représenter les différentes modalités du facteur qualitatif.

NOTE 2 Une variable de prédiction peut comporter un élément aléatoire ou peut être, par exemple, un ensemble de classes de qualité qui peuvent être observées ou affectées sans erreur aléatoire.

NOTE 3 Le terme «variable de prédiction» est généralement utilisé dans des contextes impliquant une relation mathématique entre la **variable de réponse** (3.1.3) et une (des) variable(s) de prédiction ou des fonctions de variables de prédiction. Le terme facteur a tendance à être utilisé dans la pratique comme un moyen d'évaluer la variable de réponse lorsque des facteurs particuliers varient.

NOTE 4 Le terme «variable indépendante» n'est pas recommandé comme synonyme en raison de la confusion possible avec «indépendance» (voir l'ISO 3534-1:2006, 2.4). Les autres termes parfois utilisés en remplacement de variable de prédiction comprennent «variable d'entrée», «variable descriptive» et «variable explicative».

3.1.5 facteur

⟨plans d'expériences⟩ propriété étudiée comme cause potentielle de variation

NOTE 1 Le degré auquel une variable de prédiction donnée peut être maîtrisée détermine son rôle potentiel dans une expérience planifiée. Les facteurs sont susceptibles d'être maîtrisés (fixes), modifiables (maîtrisés uniquement pendant une courte période ou à un coût considérable) ou non maîtrisés (aléatoires).

NOTE 2 Un facteur peut être associé à la création de **blocs** (3.1.25).

3.1.6 erreur résiduelle terme d'erreur

variable aléatoire représentant la différence entre la **variable de réponse** (3.1.3) et sa prédiction sur la base d'un **modèle** présumé (3.1.2)

NOTE 1 La valeur prévue de la variable de réponse est fondée sur un modèle présumé, dont les paramètres sont estimés à partir des données. L'erreur résiduelle est la partie de la variable de réponse qui n'est pas expliquée par ces variables de prédiction, qui sont incluses dans le modèle, et peut être due à des causes fortuites ou systématiques.

NOTE 2 Dans cette définition, le terme «valeur prévue de la réponse» s'entend comme étant la réponse du **traitement expérimental** (3.1.13) estimée à partir du

(3.1.13) determined from the empirical model derived from the data of the **experiment** (3.1.1) using the assumed model.

NOTE 3 Residual error includes **pure random error** (3.1.9) and **misspecification error** (3.1.10). The expectation of the residual error is assumed to be zero.

NOTE 4 The variance of the residual error is usually estimated in an experiment by subtracting the pooled sum of squares for terms included in the assumed model from the total sum of squares and dividing by the corresponding difference in **degrees of freedom** (3.1.32).

NOTE 5 The term "residual error" is used in practice in two different ways. For this part of ISO 3534, the term is used as a random variable associated with the difference between the response variable which is a random variable and the prediction of the response variable which is based on an assumed model.

NOTE 6 In cases in which the residual error is estimated from data, the terms sample residual error or empirical residual error are used.

EXAMPLE Consider a simple model $y = \mu + \beta x + \varepsilon$. If $\hat{\mu}$ and $\hat{\beta}$ were the estimators of μ and β respectively, then $y - \hat{\mu} - \hat{\beta}x$ is the residual error given the predictor variable x .

3.1.7 residual

observed value of the **residual error** (3.1.6)

EXAMPLE 1 $y_{ij} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j$ is a residual corresponding to the model in Example 2 from 3.1.2.

EXAMPLE 2 $y_{ijk} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\tau}_{ij}$ is a residual corresponding to the model in Example 3 from 3.1.2.

EXAMPLE 3 $y_i - e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i + \hat{\beta}_2 x_i^2}$ is a residual corresponding to the model in Example 4 from 3.1.2.

3.1.8 variance component

part of the total variance of a **response variable** (3.1.3)

NOTE 1 A variance component can be either an individual variance component that is part of the overall variability of the response variable or it could be due to a random variable when modelling the response variable as a sum of independent error terms.

NOTE 2 Other models can be envisaged that include nested (see 3.2.21) or crossed factors (see 3.2.1).

modèle empirique déduit des résultats de l'**expérience** (3.1.1) en utilisant le modèle présumé.

NOTE 3 L'erreur résiduelle inclut l'**erreur aléatoire pure** (3.1.9) et l'**erreur de mauvaise spécification** (3.1.10). L'espérance mathématique de l'erreur résiduelle est supposée être nulle.

NOTE 4 La variance de l'erreur résiduelle est généralement calculée en soustrayant de la somme totale des carrés la somme des carrés imputables à chacun des termes inclus dans le modèle présumé, puis en divisant la différence ainsi obtenue par le nombre de **degrés de liberté** (3.1.32).

NOTE 5 Le terme «erreur résiduelle» est utilisé en pratique de deux manières différentes. Pour la présente partie de l'ISO 3534, le terme est utilisé en tant que variable aléatoire associée à la différence entre la variable de réponse qui est une variable aléatoire et la prédiction de la variable de réponse qui est fondée sur un modèle présumé.

NOTE 6 Lorsque l'erreur résiduelle peut être estimée à partir des données, les termes «erreur résiduelle de l'échantillon» ou «erreur résiduelle empirique» sont utilisés.

EXEMPLE Considérer un modèle simple $y = \mu + \beta x + \varepsilon$. Si $\hat{\mu}$ et $\hat{\beta}$ étaient les estimations de μ et de β , respectivement, alors $y - \hat{\mu} - \hat{\beta}x$ est l'erreur résiduelle étant donnée la variable de prédiction x .

3.1.7 résidu

valeur observée de l'**erreur résiduelle** (3.1.6)

EXAMPLE 1 $y_{ij} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j$ est un résidu correspondant au modèle de l'Exemple 2 donné en 3.1.2.

EXAMPLE 2 $y_{ijk} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\tau}_{ij}$ est un résidu correspondant au modèle de l'Exemple 3 donné en 3.1.2.

EXAMPLE 3 $y_i - e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i + \hat{\beta}_2 x_i^2}$ est un résidu correspondant au modèle de l'Exemple 4 donné en 3.1.2.

3.1.8 composante de la variance

partie de la variance totale d'une **variable de réponse** (3.1.3)

NOTE 1 Une composante de variance peut être soit une composante de variance individuelle faisant partie de la variabilité globale de la variable de réponse ou elle peut être due à une variable aléatoire lors de la modélisation de la variable de réponse comme une somme indépendante de termes d'erreur.

NOTE 2 D'autres modèles, qui incluent les facteurs emboîtés (voir 3.2.21) ou les facteurs croisés (voir 3.2.1), peuvent être envisagés.

NOTE 3 In the simplest case, it is conceivable to imagine a model in which the variance of the residual error is the sole variance component (e.g. an experiment where no factors are varied and the experiment consists of repeated measurements on a single unit).

EXAMPLE In the **model** (3.1.2), $y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$ where τ_i is a **factor level** (3.1.12) chosen at random from an infinite set of **predictor variable** (3.1.4) values, ε_{ij} is the residual error and the distributions of τ_i and ε_{ij} are independent; both τ_i and ε_{ij} are random variables. Once the random selection from the infinite set of possible levels is made, then analysis proceeds on the basis of the realizations of τ_i . In view of the probabilistic structure, it is reasonable to consider an equation involving the variances: $\text{Var}(y_{ij}) = \text{Var}(\tau_i) + \text{Var}(\varepsilon_{ij})$, the right hand side denotes $\sigma_\tau^2 + \sigma_\varepsilon^2$. Symbolically, σ_τ^2 and σ_ε^2 are the variance components of y_{ij} .

3.1.9 pure random error pure error

part of the **residual error** (3.1.6) associated with replicated observations

NOTE 1 It is a common characteristic of **experiments** (3.1.1) that, when repeated, results vary from trial to trial, although the experimental materials, environmental conditions and the experimental operations have been carefully controlled. Thus, pure random error is a common occurrence in spite of the best efforts of the experimenter. This variation introduces a degree of uncertainty into conclusions drawn from the results, and consequently, should be considered when reaching decisions.

NOTE 2 If only the **centre point** (3.1.39) in an **experimental design** (3.1.28) were replicated, then the sample variance of responses at the centre point provides an estimate of the variance of the pure error. If **replicates** (3.1.36) took place at multiple treatment combinations, then an overall estimate of the variance of the pure error can be achieved by pooling the estimates at these **experimental treatments** (3.1.13).

EXAMPLE Returning to Example 3 in 3.1.2, an estimate of the variance of pure error for fixed (i, j) is

$$\frac{1}{n_{ij}-1} \sum_{k=1}^{n_{ij}} (y_{ijk} - \bar{y}_{ij})^2 \text{ where } \bar{y}_{ij} = \frac{1}{n_{ij}} \sum_{k=1}^{n_{ij}} y_{ijk}. \text{ If replicates}$$

occurred at each (i, j) combination, a pooled estimate of the variance of pure error would be of the form

$$\frac{1}{N - IJ} \sum_{i,j,k} (y_{ijk} - \bar{y}_{ij})^2$$

where $i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J; k = 1, \dots, n_{ij}; N = \sum_{i,j} n_{ij}$.

NOTE 3 The term "pure error" is used in practice in two different ways. For this part of ISO 3534, the term is used as a random variable and refers to a population variance (σ^2) in association with a mathematical model. From the

NOTE 3 Dans le cas le plus simple, il est concevable d'imaginer un modèle dans lequel la variance de l'erreur résiduelle est la seule composante de variance (par exemple, une expérience dans laquelle aucun facteur ne varie et qui consiste à effectuer des mesures répliquées d'une seule unité).

EXEMPLE Dans le **modèle** (3.1.2), $y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$, où τ_i est un **niveau de facteur** (3.1.12) choisi au hasard dans un ensemble infini de valeurs de **variable de prédiction** (3.1.4), ε_{ij} est l'erreur résiduelle et les distributions de τ_i et ε_{ij} sont indépendantes; τ_i and ε_{ij} sont toutes deux des variables aléatoires. Une fois le choix aléatoire effectué dans l'ensemble infini des niveaux possibles, l'analyse s'effectue alors sur la base des réalisations de τ_i . En observant la structure probabiliste, il est raisonnable de considérer une équation impliquant les variances: $\text{Var}(y_{ij}) = \text{Var}(\tau_i) + \text{Var}(\varepsilon_{ij})$, le membre de droite étant noté $\sigma_\tau^2 + \sigma_\varepsilon^2$. Symboliquement, σ_τ^2 et σ_ε^2 sont les composantes de la variance de y_{ij} .

3.1.9 erreur aléatoire pure erreur pure

partie de l'**erreur résiduelle** (3.1.6) associée aux observations répliquées

NOTE 1 La non-constance des résultats est une caractéristique commune à toutes les **expériences** (3.1.1), lorsque celles-ci sont répliquées, même si les matériaux expérimentaux, les conditions d'environnement et les opérations expérimentales sont soigneusement contrôlés. En outre, l'erreur aléatoire pure est une occurrence fréquente malgré les plus grands efforts des personnes qui réalisent les expériences. Cette erreur introduit un degré d'incertitude dans les conclusions tirées des résultats; par conséquent, il convient de la prendre en considération lorsqu'on prend des décisions.

NOTE 2 Si seul le **point central** (3.1.39) d'un plan **d'expériences** (3.1.28) est répliqué, la variance empirique des réponses au point central fournit une estimation de la variance de l'erreur pure. Lorsque les **répliques** (3.1.36) concernent de multiples combinaisons de traitements, une estimation globale de la variance de l'erreur pure peut alors être réalisée par groupement des estimations pour ces **traitements expérimentaux** (3.1.13).

EXEMPLE En se référant à l'Exemple 3 donné en 3.1.2, une estimation de la variance de l'erreur pure pour

les valeurs (i, j) fixées est $\frac{1}{n_{ij}-1} \sum_{k=1}^{n_{ij}} (y_{ijk} - \bar{y}_{ij})^2$ où

$$\bar{y}_{ij} = \frac{1}{n_{ij}} \sum_{k=1}^{n_{ij}} y_{ijk}. \text{ Lorsque les répliques se produisent à}$$

chaque combinaison (i, j) , une estimation combinée de la variance de l'erreur pure peut être exprimée sous la

$$\text{forme } \frac{1}{N - IJ} \sum_{i,j,k} (y_{ijk} - \bar{y}_{ij})^2$$

mathematical perspective, the pure error can be construed as ε_{ij} in Example 2, as ε_{ijk} in Example 3, and ε_i in Example 4 all from 3.1.2.

NOTE 4 In cases in which the pure error can be estimated from data (i.e. there are replicates), pure error actually refers to the “sample” or “empirical” pure error which in conjunction with the estimated **residual error** (3.1.6) provides the basis for a lack of fit test of the model. If the estimated residual error based on a model is reasonably close to the estimated pure error, then the model does not exhibit substantial lack of fit. Since the residual error includes all sources of variation for the difference between response variable and the predictive model, the residual error includes the contribution of pure error. Of the examples illustrating models in 3.1.2, only Example 3 having replicates would facilitate direct estimation of the pure error.

3.1.10 misspecification error

part of the **residual error** (3.1.6) not accounted for by **pure random error** (3.1.9)

NOTE 1 Misspecification error can be attributed to **predictor variables** (3.1.4) or a function of the predictor variables that are erroneously omitted from the model of the **response variable** (3.1.3).

NOTE 2 There could be non-attributable factors including fixed or random factors that may not have been incorporated in the model. This occurs, for example, if the true model is quadratic but the fitted model is linear. As being unknown to the experimenter, these factors are effectively included in the variation from one trial to the next. Inherent factors that actually impact the response variable but were omitted in the model could lead to systematic errors in the experimental results. It may be possible to mitigate this problem through careful selection of the model and by **randomization** (3.1.30).

NOTE 3 Of related interest to **residual error** (3.1.6), **pure random error** (3.1.9) and misspecification error are the terms repeatability standard deviation (ISO 3534-2:2006, 3.3.7) and reproducibility standard deviation (ISO 3534-2:2006, 3.3.12) which apply in the experimental design context directly if the actual design of the experiment is in accordance with repeatability conditions (ISO 3534-2:2006, 3.3.6) or reproducibility conditions (ISO 3534-2:2006, 3.3.11), respectively.

EXAMPLE Returning to Example 2 of 3.1.2, which consists of a two-factor experiment involving factors *A* and *B*, experimental error will be manifested in the run-to-run variability at replicated treatment combinations and

où $i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J; k = 1, \dots, n_{ij}; N = \sum_{i,j} n_{ij}$.

NOTE 3 Le terme «erreur pure» est utilisé en pratique de deux manières différentes. Pour la présente norme, le terme est utilisé comme une variable aléatoire et se réfère à une variance de population (σ^2) associée à un modèle mathématique. D'un point de vue mathématique, l'erreur pure peut être interprétée comme la valeur ε_{ij} dans l'Exemple 2, la valeur ε_{ijk} dans l'Exemple 3 et la valeur ε_i dans l'Exemple 4 du 3.1.2.

NOTE 4 Lorsque l'erreur pure peut être estimée à partir des données (c'est-à-dire, lorsqu'il y a des répliques), l'erreur pure se réfère en réalité à l'erreur pure «échantillon» ou «empirique» qui, associée à l'**erreur résiduelle** (3.1.6) estimée, fournit la base d'un test d'inadéquation du modèle. Si l'erreur résiduelle estimée sur la base d'un modèle est raisonnablement proche de l'erreur pure estimée, le modèle ne présente alors pas d'inadéquation substantielle. Étant donné que l'erreur résiduelle inclut toutes les sources de variation pour la différence entre la variable de réponse et le modèle de prédiction, l'erreur résiduelle inclut la contribution de l'erreur pure. Parmi les exemples qui illustrent les modèles donnés en 3.1.2, seul l'Exemple 3 présentant des répliques facilite l'estimation directe de l'erreur pure.

3.1.10 erreur de mauvaise spécification

partie de l'**erreur résiduelle** (3.1.6) non prise en compte par l'**erreur aléatoire pure** (3.1.9)

NOTE 1 L'erreur de mauvaise spécification peut être attribuée aux **variables de prédiction** (3.1.4) ou une fonction de variables de prédiction qui sont omises par erreur du modèle de la **variable de réponse** (3.1.3).

NOTE 2 Il se peut que des facteurs non attribuables, y compris des facteurs fixes ou aléatoires, n'aient pas été incorporés dans le modèle. Cela se produit par exemple lorsque le vrai modèle est quadratique mais que le modèle supposé est linéaire. Étant inconnus de l'expérimentateur, ces facteurs sont effectivement inclus dans la variation d'un essai à l'autre. Les facteurs intrinsèques qui ont réellement une incidence sur la variable de réponse, mais sont omis dans le modèle, peuvent entraîner des erreurs systématiques dans les résultats expérimentaux. Il est possible d'atténuer ce problème par une sélection attentive du modèle et une **randomisation** (3.1.30).

NOTE 3 Les termes **erreur résiduelle** (3.1.6), **erreur aléatoire pure** (3.1.9) et erreur de mauvaise spécification (ISO 3534-2:2006, 3.3.7) sont intéressants relativement à l'erreur expérimentale (ISO 3534-2:2006, 3.3.12) et s'appliquent directement dans le contexte de plan d'expériences lorsque le plan réel d'expériences est respectivement conforme aux «conditions de répétabilité» (ISO 3534-2:2006, 3.3.6) ou aux «conditions de reproductibilité» (ISO 3534-1:2006, 3.3.11).

EXEMPLE Si l'on se reporte à l'Exemple 2 du 3.1.2, qui concerne une expérience à deux facteurs impliquant les facteurs *A* et *B*, l'erreur expérimentale se manifestera

through the overall variability that could be impacted by systematic trends over time as the experiment is conducted.

3.1.11 design region design space

set of allowable values for the **predictor variables** (3.1.4)

NOTE In some situations, the design region is determined by the range of the individual predictor variables and is rectangular (or hyper-rectangular in higher dimensions). However, if the range of one predictor variable could influence the reasonable values of another predictor variable, then the region need not be rectangular. For example, in the simple case of an **experiment** (3.1.1) in baking a cake, the duration in the oven logically depends on the temperature setting.

3.1.12 factor level

setting, value or assignment of a **factor** (3.1.5)

NOTE 1 The factor levels can be represented through the values of the **predictor variables** (3.1.4) in the model.

NOTE 2 Responses observed at the various levels of a factor provide information for determining the effect of the factor within the range of levels of the **experiment** (3.1.1). Extrapolation beyond the range of these levels is usually inappropriate without a firm basis for assuming **model** (3.1.2) relationships. Interpolation within the range may depend on the number of levels and the spacing of these levels. It is usually reasonable to interpolate, although it is possible to have discontinuous or multi-modal relationships that cause abrupt changes within the range of the experiment. The levels may be limited to certain selected fixed values (whether these values are or are not known) or they may represent purely random selection over the range to be studied.

EXAMPLE The nominal levels of a catalyst may be presence and absence. The nominal-scale variable for a laboratory can have levels A, B and C, corresponding to three facilities. Four levels of a heat treatment may be 100 °C, 120 °C, 140 °C and 160 °C.

dans la variabilité d'un cycle à l'autre avec des combinaisons de traitements répliquées et dans la variabilité globale qui peut être influencée par des tendances systématiques dans le temps au cours de l'expérience.

3.1.11 domaine expérimental espace du plan

ensemble de valeurs admissibles pour les **variables de prédiction** (3.1.4)

NOTE Dans certaines situations, le domaine expérimental est déterminé par la plage des variables de prédiction individuelles et est rectangulaire (ou hyper-rectangulaire dans de plus grandes dimensions). Néanmoins, si la plage d'une variable de prédiction peut influencer les valeurs raisonnables d'une autre variable de prédiction, la zone ne doit alors pas nécessairement être rectangulaire. Par exemple, dans le cas simple d'une **expérience** (3.1.1) de cuisson d'un gâteau, le temps de séjour dans le four dépend du réglage de la température.

3.1.12 niveau de facteur

mise en œuvre, valeur ou affectation d'un **facteur** (3.1.5)

NOTE 1 Les niveaux d'un facteur peuvent être représentés par les valeurs des **variables de prédiction** (3.1.4) dans le modèle.

NOTE 2 Les réponses obtenues aux différents niveaux d'un facteur fournissent des informations sur l'effet du facteur dans le domaine de variation étudié du plan **d'expériences** (3.1.1). Une extrapolation hors de ce domaine est généralement inadéquate, à moins que l'on ait de solides raisons d'admettre l'existence d'un **modèle** (3.1.2) de relation fonctionnelle. L'interpolation à l'intérieur du domaine peut dépendre du nombre de niveaux et de leur répartition. Elle est généralement raisonnable, bien qu'il puisse exister des relations discontinues ou multimodales entraînant des changements brusques à l'intérieur même du domaine étudié. Les niveaux peuvent être soit limités à certaines valeurs délibérément choisies (que celles-ci soient ou non connues), soit résulter d'une sélection purement aléatoire à l'intérieur du domaine à étudier.

EXEMPLE Les niveaux nominaux d'un catalyseur peuvent être sa présence ou son absence. La variable d'échelle nominale d'un laboratoire peut avoir des niveaux A, B et C, correspondant à trois installations. Quatre niveaux d'un traitement thermique peuvent être 100 °C, 120 °C, 140 °C et 160 °C.

3.1.13 run experimental treatment

⟨design of experiments⟩ specific settings of every **factor** (3.1.5) used on a particular **experimental unit** (3.1.24)

NOTE Ultimately, the impact of the factors will be captured through their representation in the **predictor variables** (3.1.4) and the extent to which the model matches the outcome of the **experiment** (3.1.1).

EXAMPLE Consider a chemical process **experiment** (3.1.1) in which a high yield is the objective and the predictor variables are temperature, duration, and concentration of a catalyst. A run could be a setting of temperature of 350 °C, thirty minutes duration and 10 % concentration of the catalyst, assuming that all of these settings are permissible.

3.1.14 factor effect factor (3.1.5) that influences the response variable (3.1.3)

NOTE Factor effects can include **main effects** (3.1.15), **dispersion effects** (3.1.16) and **confounded effects** (3.1.18).

3.1.15 main effect factor effect (3.1.14) applicable in the context of linearly structured models with respect to expectation

NOTE 1 Linear structured models include additive, linear models which in turn include the class of models related to **factorial experiments** (3.2.1) and **fractional factorial experiments** (3.2.3). Main effects are mostly readily understood in a model with zero interactions.

NOTE 2 The main effect can be estimated by averaging the response variable over all other runs provided the experiment is fully balanced.

NOTE 3 For a factor with two levels, the main effect relates to the change in the response between levels. If the levels are designated -1 (for low) and $+1$ (for high), then the main effect of the factor is estimated as the average response when the factor level is $+1$, minus the average response when the factor level is -1 . Consider the model:

$$y = \mu + \beta X + \varepsilon$$

where y , μ and ε are as in the Example to 3.1.6, X is $+1$ or -1 as just described, and β represents the adjustment for the factor X . Note that an estimate of β is equal to one

3.1.13 traitement traitement expérimental

⟨plans d'expériences⟩ mise en œuvre spécifique de chaque **facteur** (3.1.5) utilisé sur une **unité expérimentale** (3.1.24) particulière

NOTE En dernier lieu, l'impact des facteurs est déterminé par leur représentation dans les **variables de prédiction** (3.1.4) et par la mesure dans laquelle le modèle correspond au résultat de l'**expérience** (3.1.1).

EXEMPLE Considérons une **expérience** (3.1.1) de traitement chimique dont l'objectif est d'atteindre un haut rendement et dans laquelle les variables de prédiction sont la température, la durée et la concentration de catalyseur. Un traitement pourrait être la mise en œuvre d'une température de 350 °C pendant une durée de trente minutes avec une concentration de catalyseur de 10 %, en supposant que tous ces paramètres soient admissibles.

3.1.14 effet de facteur influence d'un facteur (3.1.5) sur la variable de réponse (3.1.3)

NOTE Les effets de facteurs peuvent comprendre des **effets principaux** (3.1.15), des **effets de dispersion** (3.1.16) et des **effets confondus** (3.1.18).

3.1.15 effet principal effet de facteur (3.1.14) applicable dans le contexte de modèles linéaires par rapport à l'espérance mathématique

NOTE 1 Les modèles linéaire structurés comprennent les modèles linéaires additifs qui à leur tour comprennent la classe des modèles associés aux **plans factoriels** (3.2.1) et aux **plans factoriels fractionnaires** (3.2.3). Les effets principaux sont plus rapidement appréhendés dans un modèle sans interactions.

NOTE 2 L'effet principal peut être estimé par la variable de réponse moyennée sur tous les autres traitements à condition que le plan soit complètement équilibré.

NOTE 3 Pour un facteur à deux niveaux, l'effet principal est lié à la variation de la réponse entre les niveaux. Lorsque les niveaux sont désignés par -1 (pour inférieur) et $+1$ (pour supérieur), l'effet principal du facteur est alors estimé comme la réponse moyenne lorsque le niveau de facteur est $+1$ moins la réponse moyenne lorsque le niveau de facteur est -1 . Considérons le modèle:

$$y = \mu + \beta X + \varepsilon$$

half the main effect for the factor X . If β were equal to zero, then X does not affect the mean of the response variable (it is the same regardless of the level of X being +1 or -1) so that the main effect of X is zero.

3.1.16 dispersion effect

factor effect (3.1.14) in the context of linearly structured models with respect to variation

NOTE It is important to recognize that a **dispersion effect** (3.1.16) could be significant, whereas the main effect corresponding to the same factor could have little impact. This situation affords the opportunity to achieve low variability or consistency in the responses by using a factor that does not necessarily impact the overall level of the response.

3.1.17 interaction

influence of one **factor** (3.1.5) on one or more other factors' impact on the **response variable** (3.1.3)

NOTE 1 An interaction is present if the apparent influence of one factor on the **response variable** (3.1.1) depends upon one or more other factors. In such a situation, these two (or more) factors are said to interact. Interactions can be incorporated into the **model** (3.1.2) by defining a new predictor variable that is a function of two or more factors. An interaction reflects the dependence of the level of one factor on the level(s) of another or other factors by providing the differential comparison of the responses for each level of the factor on each of the levels of the other factor(s).

NOTE 2 Interaction indicates an inconsistency of the **main effect** (3.1.15) of a factor on the response variable depending on the level of another factor. Figure 1 indicates these phenomena ranging from very strong interaction, to limited interaction, to no interaction. The presence of an interaction ought to be assessed in relation its estimated uncertainty via an appropriate test of significance.

NOTE 3 Interactions are considered initially involving only two factors and are referred to as either two-way interactions or first order interactions. Of course, it is possible that three factors, for example A , B , and C , interact in the sense that the first order interaction of AB depends on the level of factor C . In this case, there is a second order interaction. Similarly, third, fourth, and higher order interactions can be conceived. First order interactions are relatively easy to explain graphically and in words compared to higher-order interactions.

où y , μ et ε sont tels que décrits dans l'Exemple du 3.1.6, X est +1 ou -1 comme décrit ci-dessus, et β représente l'ajustement pour le facteur X . Noter qu'une estimation de β est égale à la moitié de l'effet principal pour le facteur X . Si β était égal à zéro, alors X n'affecterait pas la moyenne de la variable de réponse (qui est la même quel que soit le niveau de X , +1 ou -1) de sorte que l'effet principal de X serait zéro.

3.1.16 effet de dispersion

effet de facteur (3.1.14) applicable dans le contexte de modèles linéaires par rapport à la variation

NOTE Il est important de reconnaître qu'un **effet de dispersion** (3.1.16) peut être significatif, tandis que l'effet principal correspondant au même facteur peut avoir un impact négligeable. Ceci permet d'obtenir des réponses à faible variabilité ou cohérence en utilisant un facteur qui n'a pas nécessairement d'impact sur le niveau global de la réponse.

3.1.17 interaction

influence d'un **facteur** (3.1.5) sur un ou plusieurs autres facteurs d'influence sur la **variable de réponse** (3.1.3)

NOTE 1 Une interaction est présente lorsque l'influence apparente d'un facteur sur la **variable de réponse** (3.1.1) dépend du ou des niveaux pris par un ou plusieurs autres facteurs. Dans une telle situation, ces deux (ou plus) facteurs sont dits interagir. Les interactions peuvent être incorporées dans le **modèle** (3.1.2) en définissant une variable dépendant de deux facteurs ou plus. Une interaction reflète la dépendance de l'effet d'un facteur du (des) niveau(x) d'un ou de plusieurs autres facteurs en assurant une comparaison différentielle des réponses pour chaque niveau du facteur à chacun des niveaux du ou des autres facteurs.

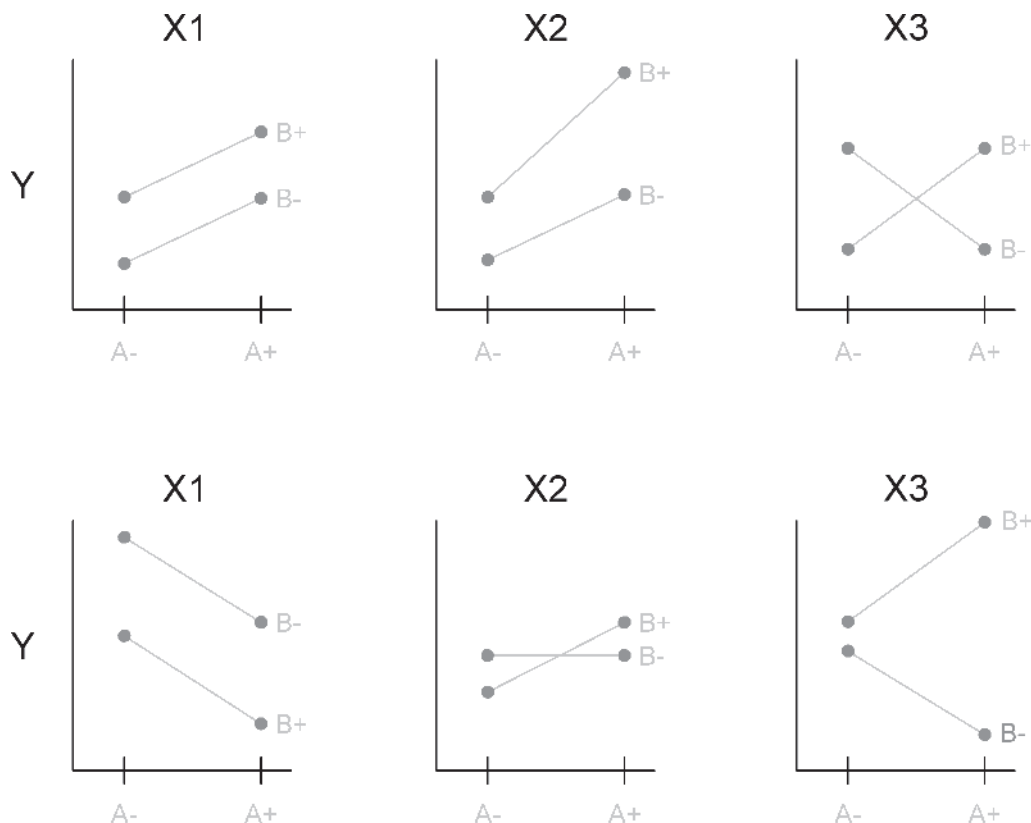
NOTE 2 L'interaction indique une incohérence de l'**effet principal** (3.1.15) d'un facteur sur la variable de réponse selon le niveau d'un autre facteur. La Figure 1 illustre des phénomènes allant d'une très forte interaction à l'absence d'interaction en passant par une interaction limitée. La présence d'une interaction doit être évaluée selon son degré d'incertitude par un test de signification.

NOTE 3 Au départ, on considère que les interactions n'impliquent que deux facteurs et qu'elles sont des interactions doubles ou de premier ordre. Évidemment, il est possible que trois facteurs, à savoir A , B , et C , interagissent dans le sens où l'interaction de premier ordre AB dépend du niveau du facteur C . Dans ce cas, il existe une interaction de second ordre. De façon similaire, il est possible de concevoir des interactions de troisième ordre, de quatrième ordre et d'ordre supérieur. Les interactions de premier ordre sont relativement

NOTE 4 Example 3 in 3.1.2 provides a formal model representation of an **experiment** (3.1.1) with two factors and the two-way or first order interaction τ_{ij} between them.

faciles à expliquer graphiquement et textuellement comparé aux interactions d'ordre supérieur.

NOTE 4 L'Exemple 3 en 3.1.2 donne une représentation de modèle formel d'une **expérience** (3.1.1) avec deux facteurs et l'interaction double ou de premier ordre τ_{ij} entre eux.



Key
Y Response
X1 No interaction
X2 Limited interaction
X3 Very strong interaction

Légende
Y Réponse
X1 Pas d'interaction
X2 Interaction moyenne
X3 Interaction forte

Figure 1 — Interaction plots
Figure 1 — Tracés d'interactions

3.1.18 confounded effect

factor effect (3.1.14) that is indistinguishable from another factor effect

NOTE A confounded effect is sometimes created at the design stage in order to accommodate **blocks** (3.1.25) or to introduce another factor without increasing the number of **experimental units** (3.1.24) under consideration. A confounded effect could be a high order **interaction** (3.1.17).

EXAMPLE Consider a **2³ full factorial design** (3.2.5) with three factors *A*, *B* and *C*. A fourth factor *D* can be introduced by setting its **factor level** (3.1.12) equal to the

3.1.18 effet confondu

effet de facteur (3.1.14) ne pouvant pas être distingué de l'effet d'un autre facteur

NOTE Un effet confondu est parfois créé au stade de la conception afin de s'adapter à des **blocs** (3.1.25) ou pour introduire un autre facteur sans augmenter le nombre d'**unités expérimentales** (3.1.24) considérées. Un effet confondu pourrait être une **interaction** (3.1.17) d'ordre élevé.

EXEMPLE Considérons un **plan factoriel complet 2³** (3.2.5) avec trois facteurs *A*, *B* et *C*. Un quatrième facteur *D* peut être introduit en fixant son **niveau de facteur**

product of the levels of *A*, *B*, and *C* (assuming the levels of each factor are coded as -1 or $+1$). Factor *D* could be used as a block to conduct the experiment over a two day period. Values of *D* determine the day that the corresponding four runs will be conducted ($D = -1$ implies Monday; $D = +1$ implies Tuesday); see Table 1. In this case, the factor *D* is confounded with the three-way interaction *ABC*.

(3.1.12) à une valeur égale au produit des niveaux de *A*, *B*, et *C* (en supposant que les niveaux de chaque facteur soient codés -1 ou $+1$). Le facteur *D* pourrait être utilisé comme un bloc pour mener l'expérience sur une période de deux jours. Les valeurs de *D* déterminent le jour où les quatre traitements correspondants seront effectués ($D = -1$ signifie Lundi; $D = +1$ signifie Mardi); voir le Tableau 1. Dans ce cas, le facteur *D* est confondu avec l'interaction triple *ABC*.

Table 1 — Experimental plan for blocking on day with 8 trials

Tableau 1 — Plan expérimental pour une mise en blocs basée sur le jour avec 8 essais

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>A</i> × <i>B</i> × <i>C</i>	<i>D</i>	Day of Trial Jour de l'essai
-1	-1	-1	-1	-1	Monday Lundi
$+1$	-1	-1	$+1$	$+1$	Tuesday Mardi
-1	$+1$	-1	$+1$	$+1$	Tuesday Mardi
$+1$	$+1$	-1	-1	-1	Monday Lundi
-1	-1	$+1$	$+1$	$+1$	Tuesday Mardi
$+1$	-1	$+1$	-1	-1	Monday Lundi
-1	$+1$	$+1$	-1	-1	Monday Lundi
$+1$	$+1$	$+1$	$+1$	$+1$	Tuesday Mardi

3.1.19 confounding

equating two or more **factor effects** (3.1.14) so as to be indistinguishable from each other

NOTE 1 At the design stage, confounding is an important technique which permits, for example, the effective use of specified **blocks** (3.1.25) in some **designed experiments** (3.1.27). This is accomplished by deliberately pre-selecting certain factor effects [typically high-order **interactions** (3.1.17)] as being of little interest, and arranging the design so that it confounds them with block effects, while keeping the other more important **main effects** (3.1.15) and key interactions free from such complications. Confounding may be deliberately used to diminish the number of trials of the **experimental plan** (3.1.29). Sometimes, however, confounding results from inadvertent changes to a design during the running of an **experiment** (3.1.1) or from incomplete planning of the design, and it serves to diminish, or even to invalidate, the effectiveness of an experiment.

NOTE 2 At the analysis stage, confounding is a device that sacrifices information about **contrasts** (3.1.22) of insignificant effects (typically corresponding to high-order interactions) in order to improve the precision with which more relevant contrasts can be estimated.

3.1.19 concomitance

combinaison de deux ou de plusieurs **effets de facteur** (3.1.14) de sorte qu'ils ne puissent pas être distingués

NOTE 1 Au stade de la conception, la concomitance est une technique importante qui permet, par exemple, l'emploi efficace de **blocs** (3.1.25) spécifiés dans certaines **expériences planifiées** (3.1.27). Elle consiste à choisir volontairement à l'avance certains effets de facteur [en général, des **interactions** (3.1.17) d'ordre élevé] considérés comme de peu d'intérêt, puis à construire le plan de telle façon qu'ils se trouvent confondus avec des effets blocs, tandis que les **effets principaux** (3.1.15) et interactions clés plus importants échappent à la concomitance. La concomitance peut être utilisée volontairement pour réduire le nombre d'essais du **plan expérimental** (3.1.29). Parfois, cependant, la concomitance provient de modifications involontaires intervenant dans le plan au cours du déroulement d'une **expérience** (3.1.1), ou encore d'une planification incomplète; elle a alors pour conséquence de diminuer l'efficacité de l'expérience, ou même de rendre ses résultats sans valeur.

EXAMPLE Continuing with the example of 3.1.18, factor *D* (equal to *ABC*) could alternatively be used to determine a new factor which could be investigated along with factors *A*, *B* and *C* using a total of eight **experimental units** (3.1.24).

NOTE 2 Au stade de l'analyse, la concomitance est un dispositif qui sacrifie des informations sur les **contrastes** (3.1.22) d'effets peu significatifs (correspondant généralement à des interactions d'ordre élevé) afin d'améliorer la précision avec laquelle des contrastes plus pertinents peuvent être estimés.

EXEMPLE En reprenant l'exemple du 3.1.18, le facteur *D* (égal à *ABC*) pourrait également être utilisé pour un nouveau facteur qui pourrait être étudié en même temps que les facteurs *A*, *B* et *C* en utilisant un total de huit **unités expérimentales** (3.1.24).

3.1.20 alias

⟨experimental design⟩ **factor effect** (3.1.14) that is equal to another factor effect or a function of other factor effects

NOTE A **main effect** (3.1.15) that is deliberately confounded in an **experiment** (3.1.1) with another factor effect (such as a high order **interaction** (3.1.17) is an alias of that factor effect; the effects are aliases of each other.

EXAMPLE Consider the **2³ experiment** (3.2.5) involving three **factors** (3.1.5) *A*, *B* and *C* and set *D=AB* and *E=BC* where all factors have levels of -1 or +1. With five factors, there are 5 main effects, *A*, *B*, *C*, *D* and *E*; there are 10 first-order interactions — *AB*, *AC*, ..., *DE*; there are 10 second-order interactions — *ABC*, *ABD*, ..., *CDE*; there are 5 third-order interactions — *ABCD*, *ABCE*, ..., *BCDE*; there is one fourth-order interaction — *ABCDE*. The levels of the factors indicate the settings of these factors in the experiment. In particular, the levels of the factors *A*, *B*, *C*, *D* and *E* are required to conduct the experiment. Table 2 provides the levels of these factors as well as the computed levels corresponding to some selected interactions.

3.1.20 aliasé

⟨plan d'expérience⟩ **effet de facteur** (3.1.14) qui est totalement confondu avec un autre effet de facteur ou une fonction d'autres effets de facteur

NOTE Un **effet principal** (3.1.15) qui, dans une **expérience** (3.1.1), est volontairement confondu avec un autre effet de facteur tel qu'une **interaction** (3.1.17) d'ordre élevé est une aliasé de cet effet de facteur; les effets sont des aliasés l'un de l'autre.

EXEMPLE Considérons le **plan d'expérience 2³** (3.2.5) impliquant trois **facteurs** (3.1.5) *A*, *B* et *C* et fixons *D=AB* et *E=BC* où tous les facteurs ont des niveaux de -1 ou +1. Avec cinq facteurs, il y a 5 effets principaux, *A*, *B*, *C*, *D* et *E*; il y a dix interactions de premier ordre — *AB*, *AC*, ..., *DE*; il y a 10 interactions de second ordre — *ABC*, *ABD*, ..., *CDE*; il y a 5 interactions de troisième ordre — *ABCD*, *ABCE*, ..., *BCDE*; il y a une seule interaction de quatrième ordre — *ABCDE*. Les niveaux des facteurs indiquent les valeurs de ces facteurs dans l'expérience. En particulier, les niveaux des facteurs *A*, *B*, *C*, *D* et *E* sont nécessaires pour mener l'expérience. Le Tableau 2 indique les niveaux de ces facteurs ainsi que les niveaux calculés correspondant à certaines interactions choisies.

Table 2 — Deliberately confounded factor effects
Tableau 2 — Effets de facteur volontairement confondus

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>I=ABD=BCE=ACDE</i>	<i>AC=BCD=ABE=DE</i>	<i>AE=CD=ABC=BDE</i>
-1	-1	-1	1	1	1	1	-1
1	-1	-1	-1	1	1	-1	1
-1	1	-1	-1	-1	1	1	1
1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
-1	-1	1	1	-1	1	-1	1
1	-1	1	-1	-1	1	1	-1
-1	1	1	-1	1	1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1

The first five columns have aliases, as follows:
 $A=BD=ABCE=CDE$, $B=AD=CE=ABCDE$,
 $C=ABCD=BE=ADE$, $D=AB=BCDE=ACE$, and
 $E=ABDE=BC=ACD$.

The first five columns of Table 2 are all that are needed to conduct the experiment. At the analysis stage, the entries are used to estimate the effects. For example, for factor A , the main effect of A is the average of the y_i 's at the level of +1 for A (2nd, 4th, 6th and 8th) minus the average of the y_i 's at the level of -1 for A (1st, 3rd, 5th and 7th). Columns in Table 2 with the same entries will produce the same value of an estimated effect. On inspection, columns D and AB are identical as well as columns E and BC . Columns D and E were deliberately constructed in this fashion. Columns B , AD , CE and $ABCDE$ are seen to have identical entries and would produce numerically equal effect estimates. Likewise, columns AC , BCD , ABE and DE are identical and consequently, these factors are aliases of each other. The entries in Table 2 could be augmented to include all other possible interactions. Upon inspection, it could be seen that aliases occur in groups of 4, as follows: (I , ABD , BCE , $ACDE$), (A , BD , $ABCE$, CDE), (B , AD , CE , $ABCDE$), (AB , D , ACE , $BCDE$), (C , $ABCD$, BE , ADE), (AC , BCD , ABE , DE), (BC , ACD , E , $ABDE$), and (ABC , CD , AE , BDE).

With five factors, there are a total of 32 effects to be estimated, including the overall mean term (i.e. intercept term) denoted by the capital letter " I ". Each possible effect is aliased with three other effects.

3.1.21 curvature

departure from a straight line relationship between the **response variable** (3.1.3) and a **predictor variable** (3.1.4)

NOTE 1 Curvature has meaning with quantitative predictor variables, but not with categorical (nominal) or non-quantitative (ordinal) predictor variables. Detection of curvature requires more than two levels of the factors. In some instances, replicated centre points (the factor set midway between the high and low settings of the factors) can allow the detection and assessment of curvature. Alternatively, an expanded range of the **factor levels** (3.1.12) can be necessary to observe curvature.

NOTE 2 Parabolic curvature can be readily modeled via a form such as:

$$Y = \mu + \beta X + \gamma X^2$$

If γ deviates from zero, there is evidence of parabolic curvature relative to the simple linear relation. More complex models are needed to express more complicated types of curvature.

Les cinq premières colonnes ont des aliases, comme suit:
 $A=BD=ABCE=CDE$, $B=AD=CE=ABCDE$,
 $C=ABCD=BE=ADE$, $D=AB=BCDE=ACE$, and
 $E=ABDE=BC=ACD$.

Les cinq premières colonnes du Tableau 2 sont toutes nécessaires pour mener l'expérience. Au stade de l'analyse, les entrées sont utilisées pour estimer les effets. Par exemple, pour le facteur A , l'effet principal de A est la moyenne des y_i au niveau +1 pour A (2^e, 4^e, 6^e et 8^e) moins la moyenne des y_i au niveau -1 pour A (1^{er}, 3^e, 5^e et 7^e). Les colonnes du Tableau 2 ayant les mêmes entrées produiront la même valeur d'un effet estimé. A l'examen, les colonnes D et AB sont identiques tout comme les colonnes E et BC . Les colonnes D et E sont volontairement établies de cette manière. Les colonnes B , AD , CE et $ABCDE$ ont des entrées identiques et produiront des estimations d'effet numériquement égales. De la même manière, les colonnes AC , BCD , ABE et DE sont identiques et, par conséquent, ces facteurs sont des aliases les uns des autres. Les entrées du Tableau 2 pourraient être augmentées pour inclure toutes les autres interactions possibles. A l'examen, on peut constater que les aliases apparaissent par groupes de 4, comme suit: (I , ABD , BCE , $ACDE$), (A , BD , $ABCE$, CDE), (B , AD , CE , $ABCDE$), (AB , D , ACE , $BCDE$), (C , $ABCD$, BE , ADE), (AC , BCD , ABE , DE), (BC , ACD , E , $ABDE$), et (ABC , CD , AE , BDE).

Avec cinq facteurs, il y a au total 32 effets à estimer, y compris le terme moyen global (c'est-à-dire le terme constant) indiqué par la lettre majuscule « I ». Chaque effet possible est confondu avec trois autres effets.

3.1.21 courbure

écart par rapport à une relation linéaire entre la **variable de réponse** (3.1.3) et une **variable de prédiction** (3.1.4)

NOTE 1 La courbure n'a de sens qu'avec des variables quantitatives de prédiction, mais non avec des variables catégorielles (nominales) ou non quantitatives (ordinales) de prédiction. La détection d'une courbure nécessite plus de deux niveaux pour les facteurs. Dans certaines circonstances, les points centraux dupliqués (chaque facteur étant à mi-chemin entre les valeurs inférieures et supérieures des facteurs) permettent de détecter et d'évaluer la courbure. Alternativement, une plage étendue des **niveaux de facteur** (3.1.12) peut être nécessaire pour observer la courbure.

NOTE 2 La courbure parabolique peut être facilement modélisée par une forme telle que:

$$Y = \mu + \beta X + \gamma X^2$$

Lorsque γ s'écarte de zéro, la courbure parabolique par rapport à une simple relation linéaire est évidente. Des modèles plus complexes sont nécessaires pour exprimer des types de courbures plus compliqués.

3.1.22 contrast

(statistics) linear function of the values of the **response variables** (3.1.3) for which the sum of the coefficients is zero when not all coefficients equal to zero

NOTE With observations $y_1, y_2, \dots, y_n$, the linear function $a_1y_1 + a_2y_2 + \dots + a_ny_n = 0$ is a contrast if and only if $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 0$ with not all a_i 's equal to zero. The role of contrasts in the design of experiments is to compare and to investigate effects as given in the subsequent examples.

EXAMPLE 1 A factor is applied at three levels and the results are represented by y_1, y_2 and y_3 . Among the many possible questions to be asked, consider the difference in responses at the first and third level of the experiment (ignoring temporarily the intermediate level). The appropriate contrast for assessing this query is $-y_1$ and $+y_3$ (i.e. $y_3 - y_1$). If the levels are equally spaced, a second question may be asked as to whether there is evidence that the response pattern shows a quadratic **curvature** (3.1.21) rather than a simple linear trend. Here the average of y_1 and y_3 can be compared to y_2 (i.e. $y_1 - 2y_2 + y_3$). (If there were no curvature, y_2 should fall close to the line connecting y_1 and y_3 .) This example illustrates a regression type study of continuous variables. It is frequently more convenient to use integers rather than fractions for contrast coefficients. In such a case, the coefficients for Contrast 2 would appear as $(-1, +2, -1)$.

EXAMPLE 2 Another example dealing with discrete levels of a factor may lead to a different pair of questions. Let us suppose there are three sources of supply, one of which, A_1 , uses a new manufacturing technique while the other two, A_2 and A_3 , use the customary one.

Question 1: Does vendor A_1 with the new technique seem to differ from A_2 and A_3 using the old one? Contrast y_1 with the average of y_2 and y_3 (i.e. $2y_1 - y_2 - y_3$).

Question 2: Do the two suppliers using the customary technique differ? Contrast y_1 with y_3 (i.e. $y_2 - y_3$). The pattern of contrast coefficients is similar to that for the previous problem, though the interpretation of the results will differ.

3.1.23 orthogonal contrast

set of **contrasts** (3.1.22) whose coefficients satisfy the condition that, if multiplied in corresponding pairs, the sum of the products equals zero

3.1.22 contraste

(statistique) fonction linéaire des valeurs des **variables de réponse** (3.1.3) pour laquelle la somme des coefficients est nulle, sans que tous les coefficients ne soient égaux à zéro

NOTE Les observations étant désignées par $y_1, y_2, \dots, y_n$, la fonction linéaire $a_1y_1 + a_2y_2 + \dots + a_ny_n = 0$ est un contraste si et seulement si $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 0$, tous les a_i n'étant pas nuls. Dans les plans d'expériences, le rôle des contrastes est de comparer et d'étudier les effets comme indiqué dans les exemples suivants.

EXEMPLE 1 Un facteur est appliqué à trois niveaux et les résultats sont représentés par y_1, y_2 et y_3 . Parmi les nombreuses questions potentielles qui peuvent se poser, on peut examiner la différence de réponses aux premier et troisième niveaux de l'expérience (en ignorant temporairement le niveau intermédiaire). Le contraste approprié pour évaluer cette question est $-y_1$ et $+y_3$ (c'est-à-dire $y_3 - y_1$). Si les niveaux sont équidistants, une deuxième question peut être de savoir si la structure des réponses fait apparaître de façon évidente une **courbure** (3.1.21) quadratique et non une simple tendance linéaire. Pour cela, la moyenne de y_1 et de y_3 est comparée à y_2 (c'est-à-dire, $y_1 - 2y_2 + y_3$). (S'il n'y a pas de courbure, y_2 tombe à proximité de la droite joignant y_1 et y_3). Cet exemple correspond à une étude de régression pour des variables continues. Il est souvent plus commode de prendre comme coefficients de contraste des nombres entiers plutôt que des fractions. Ainsi, dans le cas du contraste 2, on aurait comme coefficients de contraste $(-1, +2, -1)$.

EXEMPLE 2 Un autre exemple, portant sur un facteur à niveaux discrets, peut conduire à une autre paire de questions. C'est le cas, par exemple, d'une fourniture provenant de trois origines dont l'une, A_1 , relève d'une nouvelle technique de fabrication, les deux autres, A_2 et A_3 , relevant de la technique habituelle.

Question 1: La fourniture A_1 associée à la nouvelle technique apparaît-elle différente de A_2 et A_3 utilisant l'ancienne technique? On forme le contraste entre y_1 et la moyenne de y_2 et y_3 (c'est-à-dire $2y_1 - y_2 - y_3$).

Question 2: Les deux fournisseurs utilisant la technique habituelle diffèrent-ils? On forme le contraste entre y_2 et y_3 . Le tableau des coefficients de contraste est semblable à celui du problème précédent, mais l'interprétation des résultats est différente.

3.1.23 contrastes orthogonaux

ensemble de **contrastes** (3.1.22) dont les coefficients satisfont à la condition que la somme des produits des coefficients qui se correspondent dans l'un et l'autre des contrastes est nulle

NOTE The purpose of orthogonal contrasts is to facilitate independent tests of hypotheses of interest in the experimental situation. In Example 1, the two tests can be conducted independently (one test has no bearing on the other and provided further that the residual error follows a normal distribution). In Example 2, on the other hand, the tests are dependent, indicating for instance, that a rejection in one test could suggest a more likely rejection of the other.

EXAMPLE 1 The following two orthogonal contrasts are given:

	y_1	y_2	y_3
a_{i1} Contrast 1	-1	0	+1
a_{i2} Contrast 2	-1	2	-1
$a_{i1} \ a_{i2}$	+1	0	-1

$\Sigma a_{i1}a_{i2} = 0$, therefore orthogonal

EXAMPLE 2 The following two contrasts are not orthogonal:

	y_1	y_2	y_3
a_{i1} Contrast 1	-1	0	+1
a_{i2} Contrast 2	0	-1	+1
$a_{i1} \ a_{i2}$	0	0	+1

$\Sigma a_{i1}a_{i2} = +1$, therefore not orthogonal

NOTE Les contrastes orthogonaux ont pour but de faciliter des essais indépendants fondés sur des hypothèses d'intérêt dans la situation expérimentale. Dans l'Exemple 1, les deux essais peuvent être réalisés indépendamment (un essai n'a pas d'influence sur l'autre et sous réserve que l'erreur résiduelle suive une loi normale). Dans l'Exemple 2, par contre, les essais sont dépendants, ce qui indique, par exemple, qu'un rejet dans un essai pourrait suggérer un rejet plus probable dans l'autre.

EXEMPLE 1 Les deux contrastes orthogonaux suivants sont donnés:

	y_1	y_2	y_3
a_{i1} Contraste 1	-1	0	+1
a_{i2} Contraste 2	-1	2	-1
$a_{i1} \ a_{i2}$	+1	0	-1

$\Sigma a_{i1}a_{i2} = 0$, par conséquent orthogonal

EXEMPLE 2 Les deux contrastes suivants ne sont pas orthogonaux:

	y_1	y_2	y_3
a_{i1} Contraste 1	-1	0	+1
a_{i2} Contraste 2	0	-1	+1
$a_{i1} \ a_{i2}$	0	0	+1

$\Sigma a_{i1}a_{i2} = +1$, par conséquent non orthogonal

3.1.24 experimental unit

<design of experiments> basic unit of the experimental material

NOTE 1 The experimental unit could be the entire manufacturing process in which case a run corresponds to the set up of the process and the **response variable** (3.1.3) (possibly multivariate) corresponds to characteristics of the product. In another situation, the experimental unit could be individual subjects in a study (laboratory animals or human participants) each of which receives a particular experimental treatment.

NOTE 2 In agricultural settings, the basic unit of the experimental material is a plot of land. Although the agricultural setting suggests plot as a natural description of a experimental unit, the concept is more general and can be applied to other contexts. Plot is then replaced by the generic term experimental unit.

3.1.24 unité expérimentale

<plans d'expériences> unité de base recevant un traitement

NOTE 1 L'unité expérimentale pourrait être le procédé de fabrication dans son ensemble, auquel cas un traitement correspond à la configuration du procédé et la **variable de réponse** (3.1.3) (éventuellement plusieurs variables) correspond aux caractéristiques du produit. Dans une autre situation, l'unité expérimentale pourrait être les sujets individuels d'une étude (animaux de laboratoire ou participants humains) recevant chacun un traitement expérimental spécifique.

NOTE 2 Dans les environnements agricoles, les unités expérimentales peuvent être des parcelles de terrain. Bien que les environnements agricoles suggèrent de considérer une parcelle de terrain comme une description naturelle d'une unité expérimentale, le concept est plus général et peut être appliqué à d'autres contextes. La parcelle de terrain est alors remplacée par le terme générique «unité expérimentale».

3.1.25

block

collection of **experimental units** (3.1.24)

NOTE 1 To be effective, the blocks should represent sets of experimental units that are homogeneous in some sense. The term “block” originated in agricultural **experiments** (3.1.1) in which a field was subdivided into sections having common conditions, such as exposure to the wind, proximity to underground water or thickness of the arable layer. In other situations, blocks are based on batches of raw material, operators, the number of units studied in a day, and so forth. More generally, blocks can consist of regions of a country, groups of factories, time frames (e.g. shifts in a manufacturing facility) and so forth.

NOTE 2 Generally, recognition of the existence of blocks may affect how the **experimental treatments** (3.1.13) of interest are assigned to experimental units. Operationally, additional “artificial” treatments are created within the **model** (3.1.2) that designate the assignment to blocks. The treatments thus consist of the **factor effects** (3.1.14) of direct interest in the study and the treatments that relate to blocking assignments. The idea is to enhance the possibility of recognizing important factor effects which would otherwise be obscured had the blocks not been established.

3.1.26

blocking

arrangement of experimental units into **blocks** (3.1.25)

NOTE 1 Within each block, the **residual error** (3.1.6) can be expected to be smaller than would be expected should a similar number of units be randomly assigned to the **experimental treatment** (3.1.13) without regard to blocks.

NOTE 2 Blocks are usually selected to allow for the effects of assignable causes, in addition to those introduced as factors to be studied (factor of primary interests), which it may be difficult, or even impossible to keep constant for all of the experimental units in the complete experiment. The effect of these assignable causes may be minimized within blocks, thus a more homogeneous experiment sub-space is obtained. The analysis of the experimental results must account for the effect of blocking the experiment.

3.1.27

designed experiment

experiment (3.1.1) with an explicit objective and structure of implementation

3.1.25

bloc

groupement d'**unités expérimentales** (3.1.24)

NOTE 1 Pour être efficaces, il convient que les blocs représentent des ensembles d'unités expérimentales homogènes dans un certain sens. Le terme «bloc» provient des **expériences** (3.1.1) agronomiques dans lesquelles un champ est subdivisé en sections présentant des conditions communes telles que: exposition au vent, proximité d'eau souterraine ou épaisseur de la couche de terre arable. Dans d'autres situations, les blocs sont constitués par des lots de matières premières, des opérateurs, le nombre d'unités étudiées dans une même journée, etc. Plus généralement, les blocs peuvent être constitués de régions d'un pays, de groupes d'usines, de périodes de référence (par exemple, équipes dans des locaux de fabrication), etc.

NOTE 2 En général, le fait de reconnaître l'existence des blocs peut affecter la manière dont les **traitements expérimentaux** (3.1.13) d'intérêt sont affectés aux unités expérimentales. Dans la pratique, des traitements «artificiels» supplémentaires sont créés dans le **modèle** (3.1.2) pour désigner l'affectation aux blocs. Les traitements sont donc constitués des **effets de facteur** (3.1.14) ayant un intérêt direct pour l'étude et des traitements liés aux affectations de mise en blocs. L'objectif est d'améliorer la possibilité de reconnaître des effets de facteur importants qui seraient masqués si des blocs n'avaient pas été établis.

3.1.26

mise en blocs

disposition d'unités expérimentales dans des **blocs** (3.1.25)

NOTE 1 Dans chacun des blocs, on peut s'attendre à ce que l'**erreur résiduelle** (3.1.6) soit moindre que pour un même nombre d'unités aléatoirement affectées au **traitement expérimental** (3.1.13) sans tenir compte des blocs.

NOTE 2 Les blocs sont généralement choisis pour tenir compte, outre celles définies par les facteurs étudiés (facteurs d'intérêt principal), d'autres causes assignables qu'il peut être difficile, voire impossible, de maintenir constantes sur la totalité des unités expérimentales de l'expérience complète. L'effet de ces causes assignables peut être minimisé à l'intérieur des blocs, un sous-espace expérimental plus homogène étant ainsi obtenu. L'analyse des résultats expérimentaux doit tenir compte de l'effet entraîné par la constitution de blocs.

3.1.27

expérience planifiée

expérience (3.1.1) associée à une structure explicite de mise en œuvre

NOTE 1 The purpose of a properly designed experiment is to provide the most efficient and economical method of reaching valid and relevant conclusions from the experiment.

NOTE 2 Associated with a designed experiment is an **experimental design** (3.1.28) that includes the **response variable** (3.1.3) or variables and the **experimental treatments** (3.1.13) with prescribed **factor levels** (3.1.12). A class of models that relates the response variable to the predictor variables could also be envisaged.

3.1.28 experimental design

assignment of **experimental treatments** (3.1.13) to each **experimental unit** (3.1.24)

NOTE 1 The assignment of experimental treatments could also include the time order or randomized order in which the treatments are applied.

NOTE 2 An experimental design can be considered as a scheme assigning experimental treatments (levels of a factor or a combination of such levels) involved in an experiment to the experimental units. The **design matrix** (3.2.25) includes the specified levels of each factor in the experiment (as well as other columns which give values of the predictor variables used at the analysis stage).

NOTE 3 An experimental design provides the determination as to how the observations/measurements should be taken to answer a research question in a valid, efficient and economical way.

NOTE 4 This definition does not preclude the possibility of designs that are known to be relatively inefficient (e.g. "one-factor-at-a-time" designs are experimental designs according to the definition but that does not suggest that they are to be recommended).

3.1.29 experimental plan

specification of the intended procedure for the implementation of an **experiment** (3.1.1)

NOTE 1 The experimental plan should ideally offer the possibility of providing the most efficient and economical method of reaching valid and relevant conclusions from a **designed experiment** (3.1.27). The selection of an appropriate design for an experiment will depend on considerations such as the type of questions to be addressed, the degree of generality to be attached to the conclusions, the magnitude of the effect from which a high probability of detection (power) is desired, the homogeneity of the **experimental units** (3.1.24) and the cost and the method of performing the experiment. The experimental plan establishes a protocol for the conduct of the experiment.

NOTE 1 L'objet d'une expérience convenablement planifiée est de fournir la méthode la plus efficace et la plus économique permettant, à partir de cette expérience, d'obtenir des conclusions valides et pertinentes.

NOTE 2 Une expérience planifiée est associée à un **plan d'expériences** (3.1.28) qui inclut la ou les **variables de réponse** (3.1.3) et les **traitements expérimentaux** (3.1.13) avec des **niveaux de facteur** (3.1.12) prescrits. Il est également possible d'envisager une classe de modèles associant la variable de réponse aux variables de prédiction.

3.1.28 plan d'expérience

affectation de **traitements expérimentaux** (3.1.13) à chaque **unité expérimentale** (3.1.24)

NOTE 1 L'affectation de traitements expérimentaux pourrait aussi inclure l'ordre temporel ou l'ordre aléatoire selon lequel les traitements sont appliqués.

NOTE 2 Un plan d'expériences peut être considéré comme un programme d'affectation à des unités expérimentales de traitements (niveaux d'un facteur ou combinaison de ces niveaux) impliqués dans une expérience. La **matrice de plan** (3.2.25) comprend les niveaux spécifiés de chaque facteur dans le plan (ainsi que d'autres colonnes qui donnent les valeurs des variables de prédiction utilisées à l'étape de l'analyse).

NOTE 3 Un plan d'expériences détermine la manière dont il convient de réaliser les observations/mesures pour répondre de manière valable, efficace et économique à une question de recherche.

NOTE 4 Cette définition n'exclut pas la possibilité de plans connus pour être relativement inefficaces (par exemple les plans dits «un facteur à la fois» qui sont des plans expérimentaux selon la définition mais cela ne signifie pas qu'ils sont à recommander).

3.1.29 plan expérimental

spécification du mode opératoire prévu pour la mise en œuvre d'une **expérience** (3.1.1)

NOTE 1 Idéalement, il convient que le plan expérimental permette de fournir la méthode la plus efficace et la plus économique d'atteindre des conclusions valides et pertinentes à partir d'une **expérience planifiée** (3.1.27). Dans une expérience particulière, le choix du plan approprié dépend de nombreuses considérations, telles que la nature des questions auxquelles on désire répondre, le degré de généralité recherché pour les conclusions, l'importance des effets pour lesquels une probabilité élevée de détection (puissance) est souhaitée, l'homogénéité des **unités expérimentales** (3.1.24) et le coût et la méthode d'exécution de l'expérience. Le plan expérimental établit un protocole pour la conduite de l'expérience.

NOTE 2 A properly designed experiment will frequently lead to effective results from relatively simple statistical analysis and interpretation of the results. However, a poorly designed experiment may not meet the experimental objectives in spite of sophisticated analyses of the results.

NOTE 3 The development of an experimental plan can be quite arduous. A detailed description of the process is given in Annex D.

3.1.30 randomization

strategy in which each **experimental unit** (3.1.24) has an equal chance of being assigned a particular **experimental treatment** (3.1.13)

NOTE 1 Randomization attempts to protect against biases due to causes not taken into account explicitly in the **model** (3.1.2). Randomization may further neutralize potential temporal or spatial effects. The equal chance of assignment could be within a subset of the collection of experimental units.

NOTE 2 From a practical standpoint, sampling without replacement may govern the allocation of experimental units to treatments so that the final experimental unit drawn seemingly is not “randomly” chosen at this stage. However, at the onset of the allocation, each experimental unit had an equal chance of being chosen so that ultimately, a random allocation has occurred.

3.1.31 orthogonal array

set of **experimental treatment** (3.1.13) combinations, in which for every pair of factors, each treatment combination occurs the same number of times across the possible **factor levels** (3.1.12)

NOTE The concept of *strength* in relation to orthogonal arrays arises with **screening designs** (3.2.8), which is one possible use of orthogonal arrays. A design of strength d is a complete factorial design in any d factors. Strength 1 implies that the levels of each factor occur the same number of times (which is sometimes called a balanced factor). An orthogonal array has strength 2. The subset size d is known as the strength.

3.1.32 degrees of freedom

ν
<analysis of variance> number of linearly independent effects that can be estimated

NOTE 2 Une expérience convenablement planifiée donnera fréquemment des résultats efficaces à partir d'une analyse et d'une interprétation statistiques relativement simples des résultats. Cependant, une expérience mal planifiée peut ne pas remplir les objectifs de l'expérience malgré des analyses sophistiquées des résultats.

NOTE 3 L'élaboration d'un plan expérimental peut être relativement ardue. Une description détaillée du processus est donnée dans l'Annexe D.

3.1.30 randomisation

stratégie dans laquelle chaque **unité expérimentale** (3.1.24) a une chance égale de se voir affecter un **traitement expérimental** (3.1.13) particulier

NOTE 1 La randomisation tente de se protéger des biais dus aux causes non prises en compte de manière explicite dans le **modèle** (3.1.2). La randomisation peut aussi neutraliser des effets temporels ou spatiaux potentiels. La même chance d'affectation pourrait concerner un sous-ensemble du groupe d'unités expérimentales.

NOTE 2 D'un point de vue pratique, un échantillonnage sans remise peut déterminer l'affectation d'unités expérimentales à des traitements de sorte que l'unité expérimentale finale apparemment tirée n'est pas choisie «au hasard» à ce stade. Toutefois, au début de l'affectation, chaque unité expérimentale a une chance égale d'être choisie de sorte que, en définitive, une affectation aléatoire a eu lieu.

3.1.31 arrangement orthogonal

ensemble de combinaisons de **traitements expérimentaux** (3.1.13) tel que, pour chaque paire de facteurs, chaque combinaison de traitements survient le même nombre de fois pour tous les **niveaux de facteur** (3.1.12) possibles

NOTE Le concept de *robustesse* est lié aux **plans de criblage** (3.2.8), qui est l'une des utilisations possibles d'arrangements orthogonaux. Un plan de robustesse d est un plan factoriel complet à d facteurs. La robustesse 1 implique que les niveaux de chaque facteur se produisent un nombre égal de fois (parfois appelé facteur équilibré). Un arrangement orthogonal a une robustesse de 2. La dimension d du sous-ensemble est la robustesse.

3.1.32 degrés de liberté

ν
<analyse de la variance> nombre d'effets linéairement indépendants pouvant être estimés

NOTE 1 Informally, the degrees of freedom are the number of quantities that are free to vary without restriction.

NOTE 2 Degrees of freedom is commonly associated with the denominator of a variance calculation. The value of the degrees of freedom is the sample size minus the number of constraints associated with the quantity being computed. Estimating the population mean by the sample mean in a variance calculation reduces the degrees of freedom by 1, yielding degrees of freedom of $n-1$, with n as the sample size. One degree of freedom is eliminated since knowing the sample mean and $n-1$ values from the sample establishes the remaining data value.

NOTE 3 Degrees of freedom are the parameters of certain theoretical distributions that occur as sample distributions in statistical estimation and testing; for example, the chi-square distribution, the F -distribution, and the t -distribution.

3.1.33 one-factor experiment

designed experiment (3.1.27) in which a single **factor** (3.1.5) is investigated as to its effect (if any) on the **response variable** (3.1.3)

NOTE A model for a one-factor experiment is

$$y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}$$

where

- y_{ij} is the response variable for the j th replicate at the i th level of the factor;
- μ_i is the mean response at the i th level of the factor;
- ε_{ij} is a random variable capturing all other effects and sources of variation.

This model relates the response variable y_{ij} to μ_i (depending on the corresponding level of the factor) and a residual error ε_{ij} . Differences in the μ_i reflect the influence of the factor on the response variable (in this case the mean response value as a function of the level of the factor).

An alternative representation of this model is

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}$$

where

- y_{ij} is the response variable;
- μ is the overall mean response;
- α_i is the incremental effect due to the i th level of

NOTE 1 De façon informelle, les degrés de liberté sont le nombre de grandeurs qui sont libres de varier sans restriction.

NOTE 2 Des degrés de liberté sont couramment associés au dénominateur d'un calcul de variance. La valeur des degrés de liberté est égale à la taille de l'échantillon moins le nombre de contraintes associées à la grandeur calculée. Estimer la moyenne de la population par la moyenne de l'échantillon dans un calcul de variance réduit le degré de liberté de 1, conduisant à un degré $n-1$, n étant la taille de l'échantillon. Un degré de liberté est supprimé car la connaissance de la moyenne de l'échantillon et des $n-1$ valeurs de l'échantillon permet d'établir la valeur avec les données restantes.

NOTE 3 Les degrés de liberté sont les paramètres de certaines distributions théoriques qui apparaissent comme des distributions d'échantillon dans une estimation et un test statistique, par exemple la distribution chi carré, la distribution F et la distribution t .

3.1.33 expérience à un facteur

expérience planifiée (3.1.27) au cours de laquelle un seul **facteur** (3.1.5) est analysé eu égard à son effet (le cas échéant) sur la **variable de réponse** (3.1.3)

NOTE Un modèle d'expérience à un facteur est le suivant:

$$y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}$$

où

- y_{ij} est la variable de réponse pour la j -ième réplique au i -ième niveau du facteur;
- μ_i est la réponse moyenne au i -ième niveau du facteur;
- ε_{ij} est une variable aléatoire groupant tous les autres effets et sources de variation.

Ce modèle associe la variable de réponse y_{ij} à l'effet μ_i (en fonction du niveau correspondant du facteur) et à une erreur résiduelle ε_{ij} . Les différences de μ_i reflètent l'influence du facteur sur la variable de réponse (dans ce cas, la valeur de la réponse moyenne est fonction du niveau du facteur).

Une autre représentation de ce modèle est:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}$$

où

- y_{ij} est la variable de réponse;

the factor;

ε_{ij} is a random variable capturing all other effects and sources of variation.

In the above representation, the α_i values are assumed to sum to zero.

μ est la réponse moyenne globale;

α_i est l'effet d'incrément dû au $i^{\text{ème}}$ niveau du facteur;

ε_{ij} est une variable aléatoire groupant tous les autres effets et sources de variation.

Dans la représentation ci-dessus, la somme des valeurs de α_i est supposée égale à zéro.

3.1.34 two-factor experiment

designed experiment (3.1.27) in which two distinct **factors** (3.1.5) are simultaneously investigated for possible effects on the **response variable** (3.1.3)

NOTE If the two factors operate without interacting with each other, the term **main effect** (3.1.15) necessarily still applies. Namely, for each factor the main effect is its contribution to the mean of the response variable. See Example 2 of 3.1.2.

3.1.34 expérience à deux facteurs

expérience planifiée (3.1.27) au cours de laquelle deux **facteurs** (3.1.5) distincts sont analysés simultanément pour leurs effets possibles sur la **variable de réponse** (3.1.3)

NOTE Lorsque les deux facteurs agissent indépendamment l'un de l'autre, le terme **effet principal** (3.1.15) continue de s'appliquer. Ainsi, pour chaque facteur, l'effet principal est sa contribution à la moyenne de la variable de réponse. Voir l'Exemple 2 du 3.1.2.

3.1.35 k-factor experiment multi-factor experiment

designed experiment (3.1.27) in which k distinct **factors** (3.1.5) are simultaneously investigated for possible effects on the **response variable** (3.1.3)

3.1.35 expérience à k facteurs expérience à facteurs multiples

expérience planifiée (3.1.27) au cours de laquelle k **facteurs** (3.1.5) distincts sont analysés simultanément pour leurs effets possibles sur la **variable de réponse** (3.1.3)

3.1.36 replication

(experiment) multiple occurrences of a given treatment combination or setting of **predictor variables** (3.1.4)

NOTE 1 Experimental constraints may dictate that replications take place sequentially rather than in a randomized order. Informally, such a situation would correspond to repetition, but universal concurrence on this term does not exist. Hence, for purposes of this part of ISO 3534, replication will be the term involving the attainment of different response values for a fixed set of levels of predictor variables.

NOTE 2 A run is repeated a number of times in order to obtain a more reliable estimate than is possible from a single observation. The function of replication is two-fold: (a) it provides an estimate of the pure error, and (b) it adds to the confidence in the experimental results.

NOTE 3 Replication as used in this part of ISO 3534 should be distinguished from the concepts of repeatability

3.1.36 réplique

(expérience) occurrences multiples d'une combinaison de traitements donnée ou de valeurs de **variables de prédiction** (3.1.4)

NOTE 1 Les contraintes expérimentales peuvent imposer que les répliques aient lieu successivement plutôt que dans un ordre aléatoire. De façon informelle, cette situation correspond à une répétition, mais ce terme ne fait pas l'objet d'un consensus. Ainsi, pour les besoins de la présente partie de l'ISO 3534, la réplique sera le terme qui implique l'obtention de différentes valeurs de réponse pour un ensemble fixe de niveaux de variables de prédiction.

NOTE 2 Un traitement est répliqué un certain nombre de fois pour obtenir une estimation plus fiable que celle pouvant être obtenue à partir d'une seule observation. La réplique a deux fonctions: (a) elle fournit une estimation de l'erreur pure, et (b) elle accroît le niveau de confiance des résultats expérimentaux.

and reproducibility given in ISO 3534-2:2006) which relate particularly to measurement systems analysis. In experimental situations relevant to this part of ISO 3534, replication includes contributions from the process itself in addition to measurement uncertainty.

3.1.37 cube point

vector of **factor level** (3.1.12) settings of the form $(a_1, a_2, \dots, a_k)$ where each a_i equals +1 or -1 as a notation for the coded levels of the **factors** (3.1.5)

NOTE These points are precisely the type of points found in a two-level **full factorial experiment** (3.2.2) or **fractional factorial experiment** (3.2.3) with k factors. As many as 2^k cube points can be used in the context of a central composite design [see Example 1 in (3.2.19)].

EXAMPLE For constructing a central composite design for v -factors, take a 2^v factorial arrangement with factorial levels coded as +1 or -1 or a 2^{v-p} fractional factorial arrangement having at least resolution V .

3.1.38 star point

vector of **factor level** (3.1.12) settings of the form $(a_1, a_2, \dots, a_k)$, where one a_i equals α or $-\alpha$ and the other a_i 's equal 0, as notation for the coded levels of the **factors** (3.1.5)

NOTE All star points have a single non-zero component equal to $+\alpha$ or $-\alpha$. In k -factor central composite designs, typically a total of 2^k star points are employed.

EXAMPLE Star points are 2 axial points on the axis of each design variable at a distance of β from the design centre. As there are v -axes, this process yields 2^v star points of the form: $(\pm\beta, 0, \dots, 0)$, $(0, \pm\beta, 0, \dots, 0)$, ..., $(0, 0, \dots, \pm\beta)$. These points are also known as axial points and assist in the estimation of curvature of the surface.

3.1.39 centre point

vector of **factor level** (3.1.12) settings of the form $(a_1, a_2, \dots, a_k)$, where all a_i equal 0, as notation for the coded levels of the **factors** (3.1.5)

NOTE All entries of centre points are zero, so the vectors are of the form $(0, 0, \dots, 0)$ corresponding to the centre of the **experimental design** (3.1.28) in the coded

NOTE 3 Telle qu'elle est utilisée dans la présente partie de l'ISO 3534, il convient de distinguer la réplique des concepts de répétabilité et de reproductibilité donnés dans l'ISO 3534-2:2006 qui se rapportent en particulier à l'analyse des systèmes de mesure. Dans les situations expérimentales en rapport avec la présente partie de l'ISO 3534, la réplique inclut les contributions du processus lui-même en plus de l'incertitude de mesure.

3.1.37 point cubique

vecteur des valeurs de **niveau de facteur** (3.1.12) de la forme $(a_1, a_2, \dots, a_k)$, où chaque a_i est égal à +1 ou -1, comme notation des codes de niveaux des **facteurs** (3.1.5)

NOTE Ces points sont précisément le type de points que l'on trouve dans un **plan factoriel complet** (3.2.2) ou **fractionnaire** (3.2.3) à deux niveaux avec k facteurs. Un maximum de 2^k points cubiques peut être utilisé dans le contexte d'un plan composite centré (voir l'Exemple 1 donné en 3.2.19).

EXEMPLE Pour construire un plan composite centré pour v -facteurs, construire un plan factoriel 2^v avec des niveaux codés +1 ou -1 ou une combinaison factorielle 2^{v-p} de résolution V au minimum.

3.1.38 points en étoile

vecteur des valeurs de **niveau de facteur** (3.1.12) de la forme $(a_1, a_2, \dots, a_k)$, où chaque a_i est égal à α ou $-\alpha$, et les autres a_i sont égaux à 0, comme notation des codes de niveaux des **facteurs** (3.1.5)

NOTE Tous les points en étoile ont une seule composante non nulle unique égale à $+\alpha$ ou $-\alpha$. Les plans composites centrés de k facteurs utilisent généralement un total de 2^k points en étoile.

EXEMPLE Les points en étoile sont des points axiaux situés sur l'axe de chaque variable du plan à une distance β du centre du plan. Étant donné qu'il y a v axes, ce processus donne 2^v points étoile de forme: $(\pm\beta, 0, \dots, 0)$, $(0, \pm\beta, 0, \dots, 0)$, ..., $(0, 0, \dots, \pm\beta)$. Ces points sont également appelés points axiaux et permettent l'estimation de la courbure de la surface.

3.1.39 point central

vecteur des valeurs de **niveau de facteur** (3.1.12) de la forme $(a_1, a_2, \dots, a_k)$, où tout a_i est égal à 0, comme notation des niveaux codés des **facteurs** (3.1.5)

NOTE Toutes les entrées des points centraux étant nulles, les vecteurs sont de la forme $(0, 0, \dots, 0)$