

Allgemeine mathematische Zeichen und Begriffe

DIN
1302

ICS 01.040.07; 07.020

Ersatz für Ausgabe 1994-04

General mathematical symbols and concepts
 Symboles et concepts mathématiques généraux

Inhalt

	Seite		Seite
Vorwort	1	9 Elementare Geometrie	11
1 Anwendungsbereich	2	10 Grenzwerte	13
2 Normative Verweisungen	2	11 Differentiation und Integration	14
3 Pragmatische Zeichen	3	12 Exponential- und Logarithmusfunktionen	17
4 Allgemeine arithmetische Relationen und Verknüpfungen	4	13 Kreis- und Hyperbelfunktionen sowie ihre Umkehrungen	17
5 Besondere Zahlen und Verknüpfungen	6	14 Mathematische Hilfsfunktionen	19
6 Komplexe Zahlen	8	Anhang A (informativ) Erläuterungen	20
7 Zahlenmengen	9	Anhang B (informativ) Literaturhinweise	24
8 Kombinatorik	10		

Vorwort

Diese Norm wurde vom Arbeitsausschuß NATG-A.44 des Normenausschusses Technische Grundlagen (NATG) – Fachbereich A: Einheiten und Formelgrößen – erarbeitet.

Änderungen

Gegenüber der Ausgabe April 1994 wurden folgende Änderungen vorgenommen:

- Es wurden die Tabellen von 6 Spalten auf 5 Spalten umgestellt.
- Der Abschnitt Elementare Zahlentheorie wurde nicht wieder aufgenommen.
- Die Abschnitte Differentiation und Integration wurden zusammengefaßt.
- Außerdem wurden einige Begriffe und Anmerkungen redaktionell überarbeitet.

Frühere Ausgaben

DIN 1302: 1923-10, 1933-12, 1939-09, 1954-11, 1961-02, 1968-02, 1980-08, 1994-04

Fortsetzung Seite 2 bis 24

Normenausschuß Technische Grundlagen (NATG) – Einheiten und Formelgrößen –
 im DIN Deutsches Institut für Normung e.V.

1 Anwendungsbereich

Diese Norm legt mathematische Zeichen und Begriffe sowie ihre Benennungen fest, sofern sie nicht in Normen speziellen Inhalts vorkommen. Aus systematischen Gründen und wegen der besseren Lesbarkeit sind jedoch manche Zeichen und Begriffe mehrfach besprochen. Die Spalte „Sprechweise/Benennung“ gibt eine mögliche Sprechweise an, die aber nicht in jedem Fall wörtlich eingehalten werden muß. Eingeklammertes darf dort weggelassen werden. Auf die in der Internationalen Norm ISO 31-11 : 1992 "Quantities and units - Part 11: Mathematical signs and symbols for use in the physical sciences and technology" enthaltenen Begriffe wird in der Spalte „Bemerkungen“ bei Abweichungen im einzelnen hingewiesen.

2 Normative Verweisungen

Diese Norm enthält durch datierte oder undatierte Verweisungen Festlegungen aus anderen Publikationen. Diese normativen Verweisungen sind an den jeweiligen Stellen im Text zitiert, und die Publikationen sind nachstehend aufgeführt. Bei datierten Verweisungen gehören spätere Änderungen oder Überarbeitungen dieser Publikationen nur zu dieser Norm, falls sie durch Änderung und Überarbeitung eingearbeitet sind. Bei undatierten Verweisungen gilt die letzte Ausgabe der in Bezug genommenen Publikation.

DIN 1303 : 1987-03	Vektoren, Matrizen, Tensoren - Zeichen und Begriffe
DIN 1312 : 1972-03	Geometrische Orientierung
DIN 1333 : 1992-02	Zahlenangaben
DIN 5473 : 1992-07	Logik und Mengenlehre - Zeichen und Begriffe
DIN 5487 : 1988-07	Fourier-, Laplace- und Z-Transformation - Zeichen und Begriffe
DIN 13302 : 1978-06	Mathematische Strukturen - Zeichen und Begriffe
ISO 31-11 : 1992	Quantities and units - Part 11: Mathematical signs and symbols for use in the physical sciences and technology

3 Pragmatische Zeichen

Bei den pragmatischen Zeichen (siehe Tabelle 1) handelt es sich nicht um mathematische Zeichen im eigentlichen Sinne. Ihre Bedeutung wird erst durch den Benutzer und eine Anwendungssituation von Fall zu Fall präzisiert.

Tabelle 1

Nr	Zeichen/Verwendung	Sprechweise/Benennung	Definition	Bemerkungen
3.1	$x \approx y$	x ungefähr gleich y	x und y stimmen mit einer für den Benutzer ausreichenden Genauigkeit überein.	
3.2	$x \ll y$	x wesentlich kleiner y	x kann gegenüber y für die Zwecke des Benutzers vernachlässigt werden.	
3.3	$x \gg y$	x wesentlich größer y	$y \ll x$	
3.4	$x \hat{=} y$	x entspricht y	In einem Modell wird y durch x dargestellt; x wird durch y interpretiert.	BEISPIEL: In einer Zeichnung sollen Geschwindigkeiten dargestellt werden: $1 \text{ cm} \hat{=} 5 \text{ m/s}$ gibt an, wie Geschwindigkeiten durch Längen gekennzeichnet werden.
3.5	...	und so weiter bis, und so weiter (unbegrenzt), Punkt, Punkt, Punkt	Bestandteil von Ausdrücken, der eine Auslassung kennzeichnet, die in bestimmter Weise ergänzt werden muß	Verwendung u. a. zur Angabe endlicher und unendlicher Folgen: $a_1, \dots, a_n$ oder $a_0, a_1, \dots$, von iterierten Verknüpfungen: $a_0 \cdot a_1 \cdot \dots \cdot a_n$ oder $a_0 + a_1 + \dots$, von unendlichen Dezimalbrüchen durch Anfangsstücke, z. B. $\sqrt{2} = 1,4142\dots$, Verwendung auch für Bereichsangaben (Laufvorzeichen) von Indizes: $i = 1, \dots, n$ oder $k = 0, 1, 2, \dots$ Zeichen fehlt in ISO 31-11 : 1992.
3.6	$x \dot{=} y$	x gerundet gleich y	y ist ein gerundeter Wert von x .	BEISPIEL: $\pi \dot{=} 3,1416$ In der Physik ist es im Gegensatz dazu üblich, genaue Werte durch Fettdruck der letzten Ziffer zu kennzeichnen. Siehe DIN 1333 : 1992-02. Zeichen fehlt in ISO 31-11 : 1992.
3.7	∞	unendlich	Dieses Zeichen tritt in verschiedenen zusammengesetzten Ausdrücken auf, die jeweils für sich definiert werden müssen. (fortgesetzt)	Siehe Anhang A.

Tabelle 1 (abgeschlossen)

Nr	Zeichen/Verwendung	Sprechweise/Benennung	Definition	Bemerkungen
3.8	Δx	Delta x	Differenz zweier Werte, die aus dem Zusammenhang zu entnehmen sind	Wenn im Zusammenhang x_1, x_2 vorkommen, so ist oft $\Delta x = x_2 - x_1, \Delta f = f(x_2) - f(x_1)$.
	Δf	Delta f		

4 Allgemeine arithmetische Relationen und Verknüpfungen

In diesem Abschnitt werden Gleichheit und Ungleichheit, Vergleichsrelationen sowie Addition und Multiplikation und deren Umkehrungen behandelt (siehe Tabelle 2). Diese Begriffe sind nicht nur für Zahlen, sondern auch in geeigneten anderen mathematischen Strukturen (siehe DIN 13 302 : 1978-06) sinnvoll. Dementsprechend seien in diesem Abschnitt x, y, z Zahlen oder Elemente einer geeigneten Struktur; für Nr 4.1 bis Nr 4.3 können x, y auch beliebige Objekte sein, da die Gleichheit als logischer Grundbegriff für beliebige Objekte erklärt ist. Die arithmetischen Relations- und Verknüpfungszeichen haben die übliche arithmetische Bedeutung oder eine besondere Bedeutung in der betreffenden Struktur. Hier werden $<, +, \cdot$ als Zeichen für arithmetische Grundbegriffe betrachtet und die anderen Begriffe aus diesen definiert. In diesem Abschnitt seien i, m, n, a, b ganze Zahlen.

Tabelle 2

Nr	Zeichen/Verwendung	Sprechweise/Benennung	Definition	Bemerkungen
4.1	$x = y$	x gleich y	Grundbegriff	Siehe Anhang A.
4.2	$x \neq y$	x ungleich y	Es ist nicht der Fall, daß $x = y$.	Wenn es aus satztechnischen Gründen erforderlich ist, kann auch $\neq$ geschrieben werden wie in ISO 31-11 : 1992.
4.3	$x \stackrel{\text{def}}{=} y$	x definitionsgemäß gleich y	x (das Definiendum) wird als gleichbedeutend mit y (dem Definens) eingeführt.	Es werden auch die Zeichen $\stackrel{\text{def}}{=}$ und $\stackrel{\text{def}}{:=}$ verwendet. Es ist zu beachten, daß das Zeichen $\stackrel{\text{def}}{=}$ in Programmiersprachen auch als Wertzuweisungszeichen benutzt wird.
4.4	$x < y$	x kleiner y	Grundbegriff	Siehe Anhang A.
4.5	$x \leq y$	x kleiner gleich y	$x < y$ oder $x = y$	Wenn es aus satztechnischen Gründen erforderlich ist, kann auch $\leq$ oder $\leq$ (wie in ISO 31 -11 : 1992) geschrieben werden.
4.6	$x > y$	x größer y	$y < x$	
4.7	$x \geq y$	x größer gleich y	$y \leq x$	
4.8	$x + y$	(Summe) x plus y	Grundbegriff	Siehe Bemerkungen zu Nr 4.5.
(fortgesetzt)				Siehe Anhang A.

Tabelle 2 (abgeschlossen)

Nr	Zeichen/Verwendung	Sprechweise/Benennung	Definition	Bemerkungen
4.9	$x - y$	(Differenz) x minus y	das z mit $y + z = x$	Das Minuszeichen wird auch als einstelliges Verknüpfungszeichen gebraucht: $-x \stackrel{\text{def}}{=} 0 - x$, wobei 0 das neutrale Element der Addition ist (siehe Nr 5.1).
4.10	$\frac{x \cdot y}{x y}$	(Produkt) x mal y	Grundbegriff	Der Multiplikationspunkt steht in halber Höhe und nicht auf der Linie. Siehe Anhang A.
4.11	$\frac{x}{y}$ x/y	(Quotient) x durch y	das z mit $y z = x$ für $y \neq 0$	Siehe Anhang A.
4.12	$\sum_{i=m}^n x_i$	Summe x_i für i von m bis n	$\sum_{i=m}^n x_i \stackrel{\text{def}}{=} 0$ für $m > n$ (leere Summe) $\sum_{i=m}^n x_i \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=m}^{n-1} x_i + x_n$ für $m \leq n$	Es handelt sich um eine rekursive Definition, und es gilt $\sum_{i=m}^n x_i = x_m + x_{m+1} + \dots + x_n$ für $m \leq n$. Siehe Anhang A.
4.13	$\prod_{i=m}^n x_i$	Produkt x_i für i von m bis n	$\prod_{i=m}^n x_i \stackrel{\text{def}}{=} 1$ für $m > n$ (leeres Produkt) $\prod_{i=m}^n x_i \stackrel{\text{def}}{=} \prod_{i=m}^{n-1} x_i \cdot x_n$ für $m \leq n$	Es handelt sich um eine rekursive Definition, und es gilt $\prod_{i=m}^n x_i = x_m x_{m+1} \cdot \dots \cdot x_n$ für $m \leq n$. Siehe Anhang A.
4.14	$f \sim g$ $f \propto g$	f proportional g	Es gibt eine Konstante $c \neq 0$, so daß für alle x gilt: $f(x) = c g(x)$.	Hierbei sind f, g Funktionen mit gleichem Definitionsbereich.
4.15	$m n$	m teilt n	Es gibt eine ganze Zahl k mit $m \cdot k = n$.	Wenn m kein Teiler von n ist, so wird das durch $m \nmid n$ gekennzeichnet. Zeichen fehlt in ISO 31-11 : 1992.
4.16	$a \equiv b \bmod m$	a kongruent b modulo m	$m (a - b)$	Die Kongruenzrelation modulo m ist eine Äquivalenzrelation, die mit Addition und Multiplikation verträglich ist; sie ist eine Kongruenzrelation im Sinne Nr 2.11 von DIN 13302 : 1978-06. Zeichen fehlt in ISO 31-11 : 1992.

5 Besondere Zahlen und Verknüpfungen

Die in diesem Abschnitt behandelten Begriffe (siehe Tabelle 3) beziehen sich auf reelle Zahlen, obwohl manche Begriffe auch in anderen Zusammenhängen sinnvoll sind. Es seien x, y reelle Zahlen und n, m ganze Zahlen, wobei n, m oft als nichtnegativ vorausgesetzt werden.

Tabelle 3

Nr	Zeichen/Verwendung	Sprechweise/Benennung	Definition	Bemerkungen
5.1	0	null	Die Zahl 0 ist dadurch definiert, daß für alle x gilt: $0 + x = x + 0 = x$.	0 ist neutrales Element bezüglich der Addition. Es fehlt in ISO 31-11 : 1992. Siehe Anhang A.
5.2	1	eins	Die Zahl 1 ist dadurch definiert, daß für alle x gilt: $1 \cdot x = x \cdot 1 = x$.	1 ist neutrales Element bezüglich der Multiplikation. Es fehlt in ISO 31-11 : 1992. Siehe Anhang A.
5.3	π	pi	Verhältnis von Umfang zu Durchmesser eines Kreises	$\pi = 3,141\,592\,653\,589\dots$
5.4	e	e	$\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$	$e = \exp(1) = 2,718\,281\,828\,459\dots$ Zum Limesbegriff siehe Nr. 10.1 und zur Definition der Exponentialfunktion exp siehe 12.1. e ist die Basis des natürlichen Logarithmus.
5.5	x^n	x hoch n , n -te Potenz von x	rekursive Definition für $n \geq 1$: $x^0 \stackrel{\text{def}}{=} 1$, $x^n \stackrel{\text{def}}{=} x^{n-1} \cdot x$, $x^{-n} \stackrel{\text{def}}{=} 1/x^n$, wenn $x \neq 0$	Genauso sind auch die Potenzen komplexer Zahlen mit ganzzahligen Exponenten definiert. Zu Potenzen positiver reeller Zahlen mit nicht ganzzahligen Exponenten siehe Nr 12.3.
5.6	$\sqrt{x}$	(Quadrat-)Wurzel x	das y mit $y \geq 0$ und $y^2 = x$	Es ist $x \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ vorausgesetzt. Zu „ $\in$ “ siehe Nr 4.1 von DIN 5473 : 1992-07. Es ist zu beachten, daß stets $\sqrt{x} \geq 0$ gilt, ferner $\sqrt{y^2} = y $ für alle $y \in \mathbb{R}$. $\pm\sqrt{x}$ sind die Zahlen, deren Quadrat x ist. Es ist $\sqrt{x} = x^{1/2}$ zu beachten.
5.7	$\sqrt[n]{x}$	n -te Wurzel x	das y mit $y \geq 0$ und $y^n = x$	Es ist $x \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ und $n \in \mathbb{N}^*$ vorausgesetzt. Es ist $\sqrt[n]{x} = x^{1/n}$ und $\sqrt[n]{x^m} = x^{m/n}$ zu beachten. Für ungerades n und $x > 0$ wird auch $\sqrt[n]{-x} \stackrel{\text{def}}{=} -\sqrt[n]{x}$ gesetzt.
5.8	$n!$	n Fakultät	$\prod_{i=1}^n$	Es gilt $0! = 1$ und $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$ für $n \geq 1$.

(fortgesetzt)

Tabelle 3 (fortgesetzt)

Nr	Zeichen/Verwendung	Sprechweise/Benennung	Definition	Bemerkungen
5.9	$(x)_n$	steigende Faktorielle (en: rising factorial), Pochhammer-Symbol	$\prod_{i=1}^n (x + i - 1)$	$(x)_n = x(x+1) \cdot \dots \cdot (x+n-1)$ für $n \in \mathbb{N}^*$ Anstelle von $(x)_n$ wird auch $x^{\overline{n}}$ verwendet. Zeichen fehlt in ISO 31-11 : 1992.
5.10	$[x]_n$ $(x)_n$	fallende Faktorielle (en: falling factorial)	$\prod_{i=1}^n (x - i + 1)$	$[x]_n = x(x-1) \cdot \dots \cdot (x-n+1)$ für $n \in \mathbb{N}^*$ Anstelle von $[x]_n$ wird auch $x^{\underline{n}}$ verwendet. In der Kombinatorik und Statistik, wo die steigende Faktorielle nicht verwendet wird, ist das Zeichen $(x)_n$ für die fallende Faktorielle verbreitet. Zeichen fehlt in ISO 31-11 : 1992.
5.11	$\binom{x}{n}$	x über n	$\prod_{i=1}^n \frac{x - i + 1}{i}$	$\binom{x}{n}$ ist der Binomialkoeffizient von x und n . Es ist $\binom{x}{n} = \frac{x(x-1) \cdot \dots \cdot (x-n+1)}{n!} = \frac{[x]_n}{n!}$. In ISO 31-11 : 1992 wird auch C_x^n verwendet.
5.12	$\operatorname{sgn} x$	Signum x	$\operatorname{sgn} x \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 1, & \text{wenn } x > 0 \\ 0, & \text{wenn } x = 0 \\ -1, & \text{wenn } x < 0 \end{cases}$	
5.13	$ x $	x Betrag	$ x \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} x, & \text{wenn } x \geq 0 \\ -x, & \text{wenn } x < 0 \end{cases}$	
5.14	$[x]$	größte ganze Zahl kleiner gleich x	das $n \in \mathbb{Z}$ mit $n \leq x < n+1$	BEISPIELE: $[\pi] = 3$, $[-\pi] = -4$. In ISO 31-11 : 1992 wird $\operatorname{ent} x$ und $E(x)$ verwendet.
5.15	$\lceil x \rceil$	kleinste ganze Zahl größer gleich x	das $n \in \mathbb{Z}$ mit $n-1 < x \leq n$	BEISPIELE: $\lceil \pi \rceil = 4$, $\lceil -\pi \rceil = -3$. Zeichen fehlt in ISO 31-11 : 1992.
5.16	$\operatorname{int} x$	ganzahliger Anteil von x , Ganzzahlanteil von x	$\operatorname{sgn} x \cdot \lfloor x \rfloor$	BEISPIELE: $\operatorname{int} \pi = 3$, $\operatorname{int}(-\pi) = -3$. Zeichen fehlt in ISO 31-11 : 1992.
5.17	$\operatorname{frac} x$	gebrochener Anteil von x	$x - \operatorname{int} x$	BEISPIELE: $\operatorname{frac} \pi = 0,14159\dots$, $\operatorname{frac}(-\pi) = -0,14159\dots$ Zeichen fehlt in ISO 31-11 : 1992.
5.18	$f : A \longrightarrow B$	f bildet A in B ab		Siehe Nr 7.7 von DIN 5473 : 1992-07. Zeichen fehlt in ISO 31-11 : 1992.

(fortgesetzt)

Tabelle 3 (abgeschlossen)

Nr	Zeichen/Verwendung	Sprechweise/Benennung	Definition	Bemerkungen
5.19	$x \xrightarrow{f} y$	x geht durch f in y über	$f(x) = y$	Das Symbol wird in iterierter Weise zur Darstellung von Kettenrechnungen im Schulunterricht benutzt. Es wird ferner zur Bildung von Diagrammen verwendet, wobei auch Pfeile in umgekehrter und vertikaler Richtung vorkommen können. Zur Angabe der Funktionen im Schulunterricht siehe Anhang A. Zeichen fehlt in ISO 31-11 : 1992.
5.20	$x \mapsto t(x)$	Funktion, die x auf $t(x)$ abbildet	Für jedes x ist $t(x)$ als Funktionswert zu nehmen.	Zum Funktionsbildungsoperator $\mapsto$ siehe DIN 5473 : 1992-07.
5.21	$f : x \mapsto t(x)$	f bildet x auf $t(x)$ ab	$f \stackrel{\text{def}}{=} x \mapsto t(x)$	Wenn die Argumente der Funktion auf A und die Werte auf B eingeschränkt werden, so wird auch $f : A \longrightarrow B, x \mapsto t(x)$ geschrieben.

6 Komplexe Zahlen

In diesem Abschnitt (siehe Tabelle 4) sei z eine komplexe Zahl, und x, y, φ seien reelle Zahlen.

Tabelle 4

Nr	Zeichen/Verwendung	Sprechweise/Benennung	Definition	Bemerkungen
6.1	i j	i j	Es gilt $i^2 = -1$.	Auch imaginäre Einheit genannt. In der Elektrotechnik ist das Zeichen j üblich. Siehe Anhang A.
6.2	$\text{Re } z$	Realteil z	Wenn $z = x + i y$, so ist $\text{Re } z \stackrel{\text{def}}{=} x$	Es gilt: $z = \text{Re } z + i \text{Im } z$.
6.3	$\text{Im } z$	Imaginärteil z	und $\text{Im } z \stackrel{\text{def}}{=} y$.	
6.4	$\bar{z}$ z^*	z konjugiert(-komplex)	$\text{Re } z - i \text{Im } z$	$\text{Re } z = \frac{1}{2}(z + \bar{z}), \text{Im } z = \frac{1}{2i}(z - \bar{z})$ In der Mathematik ist $\bar{z}$, in Physik und Technik z^* üblich.
6.5	$ z $	z Betrag	$\sqrt{z\bar{z}}$	Es ist stets $ z \in \mathbb{R}_{\geq 0}$. Für reelle z gilt die Übereinstimmung mit Nr 5.13.
6.6	$\arg z$	Argument z	das φ mit $-\pi < \varphi \leq \pi$ und $z = z \exp(i \varphi)$	Das Argument ist nur für $z \neq 0$ definiert. Es gilt: $z = z (\cos \varphi + i \sin \varphi)$. Siehe Anhang A.
6.7	$\text{sgn } z$	Signum z	$\text{sgn } z \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} \frac{z}{ z }, & \text{wenn } z \neq 0 \\ 0, & \text{wenn } z = 0 \end{cases}$	Es gilt $\text{sgn } z = \exp(i \arg z)$ für $z \neq 0$. Für reelle z gilt die Übereinstimmung mit Nr 5.12.