

DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V.

DIN 3960

Begriffe und Bestimmungsgrößen für Stirnräder (Zylinderräder) und Stirradpaare (Zylinderradpaare) mit Evolventenverzahnung

Normenausschuß Antriebstechnik (NAN)
im DIN Deutsches Institut für Normung e. V.

BEUTH VERLAG GMBH · BERLIN

Begriffe und Bestimmungsgrößen für Stirnräder (Zylinder-
räder) und Stirnradpaare (Zylinderradpaare)
mit Evolventenverzahnung
Zusammenstellung der Gleichungen

Beiblatt 1 zu
DIN 3960

Definitions on involute cylindrical gears and gear pairs; classification of the equations
Définitions pour roues et engrenages cylindriques à développante; classification des équations

Dieses Beiblatt enthält Informationen zu DIN 3960,
jedoch keine zusätzlichen genormten Festlegungen.

Dieses Beiblatt 1 zu DIN 3960 enthält die Gleichungen aus DIN 3960, Ausgabe Juli 1980. Diese Gleichungen sind nach Stichwörtern in alphabetischer Reihenfolge zusammengestellt.

Anwendungsgrenzen, die bei einigen Gleichungen zu beachten sind, siehe DIN 3960.

Inhalt

	Seite
1 Zeichen und Benennungen aus DIN 3960	1
2 Zusammenstellung der Gleichungen	3
3 Stichwortverzeichnis	10

1 Zeichen und Benennungen aus DIN 3960

1.1 Zeichen und Benennungen

In DIN 3960 werden die folgenden Zeichen und Benennungen benutzt:

a	Achsabstand
a_d	Nut-Achsabstand
a''	Zweiflanken-Wälzabstand
b	Zahnbreite
b_M	Berührgeraden-Überdeckung bzw. Meßflächenbreite bei Zahnweitenmessungen
c	Kopfspiel
c^*	Kopfspielfaktor
d	Teilkreisdurchmesser
d_a	Kopfkreisdurchmesser
d_{aM}	Meßwert des Kopfkreisdurchmessers bei überschrittenen Stirnrädern
d_b	Grundkreisdurchmesser
d_f	Fußkreisdurchmesser
d_n	Ersatz-Teilkreisdurchmesser
d_v	V-Kreis-Durchmesser
d_w	Wälzkreisdurchmesser
d_y	Y-Kreis-Durchmesser
d_K	Durchmesser des Kugelmittelpunkt-Kreises
d_M	Meßkreisdurchmesser (an Berührstelle mit Meßgerät)
d_N	Nutkreisdurchmesser
d_{Na}	Kopfnutkreis-Durchmesser
d_{Nf}	Fußnutkreis-Durchmesser
d_{NE}	Fußkreisdurchmesser am erzeugten Rad (nutzbare Flanke)
e	Lückenweite auf dem Teilzylinder
e_a	Lückenweite auf dem Kop fzylinder
e_b	Grundlückenweite (auf dem Grundzylinder)
e_f	Lückenweite auf dem Fußzylinder
e_v	Lückenweite auf dem V-Zylinder
e_y	Lückenweite auf dem Y-Zylinder
f	Einzelabweichung
f_b	Grundkreisabweichung

f_e	Außermittigkeit
f_f	Profil-Formabweichung
f_{fw}	Profil-Welligkeit
f_l	Einflanken-Wälzsprung
f_l''	Zweiflanken-Wälzsprung
f_p	Teilungs-Einzelabweichung
f_{pe}	Eingriffteilungs-Abweichung
f_{px}	Axialteilungs-Abweichung
f_{pz}	Steigungshöhen-Abweichung
f_p'	Wälz-Einzelabweichung
f_r	Kopfkreis-Rundlaufabweichung
f_u	Teilungssprung
f_{Ef}	Erzeugenden-Formabweichung
f_{HE}	Erzeugenden-Winkelabweichung
$f_{H\alpha}$	Profil-Winkelabweichung
$f_{H\beta}$	Flankenlinien-Winkelabweichung
f_{α}	Eingriffswinkelabweichung
f_{β}	Schrägungswinkelabweichung
$f_{\beta f}$	Flankenlinien-Formabweichung
$f_{\beta w}$	Flankenlinien-Welligkeit
$f_{\Sigma\beta}$	Achsschrägung
$f_{\Sigma\delta}$	Achsneigung
g	Eingriffsstrecke
g_a	Länge der Austritt-Eingriffsstrecke
g_i	Länge der Eintritt-Eingriffsstrecke
g_l	Länge der Eingriffsstrecke (gesamte)
g_{aa}	Länge der Kopfeingriffsstrecke
g_{af}	Länge der Fußeingriffsstrecke
g_{ay}	Abstand eines Punktes Y vom Wälzpunkt C
g_{β}	Sprung
h	Zahnhöhe (zwischen Kopf- und Fußlinie)
h_a	Kopfhöhe
h_f	Fußhöhe
h_w	Gemeinsame Zahnhöhe
h_p	Zahnhöhe des Bezugsprofils
h_a	Höhe über der Sehne s_n
h_c	Höhe über der konstanten Sehne s_c

Fortsetzung Seite 2 bis 10

Normenausschuß Antriebstechnik (NAN) im DIN Deutsches Institut für Normung e. V.

i	Übersetzung	A_{sy}	Zahndickenabmaß am Y-Zylinder
inv	(spricht: involut) Evolventenfunktion	A_s	Abmaß der Zahndickensehne
j	Flankenspiel	A_{Md}	Abmaß des diametralen Zweikugel- oder Zweirollenmaßes
j_n	Normalflankenspiel	A_{Mr}	Abmaß des radialen Einkugel- oder Einrollenmaßes
j_r	Radialspiel	A_W	Zahnweitenabmaß
j_t	Drehflankenspiel	A	Anfangspunkt des Eingriffs
k	Kopfhöhenänderungsfaktor	B	Innerer Einzeleingriffspunkt am treibenden Rad
k	Meßzähnezahl bei der Zahnweitenmessung	C	Wälzpunkt
k	Nummer oder Anzahl der Zähne oder Teilungen in einem Bereich	D_M	Meßkugel- oder Meßrollendurchmesser
m	Modul	D	Äußerer Einzeleingriffspunkt am treibenden Rad
m_b	Grundmodul	E	Endpunkt des Eingriffs
n	Drehzahl (Drehfrequenz)	F	Gesamtabweichung, Wälzabweichung
n_a	Drehzahl (Drehfrequenz) des treibenden Rades	F_f	Profil-Gesamtabweichung
n_b	Drehzahl (Drehfrequenz) des getriebenen Rades	F'_f	Einflanken-Wälzabweichung
p	Teilung auf dem Teilzylinder	F''_f	Zweiflanken-Wälzabweichung
p_b	Teilung auf dem Grundzylinder	F_p	Teilungs-Gesamtabweichung
p_e	Eingriffsteilung	F_{pk}	Teilungs-Spannenabweichung über k Teilungen
p_k	Teilungsspanne (Teilungssumme)	$F_{p\ z/\delta}$	Teilungs-Spannenabweichung über $1/\delta$ Radumfang
p_v	Teilung auf dem V-Zylinder	F'_p	Wälz-Summenteilungsabweichung
p_x	Axialteilung	F_r	Rundlaufabweichung einer Verzahnung
p_y	Teilung auf dem Y-Zylinder	F_{rR}	Rundlaufabweichung an der Rad-Rückseite
p_z	Steigungshöhe	F_{rV}	Rundlaufabweichung an der Rad-Vorderseite
r	Teilkreisradius	F''_r	Wälz-Rundlaufabweichung
r_a	Kopfkreisradius	F_E	Erzeugenden-Gesamtabweichung
r_b	Grundkreisradius	F_β	Flankenlinien-Gesamtabweichung
r_f	Fußkreisradius	F_σ	Taumenl
r_v	V-Kreis-Halbmesser	K_g	Gleitfaktor
r_w	Wälzkreisradius	K_{ga}	Gleitfaktor am Zahnkopf
r_y	Y-Kreis-Halbmesser	K_{gf}	Gleitfaktor am Zahnfuß
s	Zahndicke auf dem Teilzylinder	L	Meßpunkteabstand
s_a	Zahndicke auf dem Kopfzylinder	L_a	Wälzlänge vom Evolventenursprung zum Zahnkopf
s_b	Grundzahndicke (auf dem Grundzylinder)	L_f	Wälzlänge vom Evolventenursprung zum Zahnfuß
s_v	Zahndicke auf dem V-Zylinder	L_y	Wälzlänge zum Punkt Y
s_w	Zahndicke auf dem Wälzzylinder	L_E	Erzeugenden-Prüfbereich
s_y	Zahndicke auf dem Y-Zylinder	L_G	Lagemitten-Abstand an einer Radachse
s	Zahndickensehne	L_α	Profil-Prüfbereich
s_c	Konstante Sehne	L_β	Flankenlinien-Prüfbereich
u	Zähnezahlverhältnis	M_{dK}	Diametrales Zweikugelmaß
v	Lineare Geschwindigkeit	M_{dR}	Diametrales Zweirollenmaß
v_g	Gleitgeschwindigkeit	M_{rK}	Radiales Einkugelmaß
v_{ga}	Gleitgeschwindigkeit am Zahnkopf	M_{rR}	Radiales Einrollenmaß
v_{gf}	Gleitgeschwindigkeit am Zahnfuß	P	Berührungspunkt (z. B. zwischen Meßkugel und Zahnflanke)
v_t	Umfangsgeschwindigkeit, Tangentialgeschwindigkeit	R	Schwankung
x	Profilverschiebungsfaktor	R_j	Flankenspielschwankung
x_{min}	Profilverschiebungsfaktor bei Unterschnittgrenze	R_p	Teilungsschwankung
x_E	Erzeugungs-Profilverschiebungsfaktor	R_s	Zahndickenschwankung
x''	Profilverschiebungsfaktor bei Zweiflanken-Wälzeingriff	R_s	Zahndickensehnen-Schwankung
y	Teilkreisabstandsfaktor	R_{Md}	Schwankung des diametralen Zweikugel- oder Zweirollenmaßes
z	Zähnezahl ¹⁾	R_{Mr}	Schwankung des radialen Einkugel- oder Einrollenmaßes
z_a	Zähnezahl des treibenden Rades	R_W	Zahnweitenschwankung
z_b	Zähnezahl des getriebenen Rades	T	Toleranz
z_{nx}	Ersatzzähnezahl für Profilverschiebungs-Berechnungen	T_a	Achsabstandstoleranz
z_{nM}	Ersatzzähnezahl für Kugel- oder Rollenmaße	$T_{n''}$	Toleranz des Zweiflanken-Wälzabstandes
z_{nW}	Ersatzzähnezahl für Zahnweiten-Berechnungen	T_{da}	Kopfkreisdurchmesser-Toleranz bei überschrittenen Stirnrädern
A	Abmaß	T_s	Zahndickentoleranz
A_a	Achsabstandsabmaß		
$A_{a''}$	Abmaß des Zweiflanken-Wälzabstandes		
A_{da}	Kopfkreisdurchmesser-Abmaß bei überschrittenen Stirnrädern		
A_s	Zahndickenabmaß (auf dem Teilzylinder)		

¹⁾ Die Zähnezahl eines Außenrades wird positiv gerechnet, die Zähnezahl eines Hohlrades negativ. Siehe DIN 3960 Abschnitt 2.1.

T_s	Toleranz der Zahndickensehnen
T_{Md}	Toleranz des diametralen Zweikugel- oder Zweirollenmaßes
T_{Mr}	Toleranz des radialen Einkugel- oder Einrollenmaßes
T_W	Zahnweitentoleranz
W_k	Zahnweite über k Meßzähne oder Meßlücken
Y	Beliebiger Punkt auf einer Zahnflanke
α	Eingriffswinkel = Profilwinkel am Teilzylinder
α_a	Profilwinkel am Kopfzylinder
α_v	Profilwinkel am V-Zylinder
α_w	Profilwinkel am Wälzzylinder
α_{wl}	Betriebseingriffswinkel
α_y	Profilwinkel am Y-Zylinder
α_K	Profilwinkel am Kugelmittelpunkt-Kreis
α_M	Profilwinkel am Meßkreis
α''	Eingriffswinkel bei Zweiflanken-Wälzprüfung mit Lehrzahnrad
β	Schrägungswinkel auf dem Teilzylinder
β_b	Grundschrägungswinkel
β_v	Schrägungswinkel auf dem V-Zylinder
β_w	Schrägungswinkel auf dem Wälzzylinder
β_y	Schrägungswinkel auf dem Y-Zylinder
β_M	Schrägungswinkel am Meßkreis
γ	Steigungswinkel auf dem Teilzylinder
γ_b	Grundsteigungswinkel
e	Überdeckung
e_a	Profilüberdeckung
e_β	Sprungüberdeckung
e_γ	Gesamtüberdeckung
ζ	Spezifisches Gleiten
ζ_f	Spezifisches Gleiten im Endpunkt der Eingriffsstrecke
η	Zahnlücken-Halbwinkel am Teilkreis
η_b	Grundlücken-Halbwinkel
η_f	Zahnlücken-Halbwinkel am Fußkreis
η_v	Zahnlücken-Halbwinkel am V-Kreis
η_w	Zahnlücken-Halbwinkel am Wälzkreis
η_y	Zahnlücken-Halbwinkel am Y-Kreis
ξ	Wälzwinkel der Evolvente
ξ_a	Wälzwinkel der Evolvente am Zahnkopfe
ξ_f	Wälzwinkel der Evolvente am Zahnfuß
ξ_y	Wälzwinkel der Evolvente im Punkt Y
ρ	Krümmungshalbmesser, Rundungshalbmesser
ρ_{an}	Kopfkanten-Rundungshalbmesser im Stirnrad-Normalschnitt
ρ_{a0}	Kopfkanten-Rundungshalbmesser am Werkzeug
ρ_y	Krümmungshalbmesser der Evolvente im Punkt Y
τ	Teilungswinkel
φ	Zentriwinkel, Überdeckungswinkel
φ_c	Zentriwinkel zwischen den Größtwerten der Rundlaufabweichungen F_{rV} und F_{rR}
φ_a	Profil-Überdeckungswinkel
φ_β	Sprung-Überdeckungswinkel
φ_γ	Gesamt-Überdeckungswinkel
ψ	Zahndicken-Halbwinkel am Teilkreis
ψ_a	Zahndicken-Halbwinkel am Kopfkreis
ψ_b	Grunddicken-Halbwinkel
ψ_n	Ersatz-Zahndicken-Halbwinkel
ψ_v	Zahndicken-Halbwinkel am V-Kreis
ψ_w	Zahndicken-Halbwinkel am Wälzkreis
ψ_y	Zahndicken-Halbwinkel am Y-Kreis
ω	Winkelgeschwindigkeit
ω_a	Winkelgeschwindigkeit des treibenden Rades

ω_b	Winkelgeschwindigkeit des getriebenen Rades
Δ	Unterschied
ΔW	Längenunterschied bei der Zahnweitenmessung
$\Delta \varphi$	Drehwinkel-Unterschied
Σx	Summe der Profilverschiebungsfaktoren
Σz	Summe der Zähnezahlen

Weitere Kurzzeichen für Verzahnungen siehe DIN 3999. Außerdem bestehen folgende Normen über Zeichen:

DIN 1302	Mathematische Zeichen,
DIN 1304	Allgemeine Formelzeichen,
DIN 1313	Physikalische Größen und Gleichungen; Begriffe, Schreibweisen,
DIN 66030	Darstellungen der Einheiten in Systemen mit beschränktem Schriftzeichenvorrat (z. Z. noch Entwurf)

1.2 Zusätzliche Indizes

Zu den in Abschnitt 1.1 genannten Zeichen können die folgenden zusätzlichen Indizes treten:

a	für das treibende Rad
b	für das getriebene Rad
e	für die obere Grenze einer Größe
i	für die untere Grenze einer Größe
l	für „linkssteigend“ bzw. „im Sinne einer Links-schraube“
m	für einen Mittelwert
n	für Größen in einem Normalschnitt
r	für „rechtssteigend“ bzw. „im Sinne einer Rechts-schraube“
t	für Größen in einem Stirnschnitt oder in Tangentialrichtung
x	für Größen in einem Axialschnitt oder in Richtung der Radachse
L	zur Bezeichnung von Linksflanken oder eines Lehrzahnades
M	zur Bezeichnung eines Meßwertes
P	für Größen des Bezugsprofils
R	zur Bezeichnung von Rechtsflanken
max	für einen Größtwert
min	für einen Kleinstwert
zul	zur Bezeichnung eines zulässigen Grenzwertes
0	für Größen am erzeugenden Werkzeug
1	für Größen an dem kleineren Rad einer Radpaarung
2	für Größen an dem größeren Rad einer Radpaarung
*	zur Bezeichnung eines Faktors, mit dem eine Größe in Teilen oder Vielfachen des Normalmoduls (z. B. $c = c^* \cdot m$ oder $h_{ap} = h_{ap}^* \cdot m_n$) oder der Zähnezahl (z. B. z_{ix}^* oder z_{im}^* oder z_{iw}^*) ausgedrückt wird, oder zur Bezeichnung eines Abmaßfaktors

2 Zusammenstellung der Gleichungen

Die hinter den Gleichungen in Klammern stehenden Zahlen sind die Gleichungsnummern aus DIN 3960, Ausgabe Juli 1980.

Abmaße: siehe Zahndickenabmaße
Abmaßfaktoren

$$A_{a''}^* = -\frac{A_{a''}}{A_s} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\sin \alpha'' \cdot \cos \beta} \quad (5.5)$$

$$A_{da}^* = -\frac{A_{da}}{A_s} \approx \cot \alpha_n \quad (5.6)$$

$$A_{sv}^* = \frac{A_{sv}}{A_s} \approx \frac{d_v \cdot \cos \beta_v}{d \cdot \cos \beta} \times (\cos \psi_v - \sin \psi_v \cdot \tan(\alpha_{vt} - \psi_v)) \quad (5.1)$$

$$A_{Md}^* = \frac{A_{Md}}{A_s} \approx \frac{\cos \alpha_t}{\sin \alpha_{Kt} \cdot \cos \beta} \quad (5.3)$$

$$A_{Md}^* = \frac{A_{Md}}{A_s} \approx \frac{\cos \alpha_t}{\sin \alpha_{Kt} \cdot \cos \beta} \cdot \cos \frac{\pi}{2 \cdot z} \quad (5.4)$$

$$A_W^* = \frac{A_W}{A_s} = \cos \alpha_n \quad (5.2)$$

Abweichungen

$$f_b = d_b \cdot \frac{f_{Ha}}{L_a} \quad (6.2)$$

$$f_b = \frac{d_b}{m \cdot \pi \cdot \cos \alpha} \cdot f_{pe} = \frac{z}{\pi} \cdot f_{pe} \quad (6.6)$$

$$f_e = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{f_{eV}^2 + f_{eR}^2 + 2 \cdot f_{eV} \cdot f_{eR} \cdot \cos \varphi_e} \quad (6.10)$$

$$f_{px} = -f_\beta \cdot \frac{p_x}{\sin |\beta| \cdot \cos \beta} \quad (6.8)$$

$$f_{pz} = -f_\beta \cdot \frac{p_z}{\sin |\beta| \cdot \cos \beta} \quad (6.9)$$

$$f_a = -\frac{f_{Ha}}{I_a \cdot \tan \alpha_t} \quad (6.3)$$

$$f_a \approx -\frac{f_{pe}}{m \cdot \pi \cdot \sin \alpha} \quad (6.5)$$

$$f_\beta \approx \frac{f_{H\beta}}{L_\beta} \cdot \cos^2 \beta \quad (6.7)$$

$$F_{pk} = \sum_k f_p \quad (6.1)$$

$$F_O \approx \tan F_O$$

$$= \frac{1}{L} \cdot \sqrt{f_{eV}^2 + f_{eR}^2 - 2 \cdot f_{eV} \cdot f_{eR} \cdot \cos \varphi_e} \quad (6.11)$$

Achsabstände

$$a = \frac{1}{2} \cdot (d_{w1} + d_{w2}) \quad (3.3)$$

$$a = a_d \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} = \frac{m_n \cdot (z_1 + z_2)}{2 \cdot \cos \beta} \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} \quad (3.15)$$

$$a_d = \frac{d_1 + d_2}{2} = m_t \cdot \frac{z_1 + z_2}{2} = m_n \cdot \frac{z_1 + z_2}{2 \cdot \cos \beta} \quad (3.10)$$

$$a'' = \frac{(z_1 + z_2) \cdot m_t}{2} \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha''} \quad (2.111)$$

Durchmesser

$$d = z \cdot m_t = \frac{z \cdot m_n}{\cos \beta} \quad (2.4)$$

$$d_{a1} = 2 \cdot a \cdot d_{f2} - 2 \cdot c$$

$$= d_1 + 2 \cdot x_1 \cdot m_n + 2 \cdot h_{aP} + 2 \cdot k \cdot m_n \quad (2.36)$$

$$d_{a2} = 2 \cdot a \cdot d_{f1} - 2 \cdot c$$

$$= d_2 + 2 \cdot x_2 \cdot m_n + 2 \cdot h_{aP} + 2 \cdot k \cdot m_n \quad (2.37)$$

$$d_{aM} = d + 2 \cdot x_E \cdot m_n + 2 \cdot h_{aP} \quad (2.115)$$

$$d_h = d \cdot \cos \alpha_t = z \cdot m_t \cdot \cos \alpha_t = \frac{z \cdot m_n \cdot \cos \alpha_t}{\cos \beta}$$

$$= z \cdot m_n / \sqrt{\tan^2 \alpha_n + \cos^2 \beta} = z \cdot m_b \quad (2.5)$$

$$d_f = d - 2 \cdot h_f + A_{st} \cdot \cot \alpha_t \quad (2.40)$$

$$d_{f1} = d_1 - 2 \cdot h_f = d_1 + 2 \cdot x_1 \cdot m_n - 2 \cdot h_{fP} \quad (2.38)$$

$$d_{f2} = d_2 - 2 \cdot h_f = d_2 + 2 \cdot x_2 \cdot m_n - 2 \cdot h_{fP} \quad (2.39)$$

$$d_v = d + 2 \cdot x \cdot m_n - d \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{x}{z} \cdot \cos \beta\right) \quad (2.41)$$

$$d_{w1} = \frac{2 \cdot z_1}{z_1 + z_2} \cdot a = \frac{2 \cdot a}{u + 1}$$

$$= d_1 \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} = \frac{d_{b1}}{\cos \alpha_{wt}} \quad (3.4)$$

$$d_{w2} = \frac{2 \cdot z_2}{z_1 + z_2} \cdot a = \frac{2 \cdot a \cdot u}{u + 1}$$

$$= d_2 \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} = \frac{d_{b2}}{\cos \alpha_{wt}} \quad (3.5)$$

$$d_K = d \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{Kt}} = \frac{d_b}{\cos \alpha_{Kt}} \quad (2.104)$$

$$d_M = \frac{d_b}{\cos \alpha_M} \quad (2.106)$$

$$d_M = \sqrt{d_b^2 + (W_k \cdot \cos \beta_b)^2} \cdot \frac{z}{|z|} \quad (2.95)$$

$$d_{Na} \approx d_a - 2 \cdot \varrho_{an} \cdot (1 - \sin \alpha_{an}) \quad (3.28)$$

$$d_{Nf1} = \sqrt{\left(2 \cdot a \cdot \sin \alpha_{wt} - \frac{z_2}{|z_2|} \cdot \sqrt{d_{Na2}^2 - d_{b2}^2}\right)^2 + d_{b1}^2} \quad (3.29)$$

$$d_{Nf2} = \frac{z_2}{|z_2|} \sqrt{\left(2 \cdot a \cdot \sin \alpha_{wt} - \sqrt{d_{Na1}^2 - d_{b1}^2}\right)^2 + d_{b2}^2} \quad (3.30)$$

$$d_{NfE} = \sqrt{\left[d \cdot \sin \alpha_t - 2 \cdot (h_{a0} - x_E \cdot m_n - \varrho_{a0} \cdot (1 - \sin \alpha_n)) / \sin \alpha_t\right]^2 + d_b^2} \quad (3.31)$$

Eingriffstrecken

$$g_a = \varrho_{E1} - \varrho_{C1}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2} - d_{b1} \cdot \tan \alpha_{wt}\right) \quad (3.27)$$

$$g_t = \varrho_{A2} - \varrho_{C2}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{z_2}{|z_2|} \cdot \sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2} - d_{b2} \cdot \tan \alpha_{wt}\right) \quad (3.26)$$

$$g_a = \frac{1}{2} \cdot \left[\sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2} + \frac{z_2}{|z_2|} \cdot \sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2} - (d_{b1} + d_{b2}) \cdot \tan \alpha_{wt}\right] \quad (3.24)$$

$$g_a = \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2} - d_{b1} \cdot \tan \alpha_t\right)$$

$$+ \frac{m_n \cdot (1 - x_1)}{\sin \alpha_t} \quad (3.25)$$

$$g_{ay} = \pm (\varrho_{C1} - \varrho_{y1}) - \pm (\varrho_{C2} - \varrho_{y2}) \quad (3.43)$$

Eingriffswinkel: siehe Profilwinkel**Ersatzzähnezahlen**

$$z_{nx} = \frac{z}{\cos^2 \beta_b \cdot \cos \beta} = z \cdot z_{nx}^* \quad (2.80)$$

$$z_{nM} = \frac{z}{\cos^{3.3} \beta} \approx z \cdot z_{nM}^* \quad (2.100)$$

$$z_{nW} = z \cdot \frac{\operatorname{inv} \alpha_t}{\operatorname{inv} \alpha_n} = z \cdot z_{nW}^* \quad (2.97)$$

Evolventenfunktion

$$\operatorname{inv} \alpha_{yt} = \xi_y - \alpha_{yt} = \tan \alpha_{yt} - \alpha_{yt} \quad (2.13)$$

Flankenspiele

$$j_n = j_t \cdot \cos \alpha_n \cdot \cos \beta = j_t \cdot \cos \alpha_t \cdot \cos \beta_h \quad (9.1)$$

$$j_t = \frac{j_l}{2 \cdot \tan \alpha_{wt}} \quad (9.2)$$

Gleitfaktoren

$$K_g = \frac{v_g}{v_t} = \frac{2 \cdot g_{xy}}{d_{w1}} \cdot \left(1 + \frac{1}{u}\right)$$

$$K_{ga} = \frac{2 \cdot g_a}{d_{w1}} \cdot \left(1 + \frac{1}{u}\right)$$

$$K_{gt} = \frac{2 \cdot g_t}{d_{w1}} \cdot \left(1 + \frac{1}{u}\right)$$

Gleitgeschwindigkeiten

$$v_g = \pm \omega_1 \cdot \left(\frac{v_{y2}}{u} - e_{y1}\right) \quad (3.42)$$

$$v_g = \pm \omega_1 \cdot g_{xy} \cdot \left(1 + \frac{1}{u}\right) \quad (3.44)$$

$$v_{ga} = \pm \omega_1 \cdot g_a \cdot \left(1 + \frac{1}{u}\right) \quad (3.46)$$

$$v_{gt} = \pm \omega_1 \cdot g_t \cdot \left(1 + \frac{1}{u}\right) \quad (3.45)$$

Höhen: siehe Zahnhöhen**Höhen über den Sehnen**

$$h_a \approx h_a + \frac{1}{4} \cdot d \cdot \psi^2 \cdot \cos^4 \beta \quad (2.87)$$

$$\bar{h}_c = h_a - \frac{s}{2} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha \quad (2.91)$$

$$\bar{h}_v \approx h_a - x \cdot m_n + \frac{1}{4} \cdot d_v \cdot \psi_v^2 \cdot \cos^4 \beta_v \quad (2.89)$$

$$\bar{h}_y \approx \frac{d_a - d_y}{2} + \frac{1}{4} \cdot d_y \cdot \psi_y^2 \cdot \cos^4 \beta_y \quad (2.88)$$

Kopfhöhenänderung

$$k = y - \Sigma x \quad (3.17)$$

$$k \cdot m_n - a = a_d - m_n \cdot \Sigma x \quad (3.16)$$

Kopfspiel

$$c = h - h_w = c^* \cdot m_n \quad (3.9)$$

Krümmungshalbmesser der Evolventen

$$\rho_y = r_b \cdot \xi_y = r_b \cdot \tan \alpha_{yt} = \frac{z}{|z_2|} \cdot \sqrt{r_y^2 - r_b^2} \quad (2.12)$$

$$\rho_{A2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{z_2}{|z_2|} \cdot \sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2} \quad (3.19)$$

$$\rho_{E1} = \rho_{E1} - p_{et} \quad (3.21)$$

$$\rho_{C1} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{d_{w1}^2 - d_{b1}^2} = \frac{1}{2} \cdot d_{b1} \cdot \tan \alpha_{wt} \quad (3.18)$$

$$\rho_{C1} + \rho_{C2} = a \cdot \sin \alpha_{wt} = \rho_{A1} + \rho_{A2} = \rho_{E1} + \rho_{E2} \quad (3.23)$$

$$\rho_{D2} = \rho_{A2} - p_{et} \quad (3.22)$$

$$\rho_{E1} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2} \quad (3.20)$$

Kugelmäße: siehe Maße über Kugeln bzw. Rollen**Lückenweiten**

$$e_{bn} = e_{bt} \cdot \cos \beta_h \quad (2.76)$$

$$e_{bt} = d_b \cdot \left(\frac{\pi - 4 \cdot x \cdot \tan \alpha_n}{2 \cdot z} - \operatorname{inv} \alpha_t \right) \\ = \frac{e_{bn}}{\cos \beta_h} \quad (2.64, 2.76)$$

$$e_n = e_t \cdot \cos \beta = \frac{p_n}{2} - 2 \cdot x \cdot m_n \cdot \tan \alpha_n \\ = m_n \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 2 \cdot x \cdot \tan \alpha_n \right) \quad (2.73)$$

$$e_t = \frac{p_t}{2} - 2 \cdot x \cdot m_n \cdot \tan \alpha_t \\ = m_t \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 2 \cdot x \cdot \tan \alpha_n \right) = \frac{e_n}{\cos \beta} \quad (2.58, 2.73)$$

$$e_{vn} = e_{vt} \cdot \cos \beta_v \quad (2.75)$$

$$e_{vt} = d_v \cdot \left(\frac{e_t}{d} - \operatorname{inv} \alpha_t + \operatorname{inv} \alpha_{vt} \right) \\ = d_v \cdot \left(\frac{\pi - 4 \cdot x \cdot \tan \alpha_n}{2 \cdot z} - \operatorname{inv} \alpha_t + \operatorname{inv} \alpha_{vt} \right) \\ = \frac{e_{vn}}{\cos \beta_v} \quad (2.62, 2.75)$$

$$e_{yn} = e_{yt} \cdot \cos \beta_y \quad (2.74)$$

$$e_{yt} = d_y \cdot \left(\frac{e_t}{d} - \operatorname{inv} \alpha_t + \operatorname{inv} \alpha_{yt} \right) \\ = d_y \cdot \left(\frac{\pi - 4 \cdot x \cdot \tan \alpha_n}{2 \cdot z} - \operatorname{inv} \alpha_t + \operatorname{inv} \alpha_{yt} \right) \\ = \frac{e_{yn}}{\cos \beta_y} \quad (2.60, 2.74)$$

Maße über Kugeln bzw. Rollen

$$M_{dK} = d_K + D_M \quad (2.108)$$

$$M_{dK} = d_K \cdot \cos \frac{\pi}{2 \cdot z} + D_M \quad (2.109)$$

$$M_{dR} = \frac{M_{dK} - D_{MR}}{\cos \frac{\pi}{2 \cdot z}} + D_{MR} \quad (2.110)$$

$$M_{TK} = \frac{1}{2} \cdot (d_K + D_M) \quad (2.105)$$

Meßkugeldurchmesser

$$D_M \approx z_{nM} \cdot m_n \cdot \cos \alpha_n \cdot (\tan \alpha_{KnM} - \tan \alpha_{vnM}) \quad (2.99)$$

Meßzähnezahl

$$k = \frac{z}{\pi} \cdot \left(\frac{\tan \alpha_{vt}}{\cos^2 \beta_b} - 2 \cdot \frac{x}{z} \cdot \tan \alpha_n - \text{inv } \alpha_t \right) + \frac{z}{2 \cdot |z|} \quad (2.92)$$

$$k \approx \frac{z_{nW}}{\pi} \cdot \left(\tan \alpha_{vn} - 2 \cdot \frac{x}{z_{nW}} \cdot \tan \alpha_n - \text{inv } \alpha_n \right) + \frac{z}{2 \cdot |z|} \quad (2.93)$$

$$k \approx z_{nW} \cdot \frac{\alpha_{vn}}{180} + \frac{z}{2 \cdot |z|} \quad (2.94)$$

Moduln

$$m_b = m_n / \sqrt{\tan^2 \alpha_n + \cos^2 \beta} \quad (2.3)$$

$$m_n = m_t \cdot \cos \beta - m_x \cdot \sin |\beta| \quad (2.1, 2.2)$$

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta} = m_x \cdot \tan |\beta| \quad (2.1, 2.2)$$

$$m_x = \frac{m_n}{\sin |\beta|} = \frac{m_n}{\cos \gamma} = \frac{m_t}{\tan |\beta|} \quad (2.2)$$

Profilverschiebungsfaktoren

$$x_{\min} = -\frac{z \cdot \sin^2 \alpha_t}{2 \cdot \cos \beta} + \frac{h_{a0} - q_{a0} \cdot (1 - \sin \alpha_n)}{m_n} \quad (2.77)$$

$$x_B = x + \frac{A_s}{2 \cdot m_n \cdot \tan \alpha_n} \quad (2.114)$$

$$x'_t = \frac{\frac{s_n + A_s}{m_n} - \frac{\pi}{2}}{2 \cdot \tan \alpha_n} \quad (2.113)$$

$$\Sigma x = \frac{(z_1 + z_2) \cdot (\text{inv } \alpha_{wt} - \text{inv } \alpha_t)}{2 \cdot \tan \alpha_n} \quad (3.14)$$

Profilwinkel

$$\cos \alpha = \frac{p_{cM}}{m \cdot \pi} \quad (6.4)$$

$$\tan \alpha_n = \tan \alpha_t \cdot \cos \beta \quad (2.9)$$

$$\cos \alpha_t = \frac{r_b}{r} = \frac{d_b}{d} = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha_n} = \frac{\cos \alpha_n}{\sqrt{1 + \sin^2 \alpha_n \cdot \tan^2 \beta}} \quad (2.7)$$

$$\tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} \quad (2.9)$$

$$\cos \alpha_{vn} = \frac{\cos \alpha_n \cdot \cos \beta}{\cos \beta_v \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{x}{z} \cdot \cos \beta \right)} = \frac{d}{d_v} \cdot \frac{\cos \alpha_n \cdot \cos \beta}{\cos \beta_v} \quad (2.45)$$

$$\cos \alpha_{vnM} = \frac{z_{nM} \cdot \cos \alpha_n}{z_{nM} + 2 \cdot x} \quad (2.101)$$

$$\tan \alpha_{vn} = \tan \alpha_{vt} \cdot \cos \beta_v \quad (2.44)$$

$$\cos \alpha_{vt} = \frac{z}{z + 2 \cdot x \cdot \cos \beta} \cdot \cos \alpha_t = \frac{\cos \alpha_t}{1 + 2 \cdot \frac{x}{z} \cdot \cos \beta} \quad (2.43)$$

$$\tan \alpha_{vt} = \frac{\tan \alpha_{vn}}{\cos \beta_v} \quad (2.44)$$

$$\cos \alpha_{wt} = \frac{d_{b1}}{d_{w1}} = \frac{d_{b2}}{d_{w2}} = \frac{(z_1 + z_2) \cdot m_t}{2 \cdot a} \cdot \cos \alpha_t \quad (3.6)$$

$$\text{inv } \alpha_{wt} = \text{inv } \alpha_t + 2 \cdot \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \cdot \tan \alpha_n \quad (3.7)$$

$$\tan \alpha_{yn} = \tan \alpha_{yt} \cdot \cos \beta_y \quad (2.10)$$

$$\cos \alpha_{yt} = \frac{r_b}{r_y} = \frac{d_b}{d_y} = \frac{d}{d_y} \cdot \cos \alpha_t \quad (2.8)$$

$$\tan \alpha_{yt} = \frac{\tan \alpha_{yn}}{\cos \beta_y} \quad (2.10)$$

$$\tan \alpha_{yt} = \xi_y \quad (2.11)$$

$$\text{inv } \alpha_{yt} = \xi_y - \alpha_{yt} = \tan \alpha_{yt} - \alpha_{yt} \quad (2.13)$$

$$\text{inv } \alpha'' = \text{inv } \alpha_t + 2 \cdot \frac{x'_1 + x'_t}{z_1 + z_t} \cdot \tan \alpha_n \quad (2.112)$$

$$\alpha_{KnM} = \tan \alpha_{vnM} - \text{inv } \alpha_n + \frac{\pi - 4 \cdot x \cdot \tan \alpha_n}{2 \cdot z_{nM}} \quad (2.102)$$

$$\text{inv } \alpha_{Kt} = \frac{D_M}{z \cdot m_n \cdot \cos \alpha_n} - \eta + \text{inv } \alpha_t = \frac{D_M}{d_b \cdot \cos \beta_b} - \eta_b \quad (2.103)$$

$$\tan \alpha_M = \tan \alpha_{Kt} = \frac{D_M}{d_b} \cdot \cos \beta_b \quad (2.107)$$

Prüfmaße für die Zahndicke: siehe Maße über Kugeln bzw. Rollen, Zahnwelte, Zahndickensehnen

Rollenmaße: siehe Maße über Kugeln bzw. Rollen

Schrägungswinkel

$$|\beta| = 90^\circ - |\gamma| \quad (2.29)$$

$$|\beta_b| = 90^\circ - |\gamma_b| \quad (2.6)$$

$$\sin \beta = \frac{\sin \beta_b}{\cos \alpha_n} \quad (2.31)$$

$$\cos \beta = \frac{\tan \alpha_n}{\tan \alpha_t} \quad (2.9)$$

$$\tan \beta = \frac{\tan \beta_b}{\cos \alpha_t} = \frac{\tan \beta_y \cdot \cos \alpha_{yt}}{\cos \alpha_t} \quad (2.30, 2.33)$$

$$\sin \beta_b = \sin \beta \cdot \cos \alpha_n \quad (2.31)$$

$$\cos \beta_b = \cos \beta \cdot \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_t} = \frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_t} = \frac{\sin \alpha_{yn}}{\sin \alpha_{yt}} \\ = \cos \alpha_n \cdot \sqrt{\tan^2 \alpha_n + \cos^2 \beta} \quad (2.32)$$

$$\tan \beta_b = \tan \beta \cdot \cos \alpha_t = \tan \beta_y \cdot \cos \alpha_{yt} \quad (2.30, 2.33)$$

$$\tan \beta_v = \frac{z + 2 \cdot x \cdot \cos \beta}{z} \cdot \tan \beta \\ = \tan \beta + 2 \cdot \frac{x}{z} \cdot \sin \beta = \tan \beta \cdot \frac{d_v}{d} \quad (2.42)$$

$$\sin \beta_y = \sin \beta \cdot \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_{yn}} = \frac{\sin \beta_b}{\cos \alpha_{yn}} \quad (2.34)$$

$$\cos \beta_y = \frac{\tan \alpha_{yn}}{\tan \alpha_{yt}} = \frac{\cos \alpha_{yt} \cdot \cos \beta_b}{\cos \alpha_{yn}} \quad (2.35)$$

$$\tan \beta_y = \tan \beta \cdot \frac{d_y}{d} = \tan \beta \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{yt}} \\ = \tan \beta_b \cdot \frac{d_y}{d_b} = \frac{\tan \beta_b}{\cos \alpha_{yt}} \quad (2.33)$$

Schwankungen

$$R_s = s_{\max} - s_{\min} \quad (6.12)$$

$$R_{Md} = M_{d\max} - M_{d\min} \quad (6.14)$$

$$R_W = W_{k\max} - W_{k\min} \quad (6.13)$$

Spezifisches Gleiten

$$\zeta_1 = 1 - \frac{\varrho_{y2}}{u \cdot \varrho_{y1}} \quad (3.50)$$

$$\zeta_2 = 1 - \frac{u \cdot \varrho_{y1}}{\varrho_{y2}} \quad (3.51)$$

$$\zeta_{f1} = 1 - \frac{\varrho_{A2}}{u \cdot \varrho_{A1}} \quad (3.52)$$

$$\zeta_{f2} = 1 - \frac{u \cdot \varrho_{B1}}{\varrho_{B2}} \quad (3.53)$$

Sprung

$$g_b = r \cdot \varphi_b = b \cdot \tan |\beta| \quad (3.38)$$

Steigungshöhe

$$p_z = \frac{|z| \cdot m_n \cdot \pi}{\sin |\beta|} = \frac{|z| \cdot m_t \cdot \pi}{\tan |\beta|} = |z| \cdot p_x \quad (2.14)$$

Steigungswinkel

$$|\gamma| = 90^\circ - |\beta| \quad (2.29)$$

$$|\gamma_b| = 90^\circ - |\beta_b| \quad (2.6)$$

Teilkreisabstandsfaktor

$$y = \frac{z_1 + z_2}{2 \cdot \cos \beta} \cdot \left(\frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} - 1 \right) \quad (3.12)$$

$$y \cdot m_n = a - a_d \quad (3.11)$$

$$y \cdot (\operatorname{inv} \alpha_{wt} - \operatorname{inv} \alpha_t) = \Sigma x \cdot \left(\frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} - 1 \right) \cdot \tan \alpha_t \quad (3.13)$$

Teilungen

$$p_{bn} = p_{bt} \cdot \cos \beta_b = p_n \cdot \cos \alpha_n \quad (2.25)$$

$$p_{bt} = r_b \cdot \tau = \frac{d_b \cdot \pi}{z} = \frac{d_b}{d} \cdot p_t \\ = p_t \cdot \cos \alpha_t = \frac{p_{bn}}{\cos \beta_b} \quad (2.24, 2.25)$$

$$p_{bt} = s_{bt} + e_{bt} \quad (2.63)$$

$$p_{en} = p_n \cdot \cos \alpha_n = p_{hn} \quad (2.27)$$

$$p_{ct} = p_t \cdot \cos \alpha_t = p_{bt} \quad (2.26)$$

$$p_k = k \cdot p_t \quad (2.19)$$

$$p_n = p_t \cdot \cos \beta = m_n \cdot \pi \quad (2.18)$$

$$p_t = r \cdot \tau = \frac{d \cdot \pi}{z} = m_t \cdot \pi = \frac{m_n \cdot \pi}{\cos \beta} = \frac{p_n}{\cos \beta} \quad (2.17, 2.18)$$

$$p_t = s_t + e_t \quad (2.57)$$

$$p_{vn} = p_{vt} \cdot \cos \beta_v \quad (2.23)$$

$$p_{vt} = r_v \cdot \tau = \frac{d_v \cdot \pi}{z} = \frac{d_v}{d} \cdot p_t = \frac{p_{vn}}{\cos \beta_v} \quad (2.22, 2.23)$$

$$p_{vt} = s_{vt} + e_{vt} \quad (2.61)$$

$$p_x = m_x \cdot \pi = \frac{m_n \cdot \pi}{\sin |\beta|} = \frac{m_t \cdot \pi}{\tan |\beta|} = \frac{p_z}{|z|} \quad (2.28)$$

$$p_{yn} = p_{yt} \cdot \cos \beta_y \quad (2.21)$$

$$p_{yt} = r_y \cdot \tau = \frac{d_y \cdot \pi}{z} = \frac{d_y}{d} \cdot p_t = \frac{p_{yn}}{\cos \beta_y} \quad (2.20, 2.21)$$

$$p_{yt} = s_{yt} + e_{yt} \quad (2.59)$$

$$p_z = \frac{|z| \cdot m_n \cdot \pi}{\sin |\beta|} = \frac{|z| \cdot m_t \cdot \pi}{\tan |\beta|} = |z| \cdot p_x \quad (2.14)$$

Teilungswinkel

$$\tau = \frac{2 \cdot \pi}{z} \quad \text{in Radiant} \quad (2.15)$$

$$\tau = \frac{360}{z} \quad \text{in Grad} \quad (2.16)$$

Toleranzen

$$T_a = A_{ac} - A_{ai} \quad (8.1)$$

$$T_a'' = A_{a''e} - A_{a''i} \quad (4.10)$$

$$T_{da} = A_{dac} - A_{dai} \quad (4.11)$$

$$T_s = A_{se} - A_{si} \quad (4.5)$$

$$T_s'' = A_{s''e} - A_{s''i} \quad (4.6)$$

$$T_{Md} = A_{Mde} \cdot A_{Mdi} \quad (4.8)$$

$$T_{Mr} = A_{Mre} - A_{Mri} \quad (4.9)$$

$$T_W = A_{We} - A_{Wi} \quad (4.7)$$

Überdeckungen

$$\varepsilon_a = \frac{\varphi_{a1}}{r_1} = \frac{\varphi_{a2}}{r_2} = \frac{g_a}{p_{ct}} = \frac{g_f + g_a}{p_{el}} \quad (3.34)$$

$$\varepsilon_\beta = \frac{\varphi_{\beta 1}}{r_1} = \frac{\varphi_{\beta 2}}{r_2} = \frac{b}{p_x} = \frac{b \cdot \sin |\beta|}{m_n \cdot \pi} \quad (3.37)$$

$$\varepsilon_\gamma = \frac{\varphi_{\gamma 1}}{r_1} = \frac{\varphi_{\gamma 2}}{r_2} = \varepsilon_a + \varepsilon_\beta \quad (3.41)$$

Überdeckungswinkel

$$\varphi_{a1} = \frac{g_a}{r_{b1}} = u \cdot \varphi_{a2} \quad (3.32)$$

$$\varphi_{a2} = \frac{g_a}{r_{b2}} = \frac{\varphi_{a1}}{u} \quad (3.33)$$

$$\varphi_{\beta 1} = \frac{b \cdot \tan |\beta|}{r_1} = \frac{2 \cdot b \cdot \sin |\beta|}{m_n \cdot z_1} = u \cdot \varphi_{\beta 2} \quad (3.35)$$

$$\varphi_{\beta 2} = \frac{b \cdot \tan |\beta|}{r_2} = \frac{2 \cdot b \cdot \sin |\beta|}{m_n \cdot z_2} = \frac{\varphi_{\beta 1}}{u} \quad (3.36)$$

$$\varphi_{\gamma 1} = \varphi_{a1} + \varphi_{\beta 1} = u \cdot \varphi_{\gamma 2} \quad (3.39)$$

$$\varphi_{\gamma 2} = \varphi_{a2} + \varphi_{\beta 2} = \frac{\varphi_{\gamma 1}}{u} \quad (3.40)$$

Übersetzung

$$i = \frac{\omega_a}{\omega_b} = \frac{z_a}{z_b} = -\frac{z_b}{z_a} \quad (3.2)$$

Wälzlänge

$$L_{\gamma} = |r_b| \cdot \tan \alpha_{\gamma t} = \sqrt{r_y^2 - r_b^2} \quad (2.12)$$

Wälzwinkel der Evolvente

$$\xi_y = \tan \alpha_{\gamma t} \quad (2.11)$$

Zähnezahlverhältnis

$$u = \frac{z_2}{z_1} \quad (3.1)$$

Zahnbreite

$$b = p_x \cdot \varepsilon_\beta = \frac{m_n \cdot \pi \cdot \varepsilon_\beta}{\sin |\beta|} \quad (3.37)$$

$$b = \frac{m_n \cdot z_1 \cdot \varphi_{\beta 1}}{2 \cdot \sin |\beta|} = \frac{m_n \cdot z_2 \cdot \varphi_{\beta 2}}{2 \cdot \sin |\beta|} \quad (3.35, 3.36)$$

$$b \geq W_k \cdot \sin |\beta_b| + b_M \cdot \cos \beta_b \quad (2.98)$$

Zahndicken

$$s_{bn} = s_{bt} \cdot \cos \beta_b \quad (2.72)$$

$$s_{bt} = d_b \cdot \left(\frac{\pi + 4 \cdot x \cdot \tan \alpha_n}{2 \cdot z} + \operatorname{inv} \alpha_t \right) = \frac{s_{bn}}{\cos \beta_b} \quad (2.52, 2.72)$$

$$s_n = s_t \cdot \cos \beta = \frac{p_n}{2} + 2 \cdot x \cdot m_n \cdot \tan \alpha_n = m_n \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot \tan \alpha_n \right) \quad (2.69)$$

$$s_t = \frac{p_t}{2} + 2 \cdot x \cdot m_n \cdot \tan \alpha_t = m_t \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot \tan \alpha_n \right) = \frac{s_n}{\cos \beta} \quad (2.49, 2.69)$$

$$s_{vn} = s_{vt} \cdot \cos \beta_v \quad (2.71)$$

$$s_{vt} = d_v \cdot \left(\frac{s_t}{d} + \operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_{vt} \right) = d_v \cdot \left(\frac{\pi + 4 \cdot x \cdot \tan \alpha_n}{2 \cdot z} + \operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_{vt} \right) = \frac{s_{vn}}{\cos \beta_v} \quad (2.51, 2.71)$$

$$s_{yn} = s_{yt} \cdot \cos \beta_y \quad (2.70)$$

$$s_{yt} = d_y \cdot \left(\frac{s_t}{d} + \operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_{yt} \right) = d_y \cdot \left(\frac{\pi + 4 \cdot x \cdot \tan \alpha_n}{2 \cdot z} + \operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_{yt} \right) = \frac{s_{yn}}{\cos \beta_y} \quad (2.50, 2.70)$$

Zahndickenabmaße

$$A_s = (d_{aM} - d_a) \cdot \tan \alpha_n \quad (2.116)$$

$$A_{st} = \frac{A_s}{\cos \beta} \quad (4.2)$$

$$A_{sy} = A_s \cdot \frac{d_y \cdot \cos \beta_y}{d \cdot \cos \beta} \approx A_s \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{x}{z_{nw}} \right) \quad (4.1)$$

$$A_{Mt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\sin \alpha_{Kt}} \cdot \frac{A_s}{\cos \beta} \quad (4.4)$$

Zahndicken-Halbwinkel

$$\psi = \frac{s_t}{d} = \frac{\pi + 4 \cdot x \cdot \tan \alpha_n}{2 \cdot z} \quad (2.53)$$

$$\psi_a = \frac{s_{at}}{d_a} = \psi + \operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_{at} \quad (2.78)$$

$$\psi_b = \frac{s_{bt}}{d_b} = \psi + \operatorname{inv} \alpha_t \quad (2.56)$$

$$\psi_v = \frac{s_{vt}}{d_v} = \psi + \operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_{vt} \quad (2.55)$$

$$\psi_y = \frac{s_{yt}}{d_y} = \psi + \operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_{yt} \quad (2.54)$$

Zahndickensehnen

$$\bar{s}_c = s \cdot \cos^2 \alpha \cdot m \cdot \cos^2 \alpha \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot \tan \alpha \right) \quad (2.90)$$

$$s_n = d_n \cdot \sin \psi_n = \frac{d \cdot \sin (\psi \cdot \cos^3 \beta)}{\cos^2 \beta} \quad (2.81)$$

$$\bar{s}_n \approx s_n \cdot \left(1 - \frac{1}{6} \cdot \psi^2 \cdot \cos^6 \beta \right) \quad (2.84)$$

$$s_{vn} = \frac{d_v \cdot \sin (\psi_v \cdot \cos^3 \beta_v)}{\cos^2 \beta_v} \quad (2.83)$$

$$s_{vn} \approx s_{vn} \cdot \left(1 - \frac{1}{6} \cdot \psi_v^2 \cdot \cos^6 \beta_v \right) \quad (2.86)$$

$$\bar{s}_{yn} = \frac{d_y \cdot \sin (\psi_y \cdot \cos^3 \beta_y)}{\cos^2 \beta_y} \quad (2.82)$$

$$s_{yn} \approx s_{yn} \cdot \left(1 - \frac{1}{6} \cdot \psi_y^2 \cdot \cos^6 \beta_y \right) \quad (2.85)$$

Zahnhöhen

$$h = h_P + k \cdot m_n \quad (2.46)$$

$$h_a = h_{aP} + x \cdot m_n + k \cdot m_n \quad (2.47)$$

$$h_f = h_{fP} - x \cdot m_n \quad (2.48)$$

$$h_w = \frac{d_{a1} + d_{a2}}{2} - a \quad (3.8)$$

Zahnlücken: siehe Lückenweiten**Zahnlücken-Halbwinkel**

$$\eta = \frac{e_t}{d} = \frac{\pi - 4 \cdot x \cdot \tan \alpha_n}{2 \cdot z} \quad (2.65)$$

$$\eta = \frac{e_t - A_{st}}{d} = \frac{\pi - 4 \cdot x \cdot \tan \alpha_n}{2 \cdot z} - \frac{A_s}{z \cdot m_n} \quad (4.3)$$

$$\eta_h = \frac{e_{bt}}{d_b} = \eta - \operatorname{inv} \alpha_t \quad (2.68)$$

$$\eta_f = \frac{e_{ft}}{d_f} = \eta - \operatorname{inv} \alpha_t + \operatorname{inv} \alpha_{ft} \quad (2.79)$$

$$\eta_v = \frac{e_{vt}}{d_v} = \eta - \operatorname{inv} \alpha_t + \operatorname{inv} \alpha_{vt} \quad (2.67)$$

$$\eta_y = \frac{e_{yt}}{d_y} = \eta - \operatorname{inv} \alpha_t + \operatorname{inv} \alpha_{yt} \quad (2.66)$$

Zahnweite

$$W_k = m_n \cdot \cos \alpha_n \cdot \left[\left(k - \frac{z}{2 \cdot |z|} \right) \cdot \pi + z \cdot \operatorname{inv} \alpha_t \right] + 2 \cdot x \cdot m_n \cdot \sin \alpha_n \quad (2.96)$$

3 Stichwortverzeichnis

Die hinter den Stichwörtern stehenden Zahlen nennen die Seite dieses Beiblattes, auf der die zu den Stichwörtern gehörenden Gleichungen stehen.

- Abmaße: siehe Zahndickenabmaße
Abmaßfaktoren 3
Abweichungen 4
Achsabstände 4
Außermittigkeit: siehe Abweichungen
- Durchmesser 4
- Eingriffsstrecken 4
Eingriffswinkel: siehe Profilwinkel
Ersatzzähnezahlen 5
Evolventenfunktion 5
- Flankenspiele 5
Fußhöhe: siehe Zahnhöhen
- Gesamtüberdeckung: siehe Überdeckungen
Gleitfaktoren 5
Gleitgeschwindigkeiten 5
- Höhen: siehe Zahnhöhen
Höhen über den Sehnen 5
- Kopfhöhe: siehe Zahnhöhen
Kopfhöhenänderung 5
Kopfspiel 5
Krümmungshalbmesser der Evolventen 5
Kugelmaße: siehe Maße über Kugeln bzw. Rollen
- Lückenweiten 5
- Maße über Kugeln bzw. Rollen 5
Meßkugeldurchmesser 6
Meßzähnezahl 6
Moduln 6
- Null-Achsabstand: siehe Achsabstände
- Profilüberdeckung: siehe Überdeckungen
Profilverschiebungsfaktoren 6
- Profilwinkel 6
Prüfmaße für die Zahndicke: siehe Maße über Kugeln
bzw. Rollen, Zahnweite, Zahndickensehnen
- Rollenmaße: siehe Maße über Kugeln bzw. Rollen
- Schrägungswinkel 6
Schwankungen 7
Spezifisches Gleiten 7
Sprung 7
Sprungüberdeckung: siehe Überdeckungen
Steigungshöhe 7
Steigungswinkel 7
- Taumel: siehe Abweichungen
Teilkreisabstandsfaktor 7
Teilungen 7
Teilungswinkel 7
Toleranzen 7
- Überdeckungen 8
Überdeckungswinkel 8
Übersetzung 8
- Wälzlänge 8
Wälzwinkel der Evolvente 8
- Zähnezahlverhältnis 8
Zahnbreite 8
Zahndicken 8
Zahndickenabmaße 8
Zahndicken-Halbwinkel 8
Zahndickensehnen 9
Zahnhöhen 9
Zahnlücken: siehe Lückenweiten
Zahnlücken-Halbwinkel 9
Zahnweite 9
Zweiflanken-Wälzabstand: siehe Achsabstände

Begriffe und Bestimmungsgrößen für Stirnräder (Zylinderräder) und Stirnradpaare (Zylinderradpaare) mit Evolventenverzahnung

DIN
3960

Definitions, parameters and equations for involute cylindrical gears and gear pairs
 Définitions, paramètres et équations pour roues et engrenages cylindriques à
 développante

Ersatz für Ausgabe 07.80

BSI LIBRARY

 LINFOOD WOOD
 MILTON KEYNES
 MK14 6LE

ED 19 MAY 1987

Inhalt

	Seite		Seite
1 Anwendungsbereich	2	6.3 Flankenabweichungen	43
2 Zeichen, Benennungen, Einheiten	2	6.4 Rundlaufabweichung	46
2.1 Zeichen und Benennungen	2	6.5 Lageabweichung der Verzahnungsachse	47
2.2 Indizes	5	6.6 Schwankungen R	47
2.3 Einheiten	5	6.7 Tragbild	47
3 Begriffe und Bestimmungsgrößen an einer Stirnradverzahnung (Zylinderradverzahnung)	6	7 Wälzabweichungen	47
3.1 Bezeichnungen an den Zähnen	6	7.1 Einflanken-Wälzprüfung	47
3.2 Bezugsflächen, Bezugslinien und Bezugsgrößen	6	7.2 Zweiflanken-Wälzprüfung	49
3.3 Evolventenfläche (Evolventenschraubenfläche)	8	8 Abweichungen der Achslagen eines Stirnradpaares (Zylinderradpaares)	49
3.4 Teilungswinkel und Teilungen	9	8.1 Abweichungen von der Parallelität	49
3.5 Begriffe und Bestimmungsgrößen einer Radverzahnung aus der Lage des Stirnrad- Bezugsprofils zum Teilzylinder	10	8.2 Abmaße und Toleranz für die Lage der Radachsen	50
3.6 Herstellbedingungen beim Verzahn von Stirnrädern im Wälzverfahren	13	9 Flankenspiele j	51
3.7 Geometrische Grenzen für eine Evolventenverzahnung	17	9.1 Drehflankenspiel j_t	51
3.8 Prüfmaße für die Zahndicke	19	9.2 Normalflankenspiel j_n	51
4 Begriffe und Bestimmungsgrößen an einem Stirnradpaar (Zylinderradpaar)	29	9.3 Radialspiel j_r	51
4.1 Stirnradpaar, Benennungen	30	9.4 Flankenspielschwankung R_j	51
4.2 Paarungsgrößen	31	Anhang A Angaben zum Verzahn von Stirnrädern im Wälzverfahren	51
4.3 Rechengrößen und -faktoren für eine Radpaarung	32	A.1 Vor- und Fertigverzahn, Werkzeug-Kopfhöhe	51
4.4 Zahneingriff	32	A.2 Profilkorrekturen am Verzahnwerkzeug	52
4.5 Gleitverhältnisse an den Zahnflanken	37	A.2.1 Kantenbrechflanken	52
5 Abmaße, Abmaßfaktoren und Toleranzen	39	A.2.2 Protuberanzflanken	52
5.1 Abmaße der Zahndicke und ihrer Prüfmaße	39	A.3 Berechnung der Formkreisdurchmesser bei Kopfkantenbruch und Fußfreischnitt oder Unterschnitt	52
5.2 Abmaßfaktoren A^*	40	A.3.1 Kopf-Formkreisdurchmesser d_{Fa} bei Kanten- bruch in der Fertigverzahnung	52
5.3 Toleranzen der Zahndicke und ihrer Prüfmaße	41	A.3.2 Kopf-Formkreisdurchmesser d_{Fav} bei Kanten- bruch in der Vorverzahnung	52
6 Abweichungen bei den Bestimmungsgrößen einer Stirnradverzahnung (Zylinderradverzahnung)	41	A.3.3 Fuß-Formkreisdurchmesser d_{Ff} bei Fußfrei- schnitt oder Unterschnitt	52
6.1 Kreistellungsabweichungen	41	Stichwortverzeichnis	57
6.2 Eingriffsteilungs-Abweichungen f_{pe}	43		

Fortsetzung Seite 2 bis 59

Normenausschuß Antriebstechnik (NAN) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V.

1 Anwendungsbereich

Diese Norm erläutert die Begriffe und Bestimmungsgrößen für den abmaßfreien Nennzustand und den Fertigzustand der Verzahnung von Stirnrädern (Zylinderrädern), deren Zahnflanken Teile von Evolventenflächen (Evolventenschraubenflächen) sind. Ihr Bezugsprofil hat gerade Flanken; Profilbezugslinie ist diejenige Gerade, auf der die Nennmaße der Zahndicke und der Lückenweite gleich der halben Teilung sind. Das Bezugsprofil hat gleiche Profilwinkel für die Links- und Rechtsflanken und gleiches Nennmaß für Zahnkopfhöhe plus Kopfspace und für die Zahnfußhöhe. Außerdem sind die Schrägungswinkel für alle Zahnflanken eines Rades im Nennmaß gleich.

Weiterhin behandelt diese Norm die Begriffe und Bestimmungsgrößen für Stirnradpaare (Zylinderradpaare), die aus Stirnrädern (Zylinderrädern) nach dieser Norm gebildet werden. Rad und Gegenrad eines solchen Stirnradpaares haben das gleiche Bezugsprofil.

Die Gleichungen in dieser Norm gelten nicht nur für den in DIN 867 und DIN 58 400 festgelegten Profilwinkel $\alpha_P = 20^\circ$, sondern auch für davon abweichende Eingriffswinkel $\alpha_n \neq 20^\circ$.

2 Zeichen, Benennungen, Einheiten

2.1 Zeichen und Benennungen

In dieser Norm werden die folgenden Zeichen und Benennungen benutzt:

a	Achsabstand eines Stirnradpaares
a_d	Null-Achsabstand (Summe der Teilkreisnabmesser)
a_0	Achsabstand im Erzeugungsgetriebe
a''	Zweiflanken-Wälzabstand
b	Zahnbreite
b_M	Berührgeraden-Überdeckung (bei Zahnweitenmessungen)
c	Kopfspace
c_P	Formübermaß
c_P	Kopfspace zwischen Bezugsprofil und Gegenprofil
c^*	Kopfspacefaktor
d	Teilkreisdurchmesser
d_a	Kopfkreisdurchmesser
d_{aE}	Erzeugter Kopfkreisdurchmesser
d_{aM}	Kopfkreisdurchmesser bei überschrittenen Stirnrädern
d_b	Grundkreisdurchmesser
d_{b0}	Schneidrad-Grundkreisdurchmesser
d_f	Fußkreisdurchmesser (Nennmaß)
d_{fE}	Erzeugter Fußkreisdurchmesser
d_{f0}	Schneidrad-Fußkreisdurchmesser
d_n	Ersatz-Teilkreisdurchmesser
d_v	V-Kreis-Durchmesser
d_{vE}	V-Kreis-Durchmesser bei der Erzeugung
d_w	Wälzkreisdurchmesser
d_y	Y-Kreis-Durchmesser
d_{Fa}	Kopf-Formkreisdurchmesser
d_{Fa0}	Kopf-Formkreisdurchmesser des Schneidrades
d_{Fi}	Fuß-Formkreisdurchmesser
d_K	Durchmesser des Kugelmittelpunkt-Kreises
d_M	Meßkreisdurchmesser (an Berührstelle mit Meßgerät)
d_{Na}	Kopf-Nutzkreisdurchmesser
d_{Ni}	Fuß-Nutzkreisdurchmesser
e	Lückenweite auf dem Teilzylinder
e_a	Lückenweite auf dem Kopfzylinder
e_b	Grundlückenweite (auf dem Grundzylinder)

e_f	Lückenweite auf dem Fußzylinder
e_v	Lückenweite auf dem V-Zylinder
e_y	Lückenweite auf dem Y-Zylinder
e_P	Lückenweite des Stirnrad-Bezugsprofils
f	Einzelabweichung
f_b	Grundkreisabweichung
f_c	Außermittigkeit
f_{fE}	Erzeugenden-Formabweichung
f_{fa}	Profil-Formabweichung
f_{fP}	Flankenlinien-Formabweichung
f_f	Einflanken-Wälzsprung
f_i	Zweiflanken-Wälzsprung
f_k	Kurzwellige Anteile der Einflanken-Wälzabweichungen
f_l	Langwelliger Anteil der Einflanken-Wälzabweichung
f_p	Teilungs-Einzelabweichung
f_{pe}	Eingriffsteilungs-Abweichung
f_{px}	Axialteilungs-Abweichung
f_{pz}	Steigungshöhen-Abweichung
f_{pS}	Teilungsspannen-Einzelabweichung
f_r	Rundlaufabweichung einer Verzahnung, am überschrittenen Kopfzylinder gemessen
f_u	Teilungssprung
f_{wa}	Profil-Welligkeit
f_{wP}	Flankenlinien-Welligkeit
f_{fE}	Erzeugenden-Winkelabweichung
f_{fIa}	Profil-Winkelabweichung
f_{fIP}	Flankenlinien-Winkelabweichung
f_a	Eingriffswinkelabweichung
f_β	Schrägungswinkelabweichung
f_α	Kreuzungswinkel zwischen Verzahnungsachse und Radführungsachse
$f_{\sum\beta}$	Achsschrägung
$f_{\sum\delta}$	Achsneigung
g	Eingriffsstrecke
g_a	Länge der Austritt-Eingriffsstrecke
g_f	Länge der Eintritt-Eingriffsstrecke
g_a	Länge der Eingriffsstrecke (gesamte)
g_{aE}	Länge der Kopfeingriffsstrecke
g_{aF}	Länge der Fußeingriffsstrecke
g_{ay}	Abstand eines Punktes Y vom Wälzpunkt C
g_β	Sprung
h	Zahnhöhe (zwischen Kopf- und Fußlinie)
h_a	Zahnkopfhöhe
h_{aP}	Kopfhöhe des Stirnrad-Bezugsprofils
h_{aP0}	Kopfhöhe des Werkzeug-Bezugsprofils
h_f	Zahnfußhöhe
h_{fP}	Fußhöhe des Stirnrad-Bezugsprofils
h_{fP0}	Fußhöhe des Werkzeug-Bezugsprofils
h_{pr}	Protuberanz-Zahnhöhe
h_w	Gemeinsame Zahnhöhe eines Stirnradpaares
h_{wP}	Gemeinsame Zahnhöhe von Bezugsprofil und Gegenprofil
h_{FaP0}	Kopf-Formhöhe des Werkzeug-Bezugsprofils
h_{Fi}	Zahnfuß-Formhöhe
h_{fIP}	Fuß-Formhöhe des Stirnrad-Bezugsprofils
h_{fIP0}	Fuß-Formhöhe des Werkzeug-Bezugsprofils
h_{fK}	Kantenbrechflanken-Formhöhe
h_K	Radialbetrag des Kopfkantenbruchs oder der Kopfkantenrundung

h_{Na}	Zahnkopf-Nuthöhe	v_t	Tangentialgeschwindigkeit, Umfangsgeschwindigkeit
h_{Nf}	Zahnfuß-Nuthöhe	x	Profilverschiebungsfaktor
h_p	Zahnhöhe des Stirnrad-Bezugsprofils	x_E	Erzeugungs-Profilverschiebungsfaktor
h_a	Höhe über der Sehne $\bar{s}_n$	$x_{E,m}$	Mittlerer Erzeugungs-Profilverschiebungsfaktor
$\bar{h}_c$	Höhe über der konstanten Sehne $\bar{s}_c$	$x_{E,min}$	Erzeugungs-Profilverschiebungsfaktor bei Unterschnittgrenze
i	Übersetzung	x_0	Profilverschiebungsfaktor des Schneirades
int	Integerfunktion	x''	Profilverschiebungsfaktor bei Zweiflanken-Wälzeingriff
inv	Evolventenfunktion	y	Teilkreisabstandsfaktor
j	Flankenspiel	z	Zähnezahl
j_n	Normalflankenspiel	z_a	Zähnezahl des treibenden Rades
j_r	Radialspiel	z_b	Zähnezahl des getriebenen Rades
j_t	Drehflankenspiel	z_{nx}	Ersatzzähnezahl für Profilverschiebungs-Berechnungen
k	Anzahl der Zähne oder Teilungen in einem Bereich	z_{nM}	Ersatzzähnezahl für Kugel- oder Rollenmaße
k	Kopfhöhenänderung	z_{nW}	Ersatzzähnezahl für Zahnweiten-Berechnungen
k	Meßzähnezahl (Meßlückenzahl) bei der Zahnweitenmessung	z_0	Zähnezahl des Schneirades
m	Modul (Durchmesserteilung)	A_a	Achsabstandsabmaß
m_b	Grundmodul	$A_{a''}$	Abmaß des Zweiflanken-Wälzabstandes
m_n	Normalmodul	A_{da}	Kopfkreisdurchmesser-Abmaß bei überschrittenen Stirnrädern
m_t	Stirnmodul	A_s	Zahndickenabmaß (auf dem Teilzylinder)
m_x	Axialmodul	A_{sw}	Ist-Abmaß der Zahndicke aus den Meßwerten der Kopfkreisdurchmesser bei überschrittenen Außenstirnrädern
n	Drehzahl (Drehfrequenz)	A_{sy}	Zahndickenabmaß am Y-Zylinder
n_a	Drehzahl (Drehfrequenz) des treibenden Rades	$A_{\bar{s}}$	Abmaß der Zahndickensehne
n_b	Drehzahl (Drehfrequenz) des getriebenen Rades	A_{sv}	Abmaß der Zahndickensehne auf dem V-Kreis
p	Teilung auf dem Teilzylinder	A_{Md}	Abmaß des diametralen Zweikugel- oder Zweirollenmaßes
p_b	Teilung auf dem Grundzylinder	A_{Mr}	Abmaß des radialen Einkugel- oder Einrollenmaßes
p_e	Eingriffsteilung	A_w	Zahnweitenabmaß
p_k	Teilungsspanne (Teilungssumme)	A	Anfangspunkt des Eingriffs
p_n	Normalteilung	B	Innerer Einzeleingriffspunkt am treibenden Rad
p_t	Stirnteilung, Teilkreisteilung	C	Wälzpunkt
p_v	Teilung auf dem V-Zylinder	D_M	Meßkugel- oder Meßrollendurchmesser
p_x	Axialteilung	D	Äußerer Einzeleingriffspunkt am treibenden Rad
p_y	Teilung auf dem Y-Zylinder	E	Endpunkt des Eingriffs
p_z	Steigungshöhe	F	Summenabweichung, Gesamtabweichung
pr	Protuberanzbetrag	F_i'	Einflanken-Wälzabweichung
q	Bearbeitungszugabe auf den Stirnrad-Zahnflanken	F_i''	Zweiflanken-Wälzabweichung
r	Teilkreisradius	F_p	Teilungs-Gesamtabweichung
r_a	Kopfkreisradius	F_{pk}	Teilungs-Summenabweichung (Summe über k Teilungen)
r_b	Grundkreisradius	F_{pkS}	Teilungsspannen-Summenabweichung (über k Spannen)
r_f	Fußkreisradius	$F_{pz/\theta}$	Teilungs-Summenabweichung (Summe über $k = z/\theta$ Teilungen)
r_v	V-Kreis-Halbmesser	F_{pS}	Teilungsspannen-Gesamtabweichung
r_w	Wälzkreisradius	F_r	Rundlaufabweichung einer Verzahnung, in den Zahn-lücken gemessen
r_y	Y-Kreis-Halbmesser	F_{rR}	Rundlaufabweichung an der Rad-Rückseite
s	Zahndicke auf dem Teilzylinder	F_{rV}	Rundlaufabweichung an der Rad-Vorderseite
s_a	Zahndicke auf dem Kopfzylinder	F_r''	Wälz-Rundlaufabweichung
s_{aK}	Restzahndicke am Zahnkopf bei Kopfkantenbruch oder Kopfkantenrundung	F_E	Erzeugenden-Gesamtabweichung
s_b	Grundzahndicke (auf dem Grundzylinder)	F_α	Profil-Gesamtabweichung
s_v	Zahndicke auf dem V-Zylinder	F_β	Flankenlinien-Gesamtabweichung
s_w	Zahndicke auf dem Wälzzylinder	F_1, F_2	Schnittpunkte der Eingriffslinie mit den Fuß-Formkreisen der Räder 1 und 2
s_y	Zahndicke auf dem Y-Zylinder	FS	Fußfreischnitt
s_p	Zahndicke des Stirnrad-Bezugsprofils		
$\bar{s}$	Zahndickensehne		
$\bar{s}_c$	Konstante Sehne		
u	Zähnezahlverhältnis		
v	Lineare Geschwindigkeit		
v_R	Gleitgeschwindigkeit		
v_{ga}	Gleitgeschwindigkeit am Zahnkopf		
v_{gf}	Gleitgeschwindigkeit am Zahnfuß		

K_g	Gleitfaktor	α_{t0}	Stirneingriffswinkel im Erzeugungsgetriebe
K_{ga}	Gleitfaktor am Zahnkopf	α_v	Profilwinkel am V-Zylinder
K_{gf}	Gleitfaktor am Zahnfuß	α_{w0}	Profilwinkel am Wälzzylinder im Normalschnitt des Erzeugungsgetriebes
L	Meßpunkteabstand	α_{w1}	Betriebseingriffswinkel
I	Prüfbereich	α_{w10}	Betriebseingriffswinkel im Erzeugungsgetriebe
I_{-a}	Wälzlänge vom Evolventenursprung zum Zahnkopf	α_y	Profilwinkel am Y-Zylinder
I_f	Wälzlänge vom Evolventenursprung zum Zahnfuß	α_{FF}	Profilwinkel am Fuß-Formkreis
I_y	Wälzlänge zum Punkt Y	α_K	Profilwinkel der Kantenbruchflanke
L_E	Erzeugenden-Prüfbereich	α_K	Profilwinkel am Kugelmittelpunkt-Kreis
L_G	Lagermitten-Abstand an einer Radachse	α_{kt}	Profilwinkel im Stirnschnitt am Kugelmittelpunkt-Kreis
L_α	Profil-Prüfbereich	α_M	Profilwinkel am Meßkreis
L_β	Flankenlinien-Prüfbereich	α_{Mt}	Profilwinkel im Stirnschnitt am Meßkreis
M	Meßwert	α_{Ni}	Profilwinkel am Fuß-Nutkreis
M_{dK}	Diametrales Zweikugelmaß	α_p	Profilwinkel des Stirnrad-Bezugsprofils
M_{dR}	Diametrales Zweirollenmaß	α''	Betriebseingriffswinkel bei Zweiflanken-Wälzprüfung
M_p	Meßwert einer Teilungsmessung	β	Schrägungswinkel
M_{TK}	Radiales Einkugelmaß	β_b	Grundschrägungswinkel
M_{rR}	Radiales Einrollenmaß	β_v	Schrägungswinkel auf dem V-Zylinder
N	Nummer eines Zahnes oder einer Teilung	β_w	Schrägungswinkel auf dem Wälzzylinder
Null-Rad	Stirnrad ohne Profilverschiebung	β_y	Schrägungswinkel auf dem Y-Zylinder
O	Kreismittelpunkt	β_M	Schrägungswinkel am Meßkreis
P	Berührungspunkte (z. B. zwischen Meßkugel und Zahnflanke)	γ	Steigungswinkel
R	Schwankung	γ	Steigungswinkel auf dem Teilzylinder
R_i	Flankenspielschwankung	γ_b	Grundsteigungswinkel
R_p	Teilungsschwankung	ε	Überdeckung
R_s	Zahndickenschwankung	ε_α	Profilüberdeckung
R_g	Zahndickensehnen-Schwankung	ε_β	Sprungüberdeckung
R_{Md}	Schwankung des diametralen Zweikugel- oder Zweirollenmaßes	ε_γ	Gesamtüberdeckung
R_{Mr}	Schwankung des radialen Einkugel- oder Einrollenmaßes	ζ	Spezifisches Gleiten
R_W	Zahnweitenschwankung	ζ_t	Spezifisches Gleiten im Endpunkt der Eingriffsstrecke
T	Toleranz	η	Zahnlücken-Halbwinkel am Teilkreis
T_a	Achsabstandstoleranz	η_h	Grundlücken-Halbwinkel
$T_{a''}$	Toleranz des Zweiflanken-Wälzabstandes	η_t	Zahnlücken-Halbwinkel am Fußkreis
T_{da}	Kopfkreisdurchmesser-Toleranz bei überschrittenen Stirnrädern	η_v	Zahnlücken-Halbwinkel am V-Kreis
T_s	Zahndickentoleranz	η_w	Zahnlücken-Halbwinkel am Wälzkreis
T_g	Toleranz der Zahndickensehne	η_y	Zahnlücken-Halbwinkel am Y-Kreis
T_{Md}	Toleranz des diametralen Zweikugel- oder Zweirollenmaßes	ξ	Wälzwinkel der Evolvente
T_{Mr}	Toleranz des radialen Einkugel- oder Einrollenmaßes	ξ_u	Wälzwinkel der Evolvente am Zahnkopfende
T_W	Zahnweitentoleranz	ξ_f	Wälzwinkel der Evolvente am Zahnfußende
T	Berührungspunkt der Tangente am Grundkreis	ξ_{wt0}	Wälzwinkel am Erzeugungswälzkreis
U	Evolventenursprungspunkt	ξ_y	Wälzwinkel der Evolvente im Punkt Y
V-Rad	Stirnrad mit Profilverschiebung	ξ_{t00}	Wälzwinkel am Kopf-Formkreis des Schneidrades
W_d	Anteil der Zahnweite ohne Profilverschiebung	ξ_{FF}	Wälzwinkel am Fuß-Formkreis
W_k	Zahnweite über k Meßzähne oder Meßlücken	ξ_{Nd}	Wälzwinkel am Kopf-Nutkreis
W_x	Anteil der Zahnweite durch Profilverschiebung	ξ_{Ni}	Wälzwinkel am Fuß-Nutkreis
Y	Beliebiger Punkt auf einer Zahnflanke oder Evolvente	ϱ	Krümmungshalbmesser, Rundungshalbmesser
α	Eingriffswinkel	ϱ_{tn}	Kopfkanten-Rundungshalbmesser im Stirnrad-Normalschnitt
α_a	Profilwinkel am Kopfzylinder	ϱ_{a0}	Kopfkanten-Rundungshalbmesser am Werkzeug
α_n	Normaleingriffswinkel	ϱ_f	Zahnfußradius
α_{nK}	Normaleingriffswinkel der Kantenbruch-Evolvente	ϱ_{fp}	Zahnfußradius am Stirnrad-Bezugsprofil
α_{pr}	Protuberanz-Profilwinkel	ϱ_y	Krümmungshalbmesser der Evolvente im Punkt Y
α_t	Stirneingriffswinkel	τ	Teilungswinkel
α_{tK}	Stirneingriffswinkel der Kantenbruch-Evolvente	φ	Überdeckungswinkel
		φ	Zentriwinkel

φ_n	Zentriwinkel zwischen den Höchstwerten der Rundlaufabweichung F_{IV} und F_{IR}
φ_α	Profil-Überdeckungswinkel
φ_β	Sprung-Überdeckungswinkel
φ_γ	Gesamt-Überdeckungswinkel
ψ	Zahndicken-Halbwinkel am Teilkreis
ψ_n	Zahndicken-Halbwinkel am Kopfkreis
ψ_b	Grunddicken-Halbwinkel
ψ_n	Ersatz-Zahndicken-Halbwinkel
ψ_v	Zahndicken-Halbwinkel am V-Kreis
ψ_w	Zahndicken-Halbwinkel am Wälzkreis
ψ_y	Zahndicken-Halbwinkel am Y-Kreis
ω	Winkelgeschwindigkeit
ω_a	Winkelgeschwindigkeit des treibenden Rades
ω_b	Winkelgeschwindigkeit des getriebenen Rades
ΔW	Längendifferenz bei der Zahnweitenmessung
$\Delta\varphi$	Drehwinkel-Unterschied
$\sum x$	Summe der Profilverschiebungsfaktoren
$\sum z$	Summe der Zähnezahlen

Weitere Kurzzeichen für Verzahnungen siehe DIN 3999.

Außerdem bestehen folgende Normen über Zeichen: DIN 1302, DIN 1304 und Beiblatt 1 zu DIN 1304, DIN 1313, DIN 66 030.

2.2 Indizes

Als Indizes werden (bei den Zeichen nach Abschnitt 2.1 oder zusätzlich) benutzt:

-	ohne Index: Größen am Teilzylinder
a	für Größen am Zahnkopf oder für das treibende Rad oder auf den Achsabstand bezogen
b	für Größen am Grundzylinder oder für das getriebene Rad
e	für Größen in der Eingriffsebene oder für eine obere Grenze oder bei Außermittigkeit
f	für Größen am Zahnfuß oder für „Form“
g	für „Gleiten“
i	für eine untere Grenze oder auf „Übersetzung“ bezogen
k	für eine Anzahl von Zähnen, Teilungen oder Spannen
l	für „linkssteigend“ bzw. „im Sinne einer Linksschraube“
m	für einen Mittelwert
max	für einen Höchstwert
min	für einen Mindestwert
n	für Größen im Normalschnitt (auch für Ersatz-Geradzahnverzahnung einer Schrägverzahnung)
p	für Teilungs-Abweichungen
pr	für Größen an der Protuberanz
r	für „rechtssteigend“ bzw. „im Sinne einer Rechtsschraube“ oder für „Rundlaufabweichung“
s	bezogen auf „Zahndicke“
t	für Größen im Stirnschnitt oder in Tangentialrichtung
u	für einen Teilungssprung
v	für Größen am V-Zylinder
w	für Größen am Wälzzylinder bzw. gemeinsame Größen eines Radpaares oder für „Welligkeit“
x	für Größen im Axialschnitt (in Richtung der Radachse) oder bezogen auf Profilverschiebung
y	für Größen an einem Punkt Y (am Y-Zylinder)
z	bezogen auf einen Zahn oder die Zähnezahl
zul	zulässiger Grenzwert

E	bezogen auf „Erzeugung“ (z. B. am Stirnrad erzeugte Größen) bzw. „Erzeugende“
F	für Formkreise (den maximal nutzbaren Flankenbereich bestimmende Größen)
H	Winkelabweichung im Flankenprüfbild
K	für Größen an Kantenbruch- oder Kantenbrechflanken bzw. bei Kugelmaßen
L	zur Bezeichnung eines Lehrzahnrades oder von Linksflanken
M	zur Bezeichnung eines Meßwertes
N	für Nutzkreise (den vom Gegenrad genutzten (aktiven) Flankenbereich bestimmende Größen)
P	für Größen des Stirnrad-Bezugsprofils
PO	für Größen des Werkzeug-Bezugsprofils
R	für Rückseite, zur Bezeichnung von Rechtsflanken oder von Größen bei einer Rollenmessung
S	für eine Teilungsspanne
V	für Vorderseite, für Vor-Verzahnwerkzeug, für Stirnrad-Vorverzahnung
W	für Zahnweiten-Messung
α	für Größen oder Abweichungen in einer Stirnschnittebene oder den Eingriff betreffend
β	für Größen oder Abweichungen an einer Flankenlinie
γ	für Gesamtüberdeckung
δ	für Neigung
σ	für Taumeln
$\sum$	für Achsenwinkel
0	für Größen am erzeugenden Werkzeug oder im Erzeugungsgetriebe
1	für Größen an dem kleineren Rad einer Radpaarung
2	für Größen an dem größeren Rad einer Radpaarung
'	für Größen bei Einflankeneingriff
"	für Größen bei Zweiflankeneingriff
*	zur Bezeichnung eines Faktors, mit dem eine Größe in Teilen oder Vielfachen des Normalmoduls (z. B. $c = c^* \cdot m_n$ oder $h_{ap} = h_{ap}^* \cdot m_n$) oder der Zähnezahl (z. B. z_{nX} oder z_{nM} oder z_{nW}) ausgedrückt wird, oder zur Bezeichnung eines Abmaßfaktors

2.3 Einheiten

Die folgenden Normen bzw. Richtlinien sind zu beachten: DIN 1301 Teil 1, DIN 1315, VDE/VDI 2605.

Danach ist es zweckmäßig, die in dieser Norm behandelten Größen in den folgenden Einheiten anzugeben:

Modul und alle Längen in Millimeter (mm). Auch Längenabweichungen und -abmaße sind in Gleichungen in mm einzusetzen, wenn nicht in Einzelfällen andere Angaben gemacht sind.

Zu beachten ist: in den Normen für Verzahnungen (z. B. DIN 3962 Teil 1 bis Teil 3, DIN 3963, DIN 3964, DIN 3967) sind die Längenabweichungen, -abmaße und -toleranzen in Mikrometer (μm) angegeben.

Winkel, die zur Größenangabe dienen, in Grad ($^\circ$) (z. B. Profilwinkel, Eingriffswinkel, Schrägungswinkel, Wälzwinkel); für das Rechnen ist die dezimale Unterteilung des Grades vorteilhaft;

Winkel, die in Gleichungen einzusetzen sind, in Radiant (rad) (z. B. Teilungswinkel τ , Zahndicken-Halbwinkel ψ , Zahn-lücken-Halbwinkel η , Überdeckungswinkel φ),

Winkelabweichungen in Milliradian (mrad) oder in Mikroradian (μrad) (siehe Abschnitte 6.3.1.4, 6.3.1.6, 6.3.2.4, 6.3.2.5),

Winkelgeschwindigkeiten in Radiant durch Sekunde (rad/s);

Drehzahlen (Drehfrequenzen) in Eins durch Sekunde (1/s) (an Stelle der bisher vorwiegend gebräuchlichen Einheit 1/min wird die Einheit 1/s benutzt, siehe DIN 1301 Teil 1).

Für die Winkleinheiten gelten die Beziehungen:

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ = 129600''$$

$$1 \text{ rad} = 1 \frac{\text{mm}}{\text{mm}}$$

$$1 \text{ mrad} = 1 \frac{\text{mm}}{\text{m}} = 1 \frac{\mu\text{m}}{\text{mm}}$$

$$1 \mu\text{rad} = 1 \frac{\mu\text{m}}{\text{m}}$$

$$2\pi \mu\text{rad} = 1,296''$$

$$1 \text{ mrad} \approx 3,437' \approx 206,26'' \approx 200''$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad} \approx 0,017453 \text{ rad}$$

$$1' \approx 0,291 \text{ mrad} \approx 0,3 \text{ mrad}$$

$$1'' \approx 4,85 \mu\text{rad} \approx 5 \mu\text{rad}$$

$$0,001^\circ \approx 3,6'' \approx 17,45 \mu\text{rad}$$

Für Umrechnungen gilt:

$$\alpha \text{ in Grad} = \frac{180}{\pi} \cdot (\alpha \text{ in Radiant})$$

$$\approx 57,295780 \cdot (\alpha \text{ in Radiant})$$

In Systemen mit beschränktem Schriftzeichenvorrat (Fernschreiber, Datenverarbeitung) kann es vorkommen, daß bei Winkelangaben die Einheitenzeichen für Grad, Minute und Sekunde nicht durch die hochgesetzten Zeichen $^\circ$, $'$, $''$ wiedergegeben werden können. Für solche Fälle sind nach DIN 66 030 die folgenden Darstellungen der Einheitennamen vorgesehen:

deg oder DEG für Grad (Winkel),

mnt oder MNT für Minute (Winkel),

sec oder SEC für Sekunde (Winkel).

Als weitergehende Abkürzungen der Einheitenamen werden d, m und s empfohlen, z. B. 17 d 27 m 27 s.

3 Begriffe und Bestimmungsgrößen an einer Stirnradverzahnung (Zylinderradverzahnung)

Alle Definitionen und Gleichungen dieses Abschnittes beziehen sich auf ein abweichungsfreies Stirnrad. Die Gleichungen in den Abschnitten 3.2 bis 3.5.7 gelten für die Nennmaße einer abmaßfreien Verzahnung; die Zahndickenabmaße A_s sind in den Abschnitten 3.5.8 und 3.6 berücksichtigt.

Die Nennmaße einer Evolventen-Stirnradverzahnung enthalten keine Abmaße zur Erzielung eines Flankenspiels im Stirnradpaar; sie sind durch folgende voneinander unabhängige Angaben bestimmt:

Zähnezahl z

Bezugsprofil

Normalmodul m_n

Flankenrichtung und Schrägungswinkel β

Profilverschiebungsfaktor x

Zahnbreite b

3.1 Bezeichnungen an den Zähnen

3.1.1 Zähnezahl z und Vorzeichen der Zähnezahl

Die Anzahl der Zähne auf dem Radumfang wird mit z bezeichnet.

Die Zähnezahl z eines außenverzahnten Stirnrades (Außenrades) ist in die folgenden Gleichungen als positive Größe, die Zähnezahl z eines innenverzahnten Stirnrades (Hohlrades) ist als negative Größe einzusetzen. Dies entspricht der Vorstellung, daß beim Übergang von einem Außenrad auf ein Hohlrad der Raddurchmesser vergrößert wird, bis zunächst bei $d = +\infty$ die Zahnstange mit $z = \infty$ erreicht wird. Im weiteren Verlauf des Übergangs springt der Raddurchmesser auf $-\infty$ μm und nimmt dann endliche negative Größe an. Durch diese Festlegung und die in den Abschnitten 3.5.3 und 3.5.4 enthaltenen Definitionen über das Vorzeichen des Schrägungswinkels und der Profilverschiebung ist es möglich, für Außenräder und für Hohlräder dieselben Gleichungen ungeändert zu verwenden.

Für ein Hohlrad ergeben sich somit bei den Berechnungen für alle von der Zähnezahl abhängigen Größen – das sind die Durchmesser und Halbmesser, die Teilungs-, Zahndicken- und Zahnlückenwinkel, die Krümmungshalbmesser der Zahnflanken, und von den Prüfmaßen für die Zahndicke: die Zahnweite sowie das radiale und diametrale Einkugel- und Einrollenmaß bzw. Zweikugel- und Zweirollenmaß – negative Werte. Bei einem Innenradpaar sind außerdem das Zähnezahlverhältnis und der Achsabstand negativ.

In den Fertigungsvorschriften (Zeichnungsangaben) werden jedoch auch bei Hohlradern sämtliche Prüfmaße sowie die Zähnezahlen, Durchmesser usw. stets als positive Größen angegeben; ausgenommen die Profilverschiebung, die mit ihrem jeweiligen Vorzeichen einzusetzen ist (siehe Abschnitt 3.5.4).

3.1.2 Zahn 1, Zahn 2 usw., Zahn N

Zum Numerieren der Zähne sind auf einer in einer vereinbarten Blickrichtung betrachteten Stirnfläche eines Rades die Bezeichnungen Zahn 1, Zahn 2 usw. so festzulegen, daß die Zähne in Zählrichtung (meist: im Drehsinne des Uhrzeigers) aufsteigend beziffert sind. Allgemein wird ein Zahn mit dem Buchstaben N bezeichnet. Der in Zählrichtung vorausliegende Zahn trägt dann die Bezeichnung N + 1, der in Zählrichtung zurückliegende Zahn wird mit N – 1 bezeichnet. In Zählrichtung folgt auf den Zahn Nr z der Zahn 1. Siehe auch DIN 868.

3.1.3 Rechtsflanke, Linksflanke

Rechtsflanke (bzw. Linksflanke) ist diejenige Flanke, die ein Beobachter in einer vereinbarten Blickrichtung an einem nach oben gerichteten Zahn an dessen rechter (bzw. linker) Seite sieht. Siehe DIN 868.

Diese Definition gilt sowohl für außenverzahnte als auch für innenverzahnte Räder. Bei einem Stirnradpaar arbeiten – unter Annahme einer gemeinsamen Blickrichtung – Rechtsflanken mit Rechtsflanken oder Linksflanken mit Linksflanken zusammen.

3.1.4 Teilung Nr N

Die Teilung Nr N (Rechtsflankenteilung oder Linksflankenteilung) ist die Teilung zwischen den Rechtsflanken bzw. Linksflanken der Zähne Nr N – 1 und N.

3.2 Bezugsflächen, Bezugslinien und Bezugsgrößen

3.2.1 Bezugsprofil, Bezugs-Zahnstange

Das Bezugsprofil einer Stirnradverzahnung ist der Normalschnitt durch die Verzahnung der Bezugs-Zahnstange, die der Stirnradverzahnung an einem Außenrad mit der Zähnezahl $z = \infty$ und dem Durchmesser $d = +\infty$ entspricht. Die Flanken des Bezugsprofils einer Evolventenverzahnung sind Geraden.

3.2.7 Teilzylinder, Teilkreis; Teilkreisdurchmesser d

Der Teilzylinder ist die Bezugsfläche für die Stirnradverzahnung. Seine Achse fällt mit der Führungsachse des Rades (Radachse) zusammen. Dementsprechend ist bei einer Zahnstange die Teilebene die Zahnstangen-Bezugsebene.

Der Teilkreis ist der Schnitt des Teilzylinders mit einer Stirnschnittebene. Der Teilkreisdurchmesser d ist bestimmt durch

$$d = z \cdot m_t = \frac{z \cdot m_n}{\cos \beta} \quad (3.2.04)$$

Anmerkung: Bei einem Hohlrad ergibt sich für den Teilkreisdurchmesser ein negativer Wert, siehe Abschnitt 3.1.1.

3.2.8 Grundzylinder, Grundkreis; Grundkreisdurchmesser d_b

Der Grundzylinder ist derjenige zum Teilzylinder koaxiale Zylinder, der für die Erzeugung der Evolventenflächen (Evolventenschraubenflächen) bestimmend ist. Größen am Grundzylinder werden mit dem Index b angegeben.

Der Grundkreis ist der Schnitt des Grundzylinders mit einer Stirnschnittebene; die Evolventen des Grundkreises enthalten die nutzbaren Teile der Zahnprofile. Der Grundkreisdurchmesser d_b beträgt

$$\begin{aligned} d_b &= d \cdot \cos \alpha_t = z \cdot m_t \cdot \cos \alpha_t = \frac{z \cdot m_n \cdot \cos \alpha_t}{\cos \beta} \\ &= z \cdot m_n \cdot \sqrt{\tan^2 \alpha_n + \cos^2 \beta} = z \cdot m_b \end{aligned} \quad (3.2.05)$$

Anmerkung: Bei einem Hohlrad ergibt sich für den Grundkreisdurchmesser ein negativer Wert, siehe Abschnitt 3.1.1.

3.3 Evolventenfläche (Evolventenschraubenfläche)

3.3.1 Erzeugende einer Evolventenfläche

Eine Mantellinie des Grundzylinders beschreibt beim Abwickeln des Mantels eine Evolventenfläche eines Geradzahn-Stirnrades; sie ist die Erzeugende der Evolventenfläche.

Eine zur Mantellinie geneigte Gerade in der abgewinkelten Mantelfläche ist die Erzeugende einer Evolventenfläche (Evolventenschraubenfläche) eines Schräg Zahn-Stirnrades, die ihren Ursprung auf dem Grundzylinder in der Kehlschraubenlinie hat, siehe Bild 2.

Beim Abwickeln des Grundzylindermantels im Drehsinne des Uhrzeigers entstehen Evolventenflächen (Evolventenschraubenflächen), aus denen sich die Linksflanken einer Stirnradverzahnung ergeben. Beim Abwickeln im entgegengesetzten Sinne entstehen Evolventenflächen (Evolventenschraubenflächen), aus denen sich die Rechtsflanken ergeben.

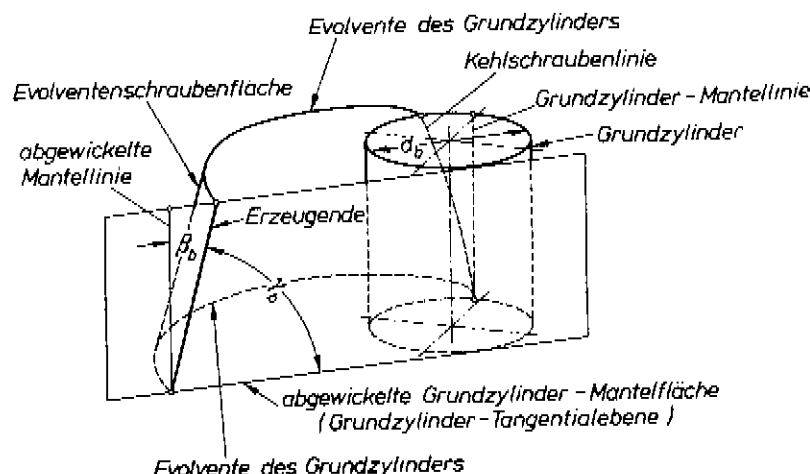


Bild 2. Grundzylinder mit Evolventenschraubenfläche und Erzeugender

3.3.2 Grundschrägungswinkel, Grundsteigungswinkel

Der spitze Winkel in der abgewinkelten Grundzylinder-Mantelfläche zwischen der Erzeugenden und einer Mantellinie ist der Grundschrägungswinkel β_b , siehe Bild 2 und Gleichungen (3.5.02) bis (3.5.04). Der Komplementwinkel des Grundschrägungswinkels β_b ist der Grundsteigungswinkel γ_b :

$$|\gamma_b| = 90^\circ - |\beta_b| \quad (3.3.01)$$

Beide Winkel haben dasselbe Vorzeichen.

3.3.3 Stirnprofilwinkel, Stirneingriffswinkel

Die (stets in einem Stirnschnitt liegende) Evolvente ist in dem beliebigen Punkt Y um den Stirnprofilwinkel α_{yt} gegen den Radius (Mittelpunktstrahl) durch Y geneigt, siehe Bild 3. Es ist

$$\cos \alpha_{yt} = \frac{r_b}{r_y} = \frac{d_b}{d_y} = \frac{z}{z_y} \quad \cos \alpha_t \quad (3.3.02)$$

Der Stirneingriffswinkel α_t ist der spitze Winkel zwischen der Tangente an die Evolvente in ihrem Schnittpunkt mit dem Teilkreis und dem Radius (Mittelpunktstrahl) durch diesen Schnittpunkt. Es ist

$$\cos \alpha_t = \frac{r_b}{r} = \frac{d_b}{d} \quad (3.3.03)$$

Siehe auch Gleichungen (3.3.04) und (3.3.05).

3.3.4 Normalprofilwinkel, Normaleingriffswinkel

Im Normalschnitt durch eine Evolventenschraubenfläche ist die in einem beliebigen Punkt Y an diese Fläche gelegte Tangente gegen den Halbmesser (Mittelpunktstrahl) durch Y um den Normalprofilwinkel α_{yn} geneigt. Der entsprechende Neigungswinkel am Teilzylinder ist der Normaleingriffswinkel α_n ; er ist gleich dem Profilwinkel α_p des Bezugsprofils.

$$\tan \alpha_n = \tan \alpha_t \cdot \cos \beta \quad (3.3.04)$$

$$\tan \alpha_{yn} = \tan \alpha_{yt} \cdot \cos \beta_t \quad (3.3.05)$$

Bei einem geradzahnigen Stirnrad ist $\beta = 0$ und $\alpha_n = \alpha_t = \alpha$ sowie $\alpha_{yn} = \alpha_{yt} = \alpha_y$.

3.3.5 Wälzwinkel der Evolvente

Der durch den Evolventenursprungspunkt U und den Berührungspunkt T der Tangente vom Punkt Y an den Grundkreis bestimmte Zentrwinkel ist der Wälzwinkel ξ_y der Evolvente, siehe Bild 3. Der Grundkreisbogen UT ist gleich dem Tangentenabschnitt YT, somit ist

$$\xi_y = \tan \alpha_{yt} \quad (3.3.06)$$

3.3.6 Krümmungshalbmesser der Evolvente, Wälzlänge

Der Tangentenabschnitt YT ist der Krümmungshalbmesser ρ_y der Evolvente im Punkt Y und zugleich die zum Punkt Y gehörende Wälzlänge l_y , d. h. der vom Evolventenursprungspunkt U aus abgewinkelte Grundkreisbogen. Im Dreieck OTY ist er die Gegenkathete des am Kreismittelpunkt O liegenden Stirnprofilwinkels α_{yt} , siehe Bild 3.

$$\rho_y = r_b \cdot \xi_y = r_b \cdot \tan \alpha_{yt} = \frac{z}{|z|} \cdot \sqrt{r_y^2 - r_b^2} \quad (3.3.07)$$

Anmerkung: Bei einem Hohlrad ergibt sich für den Krümmungshalbmesser ein negativer Wert, siehe Abschnitt 3.1.1.

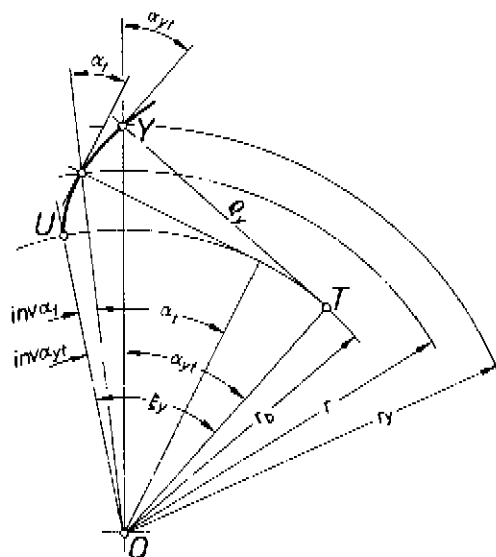


Bild 3. Größen an einer Evolvente

3.3.7 Evolventenfunktion

Die Winkeldifferenz $\xi - \alpha_t$ wird Evolventenfunktion des Winkels α_t genannt und mit $\text{inv } \alpha_t$ (sprich: involut α_t) bezeichnet, siehe Bild 3.

$$\text{inv } \alpha_{yt} = \xi_y - \alpha_{yt} = \tan \alpha_{yt} - \alpha_{yt} \quad (3.3.08)$$

Anmerkung: Für die Evolventenfunktion war früher das Kurzzeichen $\text{ev } \alpha$ gebräuchlich. Entsprechend ISO 701 - 1976 wird empfohlen, das Zeichen $\text{inv } \alpha$ zu verwenden.

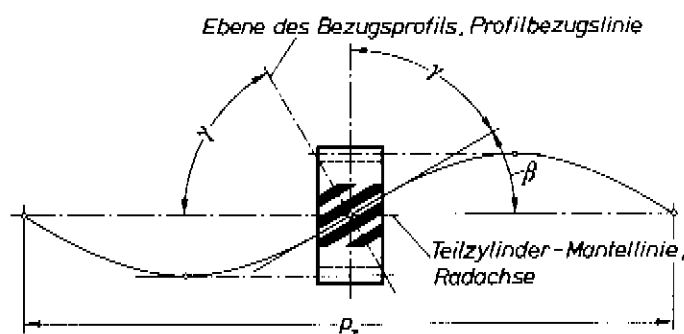


Bild 4. Schrägstirnrads: Steigungshöhe p_z , Schrägungswinkel β , Steigungswinkel γ

3.3.8 Steigungshöhe

Die Steigungshöhe p_z (einer Evolventenschraubenfläche, einer Zahnflanke) ist der Abschnitt einer Mantellinie eines zur Radachse konzentrischen Zylinders zwischen zwei aufeinanderfolgenden Windungen einer Evolventenschraubenfläche (einer Zahnflanke), siehe Bild 4. Die Steigungshöhe ist vom Zylinderdurchmesser unabhängig.

$$p_z = \frac{|z| \cdot m_n \cdot \pi}{\sin |\beta|} = \frac{|z| \cdot m_t \cdot \pi}{\tan |\beta|} = |z| \cdot p_x \quad (3.3.09)$$

3.4 Teilungswinkel und Teilungen

3.4.1 Teilungswinkel

Der Teilungswinkel τ ist der in einem Stirnschnitt liegende Winkel, der aus der Teilung eines vollen Kreisumfangs in z gleiche Teile hervorgeht.

$$\tau = \frac{2 \cdot \pi}{z} \text{ in Radiant} \quad (3.4.01)$$

$$\tau = \frac{360}{z} \text{ in Grad} \quad (3.4.02)$$

Anmerkung: Bei einem Hohlrad ergibt sich für den Teilungswinkel ein negativer Wert, siehe Abschnitt 3.1.1.

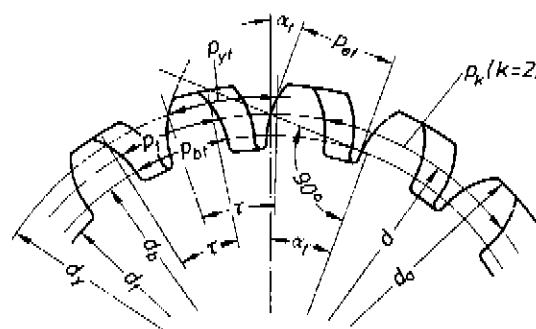


Bild 5. Schrägstirnrads: Durchmesser, Teilungswinkel, Teilungen

3.4.2 Teilungen auf dem Teilzylinder

3.4.2.1 Teilkreisteilung (Stirnteilung, Teilung)

Die Teilkreisteilung (Stirnteilung, kurz: Teilung) p_t (bei einem Geradstirnrads: p) ist die Länge des Teilkreisbogens zwischen zwei aufeinanderfolgenden Rechts- oder Linksflanken, siehe Bild 5.

$$p_t = r \cdot \tau = \frac{d \cdot \pi}{z} = m_t \cdot \pi = \frac{m_n \cdot \pi}{\cos \beta} \quad (3.4.03)$$

3.4.2.2 Normalteilung

Die Normalteilung p_n ist die Länge des Schraubentlinienbogens zwischen zwei aufeinanderfolgenden Rechts- oder Linksflanken auf dem Teilzylinder im Normalschnitt der Verzahnung.

$$p_n = p_t \cdot \cos \beta = m_n \cdot \pi \quad (3.4.04)$$

3.4.2.3 Teilungsspanne (Teilungssumme)

Die Teilungsspanne (Teilungssumme) p_k ist der Teilkreisbogen zwischen zwei um k Teilkreisteilungen voneinander entfernten Rechts- oder Linksflanken, wobei $1 < k < z$ ist, siehe Bild 5. Sie ist die Summe von k Teilkreisteilungen:

$$p_k = k \cdot p_t \quad (3.4.05)$$

3.4.3 Teilungen auf dem Y-Zylinder

Auf einem Zylinder mit dem beliebigen Durchmesser d_y (Y-Zylinder) sind die Teilungen nach den Abschnitten 3.4.3.1 und 3.4.3.2 zu unterscheiden.

3.4.3.1 Y-Kreis-Teilung

Die Y-Kreis-Teilung p_{yt} (bei einem Geradstirnrad: p_y) ist die Länge des Kreisbogens mit dem Durchmesser d_y zwischen zwei aufeinanderfolgenden Rechts- oder Linksflanken, siehe Bild 5.

$$p_{yt} = r_y \cdot \tau = \frac{d_y \cdot \pi}{z} = \frac{d_y}{d} \cdot p_t \quad (3.4.06)$$

3.4.3.2 Y-Zylinder-Normalteilung

Die Y-Zylinder-Normalteilung p_{yn} ist die Länge des Schraubenlinienbogens auf dem Y-Zylinder zwischen zwei aufeinanderfolgenden Rechts- oder Linksflanken im Normalschnitt der Verzahnung.

$$p_{yn} = p_{yt} \cdot \cos \beta_y \quad (3.4.07)$$

3.4.4 Teilungen auf dem V-Zylinder

Der V-Zylinder hat den Durchmesser d_v (siehe Abschnitt 3.5.6.3).

3.4.4.1 V-Kreis-Teilung

Die V-Kreis-Teilung p_{vt} (bei einem Geradstirnrad: p_v) ist die Länge des Kreisbogens auf dem V-Zylinder zwischen zwei aufeinanderfolgenden Rechts- oder Linksflanken.

$$p_{vt} = r_v \cdot \tau = \frac{d_v \cdot \pi}{z} = \frac{d_v}{d} \cdot p_t \quad (3.4.08)$$

3.4.4.2 V-Zylinder-Normalteilung

Die V-Zylinder-Normalteilung p_{vn} ist die Länge des Schraubenlinienbogens auf dem V-Zylinder zwischen zwei aufeinanderfolgenden Rechts- oder Linksflanken im Normalschnitt der Verzahnung.

$$p_{vn} = p_{vt} \cdot \cos \beta_v \quad (3.4.09)$$

3.4.5 Teilungen auf dem Grundzylinder**3.4.5.1 Grundkreisteilung**

Die Grundkreisteilung p_{bt} (bei einem Geradstirnrad: p_b) ist die Länge des Grundkreisbogens zwischen den Ursprungspunkten zweier aufeinanderfolgender Rechts- oder Linksflanken, siehe Bild 5.

$$p_{bt} = r_b \cdot \tau = \frac{d_b \cdot \pi}{z} = \frac{d_b}{d} \cdot p_t = p_t \cdot \cos \alpha_t \quad (3.4.10)$$

3.4.5.2 Grundzylinder-Normalteilung

Die Grundzylinder-Normalteilung p_{bn} ist die Länge des Schraubenlinienbogens auf dem Grundzylinder zwischen den Kehlschraubenlinien zweier aufeinanderfolgender Rechts- oder Linksflanken im Normalschnitt der Verzahnung.

$$p_{bn} = p_{bt} \cdot \cos \beta_b = p_n \cdot \cos \alpha_n \quad (3.4.11)$$

3.4.6 Eingriffsteilungen

Die in der Eingriffsebene vorhandenen Abstände zwischen zwei aufeinanderfolgenden Rechts- oder Linksflanken sind die Eingriffsteilungen p_e .

Die Nennmaße der Eingriffsteilungen p_e sind gleich denen der Grundzylinderteilungen p_b . Sie werden begrifflich und durch die Indizes unterschieden, weil bei den Teilungsabweichungen Unterschiede auftreten.

3.4.6.1 Stirneingriffsteilung

Die Stirneingriffsteilung p_{et} (bei einem Geradstirnrad: die Eingriffsteilung p_e) ist der Abstand zwischen zwei parallelen Tangenten in einer Stirnschnittebene, die zwei aufeinanderfolgende gleichnamige Flanken berühren.

Im Stirnschnitt der Verzahnung ist die Stirneingriffsteilung der Abschnitt der Eingriffslinie zwischen zwei aufeinanderfolgenden gleichnamigen Flanken, siehe Bild 5.

Die Stirneingriffsteilung ist gleich der Grundkreisteilung.

$$p_{et} = p_t \cdot \cos \alpha_t = p_{bt} \quad (3.4.12)$$

3.4.6.2 Normaleingriffsteilung

Die Normaleingriffsteilung p_{en} ist der Abstand zweier paralleler Tangentialebenen, die im Bereich der aktiven Flanken zwei aufeinanderfolgende gleichnamige Flanken berühren. Sie ist gleich der Grundzylinder-Normalteilung.

$$p_{en} = p_n \cdot \cos \alpha_n = p_{bn} \quad (3.4.13)$$

3.4.7 Axialteilung

Die Axialteilung p_x ist der Abschnitt einer Mantellinie eines zur Radachse konzentrischen Zylinders zwischen zwei aufeinanderfolgenden Rechts- oder Linksflanken, siehe Bild 6. Die Axialteilung ist unabhängig vom Zylinderdurchmesser und das $\frac{1}{|\tan \beta|}$ fache der Steigungshöhe.

$$p_x = m_x \cdot \pi = \frac{m_n \cdot \pi}{\sin |\beta|} = \frac{m_t \cdot \pi}{\tan |\beta|} = \frac{p_z}{|\tan \beta|} \quad (3.4.14)$$



Bild 6. Axialteilung p_x eines Schrägstirnrades

3.5 Begriffe und Bestimmungsgrößen einer Radverzahnung aus der Lage des Stirnrad-Bezugsprofils zum Teilzylinder

Die Profilbezugslinie des Stirnrad-Bezugsprofils kann

- a) die Radachse unter dem Steigungswinkel γ kreuzen
- b) zum Teilzylinder den Abstand $x \cdot m_n$ haben.

Daraus ergeben sich die Bestimmungsgrößen einer Stirnradverzahnung nach den Abschnitten 3.5.1 bis 3.5.8.

3.5.1 Steigungswinkel γ , Schrägungswinkel β

Der Steigungswinkel γ ist der spitze Winkel, unter dem sich die Profilbezugslinie mit der Radachse kreuzt, siehe Bild 4. Er ist ferner der spitze Winkel zwischen einer Tangente an eine Teilzylinder-Flankenlinie und der Ebene senkrecht zur Radachse durch den Tangentenberührungspunkt.

Der Schrägungswinkel β ist der spitze Winkel zwischen einer Tangente an eine Teilzylinder-Flankenlinie und der Teilzylinder-Mantellinie durch den Tangentenberührungspunkt.

$$|\beta| = 90^\circ - |\gamma| \quad (3.5.01)$$

Bei Geradstirnrädern ist $\gamma = 90^\circ$ und $\beta = 0^\circ$.

Steigungswinkel und Schrägungswinkel haben dasselbe Vorzeichen. Der Schrägungswinkel β_R der Rechtsflanken kann vom Schrägungswinkel β_L der Linksflanken verschieden sein. Der Zusammenhang zwischen β und dem Grundschrägungswinkel β_b ergibt sich aus

$$\tan \beta_b = \tan \beta \cdot \cos \alpha_t \quad (3.5.02)$$

$$\sin \beta_b = \sin \beta \cdot \cos \alpha_n \quad (3.5.03)$$

$$\begin{aligned} \cos \beta_b &= \cos \beta \cdot \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_t} = \frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_t} = \frac{\sin \alpha_{yn}}{\sin \alpha_{yt}} \\ &= \cos \alpha_n \cdot \sqrt{\tan^2 \alpha_n + \cos^2 \beta} \end{aligned} \quad (3.5.04)$$