

Elektrische Energietechnik

**Komponenten in Drehstromnetzen**

Begriffe, Größen, Formelzeichen

**DIN****13 321**

Electric power engineering; components in three-phase networks; concepts, quantities, and their letter symbols

**Inhalt**

|                                                                                | Seite |                                                                                        | Seite |
|--------------------------------------------------------------------------------|-------|----------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| <b>1 Zweck und Geltungsbereich</b> . . . . .                                   | 1     | <b>7.2 Übersicht über die Transformationsmatrizen</b> . . . . .                        | 4     |
| <b>2 Begriffe</b> . . . . .                                                    | 1     | 7.2.1 Kennzeichnung . . . . .                                                          | 4     |
| <b>3 Vereinfachende Annahmen</b> . . . . .                                     | 2     | 7.2.2 Symmetrische Komponenten . . . . .                                               | 4     |
| <b>4 Transformationsmatrizen</b> . . . . .                                     | 2     | 7.2.3 Orthogonalkomponenten<br>(ständerbezogen) . . . . .                              | 4     |
| 4.1 Allgemeines . . . . .                                                      | 2     | 7.2.4 Zweiachsenkomponenten<br>(läuferbezogen) . . . . .                               | 4     |
| 4.2 Folgerungen aus der Leistungsinvarianz . . . . .                           | 2     | 7.2.5 Raumzeigerkomponenten . . . . .                                                  | 4     |
| <b>5 Koeffizientenmatrizen im Originalraum</b> . . . . .                       | 2     | <b>7.3 Besondere Eigenschaften der Komponenten</b> . . . . .                           | 4     |
| 5.1 Allgemeine Form . . . . .                                                  | 2     | 7.3.1 Transformationsmatrizen . . . . .                                                | 4     |
| 5.2 Diagonale Symmetrie . . . . .                                              | 2     | 7.3.2 Beziehungen zwischen den<br>Komponenten unterschiedlicher Bildräume . . . . .    | 4     |
| 5.3 Zyklische Symmetrie . . . . .                                              | 3     | <b>8 Bezugskomponenten-invariante Form der<br/>symmetrischen Komponenten</b> . . . . . | 5     |
| 5.4 Diagonal-zyklische Symmetrie . . . . .                                     | 3     | <b>9 Komponententransformationen in<br/>Zeigerdiagrammen</b> . . . . .                 | 5     |
| <b>6 Koeffizientenmatrix in den Bildräumen</b> . . . . .                       | 3     | Anmerkungen . . . . .                                                                  | 9     |
| 6.1 Fall ohne zeitliche Ableitung<br>der Komponenten . . . . .                 | 3     | Stichwortverzeichnis . . . . .                                                         | 10    |
| 6.2 Fall mit zeitlicher Ableitung<br>der Komponenten . . . . .                 | 3     |                                                                                        |       |
| <b>7 Komponenten in leistungsinvarianter Form</b> . . . . .                    | 3     |                                                                                        |       |
| 7.1 Benennungen, Indizes, Bezugskompo-<br>nente, Homopolarkomponente . . . . . | 3     |                                                                                        |       |

**1 Zweck und Geltungsbereich**

Die Untersuchung von Betriebs- und Ausgleichsvorgängen in mehrphasigen Wechselstromnetzen wird durch die ohmsche, induktive und kapazitive Kopplung der Stränge erschwert. Die Berechnung und Darstellung solcher Vorgänge in Wechselstrom-Mehrphasensystemen wird entscheidend vereinfacht, wenn man die Werte der variablen Größen gekoppelter Stränge in entsprechende Werte weitgehend entkoppelter Stränge transformiert. Dies ist immer möglich bei Strängen, die in Aufbau und Anordnung gewisse Symmetriebedingungen erfüllen, wobei außerdem die verschiedenen variablen Größen linear voneinander abhängig sein müssen.

Im folgenden werden die mit den oben angedeuteten Transformationen zusammenhängenden Begriffe, Größen und Formelzeichen behandelt, und zwar ausschließlich für die zumeist vorkommenden dreiphasigen Drehstromnetze.

Formelzeichen komplexer Größen werden in dieser Norm nicht besonders gekennzeichnet. Konjugiert komplexe Größen werden durch einen hochgestellten Stern (\*) am Formelzeichen gekennzeichnet.

**2 Begriffe**

**2.1** Komponenten im Sinne dieser Norm (siehe Anmerkungen) sind die meist zeitlich veränderlichen Größen, für die das Überlagerungsprinzip gilt. Solche Größen können z. B. sein elektrische Ströme und Spannungen, elektrische und magnetische Feldstärken, Ladungen, Flüsse, elektrische Stromdichten, elektrische und magnetische Flußdichten, nicht aber Leistungen und Energien. Für die Komponenten wird das allgemeine Formelzeichen  $g$  sowohl für Augenblickswerte als auch für Effektivwerte — abweichend von DIN 5483 Teil 2 (z. Z. noch Entwurf) — verwendet.

**2.2** Koeffizienten im Sinne dieser Norm sind die Quotienten unterschiedlicher Komponenten. Zu diesen Quotienten gehören z. B. Impedanzen und Admittanzen sowie deren Wirkanteile und Blindanteile (siehe DIN 40110, Ausgabe Oktober 1975, Abschnitt 1.5.2), Induktivitäten und Kapazitäten, ferner Strom- und Spannungsübersetzungen.

**2.3** Originalgrößen (Originalkomponenten und Originalkoeffizienten) nennt man die Komponenten und Koeffizienten des dreiphasigen Drehstromnetzes (siehe Anmerkungen).

Fortsetzung Seite 2 bis 11

Normenausschuß Einheiten und Formelgrößen (AEF) im DIN Deutsches Institut für Normung e. V.  
Deutsche Elektrotechnische Kommission im DIN und VDE (DKE)

Nachdruck, auch auszugsweise, nur mit Genehmigung des DIN Deutsches Institut für Normung e. V., Berlin, gestattet.

**2.4 Bildgrößen** (Bildkomponenten und Bildkoeffizienten) nennt man die nach den Angaben der Abschnitte 4 und 6 transformierten Originalgrößen (siehe Anmerkungen).

**2.5 Originalraum** nennt man die Gesamtheit der Originalgrößen nach Abschnitt 2.3 (siehe Anmerkungen).

**2.6 Bildräume** nennt man die Gesamtheit der jeweils zusammengehörenden Bildgrößen nach Abschnitt 2.4 (siehe Anmerkungen).

**2.7 Komponententripel** nennt man das Tripel der Komponenten am selben Ort und zur selben Zeit im selben Originalraum oder Bildraum. Die Komponententripel werden durch Spaltenvektoren (siehe DIN 5486, Ausgabe Dezember 1962, Bemerkungen zu Nr 2.02) beschrieben.

**2.8 Zeiger** ist eine Darstellungsweise für komplexe Koeffizienten oder allgemeiner für spezielle Werte zeitlich oder räumlich sinusförmig veränderlicher komplexer Größen. Hierzu gehören z. B. der komplexe Augenblickswert, die komplexe Amplitude und der komplexe Effektivwert. Man unterscheidet ruhende Zeiger, z. B. die komplexe Amplitude und den komplexen Effektivwert, und rotierende Zeiger (Drehzeiger), z. B. den komplexen Augenblickswert.

### 3 Vereinfachende Annahmen

Dieser Norm liegen folgende Annahmen zugrunde:

**3.1** Einheitliche lineare und reguläre Transformation aller Komponenten (siehe DIN 5486).

**3.2** Zyklische oder diagonal-zyklische Symmetrie der Koeffizientenmatrix (siehe Abschnitte 5.3 und 5.4).

**3.3** Unabhängigkeit der Elemente der Transformationsmatrizen (siehe Abschnitt 4) von den Originalgrößen (siehe Abschnitt 2.3) und von den Bildgrößen (siehe Abschnitt 2.4).

**3.4** Unabhängigkeit der Koeffizienten von den Komponenten.

**3.5** Invarianz der komplexen Leistung: Die Summe der komplexen Leistungen ist in allen Bildräumen und im Originalraum gleich. Hiervon wird in der Bezugskomponenten-invarianten Form abgewichen (siehe Abschnitt 8 und Anmerkungen).

### 4 Transformationsmatrizen (siehe Anmerkungen)

#### 4.1 Allgemeines

Zwischen dem Komponententripel  $g_a, g_b, g_c$  in einem Drehstromnetz (Originalraum) und dem Komponententripel  $g_A, g_B, g_C$  in einem der hier betrachteten Bildräume besteht folgender Zusammenhang:

$$\begin{aligned} g_A &= t_{aa} g_a + t_{ab} g_b + t_{ac} g_c \\ g_B &= t_{ba} g_a + t_{bb} g_b + t_{bc} g_c \\ g_C &= t_{ca} g_a + t_{cb} g_b + t_{cc} g_c \end{aligned} \quad (1)$$

oder in Matrizenschreibweise:

$$\begin{pmatrix} g_A \\ g_B \\ g_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{aa} & t_{ab} & t_{ac} \\ t_{ba} & t_{bb} & t_{bc} \\ t_{ca} & t_{cb} & t_{cc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_a \\ g_b \\ g_c \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\text{oder kürzer: } \mathbf{g}_{ABC} = \mathbf{T} \mathbf{g}_{abc} \quad (3)$$

Dabei sind  $\mathbf{g}$  die Spaltenvektoren mit den durch die Indizes gekennzeichneten Elementen.

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} t_{aa} & t_{ab} & t_{ac} \\ t_{ba} & t_{bb} & t_{bc} \\ t_{ca} & t_{cb} & t_{cc} \end{pmatrix} \quad (4)$$

ist die beim Übergang vom Originalraum abc zum Bild-

raum ABC auftretende quadratische Transformationsmatrix. Entsprechende Transformationsmatrizen bestehen auch für Transformationen zwischen unterschiedlichen Bildräumen oder zwischen einem Bildraum und dem Originalraum.

Die Transformation vom Bildraum ABC in den Originalraum abc erfolgt durch die Beziehung:

$$\mathbf{g}_{abc} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{g}_{ABC} \quad (5)$$

Hierbei ist  $\mathbf{T}^{-1}$  die inverse (reziproke) Matrix von  $\mathbf{T}$  (siehe DIN 5486, Ausgabe Dezember 1962, Nr 3.01).

#### 4.2 Folgerungen aus der Leistungsinvarianz

Bezeichnet man mit  $\mathbf{g}^T$  bzw.  $\mathbf{T}^T$  die transponierten (gestürzten) Matrizen von  $\mathbf{g}$  bzw.  $\mathbf{T}$  (siehe DIN 5486, Ausgabe Dezember 1962, Nr 3.03), so gelten für die Summen der komplexen Leistungen in den einzelnen Strängen die Beziehungen:

Im Originalraum:

$$p_{abc} = u_a i_a^* + u_b i_b^* + u_c i_c^* = \mathbf{u}_{abc}^T \mathbf{i}_{abc}^* \quad (6)$$

Im Bildraum:

$$p_{ABC} = u_A i_A^* + u_B i_B^* + u_C i_C^* = \mathbf{u}_{ABC}^T \mathbf{i}_{ABC}^* \quad (7)$$

Die Summe der komplexen Leistungen in den einzelnen Strängen des Bildraums ergibt sich aus Gleichung (7) unter Beachtung von Gleichung (3) zu:

$$p_{ABC} = (\mathbf{T} \mathbf{u}_{abc})^T \mathbf{T}^* \mathbf{i}_{abc}^* = \mathbf{u}_{abc}^T \mathbf{T}^T \mathbf{T}^* \mathbf{i}_{abc}^* \quad (8)$$

Die nach Abschnitt 3.5 geforderte Leistungsinvarianz wird erfüllt durch Gleichsetzen von  $p_{ABC}$  nach Gleichung (8) und  $p_{abc}$  nach Gleichung (6), also:

$$\mathbf{u}_{abc}^T \mathbf{T}^T \mathbf{T}^* \mathbf{i}_{abc}^* = \mathbf{u}_{abc}^T \mathbf{i}_{abc}^* \quad (9)$$

Die Leistungsinvarianz stellt bei beliebigen  $\mathbf{u}_{abc}$  und  $\mathbf{i}_{abc}$  folgende Bedingung:

$$\mathbf{T}^T \mathbf{T}^* = \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

Hierbei ist  $\mathbf{E}$  die Einheitsmatrix (Einsmatrix) (siehe DIN 5486, Ausgabe Dezember 1962, Nr 2.06).  $\mathbf{T}$  muß also eine unitäre Matrix sein (siehe DIN 5486, Ausgabe Dezember 1962, Nr 3.12).

### 5 Koeffizientenmatrizen im Originalraum

(siehe Anmerkungen)

#### 5.1 Allgemeine Form

Die Stränge in einem Originalraum abc werden durch ihre Koeffizientenmatrix  $\mathbf{M}_{abc}$ , d. h. z. B. durch ihre Impedanzmatrix  $\mathbf{Z}_{abc}$  oder durch ihre Admittanzmatrix  $\mathbf{Y}_{abc}$ , eindeutig beschrieben. Die Koeffizientenmatrix für ein Drehstromnetz lautet in allgemeiner Form:

$$\mathbf{M}_{abc} = \begin{pmatrix} m_{aa} & m_{ab} & m_{ac} \\ m_{ba} & m_{bb} & m_{bc} \\ m_{ca} & m_{cb} & m_{cc} \end{pmatrix} \quad (11)$$

Beispielsweise sind die Spannungen und Ströme des Originalraums abc verknüpft durch die Beziehung:

$$\mathbf{u}_{abc} = \begin{pmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} \\ z_{ba} & z_{bb} & z_{bc} \\ z_{ca} & z_{cb} & z_{cc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} = \mathbf{Z}_{abc} \mathbf{i}_{abc} \quad (12)$$

mit  $\mathbf{Z}_{abc}$  als Impedanzmatrix.

#### 5.2 Diagonale Symmetrie

Die hierunter fallende Koeffizientenmatrix enthält sechs unterschiedliche Elemente, von denen drei symmetrisch zur Hauptdiagonale angeordnet sind. Hierbei vereinfacht sich die Koeffizientenmatrix nach Gleichung (11) durch die Bedingungen  $m_{ab} = m_{ba}$ ,  $m_{ac} = m_{ca}$ ,  $m_{bc} = m_{cb}$ .

Die diagonalsymmetrische Koeffizientenmatrix lautet also:

$$\mathbf{M}_d = \begin{pmatrix} m_{aa} & m_{ba} & m_{ca} \\ m_{ba} & m_{bb} & m_{cb} \\ m_{ca} & m_{cb} & m_{cc} \end{pmatrix} \quad (13)$$

Eine Koeffizientenmatrix in der Form von Gleichung (13) tritt z. B. bei einer Drehstromleitung auf, deren drei Außenleiter beliebig angeordnet sind. Liegt eine Koeffizientenmatrix nach Gleichung (13) vor, so lassen sich die Komponenten des Originalraumes in den Bildräumen nicht entkoppeln.

### 5.3 Zyklische Symmetrie

Die hierunter fallende Koeffizientenmatrix enthält drei unterschiedliche Elemente, durch deren zyklische Vertauschung sich jede Zeile aus der vorangehenden ergibt. Hierbei vereinfacht sich die Koeffizientenmatrix nach Gleichung (11) durch die Bedingungen  $m_{aa} = m_{bb} = m_{cc}$  und  $m_{ab} = m_{bc} = m_{ca}$  sowie  $m_{ac} = m_{ba} = m_{cb}$ .

Die zyklisch symmetrische Koeffizientenmatrix lautet also:

$$\mathbf{M}_z = \begin{pmatrix} m_{aa} & m_{ca} & m_{ba} \\ m_{ba} & m_{aa} & m_{ca} \\ m_{ca} & m_{ba} & m_{aa} \end{pmatrix} \quad (14)$$

Eine Koeffizientenmatrix in der Form von Gleichung (14) tritt z. B. bei Asynchronmaschinen im Dauerbetrieb auf. Liegt eine Koeffizientenmatrix nach Gleichung (14) vor, so lassen sich die Komponenten in den Bildräumen der symmetrischen Komponenten (siehe Abschnitt 7.2.2) und der Raumzeigerkomponenten (siehe Abschnitt 7.2.5) entkoppeln.

### 5.4 Diagonal-zyklische Symmetrie

Die hierunter fallende Koeffizientenmatrix enthält nur zwei unterschiedliche Elemente. Es handelt sich hier um den gemeinsamen Sonderfall der diagonalen Symmetrie nach Abschnitt 5.2 und der zyklischen Symmetrie nach Abschnitt 5.3. Hiermit vereinfacht sich die Koeffizientenmatrix nach Gleichung (14) durch die Bedingung  $m_{ba} = m_{ca}$ . Die diagonal-zyklische Koeffizientenmatrix lautet also:

$$\mathbf{M}_{dz} = \begin{pmatrix} m_{aa} & m_{ba} & m_{ba} \\ m_{ba} & m_{aa} & m_{ba} \\ m_{ba} & m_{ba} & m_{aa} \end{pmatrix} \quad (15)$$

Eine Koeffizientenmatrix in der Form von Gleichung (15) tritt z. B. bei den Strängen symmetrisch aufgebauter Übertragungsmittel in Drehstromnetzen auf. Liegt eine Koeffizientenmatrix nach Gleichung (15) vor, so sind die Komponenten für den Fall ohne zeitliche Ableitung (siehe Abschnitt 6.1) in allen Bildräumen entkoppelt.

## 6 Koeffizientenmatrix in den Bildräumen

### 6.1 Fall ohne zeitliche Ableitung der Komponenten

Wendet man Gleichung (3) und (5) auf die Spaltenvektoren  $\mathbf{u}$  bzw.  $\mathbf{i}$  für die Spannungen bzw. Ströme an, so folgt aus Gleichung (12):

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{ABC} &= \mathbf{T} \mathbf{u}_{abc} = \mathbf{T} \mathbf{Z}_{abc} \mathbf{i}_{abc} = \mathbf{T} \mathbf{Z}_{abc} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{i}_{ABC} \\ &= \mathbf{Z}_{ABC} \mathbf{i}_{ABC} \end{aligned} \quad (16)$$

Aus den beiden letzten Gliedern von Gleichung (16) ergibt sich, daß die den Bildraum beschreibende Impedanzmatrix mit der des Originalraumes verknüpft ist durch die Beziehung:

$$\mathbf{Z}_{ABC} = \mathbf{T} \mathbf{Z}_{abc} \mathbf{T}^{-1} \quad (17)$$

Ganz allgemein gilt für die Verknüpfung der Koeffizientenmatrizen des Bildraumes ABC und des Originalraumes abc:

$$\mathbf{M}_{ABC} = \mathbf{T} \mathbf{M}_{abc} \mathbf{T}^{-1} \quad (18)$$

Weist die Matrix  $\mathbf{M}_{abc}$  die Symmetrieeigenschaften nach

Gleichung (14) oder (15) auf, so gelingt es mit den Transformationsmatrizen von Tabelle 2, die Stränge, deren Eigenschaften durch die Koeffizientenmatrix  $\mathbf{M}_{abc}$  im Originalraum beschrieben werden, im Bildraum weitgehend zu entkoppeln.

### 6.2 Fall mit zeitlicher Ableitung der Komponenten

Bei der zeitlichen Ableitung von zeitabhängigen Matrizenprodukten ist die Regel für die Bildung der Ableitung des Produktes zweier Funktionen nach der Variablen (in diesem Fall nach der Zeit) zu beachten. Wendet man die Gleichungen (3) und (5) auf die Spaltenvektoren von  $\mathbf{u}$  bzw.  $\frac{d}{dt} \mathbf{i}$  für

die Spannungen bzw. die zeitliche Ableitung der Ströme an, so erhält man mit  $\mathbf{L}_{abc}$  als Induktivitätsmatrix:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{ABC} &= \mathbf{T} \mathbf{u}_{abc} = \mathbf{T} \frac{d}{dt} (\mathbf{L}_{abc} \mathbf{i}_{abc}) \\ &= \mathbf{T} \mathbf{L}_{abc} \frac{d}{dt} (\mathbf{T}^{-1} \mathbf{i}_{ABC}) \\ &= \mathbf{T} \mathbf{L}_{abc} \mathbf{T}^{-1} \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{ABC} \\ &\quad + \mathbf{T} \mathbf{L}_{abc} \frac{d}{dt} (\mathbf{T}^{-1}) \mathbf{i}_{ABC} \\ &= \mathbf{L}_{ABC} \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{ABC} + \mathbf{L}_{ABC} \mathbf{i}_{ABC} \end{aligned} \quad (19)$$

Aus den beiden letzten Zeilen von Gleichung (19) ergibt sich, daß die den Bildraum beschreibenden Matrizen mit der des Originalraumes verknüpft sind durch die Beziehungen:

$$\mathbf{L}_{ABC} = \mathbf{T} \mathbf{L}_{abc} \mathbf{T}^{-1} \quad (20)$$

und

$$\mathbf{L}_{ABC} = \mathbf{T} \mathbf{L}_{abc} \frac{d}{dt} (\mathbf{T}^{-1}) \quad (21)$$

(bezüglich des Index ~ siehe Anmerkungen).

Ganz allgemein gilt für die Verknüpfung der Koeffizientenmatrizen des Bildraumes (Index ABC) mit denen des Originalraumes (Index abc):

$$\mathbf{M}_{ABC} = \mathbf{T} \mathbf{M}_{abc} \mathbf{T}^{-1} \quad (22)$$

und

$$\mathbf{M}_{ABC} = \mathbf{T} \mathbf{M}_{abc} \frac{d}{dt} (\mathbf{T}^{-1}) \quad (23)$$

## 7 Komponenten in leistungsinvarianter Form

### 7.1 Benennungen, Indizes, Bezugskomponente, Homopolarkomponente

Tabelle 1 gibt eine Übersicht über die verschiedenen Komponenten mit ihren Benennungen, Indizes und den Bezugskomponenten. Dabei sind in Spalte 3 anstelle der in den vorigen Abschnitten verwendeten Indizes abc für die Originalgrößen und ABC für die Bildgrößen die zu den einzelnen Komponententripeln gehörenden speziellen Indizes angegeben.

In Spalte 4 sind die Indizes der Bezugskomponenten (siehe Abschnitt 8) aufgeführt. Hierbei geht man vereinbarungsgemäß von der Komponente  $g_R$  als Zeiger (siehe Tabelle 3, Zeile 2) im Originalraum aus und ordnet dieser in jedem Bildraum eine Bezugskomponente mit folgender Eigenschaft zu: Sie muß im symmetrischen Betrieb, d. h. bei verschwindender Homopolarkomponente  $g_h$  (siehe Tabelle 3), sowie für verschwindende Zeitfunktion  $\xi(t) = 0$  (siehe Tabelle 3) mit der Bezugskomponente  $g_R$  des Originalraumes bis auf einen konstanten reellen Faktor übereinstimmen.

Die Homopolarkomponente  $g_h$  ist in allen Bildräumen gleich (siehe Tabelle 2), nämlich

$$\sqrt{3} g_h = g_R + g_S + g_T \quad (24)$$

Sie wird in den folgenden Abschnitten 7.2 und 7.3 nicht immer ausdrücklich aufgeführt.

## 7.2 Übersicht über die Transformationsmatrizen

### 7.2.1 Kennzeichnung

Tabelle 2 zeigt die Matrizen (siehe auch Abschnitte 4 und 6), mit denen zwischen dem Originalraum und den Bildräumen transformiert wird.

Es empfiehlt sich, schon aus der Transformationsmatrix erkennbar zu machen, aus welchem Raum in welchen Raum eine Größe  $g$  transformiert werden soll.

Zu diesem Zweck ist das Zeichen  $T$  der Transformationsmatrix mit zwei entsprechenden Indizes zu kennzeichnen. Hierbei ist der erste (zweite) Index der Index der Bezugskomponente jenes Raumes, aus dem (in den) transformiert wird.

#### Beispiele:

$$g_{h\alpha\beta} = T_{R\alpha} g_{RST}, \quad g_{hdq} = T_{Rd} g_{RST}, \quad g_{h\alpha\beta} = T_{p\alpha} g_{hpn}$$

Tabelle 3 zeigt die vorhandenen Komponententripel einer im Originalraum dreiphasig symmetrischen Größe vor und nach leistungsinvarianter Transformation.

### 7.2.2 Symmetrische Komponenten

Die symmetrischen Komponenten bieten besondere Vorteile beim Rechnen mit Zeigern. Die Mitkomponente  $g_p$  beschreibt vollständig ein symmetrisches dreiphasiges Zeigertripel mit der Phasenfolge R S T. Entsprechend kennzeichnet die Gegenkomponente  $g_n$  vollständig ein symmetrisches Zeigertripel mit der Phasenfolge R T S.

Symmetrische Komponenten werden vorwiegend zur Untersuchung von Drehstromnetzen im eingeschwungenen Zustand verwendet.

In der Praxis wird meist die Bezugskomponenten-invariante Form verwendet (siehe Abschnitt 8).

### 7.2.3 Orthogonalkomponenten (ständerbezogen)

Drehfelder mit verschwindender Homopolarkomponente lassen sich statt mit drei Strängen auch mit zwei Strängen erzeugen. Hierbei sind die beiden Feldkomponenten  $g_\alpha$

und  $g_\beta$  räumlich und zeitlich um den Winkel  $\frac{\pi}{2}$  rad gegeneinander versetzt.

Orthogonalkomponenten werden zweckmäßig für zeitveränderliche Größen (Untersuchung von Ausgleichsvorgängen in Netzen mit analogen oder digitalen Rechenanlagen) und für Zeiger (Untersuchung von Mehrfachfehlern am Wechselstrom-Netzmodell) verwendet.

### 7.2.4 Zweiachsenkomponenten (läuferbezogen)

Die Zweiachsenkomponenten  $g_h, g_d, g_q$  sind die frequenztransformierte, d. h. die auf  $\zeta = \omega_r t$  sich beziehende Form der Orthogonalkomponenten  $g_h, g_\alpha, g_\beta$  (siehe Tabelle 2, Spalte 3, Nr 4 und erläuternder Text unter der Tabelle).

Zweiachsenkomponenten werden vorzugsweise zur Untersuchung der Vorgänge in Synchronmaschinen verwendet. Man wählt dabei die zunächst beliebige Funktion  $\zeta(t)$  (siehe Tabelle 2) so, daß sie dem Winkel zwischen der ortsfesten Wicklungsachse des Ständers (Bezugskomponente  $g_R$ ) und der rotierenden Wicklungsachse des Läufers (Bezugskomponente  $g_d$ ) entspricht. Das bei der Untersuchung von Betriebs- und Ausgleichsvorgängen in Synchronmaschinen auftretende System von Differentialgleichungen enthält dann bei konstanter Drehzahl trotz der anisotropen Struktur des Läufers nur konstante (von der Zeit unabhängige) Koeffizienten. Sind die Kreisfrequenz  $\omega$  des Netzes und die Winkelgeschwindigkeit  $\omega_r$  des Läufers konstant und gleich groß, so sind die Komponenten konstant (siehe Tabelle 3, Spalte 4, Nr 2).

### 7.2.5 Raumzeigerkomponenten

Die Raumzeigerkomponenten  $g_h, g_s, g_z$  sind die frequenztransformierte, d. h. die auf  $\zeta = \omega_r t$  sich beziehende Form der symmetrischen Komponenten  $g_h, g_p, g_n$  (siehe Tabelle 2, Spalte 2, Nr 5 und erläuternder Text unter der Tabelle). Raumzeigerkomponenten werden vorwiegend bei der Untersuchung von Netzen mit mehreren Synchronmaschinen verwendet.

Sind die Originalgrößen  $g_{RST}$  Augenblickswerte, so wird die Komponente  $g_s$  auch als Raumzeiger bezeichnet.

Die drei Projektionen eines Raumzeigers auf drei feststehende, um  $\frac{3\pi}{2}$  rad räumlich versetzte Achsen sind dann

den Augenblickswerten der betrachteten Größe in den Außenleitern RST nach Abzug der Homopolarkomponente proportional.

## 7.3 Besondere Eigenschaften der Komponenten

### 7.3.1 Transformationsmatrizen

Bei Transformationen zwischen den Komponenten  $g_R, g_S, g_T; g_h, g_\alpha, g_\beta$  und  $g_h, g_d, g_q$  sind die Transformationsmatrizen reell. Bei sämtlichen Transformationen, die auf symmetrische Komponenten  $g_h, g_p, g_n$  oder auf Raumzeigerkomponenten  $g_h, g_s, g_z$  führen, sind die Transformationsmatrizen komplex (siehe Tabelle 2). Allgemein gilt jedoch stets für die zeitveränderlichen Größen: Die Summe der Augenblickswerte der Leistungen  $u_{ABC}^T i_{ABC}^* = u_{abc}^T i_{abc}^*$  ist immer reell (siehe Gleichungen (6) und (7)), obwohl  $u_{ABC}$  und  $i_{ABC}$  selbst komplex sein können. Dabei sind alle zwischen den in Tabelle 1 angegebenen Komponenten möglichen Transformationen zu jedem Zeitpunkt auch bezüglich der Summen der Augenblicksleistungen invariant.

Bei der gewohnten komplexen Rechnung erhält man die Zeitfunktion als Realteil des entsprechenden Zeigers. Damit ist üblicherweise ein einfacher Übergang zwischen Zeitfunktionen und Zeigern gegeben. Nach Anwendung komplexer Transformationen ist streng zwischen zeitveränderlichen Funktionen und Zeigerfunktionen zu unterscheiden, da hierbei der erwähnte Zusammenhang (Beispiel siehe Tabelle 3) nicht mehr besteht.

### 7.3.2 Beziehungen zwischen den Komponenten unterschiedlicher Bildräume

Für  $\zeta = 0$  sind die symmetrischen Komponenten  $g_h, g_p, g_n$  ein Sonderfall der Raumzeigerkomponenten  $g_h, g_s, g_z$  (siehe Tabelle 2, Spalte 1, Nr 2 und 5) und die Orthogonalkomponenten  $g_h, g_\alpha, g_\beta$  ein Sonderfall der Zweiachsenkomponenten  $g_h, g_d, g_q$  (siehe Tabelle 2, Spalte 1, Nr 3 und 4).

Weiter bestehen folgende Zusammenhänge zwischen Raumzeigerkomponenten und Zweiachsenkomponenten (siehe Tabelle 2, Kreuzungsfeld Spalte 4 und Nr 5):

$$\begin{aligned} \sqrt{2} g_s &= g_d + j g_q \\ \sqrt{2} g_z &= g_d - j g_q \end{aligned} \quad (25)$$

und entsprechend für den Sonderfall der symmetrischen Komponenten und der Orthogonalkomponenten (siehe Tabelle 2, Kreuzungsfeld Spalte 3 und Nr 2):

$$\begin{aligned} \sqrt{2} g_p &= g_\alpha + j g_\beta \\ \sqrt{2} g_n &= g_\alpha - j g_\beta \end{aligned} \quad (26)$$

Bei reellen Komponenten  $g_R, g_S, g_T$  im Originalraum folgt aus Gleichung (25) und (26):

$$g_z = g_s^* \quad (27)$$

$$g_n = g_p^* \quad (28)$$