

Zahlenangaben  
Dezimalschreibweisen

DIN  
1333  
Blatt 1

Presentations of numbers; modes of writing

1. Zweck und Anwendung

Diese Norm enthält Regeln darüber, wie in wissenschaftlichen und technischen Veröffentlichungen und Mitteilungen die Ergebnisse von Messungen und Berechnungen in Dezimalschreibweise (im Dezimalsystem) geschrieben werden sollen.

Diese Norm gilt nicht für Versuchsprotokolle, nicht innerhalb der Auswertungen und Umrechnungen von Meßdaten in Meßergebnisse (indirekte Meßverfahren im Sinne DIN 1319 Blatt 1) und nicht innerhalb mathematischer Berechnungen.

Runden von Zahlen siehe DIN 1333 Blatt 2.

2. Zahlenangaben ohne Unsicherheit

2.1. Rationale Zahlen

2.1.1. Jede rationale Zahl ist vorzugsweise mit allen ihren Ziffern zu schreiben. Ist sie periodisch, so werden die Ziffern der letzten vollständig geschriebenen Periode überstrichen.

Beispiele:

$2,413 \cdot 1,089 = 2,627\ 757$

$442/70 = 6,314\ 285\ 7 = 6,314\ 285\ 714$

2.1.2. Würde die vollständige Schreibweise nach Abschnitt 2.1.1 zu viele Ziffern erfordern, so werden so viele der errechneten Ziffern hinter dem Komma geschrieben, wie voraussichtlich einem Benutzer dienlich sein werden. Die weggelassenen Ziffern werden, unabhängig von ihrer Anzahl, durch drei Punkte ersetzt (siehe Anmerkung). Auch hier können die zu einer Periode gehörigen Ziffern und Punkte überstrichen werden.

Beispiele (anknüpfend an die des Abschnittes 2.1.1):

$2,413 \cdot 1,089 = 2,627 \dots$

$442/70 = 6,314 \dots$

2.1.3. Soll eine Zahl mit endlich vielen Dezimalstellen als genau gekennzeichnet werden, so wird ihre letzte Ziffer halbfett gedruckt oder, in Hand- oder Maschienschrift, unterstrichen. Diese Kennzeichnung wird besonders empfohlen für konventionell festgelegte Zahlen mit mehr als einer Dezimalstelle.

Beispiele:

Tripelpunkttemperatur des Wassers:

$273,16\ \text{K} = 273,1\dot{6}\ \text{K}$

Normwert der Fallbeschleunigung:

$9,806\ 65\ \text{m/s}^2 = 9,806\ 6\dot{5}\ \text{m/s}^2$

Seemeile:

$1\ \text{sm} = 1,852\ \text{km} = 1,85\dot{2}\ \text{km}$

2.2. Irrationale Zahlen

Jede irrationale Zahl hat unendlich viele Dezimalstellen hinter dem Komma, aber keine Periode. Es werden so viele der errechneten Ziffern hinter dem Komma

geschrieben, wie voraussichtlich einem Benutzer dienlich sein werden. Die weggelassenen Ziffern werden durch drei Punkte ersetzt (siehe Anmerkung zu Abschnitt 2.1.2).

Beispiel:  $\pi = 3,141\ 592 \dots$

3. Zahlenangaben mit Unsicherheit

Alle Meßergebnisse und viele Rechenergebnisse sind gewonnen mit einer vom Meß- und Rechenverfahren herrührenden Unsicherheit  $u$ . Diese kann mittels einer kritischen Untersuchung des angewendeten Verfahrens oder aus Erfahrungen mit früheren Anwendungen desselben Verfahrens geschätzt werden. Falls wiederholte Messungen derselben Größe vorgenommen worden sind, so kann, unter Zugrundelegung eines konventionellen Wertes der statistischen Sicherheit (siehe DIN 1319 Blatt 3, Ausgabe Januar 1972, Abschnitt 6), aus der Streuung der Meßwerte die Unsicherheit  $u$  des Meßergebnisses berechnet werden und zugleich die Unsicherheit  $u'$  der Unsicherheit  $u$ .

3.1. Schreibweisen mit Angabe der Unsicherheit

Um die gewonnene Information umfassend mitzuteilen, gibt man zusätzlich zur Ergebniszahl auch ihre Unsicherheit  $u$  an und gegebenenfalls die ihrer Berechnung zugrunde gelegte statistische Sicherheit.

3.1.1. Für solche informationsreichen Mitteilungen wird empfohlen, die Ergebniszahl nach DIN 1333 Blatt 2, Ausgabe Februar 1972, Abschnitt 2) zu runden, und zwar an derjenigen Dezimalstelle, deren Stellenwert (siehe Anmerkung zu Abschnitt 1) größer als  $u/30$ , aber nicht größer als  $u/3$  ist (Begründung siehe Anmerkung).

Beispiele:

|                        |           |           |
|------------------------|-----------|-----------|
| gewonnene Ergebniszahl | 8,579 613 | 8,579 613 |
| Unsicherheit $u$       | 0,003 93  | 0,001 93  |

|                                                                                |       |         |
|--------------------------------------------------------------------------------|-------|---------|
| Stellenwert $\left\{ \begin{array}{l} \leq u/3 \\ > u/30 \end{array} \right\}$ | 0,001 | 0,000 1 |
|--------------------------------------------------------------------------------|-------|---------|

|                            |       |         |
|----------------------------|-------|---------|
| Rundestelle                |       |         |
| mitzuteilende Ergebniszahl | 8,580 | 8,579 6 |

Die vorstehende Regel kann auch folgendermaßen ausgesprochen werden: Ist die erste von 0 verschiedene Ziffer der Unsicherheit  $u$  eine der Ziffern 3 bis 9, so ist an deren Dezimalstelle die Ergebniszahl zu runden (linkes Beispiel); ist sie die Ziffer 1 oder 2, so ist an der Dezimalstelle rechts daneben die Ergebniszahl zu runden (rechtes Beispiel).

Aus der Unsicherheit  $u$  wird also nur die Rundestelle bestimmt. Auf das danach durchzuführende Runden hat weder die Unsicherheit  $u$  weiteren Einfluß noch gegebenenfalls die statistische Sicherheit.

Fortsetzung Seite 2  
Anmerkungen Seite 2 und 3  
Erläuterungen Seite 4

**3.1.2.** Üblicherweise werden die Ergebniszahl und ihre Unsicherheit unmittelbar hintereinander geschrieben mit nur dem Zeichen  $\pm$  dazwischen. Hierfür wird empfohlen, die Unsicherheit nach DIN 1333 Blatt 2, Ausgabe Februar 1972, Abschnitt 4.2, aufzurunden, und zwar an derselben Dezimalstelle, an der die Ergebniszahl gerundet ist. Demnach sind in den Beispielen des Abschnittes 3.1.1 die Ergebnisse zu schreiben:

$$8,580 \pm 0,004 \quad 8,759\,6 \pm 0,0020.$$

**3.1.3.** Die Unsicherheit  $u$  kann auch getrennt von der Ergebniszahl angegeben werden, zum Beispiel der gemeinsame Unsicherheitswert mehrerer in derselben Tabellenspalte oder -zeile stehender Ergebniszahlen. Ist in einem solchen Falle die Unsicherheit  $u'$  der Unsicherheit  $u$  bekannt, so wird empfohlen, abweichend vom Abschnitt 3.1.2 die Unsicherheit  $u$  an derjenigen Dezimalstelle aufzurunden, deren Stellenwert größer als  $u'/30$ , aber nicht größer als  $u'/3$  ist.

### 3.2. Schreibweisen ohne Angabe der Unsicherheit

Soll oder kann, abweichend vom Abschnitt 3.1, die Unsicherheit nicht mitgeteilt werden, so ist an einer der Dezimalstellen weiter links als nach Abschnitt 3.1.1 zu runden, um Ziffern zweifelhafter Sicherheit an den letzten Stellen der mitzuteilenden Ergebniszahl zu vermeiden. Jedoch übertrifft in diesem Falle der Stellenwert der Rundestelle den Betrag  $u/3$ , d. h. die Unsicherheit ist im Vergleich zu ihrem ermittelten Wert vergrößert (siehe Anmerkungen).

**3.2.1.** Wird die Ergebniszahl um nur eine Stelle weiter links als nach Abschnitt 3.1.1 gerundet, also an derjenigen Dezimalstelle, deren Stellenwert größer als  $u/3$ , aber nicht größer als  $10 u/3$  ist, so wird hierdurch die Unsicherheit vergrößert auf ungefähr den 3fachen Rundestellenwert. Hierauf ist aufmerksam zu machen, indem die letzte Ziffer der Ergebniszahl tief gestellt oder in kleinerem Schriftgrad gedruckt wird. Vorher ist nötigenfalls das Komma so weit nach links zu verschieben (siehe DIN 1333 Blatt 2, Ausgabe Februar 1972, Abschnitt 3), daß die Rundestelle zur mindestens zweiten Stelle hinter dem Komma wird.

In dieser Schreibweise lauten die Ergebnisse der Beispiele des Abschnitts 3.1.1:

$$\begin{array}{ll} 8,58 & 8,580 \\ \text{oder} & 8,58 \end{array}$$

**3.2.2.** Wird noch weiter links als nach Abschnitt 3.2.1 gerundet, also an einer Dezimalstelle, deren Stellenwert größer als  $10 u/3$  ist, so wird die Unsicherheit weiter vergrößert auf mehr als die Hälfte, aber weniger als das 0,6fache des Stellenwertes der nun gewählten Rundestelle (siehe Anmerkung zu Abschnitt 3.2). In dieser Schreibweise lauten die Ergebnisse der Beispiele des Abschnittes 3.1.1:

$$8,6 \quad 8,58$$

## 4. Übersichtliche Schreibweise

**4.1.** Stehen mehr als 3 Ziffern links oder rechts vom Komma, so wird die Lesbarkeit verbessert, indem, vom Komma ausgehend, Gruppen aus vorzugsweise 3 Ziffern gebildet und dazwischen Lücken gelassen werden (siehe DIN 1338, Ausgabe Februar 1972, Abschnitt 2.2).

Beispiel: 827 346,729 28

**4.2.** Manchmal ist es erforderlich (siehe als Beispiel DIN 1333 Blatt 2, Ausgabe Februar 1972, Abschnitt 3) und oft fördert es die Lesbarkeit, eine Zahl als Produkt aus einem Faktor in Dezimalschreibweise und einer Zehnerpotenz mit ganzzahligem Exponenten zu schreiben. Dabei ist in bekannter Weise der Exponent um so größer, je weiter links das Komma steht.

Für diese Schreibweise wird empfohlen, das Komma entweder unmittelbar vor die erste von 0 verschiedene Ziffer oder um höchstens 3 Dezimalstellen weiter rechts zu setzen. Der in Dezimalschreibweise geschriebene Faktor soll also nicht kleiner als 0,1, aber kleiner als 1000 sein.

Unter den hiernach verfügbaren Kommastellungen sind diejenigen zu bevorzugen, die einen durch 3 teilbaren Zehnerexponenten ergeben. Statt der Schreibweise des Beispiels im Abschnitt 4.1 ist also  $0,827\,346\,729\,28 \cdot 10^6$  oder  $827,346\,729\,28 \cdot 10^3$  zu bevorzugen.

## Anmerkungen

### Zu 1.

Die als bekannt vorausgesetzte Dezimalschreibweise liegt auch vor, wenn keine Ziffer hinter dem als Dezimalzeichen gebräuchlichen Komma steht und dieses deshalb weggelassen ist.

Die Ziffer, die um  $i$  Stellen weiter links oder um  $j$  Stellen weiter rechts steht als die unmittelbar links neben dem Komma stehende Ziffer, hat den Stellenwert  $10^{+i}$  oder  $10^{-j}$ . Es haben also die ersten 3 Ziffern links und die ersten 2 Ziffern rechts vom Komma die Stellenwerte

$$\begin{array}{l} 10^{+2} = 100; \quad 10^{+1} = 10; \quad 10^0 = 1; \\ 10^{-2} = 0,01; \quad 10^{-1} = 0,1. \end{array}$$

### Zu 2.1.2.

Das Ersetzen von Dezimalstellen durch drei Punkte am Ende einer Zahl ist nur nach Weglassen von Ziffern, nicht nach vollzogener Aufrundung anwendbar.

### Zu 2.1.3.

Aus mathematischer Sicht wäre es sinnvoller, die Zahlenangaben mit Unsicherheit (siehe Abschnitt 3) zu

kennzeichnen. Da diese aber in den Naturwissenschaften und der Technik viel häufiger vorkommen, so ist dort die Kennzeichnung der selteneren genauen Zahlen gebräuchlich.

### Zu 3.

In mathematischer Ausdrucksweise ist die Zahl  $m$  mit der Unsicherheit  $u$  nicht eine Zahl sondern ein Intervall um  $m$ , nämlich das (abgeschlossene) Intervall  $[m - u, m + u]$ . Die physikalische Aussage der Angabe  $x = 8,580 \pm 0,004$  (Beispiel im Abschnitt 3.1.2) ist mathematisch zu schreiben:

$$8,576 \leq x \leq 8,584 \quad \text{oder} \quad x \in [8,576, \quad 8,584].$$

### Zu 3.1.1.

Durch die Regel zum Bestimmen der Rundestelle unsicherer Ergebniszahlen sollen zwei Forderungen erfüllt werden: weder informationshaltige, sogenannte signifikante Dezimalstellen durch Runden merklich zu fälschen oder sogar zu verlieren, noch fast informationsleere, sogenannte nichtsignifikante Dezimalstellen anzu-