

DIN 25463-2



ICS 27.120.30

**Berechnung der Zerfallsleistung der Kernbrennstoffe von
Leichtwasserreaktoren –
Teil 2: Uran-Plutonium-Mischoxid (MOX)-Kernbrennstoff für
Druckwasserreaktoren**

Calculation of the decay power in nuclear fuels of light water reactors –
Part 2: Mixed-uranium-plutonium oxide (MOX) nuclear fuel for pressurized water reactors

Calcul de la chaleur de désintégration dans le combustible nucléaire de réacteurs à eau
légère –

Partie 2: Oxyde mixte d'uranium et de plutonium (MOX)-combustible pour réacteurs à eau
pressurisée

Gesamtumfang 43 Seiten

Normenausschuss Materialprüfung (NMP) im DIN

Inhalt

	Seite
Vorwort	4
Einleitung.....	5
1 Anwendungsbereich	6
2 Begriffe und Formelzeichen	7
3 Zerfallsleistung	10
3.1 Allgemeines.....	10
3.2 Leistungshistogramm	10
3.3 Berechnungsvorschrift	11
3.3.1 Allgemeines.....	11
3.3.2 Zerfallsleistung der Spaltprodukte und ihrer Zerfallsprodukte, P_S	12
3.3.3 Zerfallsleistung der Actinide und von aus Neutroneneinfangreaktionen in Spaltprodukten entstandenen Nukliden, P_R	13
3.3.4 Gesamte Zerfallsleistung, P_Z	13
3.4 Unsicherheit, ΔP_Z	13
Anhang A (normativ) Lineare Interpolation der Wirkungsquerschnitte	28
A.1 Allgemeines.....	28
A.2 Lineare Interpolation der Wirkungsquerschnitte auf die Brennstoffeigenschaften	29
A.3 Lineare Interpolation der Wirkungsquerschnitte auf den jeweiligen Abbrand	30
Anhang B (informativ) Anwendungsbeispiel.....	31
B.1 Spezifikation des DWR-MOX-Brennelements und des Leistungshistogramms	31
B.2 Rechenergebnisse	32
Literaturhinweise	43
Bilder	
Bild 1 — Geltungsbereich der Kombination aus Pu_{fiss} -Anteil und Plutoniumgüte.....	6
Bild 2 — Leistungshistogramm	10
Bild 3 — Reaktionsketten zur Berücksichtigung der Actinide im Differentialgleichungs- system (2)	17
Bild 4 — Reaktionsketten zur Berücksichtigung der Neutroneneinfangreaktionen an Spaltprodukten im Differentialgleichungssystem (2)	18
Bild A.1 — Anwendungsbereich dieser Norm	28
Bild A.2 — 15 Stützstellen zur linearen Interpolation der Wirkungsquerschnitte innerhalb des Anwendungsbereichs	28
Bild A.3 — Beispiele für die Aufteilung des Rhomboids in Tetraeder	29
Bild B.1 — Vereinfachtes Leistungshistogramm	31
Bild B.2 — Spaltraten und Neutronenflussdichte	38
Bild B.3 — Anteile an der thermischen Leistung	39
Bild B.4 — Massen der Uran-Isotope	39
Bild B.5 — Plutoniummassen (gesamt, spaltbar, Isotope).....	40
Bild B.6 — Massen der Np-, Am- und Cm-Isotope	40
Bild B.7 — Plutoniumzusammensetzung	41
Bild B.8 — Zerfallsleistung und deren Beiträge	41
Bild B.9 — Zerfallsleistung der Actinide und deren Beiträge	42

Tabellen

Tabelle 1 — Formelzeichen zur Berechnung der Zerfallsleistung	8
Tabelle 2 — Gesamte thermisch nutzbare Energie Q_i aus einer Kernspaltung des spaltbaren Nuklids i zur Anwendung in den Gleichungen (4) und (5) sowie die entsprechenden Unsicherheiten ΔQ_i	14
Tabelle 3 — Koeffizienten für die thermische Spaltung der spaltbaren Nuklide ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu und ^{241}Pu (siehe Gleichungen (9), (11) und (15))	15
Tabelle 4 — In Gleichung (12) zu berücksichtigende Radionuklide	16
Tabelle 5 — Nukleare Konstanten der Actinide für Gleichung (12) und die Reaktionsketten im Differentialgleichungssystem (2)	19
Tabelle 6 — Nukleare Konstanten der Spaltprodukte für Gleichung (12) und die Reaktionsketten im Differentialgleichungssystem (2)	20
Tabelle 7 — Stützstellen zur linearen Interpolation der Wirkungsquerschnitte innerhalb des Anwendungsbereichs	21
Tabelle 8 — Neutronenwirkungsquerschnitte der Actinide in cm^2 bei Abbrand 30 MWd/kg für die Parametersätze der Stützstellen 1 bis 8 [1]	22
Tabelle 9 — Neutronenwirkungsquerschnitte der Actinide in cm^2 bei Abbrand 30 MWd/kg für die Parametersätze der Stützstellen 9 bis 15 [1]	23
Tabelle 10 — Neutronenwirkungsquerschnitte der Spaltprodukte in cm^2 für die Parametersätze der Stützstellen 1 bis 8 [1]	24
Tabelle 11 — Neutronenwirkungsquerschnitte der Spaltprodukte in cm^2 für die Parametersätze der Stützstellen 9 bis 15 [1]	25
Tabelle 12 — Korrekturfaktor ξ zur Berücksichtigung der Abbrandabhängigkeit von Neutronenkernspaltungswirkungsquerschnitten der Actinide bezogen auf 30 MWd/kg Abbrand für die Parametersätze der Stützstellen 1 bis 15 (Definition, siehe Anhang A, Gleichung (A.5)) [1]	26
Tabelle 13 — Korrekturfaktor ξ zur Berücksichtigung der Abbrandabhängigkeit von Neutroneneinfangwirkungsquerschnitten der Actinide bezogen auf 30 MWd/kg Abbrand für die Parametersätze der Stützstellen 1 bis 15 (Definition, siehe Anhang A, Gleichung (A.5)) [1]	27
Tabelle B.1 — Interpolierte Wirkungsquerschnitte und weitere Daten der Actinide	33
Tabelle B.2 — Interpolierte Wirkungsquerschnitte und weitere Daten für Spaltprodukte	34
Tabelle B.3 — Neutronenflussdichte, Spaltraten und prozentuale Aufteilung der thermischen Leistung	35
Tabelle B.4 — Masse aller Actinide in g im Brennelement und Brennelementabbrand in MWd/kg zu Beginn und Ende der einzelnen Bestrahlungsperioden in Tagen	36
Tabelle B.5 — Brennstoffzusammensetzung zu Beginn und Ende der Bestrahlung	36
Tabelle B.6 — Zerfallsleistung der Actinide und Spaltprodukte in W als Funktion der Abklingzeit in Sekunden	37
Tabelle B.7 — Prozentanteile der Actinide und Spaltprodukte an der Zerfallsleistung als Funktion der Abklingzeit in Sekunden	38

Vorwort

Diese Norm wurde vom Normenausschuss Materialprüfung (NMP) — FB Kerntechnik — Arbeitsausschuss NA 062-07-44 AA „Zerfallsleistung“ erarbeitet.

DIN 25463 „Berechnung der Zerfallsleistung der Kernbrennstoffe von Leichtwasserreaktoren“ besteht aus:

- *Teil 1: Nichtrezyklierte Kernbrennstoffe*
- *Beiblatt zu Teil 1: Nichtrezyklierte Kernbrennstoffe — Dokumentation und Erläuterungen*
- *Teil 2: Uran-Plutonium-Mischoxid (MOX)-Kernbrennstoff für Druckwasserreaktoren*

Anhang A ist normativ, Anhang B informativ.

Einleitung

Diese Norm liefert die Grundlage für die Berechnung der Zerfallsleistung von Uran-Plutonium-Mischoxid (MOX)-Kernbrennstoff in Druckwasserreaktoren. Dabei werden berücksichtigt:

- der Beitrag der Spaltprodukte aus Kernspaltungen;
- der Beitrag der Actinide;
- der Beitrag von Nukliden, die durch Neutroneneinfang in Spaltprodukten entstehen.

Diese Norm gibt die lokale Erzeugung der Zerfallsleistung in Abhängigkeit von der thermischen Brennstoffleistung während des Betriebes an. Die räumliche Verteilung der Energieumwandlung in Wärme (z. B. absorbierte γ -Strahlung) wird nicht berücksichtigt.

Dem Anwender dieser Norm werden Rechenvorschriften und Datensätze an die Hand gegeben, mit denen die Zerfallsleistung unter Verwendung des für die jeweilige Kombination aus

- Plutoniumanteil im Brennelement,
- Plutoniumgüte und
- Moderationsverhältnis

gültigen Wirkungsquerschnitts berechnet werden kann.

Bei Benutzung der angegebenen Gleichungen und Tabellen ist der jeweils angegebene Geltungsbereich zu beachten.

Nicht Gegenstand dieser Norm ist die Erzeugung von Zerfallsleistung aufgrund aktivierten Strukturmaterials.

1 Anwendungsbereich

Diese Norm ist für die Berechnung der Zerfallsleistung von Uran-Plutonium-Mischoxid (MOX)-Kernbrennstoff in Druckwasserreaktoren anzuwenden.

Die Berechnungsvorschriften gelten für

- Abklingzeiten von 0 s bis 10^9 s (etwa 30 Jahre),
- Plutoniumgüten im frischen Brennstoff von 50 % bis 80 %,
- Pu_{fiss} -Anteile im frischen Brennstoff von 1,8 % bis 7,5 %,
- Moderationsverhältnisse von 1,80 bis 2,40,
- Uranträgermaterial mit einem ^{235}U -Anteil bis zu 0,72 %,
- Abbrände von 0 MWd/kg Schwermetall bis 60 MWd/kg Schwermetall,

wobei die jeweilige Kombination aus Plutoniumgüte und Pu_{fiss} -Anteil innerhalb des durch die vier Eckpunkte (Pu_{fiss} -Anteil/Plutoniumgüte) = (4 %/50 %); (1,8 %/80 %); (5,3 %/80 %); (7,5 %/50 %) aufgespannten Parallelogramms (siehe Bild 1) liegen muss.

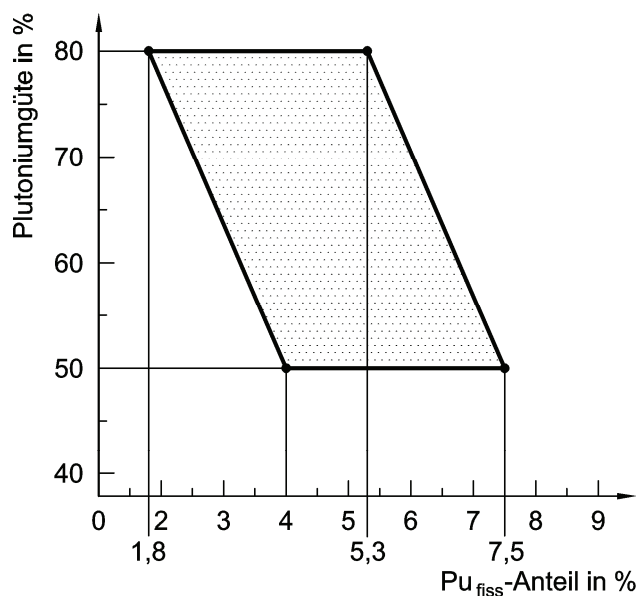


Bild 1 — Geltungsbereich der Kombination aus Pu_{fiss} -Anteil und Plutoniumgüte

Wird der Anwendungsbereich dieser Norm verlassen, dürfen vom Anwender eigene Rechenverfahren und Datensammlungen verwendet werden, sofern deren Gültigkeit nachgewiesen wird.

2 Begriffe und Formelzeichen

Für die Anwendung dieser Norm gelten die folgenden Begriffe.

2.1

Zerfallsleistung

thermische Leistung, die durch den Zerfall der im Kernbrennstoff enthaltenen Nuklide erzeugt wird

2.2

Betriebszeit

Zeit vom ersten Einsatz des Kernbrennstoffs im Reaktor bis zu dem Zeitpunkt, ab dem die Zerfallsleistung berechnet wird

2.3

Abklingzeit

Zeit nach der Betriebszeit

2.4

Leistungshistogramm

zeitlicher Verlauf der thermischen Brennstoffleistung während der Betriebszeit, approximiert durch Zeitintervalle mit konstanter thermischer Leistung

2.5

Plutoniumgüte

Massenanteil ^{239}Pu und ^{241}Pu , bezogen auf die gesamte Plutoniummasse

ANMERKUNG Der Massenanteil wird in Prozent angegeben.

2.6

Pu_{fiss} -Anteil

Massenanteil ^{239}Pu und ^{241}Pu , bezogen auf die Schwermetallmasse (U + Pu + Am)

ANMERKUNG Der Massenanteil wird in Prozent angegeben.

2.7

^{241}Am -Anteil

Massenanteil ^{241}Am , bezogen auf die gesamte Plutoniummasse

ANMERKUNG Der Massenanteil wird in Prozent angegeben.

2.8

Moderationsverhältnis

Volumenverhältnis von Wasser zu Brennstoff im aktiven Bereich des Brennelements

2.9

Abbrand

erzeugte thermische Energie, bezogen auf die ursprünglich eingesetzte Schwermetallmasse (U + Pu + Am)

Tabelle 1 — Formelzeichen zur Berechnung der Zerfallsleistung

Formelzeichen	Benennung	Einheit
f	Pu _{fiss} -Anteil (siehe 2.6)	%
N_n	Anzahl der Kerne des Nuklids n im Brennstoff	—
P	thermische Leistung des gesamten Kernbrennstoffs	W
ΔP	Unsicherheit von P	W
P_k	thermische Leistung des gesamten Kernbrennstoffs während $\Delta t_{B,k}$	W
P_{ik}	thermische Leistung des spaltbaren Nuklids i während $\Delta t_{B,k}$	W
P_R	Zerfallsleistung der Actinide und von aus Neutroneneinfangreaktionen in Spaltprodukten entstandenen Nukliden	W
ΔP_R	Unsicherheit von P_R	W
P_S	Zerfallsleistung der Spaltprodukte und ihrer Zerfallsprodukte	W
ΔP_S	Unsicherheit von P_S	W
$P_{S,i}$	Zerfallsleistung der Spaltprodukte des spaltbaren Nuklids i und ihrer Zerfallsprodukte	W
$\Delta P_{S,i}$	Unsicherheit von $P_{S,i}$	W
P_Z	gesamte Zerfallsleistung	W
ΔP_Z	Unsicherheit von P_Z	W
$Q_{f,i}$	spontane thermische Energiefreisetzung aus einer Kernspaltung des spaltbaren Nuklids i ohne Berücksichtigung nachfolgender Spaltproduktzerfälle	MeV
$Q_{\text{eff},i}$	gesamte thermische Energiefreisetzung aus einer Kernspaltung des spaltbaren Nuklids i mit Berücksichtigung der Energie nachfolgender Spaltproduktzerfälle	MeV
Q_{c,v_i}	thermisch nutzbarer Anteil der freigesetzten Energie aus nicht zu einer Spaltung führenden Neutroneneinfängen	MeV
Q_i	gesamte thermisch nutzbare Energie je Kernspaltung des spaltbaren Nuklids i mit Berücksichtigung der Energie aus nachfolgenden Spaltproduktzerfällen sowie aus Neutroneneinfängen in Spaltprodukten, Actiniden und Strukturmaterial	MeV
ΔQ_i	Unsicherheit von Q_i	MeV
Q_n	thermisch nutzbare Energie aus einem Zerfall des Nuklids n	MeV
$Q_{c,n}$	thermisch nutzbare Energie aus dem Einfang eines Neutrons im Nuklid n	MeV
q	Plutoniumgüte (siehe 2.5)	%
R_{ik}	Spaltrate des spaltbaren Nuklids i im k -ten Betriebsintervall	1/s
t	Zeitpunkt während der Betriebszeit t_B oder der Abklingzeit t_A	s
t_0	Beginn des ersten Betriebszeitintervalls	s
t_m	Ende des letzten Betriebszeitintervalls	s
t_k	Ende des k -ten Betriebszeitintervalls	s
t_A	Abklingzeit	s

Tabelle 1 (fortgesetzt)

Formelzeichen	Benennung	Einheit
$t_{A,k}$	Abklingzeit des k -ten Betriebszeitintervalls $t_{A,k} = t_A + (t_m - t_k)$	s
t_B	Betriebszeit $t_B = t_m - t_0$	s
$\Delta t_{B,k}$	Dauer des k -ten Betriebszeitintervalls	s
v	Moderationsverhältnis (siehe 2.8)	—
y_{ni}	Spaltausbeute des Nuklids n bei Spaltung des Nuklids i	—
α_{ij}	Koeffizienten zur Darstellung der Zerfallsleistung der Spaltprodukte	MeV/s
β_{ij}	Koeffizienten zur Darstellung der Standardabweichung der Zerfallsleistung der Spaltprodukte	MeV/s
ε	Umrechnungsfaktor für die Leistungseinheiten MeV/s $\rightarrow$ W	Ws/MeV
λ_{ij}	Exponentialkoeffizient zur Darstellung der Zerfallsleistung der Spaltprodukte und deren Standardabweichung	s ⁻¹
λ_n	Zerfallskonstante des Nuklids n	s ⁻¹
λ_{mn}	Zerfallskonstante des Zerfalls vom Nuklid m zum Nuklid n	s ⁻¹
φ	Neutronenflussdichte	cm ⁻² s ⁻¹
$\sigma_{A,n}$	Neutronenumwandlungswirkungsquerschnitt für das Nuklid n	cm ²
$\sigma_{C,n}$	Neutroneneinfangswirkungsquerschnitt für das Nuklid n	cm ²
σ_{mn}	Neutronenwirkungsquerschnitt für den Übergang vom Nuklid m zum Nuklid n	cm ²
$\sigma_{f,i}$	Neutronenkernspaltungswirkungsquerschnitt des spaltbaren Nuklids i	cm ²
ξ	Korrekturfaktor zur Berücksichtigung der Abbrandabhängigkeit von Wirkungsquerschnitten $\xi_u = \sigma_0 \text{ MWd/kg} / \sigma_{30 \text{ MWd/kg}}$; $\xi_o = \sigma_{60 \text{ MWd/kg}} / \sigma_{30 \text{ MWd/kg}}$	
i	Index zur Kennzeichnung der spaltbaren Nuklide (z. B. ²³⁵ U, ²³⁸ U, ²³⁹ Pu, ²⁴¹ Pu)	—
j	Summationsindex für die Darstellung der Zerfallsleistung durch eine Summe von Exponentialfunktionen	—
k	Index zur Nummerierung der einzelnen Zeitintervalle im Leistungshistogramm	
m	Anzahl der Betriebszeitintervalle $\Delta t_{B,k}$ im Leistungshistogramm oder Index eines Vorläufernuklids einer Neutronenreaktions- oder Zerfallskette	—
n	Index eines Nuklids	—

3 Zerfallsleistung

3.1 Allgemeines

Zur Berechnung der Zerfallsleistung werden folgende Anteile (siehe Gleichung (6)) berücksichtigt:

- Der Beitrag der Spaltprodukte aus Kernspaltungen der vier Nuklide ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu und ^{241}Pu . Spaltprodukte anderer spaltbarer Nuklide werden über eine entsprechende Erhöhung der Spaltrate der obigen Nuklide pauschal berücksichtigt.
- Der Beitrag aus dem Zerfall der ursprünglich im Kernbrennstoff enthaltenen Nuklide und der Beitrag von Nukliden, die durch Neutroneneinfang in Spaltprodukten und Actiniden sowie deren Zerfallsprodukten entstehen.

3.2 Leistungshistogramm

Während der Betriebszeit ändern sich die Leistung, die Leistungsanteile der spaltbaren Nuklide und insbesondere die Neutronenflussdichte im betrachteten Brennstoff. Dies lässt sich dadurch berücksichtigen, dass die Betriebszeit in Zeitintervalle mit konstanter Leistung unterteilt wird (siehe Bild 2). Dabei ist darauf zu achten, dass eine durch diese Näherung verursachte Änderung der berechneten Zerfallsleistung klein bleibt gegenüber der statistischen Unsicherheit der Zerfallsleistung. Dies lässt sich durch eine möglichst gute Approximation der Brennstoffleistung, insbesondere am Ende der Betriebszeit, erreichen. Hierbei ist darauf zu achten, dass in jedem Zeitintervall des Leistungshistogramms das Zeitintegral der tatsächlichen Brennstoffleistung erreicht wird.

Insbesondere bei Berechnung der Zerfallsleistung bei kurzen Abklingzeiten ist darauf zu achten, dass der zeitliche Verlauf des Abfahrvorgangs inklusive der durch Kettenreaktionen verzögerter Neutronen hervorgerufenen Leistung im Leistungshistogramm berücksichtigt wird.

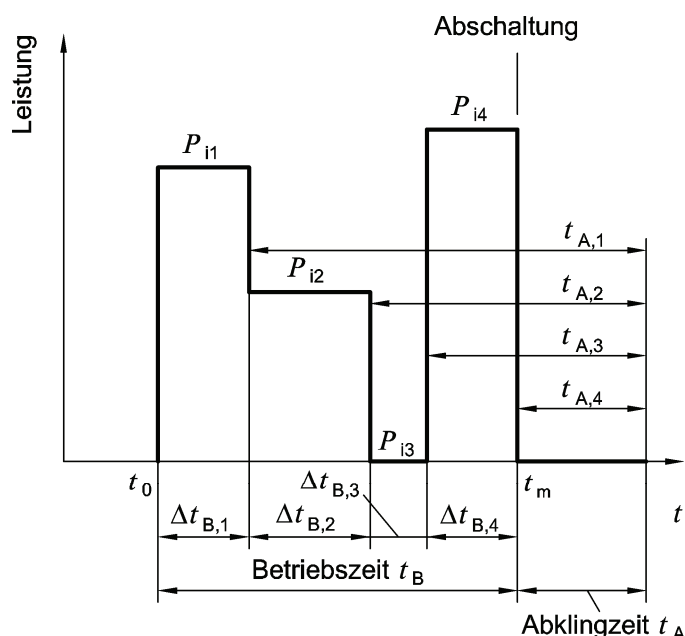


Bild 2 — Leistungshistogramm

3.3 Berechnungsvorschrift

3.3.1 Allgemeines

Die Zerfallsleistung berechnet sich allgemein aus der Summe der Zerfallsleistungen aller durch Spaltung und Neutroneneinfang sowie durch nachfolgende Zerfälle entstandene Nuklide n nach Gleichung (1).

$$P_Z(t_A, t_B) = \varepsilon \cdot \sum_n Q_n \cdot \lambda_n \cdot N_n(t_A, t_B) \quad (1)$$

Dabei ist $\varepsilon = 1,602\,2 \cdot 10^{-13}$ Ws/MeV

Die Teilchenanzahl $N_n(t_A, t_B)$ des Nuklids n ergibt sich aus dem Differentialgleichungssystem (2)

$$\frac{dN_n(t)}{dt} = -\lambda_n \cdot N_n(t) - \sigma_{A,n}(t) \cdot \varphi(t) \cdot N_n(t) + \sum_m \sigma_{mn}(t) \cdot \varphi(t) \cdot N_m(t) + \sum_m \lambda_{mn} \cdot N_m(t) + \sum_i y_{ni} \cdot \sigma_{f,i}(t) \cdot \varphi(t) \cdot N_i(t) \quad (2)$$

mit der Anfangsbedingung

$N_n(t_0)$ = Teilchenanzahl des Nuklids n im Brennstoff zu Beginn des ersten Betriebszeitintervalls

und folgender Interpretation der einzelnen Größen

$\sigma_{A,n} = \sigma_{c,n} + \sigma_{f,n}$ Neutronenumwandlungswirkungsquerschnitt des Nuklids n . Beim Nuklid ^{238}U wird zusätzlich die $n,2n$ -Reaktion hinzugerechnet (siehe Bild 3);

$\frac{dN_n(t)}{dt}$ Änderungsrate des Nuklids n ;

$\lambda_n \cdot N_n(t)$ Abbaurrate des Nuklids n durch radioaktiven Zerfall;

$\sigma_{A,n}(t) \cdot \varphi(t) \cdot N_n(t)$ Abbaurrate des Nuklids n durch Neutronenreaktionen;

$\sum_m \sigma_{mn}(t) \cdot \varphi(t) \cdot N_m(t)$ Erzeugungsrate des Nuklids n durch Neutroneneinfänge in den Nukliden m ;

$\sum_m \lambda_{mn} \cdot N_m(t)$ Erzeugungsrate des Nuklids n durch radioaktive Zerfälle der Nuklide m ;

$\sum_i y_{ni} \cdot \sigma_{f,i}(t) \cdot \varphi(t) \cdot N_i(t)$ Erzeugungsrate des Nuklids n als Spaltprodukt der Nuklide i .

Die Neutronenflussdichte $\varphi(t)$ ergibt sich allgemein zu

$$\varphi(t) = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{P(t) - P_Z(t)}{\sum_i Q_{f,i} \cdot \sigma_{f,i}(t) \cdot N_i(t) + \sum_m Q_{c,m} \cdot \sigma_{c,m}(t) \cdot N_m(t)} \quad (3)$$

Dabei ist $Q_{f,i} = Q_{\text{eff},i} - \sum_{j=1}^{24} \frac{\alpha_{ij}}{\lambda_{ij}}$ mit $Q_{\text{eff},i}$, α_{ij} und λ_{ij} nach den Tabellen 2 und 3.

Zur Vermeidung der in Gleichung (3) notwendigen Iterationen kann die Gleichung (3) durch die Gleichungen (4) oder (5) approximiert werden.

$$\varphi(t) = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{P(t)}{\sum_i Q_{\text{eff},i} \cdot \sigma_{f,i}(t) \cdot N_i(t) + \sum_m Q_{c,m} \cdot \sigma_{c,m}(t) \cdot N_m(t)} \quad (4)$$

$$\varphi(t) = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{P(t)}{\sum_i Q_i \cdot \sigma_{f,i}(t) \cdot N_i(t)} \quad (5)$$

Für die Benutzung der Gleichung (4) sind die benötigten Größen den Tabellen 2, 5, 6, 8 und 9 zu entnehmen.

Für Leistungsreaktoren darf die Gleichung (5) mit den Werten aus den Tabellen 2 und 8 benutzt werden.

Die in Tabelle 2 angegebenen Werte für Q_i enthalten die anderen Beiträge nach Gleichung (3) für Leistungsreaktoren.

In dieser Norm wird die Zerfallsleistung P_Z als Summe der Beiträge der direkten Spaltprodukte und ihrer Zerfallsprodukte P_S (siehe 3.3.2) und den Beiträgen der restlichen Nuklide P_R (siehe 3.3.3) in Gleichung (6) dargestellt.

$$P_Z(t_A, t_B) = P_S(t_A, t_B) + P_R(t_A, t_B) \quad (6)$$

3.3.2 Zerfallsleistung der Spaltprodukte und ihrer Zerfallsprodukte, P_S

Die Lösung der Gleichungen (1) und (2) für den Beitrag der Spaltprodukte ohne Berücksichtigung von Neutroneneinfangreaktionen (siehe 3.3.3) berechnet sich nach folgendem Formalismus aus den einzelnen Beiträgen $P_{S,i}(t_A, t_B)$ der vier Nuklide.

$$P_S(t_A, t_B) = \sum_{i=1}^4 P_{S,i}(t_A, t_B) \quad (7)$$

Jeder Beitrag $P_{S,i}(t_A, t_B)$ setzt sich wiederum aus der Summe der Zerfallsleistungen der m Zeitintervalle des Leistungshistogramms zusammen.

$$P_{S,i}(t_A, t_B) = \sum_{k=1}^m P_{S,i}(t_{A,k}, \Delta t_{B,k}) \quad (8)$$

Dabei ist

$$P_{S,i}(t_{A,k}, \Delta t_{B,k}) = \varepsilon \cdot R_{ik} \cdot \sum_{j=1}^{24} \frac{\alpha_{ij}}{\lambda_{ij}} \cdot \left(1 - e^{-\lambda_{ij} \cdot \Delta t_{B,k}}\right) \cdot e^{-\lambda_{ij} \cdot t_{A,k}} \quad (9)$$

mit den in Tabelle 3 angegebenen Koeffizienten α_{ij} und λ_{ij} und der Spaltrate R_{ik} des spaltbaren Isotops i .

$$R_{ik} = \sigma_{f,i}(t_k) \cdot \varphi(t_k) \cdot N_i(t_k) \cdot \left(\frac{\sum_{n = \text{alle spaltbaren Nuklide (Tabelle 7)}} \sigma_{f,n}(t_k) \cdot N_n(t_k)}{\sum_{n = {}^{235}\text{U}, {}^{238}\text{U}, {}^{239}\text{Pu}, {}^{241}\text{Pu}} \sigma_{f,n}(t_k) \cdot N_n(t_k)} \right) \quad (10)$$

Durch den Klammerausdruck in Gleichung (10) wird eine Korrektur zur Berücksichtigung der Spaltprodukte aus anderen spaltbaren Nukliden als ${}^{235}\text{U}$, ${}^{238}\text{U}$, ${}^{239}\text{Pu}$ und ${}^{241}\text{Pu}$ durchgeführt. Bei den Yields (siehe Tabelle 6) zur Berechnung des Effekts des Neutroneneinfangs in Spaltprodukten kann diese Korrektur vernachlässigt werden.

Die Neutronenflussdichte $\varphi(t_k)$ sowie die Anzahl der Kerne $N_i(t_k)$ der spaltbaren Nuklide ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu und ^{241}Pu in Gleichung (10) erhält man durch Lösen der Gleichungen (2) bis (5) unter Benutzung der in den Bildern 3 und 4 angegebenen Reaktionsketten mit den nuklearen Daten nach den Tabellen 5 bis 11.

Der Beitrag P_S der Spaltprodukte zur Zerfallsleistung ergibt sich nach Gleichung (11) zu:

$$P_S(t_A, t_B) = \varepsilon \cdot \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^4 R_{ik} \cdot \sum_{j=1}^{24} \frac{\alpha_{ij}}{\lambda_{ij}} \cdot \left(1 - e^{-\lambda_{ij} \cdot \Delta t_{B,k}} \right) \cdot e^{-\lambda_{ij} \cdot t_{A,k}} \quad (11)$$

Zur Veranschaulichung der Nomenklatur zeigt Bild 2 ein Leistungshistogramm mit vier Zeitintervallen k unterschiedlicher Leistung.

3.3.3 Zerfallsleistung der Actinide und von aus Neutroneneinfangreaktionen in Spaltprodukten entstandenen Nukliden, P_R

Neben dem Beitrag der Spaltprodukte und ihrer Zerfallsprodukte spielen bei der Zerfallsleistung von MOX-Brennstoff noch die instabilen Nuklide des Ausgangsbrennstoffs sowie durch Neutronenreaktionen im Brennstoff und seiner Spalt- und Folgeprodukte entstehende Nuklide und deren Zerfallsprodukte eine wesentliche Rolle.

Dieser Beitrag P_R ist durch Gleichung (12) gegeben.

$$P_R(t_A, t_B) = \varepsilon \cdot \sum_n Q_n \cdot \lambda_n \cdot N_n(t_A, t_B) \quad (12)$$

Dabei umfasst n alle in Tabelle 4 genannten Nuklide (Nuklidlisten 1 und 2).

Die zur Berechnung von Gleichung (12) notwendigen Größen Q_n und λ_n sind in den Tabellen 5 und 6 wiedergegeben. Die zeitabhängige Anzahl der Kerne $N_n(t_A, t_B)$ des Nuklids n ist durch Lösen des Differentialgleichungssystems (2) unter Verwendung der in den Bildern 3 und 4 aufgeführten Reaktionsketten unter Benutzung der Daten aus den Tabellen 5 bis 11 zu ermitteln.

Beim Lösen des Differentialgleichungssystems (2) für die oben genannten Ketten ist zu beachten, dass für das zu bestimmende sowie auch für jedes andere in der Kette berücksichtigte Nuklid sämtliche in den Tabellen 5 bis 11 angegebenen Daten und damit alle erforderlichen Zerfalls- und Aufbaupfade berücksichtigt werden.

3.3.4 Gesamte Zerfallsleistung, P_Z

Die gesamte Zerfallsleistung $P_Z(t_A, t_B)$ berechnet sich aus der Summe der Zerfallsleistung der Spaltprodukte (siehe 3.3.2) und der Zerfallsleistung der Actinide und von aus Neutroneneinfangreaktionen in Spaltprodukten entstandenen Nukliden (siehe 3.3.3) nach Gleichung (6) in 3.3.1.

3.4 Unsicherheit, ΔP_Z

Die Unsicherheit ΔP_Z der gesamten Zerfallsleistung P_Z wird aus den Unsicherheiten ΔP_S von P_S (siehe 3.3.2) und ΔP_R (siehe 3.3.3) von P_R , dem vorliegenden Berechnungsverfahren und der relativen Unsicherheit in der thermischen Brennstoffleistung während des Betriebs ($\Delta P/P$) nach Gleichung (13) ermittelt.

$$\Delta P_Z(t_A, t_B) = n \cdot \sqrt{\Delta P_S^2(t_A, t_B) + \Delta P_R^2(t_A, t_B) + P_Z^2(t_A, t_B) \cdot \left(\frac{\Delta P}{P} \right)^2} \quad (13)$$