

Grundbegriffe der Meßtechnik

Begriffe für die Meßunsicherheit und für die Beurteilung von Meßgeräten und Meßeinrichtungen

DIN
1319
Teil 3

Basic concepts of measurement; concepts for uncertainty of measurement and for evaluation of measuring instruments

Ersatz für Ausgabe 01.72

Inhalt

	Seite
1 Anwendungsbereich und Zweck	1
2 Allgemeine Grundlagen	1
3 Ursachen und Arten von Meßabweichungen	2
4 Versuchsbedingungen	3
5 Rechnerische Erfassung der Zufallsstreuung von Meßwerten einer Meßreihe	3
6 Meßunsicherheit μ	5
7 Meßergebnis	6
8 Beurteilung von Meßgeräten und Meßeinrichtungen	7
Anhang A: Beispiele	10

1 Anwendungsbereich und Zweck

Diese Norm gilt sowohl für die Auswertung und Beurteilung von Messungen physikalischer Größen (siehe DIN 1319 Teil 1 und DIN 1313) als auch für die Beurteilung der dabei benutzten Meßgeräte und Meßeinrichtungen.

Zweck dieser Norm ist es, Begriffe für die Meßunsicherheit und Regeln für ihre zahlenmäßige Ermittlung im Fall einer einzelnen (insbesondere direkt) gemessenen physikalischen Größe festzulegen; für andere Fälle, z. B. eine physikalische Größe als Funktion mehrerer anderer Größen, ist eine weitere Norm in Vorbereitung. Ferner werden in Abschnitt 8 dieser Norm Grundbegriffe für die Beurteilung von Meßgeräten und Meßeinrichtungen definiert.

2 Allgemeine Grundlagen

Es ist das Ziel jeder Messung, den wahren Wert einer Meßgröße zu ermitteln. Wegen der in Abschnitt 3.1 genannten, bei der Messung wirkenden Einflüsse treten Meßabweichungen (nachfolgend meist kurz „Abweichungen“ genannt) auf. Sie sind der Grund, warum es keine Möglichkeit gibt, den wahren Wert x_w zu finden. Man geht deshalb gedanklich davon aus, daß die bei mehreren Einzelmessungen einer Meßreihe erhaltenen Werte, die Meßwerte x_i , Realisierungen einer Zufallsgröße X sind. Diese Zufallsgröße X folgt einer Wahrscheinlichkeitsverteilung, die insbesondere durch die beiden Parameter Erwartungswert μ und Standardabweichung σ gekennzeichnet ist. Bei Abwesenheit von systematischen Abweichungen (siehe Abschnitt 3.3) stimmt der Erwartungswert μ mit dem wahren Wert x_w der Meßgröße überein. Die Standardabweichung σ ist ein Streuungsmaß für die zufällige Abweichung eines einzelnen Meßwerts (siehe Abschnitt 3.2) vom Erwartungswert der Meßgröße.

Die Parameter μ und σ der Wahrscheinlichkeitsverteilung sind im allgemeinen nicht bekannt. Es besteht die Aufgabe, aus einer Meßreihe Schätzwerte für sie zu ermitteln. Üblicherweise werden der arithmetische Mittelwert $\bar{x}$ (siehe Abschnitt 5.1) als Schätzwert für μ und die (empirische) Standardabweichung s der Meßreihe (siehe Abschnitt 5.2) als Schätzwert für σ benutzt. Weil die Meßwerte Realisierungen einer Zufallsgröße sind, werden $\bar{x}$ von μ und s von σ zufällig abweichen.

Geht man von einer Annahme über den Verteilungstyp der Meßwerte aus (in dieser Norm wird Normalverteilung vorausgesetzt), so läßt sich mit Hilfe von $\bar{x}$ und s ein Vertrauensbereich angeben, der mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit – dem Vertrauensniveau $(1 - \alpha)$ – den Erwartungswert μ überdeckt (siehe Abschnitt 5.3). Durch diesen Vertrauensbereich wird der Einfluß der zufälligen Abweichungen auf das Meßergebnis (siehe DIN 1319 Teil 1) erfaßt.

Bekannte systematische Abweichungen schaltet man durch Korrekturen aus (siehe Abschnitt 3.3.2). Unbekannte systematische Abweichungen (siehe Abschnitt 3.3.3) versucht man durch Erweiterung des Vertrauensbereiches zu erfassen. Wie die Erweiterung des Vertrauensbereiches geschieht, hängt von den aus der Erfahrung ableitbaren Annahmen über die unbekannten systematischen Abweichungen ab (siehe Abschnitt 6.2).

Das endgültige Meßergebnis aus einer Meßreihe besteht aus dem um die bekannten systematischen Abweichungen berichtigten Mittelwert, verbunden mit einem Intervall, in dem vermutlich der wahre Wert x_w der Meßgröße liegt. Die Differenz zwischen der oberen Grenze dieses Intervalls und dem berichtigten Mittelwert bzw. die Differenz zwischen dem berichtigten Mittelwert und der unteren Grenze dieses Intervalls wird Meßunsicherheit genannt. Meistens, aber nicht immer, haben beide Differenzen den gleichen Wert (vgl. Abschnitte 6.3 und 7.1).

Zitierte Normen und andere Unterlagen, Weitere Normen, Frühere Ausgaben, Änderungen, Erläuterungen, Internationale Patentklassifikation und Stichwortverzeichnis siehe Originalfassung der Norm

Fortsetzung Seite 2 bis 11

Normenausschuß Einheiten und Formelgrößen (AEF) im DIN Deutsches Institut für Normung e. V.

Ausschuß Qualitätssicherung und angewandte Statistik (AQS) im DIN



Documents

Document Sharing Hub

3 Ursachen und Arten von Meßabweichungen

3.1 Ursachen von Meßabweichungen ¹⁾

Jeder Meßwert und damit jedes Meßergebnis für eine Meßgröße wird beeinflusst durch Unvollkommenheit der Meßgeräte und Meßeinrichtungen (einschließlich Maßverkörperungen), des Meßverfahrens und des Meßobjektes, außerdem durch die Umwelt und die Beobachter, wobei sich auch zeitliche Änderungen dieser Einflüsse auswirken.

Als Umwelteinflüsse sind örtliche Unterschiede und zeitliche Änderungen von z. B. Temperatur, Luftdruck, Feuchte, Spannung, Frequenz, äußeren elektrischen oder magnetischen Feldern zu beachten (siehe auch Abschnitt 8.3.1, Anmerkung 2 über Einflußgrößen).

Beobachtereinflüsse sind abhängig von den Eigenschaften und Fähigkeiten der Beobachter (z. B. Aufmerksamkeit, Übung, Sehschärfe, Schätzvermögen).

Darüber hinaus kann ein Meßergebnis verfälscht werden durch Irrtümer der Beobachter, durch Wahl eines zur Bestimmung der betrachteten Meßgröße ungeeigneten Meß- oder Auswertungsverfahrens, ferner durch Nichtbeachten bekannter Störeinflüsse. Derartige Fehlhandlungen werden in dieser Norm nicht behandelt.

3.2 Zufällige Abweichungen ²⁾, Streuung von Meßwerten

Nicht beherrschbare, nicht einseitig gerichtete Einflüsse während mehrerer Messungen am selben Meßobjekt innerhalb einer Meßreihe führen zu einer Streuung der Meßwerte um den Mittelwert der Meßreihe (siehe Abschnitt 5.1) und damit zu zufälligen Abweichungen der Meßwerte vom wahren Wert.

Die Zufallsstreuung kann durch geeignete statistische Größen gekennzeichnet und durch deren Schätzwert zahlenmäßig angegeben werden (siehe Abschnitt 5). Voraussetzung für verlässliche Schätzwerte ist, daß genügend unter Wiederholbedingungen (siehe Abschnitt 4.1) gewonnene Meßwerte vorliegen. Die Zufallsstreuung der Meßwerte macht – zusammen mit den unbekannten systematischen Abweichungen (siehe Abschnitt 3.3.3) – ein Meßergebnis unsicher.

Als Schätzwert für den wahren Wert wird der Mittelwert angesehen, solange keine systematischen Abweichungen auftreten.

Anmerkung: Wiederholt derselbe Beobachter an demselben Meßobjekt eine Messung der gleichen Meßgröße mit demselben Meßgerät unter den gleichen Bedingungen, so werden die einzelnen Meßwerte voneinander abweichen, sie „streuen zufällig“ (siehe auch Abschnitt 5).

Das Streuen der einzelnen Werte in einer Meßreihe kann auch dadurch hervorgerufen sein, daß sich das Meßobjekt selbst während der Meßdauer ändert, d. h. daß seine zu messende Eigenschaft, die Meßgröße, zufälligen Schwankungen unterworfen ist. Auch in diesem in der Praxis recht häufigen Fall ist die Bildung des Mittelwertes und der Standardabweichung sinnvoll, und es kann auch hier ein Vertrauensbereich angegeben werden, der jetzt die Veränderlichkeit der Meßgröße berücksichtigt.

Eine wesentliche Quelle von Streuung kann auch die Inhomogenität des Meßobjektes sein; ein Meßergebnis kann häufig nur als Mittelwert aus einer größeren Anzahl von unterschiedlichen Einzelmessungen am selben Meßobjekt ermittelt werden, z. B. die Härte eines Stahlteiles.

3.3 Systematische Abweichungen ²⁾

3.3.1 Allgemeines

Es gibt:

- a) systematische Abweichungen, die während der Messung einen konstanten Betrag und ein bestimmtes Vorzeichen (entweder plus oder minus) haben (z. B. auf Grund falscher Justierung des Meßgerätes),
- b) systematische Abweichungen, die sich zeitlich verändern, hervorgerufen durch Ursachen, die eine Änderung der Meßgröße in einer bestimmten Richtung bewirken (z. B. gerichteter Temperaturgang, Abnutzung, Alterung). Nach Möglichkeit sind solche zeitlichen Veränderungen während der Messung zu vermeiden.

Systematische Abweichungen sind in jedem Meßergebnis enthalten und können unter Wiederholbedingungen (siehe Abschnitt 4.1) nicht entdeckt werden.

Anmerkung: Eine strenge Unterscheidung zwischen zufälligen Abweichungen und unbekannten systematischen Abweichungen (siehe Abschnitt 3.3.3) ist nicht immer möglich und sinnvoll. Unter bestimmten Voraussetzungen, z. B. bei Ringversuchen mit genügender Anzahl von Teilnehmern, können systematische Abweichungen auch wie zufällige Abweichungen behandelt werden.

3.3.2 Bekannte systematische Abweichungen

Bekannte systematische Abweichungen – sowohl konstante wie zeitlich veränderliche – sollen durch Korrektur (Berichtigung) nach Abschnitt 8.2.5 berücksichtigt werden. Man erhält dadurch den berichtigten Meßwert. Wird ein mit systematischen Abweichungen behafteter Meßwert nicht berichtigt, so ist das Ergebnis unrichtig.

Anmerkung: Zu den bekannten systematischen Abweichungen gehören die z. B. durch Kalibrieren festgestellten systematischen Abweichungen von Meßgeräten; sie werden als Korrektur nach Abschnitt 8.2.5 berücksichtigt.

3.3.3 Unbekannte systematische Abweichungen

Es gibt auch systematische Abweichungen, die auf Grund experimenteller Erfahrungen vermutet oder deutlich werden, deren Betrag und Vorzeichen aber nicht eindeutig angegeben werden können oder überhaupt unbekannt sind. Solche unbekannten systematischen Abweichungen können jedoch in vielen Fällen (mit nicht statistischen Methoden) abgeschätzt werden; sie müssen dann bei der Berechnung der Meßunsicherheit in geeigneter Weise zusätzlich berücksichtigt werden (siehe Abschnitte 6.2 und 6.3). Darüber hinaus gibt es auch unbekannte systematische Abweichungen, die nicht abschätzbar sind.

Anmerkung: Unbekannte systematische Abweichungen können dadurch verursacht sein, daß ein Meßgerät einen unbekannten Fehler hat oder daß bei einem Meßverfahren unvermeidliche Störeinflüsse nicht berücksichtigt werden können.

Beispiel:

Wärmeverluste durch Ableitung bei kalorischen und Temperaturmessungen. Eine Aufklärung kann in solchem Fall nur die Anwendung andersartiger oder besserer Meßgeräte oder Meßverfahren bringen.

¹⁾ Kurz „Abweichungen“ genannt.

²⁾ Die zufälligen Abweichungen der Meßwerte wurden früher „zufällige Fehler“, die systematischen Abweichungen (siehe Abschnitt 3.3) „systematische Fehler“ genannt. Hinsichtlich der Zulässigkeit der Benennung „Fehler“ bei der Beurteilung von Meßergebnissen siehe Abschnitt 8.2.2.

4 Versuchsbedingungen

Vor jeder Beurteilung von Meßwerten einer Meßgröße ist zu prüfen, ob die Messungen unter den gleichen Versuchsbedingungen und unabhängig voneinander durchgeführt worden sind. Es hat sich als zweckmäßig erwiesen, aus den vielerlei möglichen Versuchsbedingungen folgende zwei Grenzfälle herauszuheben (siehe DIN 55 350 Teil 13 und DIN ISO 5725).

4.1 Wiederholbedingungen

Wiederholbedingungen liegen vor, wenn derselbe Beobachter nach einem festgelegten Meßverfahren am selben Meßobjekt unter gleichen Versuchsbedingungen (dasselbe Meßgerät, dasselbe Laboratorium) mehrmals in kurzen Zeitabständen Messungen durchführt.

Die Standardabweichung unter Wiederholbedingungen heißt Wiederholstandardabweichung σ_r . Aus einer bekannten Wiederholstandardabweichung σ_r läßt sich der Wert errechnen, unterhalb dessen der Betrag der Differenz zweier Meßwerte unter Wiederholbedingungen mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % erwartet werden kann; er ist die Wiederholbarkeit

$$r = 1,96 \sqrt{2} \sigma_r \approx 2,77 \sigma_r$$

(In DIN ISO 5725 wird anstelle von 2,77 der Zahlenwert 2,83 ($\approx 2 \cdot \sqrt{2}$) benutzt.)

Unter Wiederholbedingungen treten meist bei jeder Messung die gleichen systematischen Abweichungen auf. Sie sind deshalb aus der Wiederholmeßreihe nicht bestimmbar.

4.2 Vergleichbedingungen

Vergleichbedingungen liegen vor, wenn verschiedene Beobachter nach einem festgelegten Meßverfahren am selben Meßobjekt unter verschiedenen Versuchsbedingungen (verschiedene Meßgeräte, verschiedene Untersuchungsorte oder Laboratorien) zu verschiedenen Zeiten Messungen durchführen.

Die Standardabweichung unter Vergleichbedingungen heißt Vergleichstandardabweichung σ_R . Aus einer bekannten Vergleichstandardabweichung σ_R läßt sich der Wert errechnen, unterhalb dessen der Betrag der Differenz zweier Meßwerte unter Vergleichbedingungen mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % erwartet werden kann; er ist die Vergleichbarkeit

$$R = 1,96 \sqrt{2} \sigma_R \approx 2,77 \sigma_R$$

(In DIN ISO 5725 wird anstelle von 2,77 der Zahlenwert 2,83 ($\approx 2 \cdot \sqrt{2}$) benutzt.)

Unter Vergleichbedingungen treten beim Vergleich der Meßwerte aus den verschiedenen Laboratorien untereinander systematische Abweichungen zu Tage, die ohne weiteres in jedem einzelnen Laboratorium nicht bestimmbar sind.

Beispiel:

Bei vielen genormten Meßverfahren im Bereich der Mineralölprüfung ist die Vergleichstandardabweichung σ_R etwa doppelt so groß wie die Wiederholstandardabweichung σ_r .

Anmerkung 1: Als qualitativer Oberbegriff für die (quantitativen) Größen Wiederholstandardabweichung, Wiederholbarkeit, Vergleichstandardabweichung und Vergleichbarkeit wird häufig die Benennung „Präzision“ (englisch: „precision“), siehe DIN 55 350 Teil 13, verwendet.

Anmerkung 2: Da die Werte für die Wiederholstandardabweichung und Vergleichstandardabweichung in der Praxis aus länger laufenden Ringversuchen (u. a.

auch größere Zahl der teilnehmenden Laboratorien) ermittelt werden, dürfen bei der statistischen Auswertung die empirischen Standardabweichungen s_r und s_R (siehe Abschnitt 5.2) als ausreichende Schätzwerte für σ_r und σ_R angesehen werden.

5 Rechnerische Erfassung der Zufallsstreuung von Meßwerten einer Meßreihe

5.1 Arithmetischer Mittelwert $\bar{x}$

Sind bei einer Meßreihe n voneinander unabhängige Einzelmeßwerte $x_1, \dots, x_i, \dots, x_n$ unter Wiederholbedingungen (siehe Abschnitt 4.1) gemessen worden, so ist der arithmetische Mittelwert aus diesen n Einzelwerten, kurz Mittelwert $\bar{x}$ genannt (gesprochen x -quer), gegeben durch:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

$\bar{x}$ ist ein Schätzwert für den Erwartungswert μ .

Anmerkung: Einzelwerte sind voneinander unabhängig, wenn nachfolgende Messungen (und damit die erhaltenen Einzelmeßwerte) nicht durch die vorausgegangenen beeinflusst werden.

5.2 (Empirische) Standardabweichung s , Variationskoeffizient v

Die wichtigste Rechengröße für die zahlenmäßige Erfassung der Zufallsstreuung von n Einzelwerten einer Meßreihe um ihren Mittelwert $\bar{x}$ ist die (empirische) Standardabweichung s :

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right]} \quad (2)$$

Das Quadrat der Standardabweichung heißt Varianz s^2 bzw. σ^2 . Die (empirische) Standardabweichung s ist die positive Wurzel aus der Varianz s^2 und ein Schätzwert für die Standardabweichung σ .

An Stelle der (empirischen) Standardabweichung s wird auch der (empirische) Variationskoeffizient v benutzt. v wird oft in % ausgedrückt. Es gilt für $\bar{x} \neq 0$:

$$v = \frac{s}{|\bar{x}|} \quad (3)$$

Anmerkung: Zu einer Beurteilung der Ergebnisse von Versuchen führt auch das Aufzeichnen der Häufigkeitssummenkurve gewonnener Einzelwerte. Hierzu wird auf DIN 55 302 Teil 1 und Teil 2 „Statistische Auswertungsverfahren; Mittelwert und Streuung“ verwiesen.

5.3 Vertrauensgrenzen und Vertrauensbereich für den Erwartungswert μ

5.3.1 Allgemeines

Man darf (siehe Abschnitt 2) nicht annehmen, daß der Mittelwert $\bar{x}$ gleich dem Erwartungswert μ bzw. dem wahren Wert x_w sei, auch dann nicht, wenn keine systematischen Abweichungen vorhanden sind. Es ist aber möglich, ein Intervall um den um bekannte systematische Abweichungen berichtigten Mittelwert $\bar{x}$ (siehe Abschnitt 3.3.2) anzugeben, das den Erwartungswert mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit $(1 - \alpha)$ überdeckt. Die Grenzen dieses Intervalles heißen Vertrauensgrenzen für den Erwartungswert und das Intervall selbst wird Vertrauensbereich für den Erwartungswert genannt, zugeordnet zum Vertrauensniveau $(1 - \alpha)$. Stets muß deshalb beim Vertrauensbereich das gewählte Vertrauensniveau $(1 - \alpha)$ angegeben werden.

Wenn nichts anderes vereinbart ist, soll das Vertrauensniveau $1 - \alpha = 95\%$ benutzt werden (siehe ISO 3534).

Anmerkung: Das Vertrauensniveau $(1 - \alpha)$ (engl.: confidence level) wurde früher vielfach „statistische Sicherheit“ genannt und mit dem Formelzeichen P bezeichnet.

Zur Anwendung bevorzugter Werte des Vertrauensniveaus in der Praxis ist auf folgendes hinzuweisen: In der Physik und in der Vermessungstechnik rechnet man weithin mit dem einfachen Betrag der Standardabweichung und begnügt sich dabei bewußt mit dem niedrigen Vertrauensniveau $1 - \alpha = 68,26\%$. Die Unsicherheit der physikalischen Naturkonstanten wird ebenfalls durch die einfache Standardabweichung angegeben. In der Biologie hat man seit langem das hohe Vertrauensniveau $1 - \alpha = 99,73\%$ (3σ) für zweckmäßig gehalten; neuerdings werden runde Zahlen, z. B. $1 - \alpha = 99\%$, international bevorzugt. In der Industrie benutzt man weithin, auch international, das Vertrauensniveau $1 - \alpha = 95\%$. Dieses ist z. B. die Basis aller ASTM-Standards⁴⁾ und der deutschen Mineralölnormen.

Es ist stets eine Frage des vorliegenden Problems oder der Vereinbarungen, mit welchem Vertrauensniveau man arbeiten sollte; eine generelle Festlegung für alle Bereiche ist nicht sinnvoll. Wenn

nichts über das Vertrauensniveau gesagt ist, sollte man stets ein Vertrauensniveau $1 - \alpha = 95\%$ voraussetzen dürfen.

In dieser Norm wird vorausgesetzt, daß die Meßwerte aus einer Normalverteilung stammen und unabhängig voneinander gewonnen sind.

Bei der Berechnung der Vertrauensgrenzen ist zu unterscheiden, ob die Standardabweichung σ (siehe Abschnitt 2) nicht bekannt ist (z. B. bei neuartigen Versuchen) oder ob sie durch Erfahrung aus früheren Messungen ausreichend bekannt ist.

5.3.2 Vertrauensgrenzen und Vertrauensbereich bei unbekannter Standardabweichung σ

In vielen Fällen der Praxis ist nur die (empirische) Standardabweichung s einer Meßreihe mit n Einzelmeßwerten bekannt (Gleichung (2)). In diesem Fall sind die symmetrisch zum Mittelwert liegenden Vertrauensgrenzen für den Erwartungswert μ gegeben durch:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Obere Vertrauensgrenze: } \bar{x} + \frac{t}{\sqrt{n}} s \\ \text{Untere Vertrauensgrenze: } \bar{x} - \frac{t}{\sqrt{n}} s \end{array} \right\} \quad (4)$$

⁴⁾ ASTM American Society for Testing and Materials

Tabelle 1. Werte für t und $t/\sqrt{n}$ bei verschiedenen Werten des Vertrauensniveaus ($1 - \alpha$)

Anzahl n der Einzelwerte	$1 - \alpha = 68,26\%$		$1 - \alpha = 90\%$		$1 - \alpha = 95\%$		$1 - \alpha = 99\%$		$1 - \alpha = 99,5\%$		$1 - \alpha = 99,73\%$	
	t	$t/\sqrt{n}$	t	$t/\sqrt{n}$	t	$t/\sqrt{n}$	t	$t/\sqrt{n}$	t	$t/\sqrt{n}$	t	$t/\sqrt{n}$
2	1,84	1,30	6,31	4,46	12,71	8,98	63,66	45,01	127,32	90,03	235,8	166,7
3	1,32	0,76	2,92	1,69	4,30	2,48	9,93	5,73	14,09	8,13	19,21	11,09
4	1,20	0,60	2,35	1,18	3,18	1,59	5,84	2,92	7,45	3,73	9,22	4,61
5	1,15	0,51	2,13	0,95	2,78	1,24	4,60	2,06	5,60	2,50	6,62	2,96
6	1,11	0,45	2,02	0,82	2,57	1,05	4,03	1,65	4,77	1,95	5,51	2,25
8	1,08	0,38	1,90	0,67	2,37	0,84	3,50	1,24	4,03	1,42	4,53	1,60
10	1,06	0,34	1,83	0,58	2,26	0,71	3,25	1,03	3,69	1,17	4,09	1,29
13	1,05	0,29	1,78	0,49	2,18	0,60	3,05	0,85	3,43	0,95	3,76	1,04
20	1,03	0,23	1,73	0,39	2,09	0,48	2,86	0,64	3,17	0,71	3,45	0,77
30	1,02	0,19	1,70	0,31	2,05	0,37	2,76	0,50	3,04	0,56	3,28	0,60
32	1,02	0,18	1,70	0,30	2,04	0,36	2,74	0,49	3,02	0,53	3,26	0,58
50	1,01	0,14	1,68	0,24	2,01	0,28	2,68	0,38	2,94	0,42	3,16	0,45
80	1,00	0,11	1,66	0,19	1,99	0,22	2,64	0,30	2,89	0,32	3,10	0,35
100	1,00	0,10	1,66	0,17	1,98	0,20	2,63	0,26	2,87	0,29	3,08	0,31
125	1,00	0,09	1,66	0,15	1,98	0,18	2,62	0,23	2,86	0,26	3,07	0,27
200	1,00	0,07	1,65	0,12	1,97	0,14	2,60	0,18	2,84	0,20	3,04	0,21
über 200 (dann $t = t_{\infty}$)	1,00	$\frac{1,00}{\sqrt{n}}$	1,65	$\frac{1,65}{\sqrt{n}}$	1,96	$\frac{1,96}{\sqrt{n}}$	2,58	$\frac{2,58}{\sqrt{n}}$	2,81	$\frac{2,81}{\sqrt{n}}$	3,00	$\frac{3,00}{\sqrt{n}}$