

Begriffe und Bestimmungsgrößen für Stirnräder (Zylinderräder) und Stirnradpaare (Zylinderradpaare) mit Evolventenverzahnung

DIN
3960

Definitions, parameters and equations for involute cylindrical gears and gear pairs
Définitions, paramètres et équations pour roues et engrenages cylindriques à
développante

Ersatz für Ausgabe 07.80

Inhalt

	Seite		Seite
1 Anwendungsbereich	2	6.3 Flankenabweichungen	43
2 Zeichen, Benennungen, Einheiten	2	6.4 Rundlaufabweichung	46
2.1 Zeichen und Benennungen	2	6.5 Lageabweichung der Verzahnungsachse	47
2.2 Indizes	5	6.6 Schwankungen R	47
2.3 Einheiten	5	6.7 Tragbild	47
3 Begriffe und Bestimmungsgrößen an einer Stirnradverzahnung (Zylinderradverzahnung)	6	7 Wälzabweichungen	47
3.1 Bezeichnungen an den Zähnen	6	7.1 Einflanken-Wälzprüfung	47
3.2 Bezugsflächen, Bezugslinien und Bezugsgrößen ..	6	7.2 Zweiflanken-Wälzprüfung	49
3.3 Evolventenfläche (Evolventenschraubenfläche) ..	8	8 Abweichungen der Achslagen eines Stirnradpaares (Zylinderradpaares)	49
3.4 Teilungswinkel und Teilungen	9	8.1 Abweichungen von der Parallelität	49
3.5 Begriffe und Bestimmungsgrößen einer Radverzahnung aus der Lage des Stirnrad- Bezugsprofils zum Teilzylinder	10	8.2 Abmaße und Toleranz für die Lage der Radachsen	50
3.6 Herstellbedingungen beim Verzahnen von Stirnrädern im Wälzverfahren	13	9 Flankenspiele j	51
3.7 Geometrische Grenzen für eine Evolventenverzahnung	17	9.1 Drehflankenspiel j_t	51
3.8 Prüfmaße für die Zahndicke	19	9.2 Normalflankenspiel j_n	51
4 Begriffe und Bestimmungsgrößen an einem Stirnradpaar (Zylinderradpaar)	29	9.3 Radialspiel j_r	51
4.1 Stirnradpaar, Benennungen	30	9.4 Flankenspielschwankung R_j	51
4.2 Paarungsgrößen	31	Anhang A Angaben zum Verzahnen von Stirnrädern im Wälzverfahren	51
4.3 Rechengrößen und -faktoren für eine Radpaarung	32	A.1 Vor- und Fertigverzahnen, Werkzeug-Kopfhöhe ..	51
4.4 Zahneingriff	32	A.2 Profilkorrekturen am Verzahnwerkzeug	52
4.5 Gleitverhältnisse an den Zahnflanken	37	A.2.1 Kantenbrechflanken	52
5 Abmaße, Abmaßfaktoren und Toleranzen	39	A.2.2 Protuberanzflanken	52
5.1 Abmaße der Zahndicke und ihrer Prüfmaße	39	A.3 Berechnung der Formkreisdurchmesser bei Kopfkantenbruch und Fußfreischnitt oder Unterschnitt	52
5.2 Abmaßfaktoren A^*	40	A.3.1 Kopf-Formkreisdurchmesser d_{Fa} bei Kanten- bruch in der Fertigverzahnung	52
5.3 Toleranzen der Zahndicke und ihrer Prüfmaße ..	41	A.3.2 Kopf-Formkreisdurchmesser d_{FaV} bei Kanten- bruch in der Vorverzahnung	52
6 Abweichungen bei den Bestimmungsgrößen einer Stirnradverzahnung (Zylinderradverzahnung)	41	A.3.3 Fuß-Formkreisdurchmesser d_{Ft} bei Fußfrei- schnitt oder Unterschnitt	52
6.1 Kreisteilungsabweichungen	41	Stichwortverzeichnis	57
6.2 Eingriffsteilungs-Abweichungen f_{pe}	43		

Fortsetzung Seite 2 bis 59

Normenausschuß Antriebstechnik (NAN) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V.

Documents
Document Sharing Hub

1 Anwendungsbereich

Diese Norm erläutert die Begriffe und Bestimmungsgrößen für den abmaßfreien Nennzustand und den Fertigzustand der Verzahnung von Stirnrädern (Zylinderrädern), deren Zahnflanken Teile von Evolventenflächen (Evolventenschraubenflächen) sind. Ihr Bezugsprofil hat gerade Flanken; Profilbezugslinie ist diejenige Gerade, auf der die Nennmaße der Zahndicke und der Lückenweite gleich der halben Teilung sind. Das Bezugsprofil hat gleiche Profilwinkel für die Links- und Rechtsflanken und gleiches Nennmaß für Zahnkopfhöhe plus Kopfspace und für die Zahnfußhöhe. Außerdem sind die Schrägungswinkel für alle Zahnflanken eines Rades im Nennmaß gleich.

Weiterhin behandelt diese Norm die Begriffe und Bestimmungsgrößen für Stirnradpaare (Zylinderradpaare), die aus Stirnrädern (Zylinderrädern) nach dieser Norm gebildet werden. Rad und Gegenrad eines solchen Stirnradpaares haben das gleiche Bezugsprofil.

Die Gleichungen in dieser Norm gelten nicht nur für den in DIN 867 und DIN 58 400 festgelegten Profilwinkel $\alpha_p = 20^\circ$, sondern auch für davon abweichende Eingriffswinkel $\alpha_n \neq 20^\circ$.

2 Zeichen, Benennungen, Einheiten

2.1 Zeichen und Benennungen

In dieser Norm werden die folgenden Zeichen und Benennungen benutzt:

a	Achsabstand eines Stirnradpaares
a_d	Null-Achsabstand (Summe der Teilkreisbahnmessungen)
a_0	Achsabstand im Erzeugungsgetriebe
a''	Zweiflanken-Wälzabstand
b	Zahnbreite
b_M	Berührgeraden-Überdeckung (bei Zahnweitenmessungen)
c	Kopfspace
c_F	Formübermaß
c_P	Kopfspace zwischen Bezugsprofil und Gegenprofil
c^*	Kopfspacefaktor
d	Teilkreisdurchmesser
d_a	Kopfkreisdurchmesser
d_{aE}	Erzeugter Kopfkreisdurchmesser
d_{aM}	Kopfkreisdurchmesser bei überschrittenen Stirnrädern
d_b	Grundkreisdurchmesser
d_{b0}	Schneidrad-Grundkreisdurchmesser
d_f	Fußkreisdurchmesser (Nennmaß)
d_{fE}	Erzeugter Fußkreisdurchmesser
d_{f0}	Schneidrad-Fußkreisdurchmesser
d_n	Ersatz-Teilkreisdurchmesser
d_v	V-Kreis-Durchmesser
d_{vE}	V-Kreis-Durchmesser bei der Erzeugung
d_w	Wälzkreisdurchmesser
d_y	Y-Kreis-Durchmesser
d_{Fa}	Kopf-Formkreisdurchmesser
d_{Fa0}	Kopf-Formkreisdurchmesser des Schneidrades
d_{Ff}	Fuß-Formkreisdurchmesser
d_K	Durchmesser des Kugelmittelpunkt-Kreises
d_M	Meßkreisdurchmesser (an Berührstelle mit Meßgerät)
d_{Na}	Kopf-Nutzkreisdurchmesser
d_{Nf}	Fuß-Nutzkreisdurchmesser
e	Lückenweite auf dem Teilzylinder
e_a	Lückenweite auf dem Kopfzylinder
e_b	Grundlückenweite (auf dem Grundzylinder)

e_f	Lückenweite auf dem Fußzylinder
e_v	Lückenweite auf dem V-Zylinder
e_y	Lückenweite auf dem Y-Zylinder
e_P	Lückenweite des Stirnrad-Bezugsprofils
f	Einzelabweichung
f_b	Grundkreisabweichung
f_e	Außermittigkeit
f_{fE}	Erzeugenden-Formabweichung
$f_{f\alpha}$	Profil-Formabweichung
$f_{f\beta}$	Flankenlinien-Formabweichung
f_i	Einflanken-Wälzsprung
f_i'	Zweiflanken-Wälzsprung
f_k	Kurzwellige Anteile der Einflanken-Wälzabweichungen
f_l	Langwelliger Anteil der Einflanken-Wälzabweichung
f_p	Teilungs-Einzelabweichung
f_{pe}	Eingriffsteilungs-Abweichung
f_{px}	Axialteilungs-Abweichung
f_{pz}	Steigungshöhen-Abweichung
f_{pS}	Teilungsspannen-Einzelabweichung
f_r	Rundlaufabweichung einer Verzahnung, am überschrittenen Kopfzylinder gemessen
f_u	Teilungssprung
$f_{w\alpha}$	Profil-Welligkeit
$f_{w\beta}$	Flankenlinien-Welligkeit
f_{HE}	Erzeugenden-Winkelabweichung
$f_{H\alpha}$	Profil-Winkelabweichung
$f_{H\beta}$	Flankenlinien-Winkelabweichung
f_α	Eingriffswinkelabweichung
f_β	Schrägungswinkelabweichung
f_σ	Kreuzungswinkel zwischen Verzahnungsachse und Radführungsachse
$f_{\sum\beta}$	Achsschrägung
$f_{\sum\delta}$	Achsneigung
g	Eingriffsstrecke
g_a	Länge der Austritt-Eingriffsstrecke
g_f	Länge der Eintritt-Eingriffsstrecke
g_α	Länge der Eingriffsstrecke (gesamte)
g_{aa}	Länge der Kopfeingriffsstrecke
g_{af}	Länge der Fußeingriffsstrecke
g_{ay}	Abstand eines Punktes Y vom Wälzpunkt C
g_β	Sprung
h	Zahnhöhe (zwischen Kopf- und Fußlinie)
h_a	Zahnkopfhöhe
h_{aP}	Kopfhöhe des Stirnrad-Bezugsprofils
h_{aPO}	Kopfhöhe des Werkzeug-Bezugsprofils
h_f	Zahnfußhöhe
h_{fP}	Fußhöhe des Stirnrad-Bezugsprofils
h_{fPO}	Fußhöhe des Werkzeug-Bezugsprofils
h_{pr}	Protuberanz-Zahnhöhe
h_w	Gemeinsame Zahnhöhe eines Stirnradpaares
h_{wP}	Gemeinsame Zahnhöhe von Bezugsprofil und Gegenprofil
h_{FaPO}	Kopf-Formhöhe des Werkzeug-Bezugsprofils
h_{Ff}	Zahnfuß-Formhöhe
h_{fP}	Fuß-Formhöhe des Stirnrad-Bezugsprofils
h_{fPO}	Fuß-Formhöhe des Werkzeug-Bezugsprofils
h_{FK}	Kantenbrechflanken-Formhöhe
h_K	Radialbetrag des Kopfkantenbruchs oder der Kopfkantenrundung

h_{Na}	Zahnkopf-Nutzhöhe	v_t	Tangentialgeschwindigkeit, Umfangsgeschwindigkeit
h_{Nf}	Zahnfuß-Nutzhöhe	x	Profilverschiebungsfaktor
h_p	Zahnhöhe des Stirnrad-Bezugsprofils	x_E	Erzeugungs-Profilverschiebungsfaktor
$\bar{h}_a$	Höhe über der Sehne $\bar{s}_n$	x_{Em}	Mittlerer Erzeugungs-Profilverschiebungsfaktor
$\bar{h}_c$	Höhe über der konstanten Sehne $\bar{s}_c$	$x_{E \min}$	Erzeugungs-Profilverschiebungsfaktor bei Unterschnittgrenze
i	Übersetzung	x_0	Profilverschiebungsfaktor des Schneidrades
int	Integerfunktion	x''	Profilverschiebungsfaktor bei Zweiflanken-Wälzeingriff
inv	Evolventenfunktion	y	Teilkreisabstandsfaktor
j	Flankenspiel	z	Zähnezahl
j_n	Normalflankenspiel	z_a	Zähnezahl des treibenden Rades
j_r	Radialspiel	z_b	Zähnezahl des getriebenen Rades
j_t	Drehflankenspiel	z_{nx}	Ersatzzähnezahl für Profilverschiebungs-Berechnungen
k	Anzahl der Zähne oder Teilungen in einem Bereich	z_{nM}	Ersatzzähnezahl für Kugel- oder Rollenmaße
k	Kopfhöhenänderung	z_{nW}	Ersatzzähnezahl für Zahnweiten-Berechnungen
k	Meßzähnezahl (Meßlückenzahl) bei der Zahnweitenmessung	z_0	Zähnezahl des Schneidrades
m	Modul (Durchmesserteilung)	A_a	Achsabstandsabmaß
m_b	Grundmodul	$A_{a''}$	Abmaß des Zweiflanken-Wälzabstandes
m_n	Normalmodul	A_{da}	Kopfkreisdurchmesser-Abmaß bei überschrittenen Stirnrädern
m_t	Stirnmodul	A_s	Zahndickenabmaß (auf dem Teilzylinder)
m_x	Axialmodul	A_{sw}	Ist-Abmaß der Zahndicke aus den Meßwerten der Kopfkreisdurchmesser bei überschrittenen Außenstirnrädern
n	Drehzahl (Drehfrequenz)	A_{sy}	Zahndickenabmaß am Y-Zylinder
n_a	Drehzahl (Drehfrequenz) des treibenden Rades	A_s^-	Abmaß der Zahndickensehne
n_b	Drehzahl (Drehfrequenz) des getriebenen Rades	A_{sv}	Abmaß der Zahndickensehne auf dem V-Kreis
p	Teilung auf dem Teilzylinder	A_{Md}	Abmaß des diametralen Zweikugel- oder Zweirollenmaßes
p_b	Teilung auf dem Grundzylinder	A_{Mr}	Abmaß des radialen Einkugel- oder Einrollenmaßes
p_e	Eingriffsteilung	A_W	Zahnweitenabmaß
p_k	Teilungsspanne (Teilungssumme)	A	Anfangspunkt des Eingriffs
p_n	Normalteilung	B	Innerer Einzeleingriffspunkt am treibenden Rad
p_t	Stirnteilung, Teilkreisteilung	C	Wälzpunkt
p_v	Teilung auf dem V-Zylinder	D_M	Meßkugel- oder Meßrollendurchmesser
p_x	Axialteilung	D	Äußerer Einzeleingriffspunkt am treibenden Rad
p_y	Teilung auf dem Y-Zylinder	E	Endpunkt des Eingriffs
p_z	Steigungshöhe	F	Summenabweichung, Gesamtabweichung
pr	Protuberanzbetrag	F_i'	Einflanken-Wälzabweichung
q	Bearbeitungszugabe auf den Stirnrad-Zahnflanken	F_i''	Zweiflanken-Wälzabweichung
r	Teilkreisradius	F_p	Teilungs-Gesamtabweichung
r_a	Kopfkreisradius	F_{pk}	Teilungs-Summenabweichung (Summe über k Teilungen)
r_b	Grundkreisradius	F_{pkS}	Teilungsspannen-Summenabweichung (über k Spannen)
r_f	Fußkreisradius	$F_{pz/8}$	Teilungs-Summenabweichung (Summe über $k = z/8$ Teilungen)
r_v	V-Kreis-Halbmesser	F_{pS}	Teilungsspannen-Gesamtabweichung
r_w	Wälzkreisradius	F_r	Rundlaufabweichung einer Verzahnung, in den Zahn-lücken gemessen
r_y	Y-Kreis-Halbmesser	F_{rR}	Rundlaufabweichung an der Rad-Rückseite
s	Zahndicke auf dem Teilzylinder	F_{rV}	Rundlaufabweichung an der Rad-Vorderseite
s_a	Zahndicke auf dem Kop fzylinder	F_r''	Wälz-Rundlaufabweichung
s_{aK}	Restzahndicke am Zahnkopf bei Kopfkantenbruch oder Kopfkantenrundung	F_E	Erzeugenden-Gesamtabweichung
s_b	Grundzahndicke (auf dem Grundzylinder)	F_α	Profil-Gesamtabweichung
s_v	Zahndicke auf dem V-Zylinder	F_β	Flankenlinien-Gesamtabweichung
s_w	Zahndicke auf dem Wälzzylinder	F_1, F_2	Schnittpunkte der Eingriffslinie mit den Fuß-Formkreisen der Räder 1 und 2
s_y	Zahndicke auf dem Y-Zylinder	FS	Fußfreischnitt
s_p	Zahndicke des Stirnrad-Bezugsprofils		
$\bar{s}$	Zahndickensehne		
$\bar{s}_c$	Konstante Sehne		
u	Zähnezahlverhältnis		
v	Lineare Geschwindigkeit		
v_g	Gleitgeschwindigkeit		
v_{ga}	Gleitgeschwindigkeit am Zahnkopf		
v_{gf}	Gleitgeschwindigkeit am Zahnfuß		

K_g	Gleitfaktor	α_{t0}	Stirneingriffswinkel im Erzeugungsgetriebe
K_{ga}	Gleitfaktor am Zahnkopf	α_v	Profilwinkel am V-Zylinder
K_{gf}	Gleitfaktor am Zahnfuß	α_{wn0}	Profilwinkel am Wälzzylinder im Normalschnitt des Erzeugungsgetriebes
L	Meßpunkteabstand	α_{wt}	Betriebseingriffswinkel
L	Prüfbereich	α_{wt0}	Betriebseingriffswinkel im Erzeugungsgetriebe
L_a	Wälzlänge vom Evolventenursprung zum Zahnkopf	α_y	Profilwinkel am Y-Zylinder
L_f	Wälzlänge vom Evolventenursprung zum Zahnfuß	α_{Ff}	Profilwinkel am Fuß-Formkreis
L_y	Wälzlänge zum Punkt Y	α_K	Profilwinkel der Kantenbruchflanke
L_E	Erzeugenden-Prüfbereich	α_K	Profilwinkel am Kugelmittelpunkt-Kreis
L_G	Lagermitten-Abstand an einer Radachse	α_{Kt}	Profilwinkel im Stirnschnitt am Kugelmittelpunkt-Kreis
L_α	Profil-Prüfbereich	α_M	Profilwinkel am Meßkreis
L_β	Flankenlinien-Prüfbereich	α_{Mt}	Profilwinkel im Stirnschnitt am Meßkreis
M	Meßwert	α_{Nf}	Profilwinkel am Fuß-Nutkreis
M_{dK}	Diametrales Zweikugelmaß	α_P	Profilwinkel des Stirnrad-Bezugsprofils
M_{dR}	Diametrales Zweirollenmaß	α''	Betriebseingriffswinkel bei Zweiflanken-Wälzprüfung
M_p	Meßwert einer Teilungsmessung	β	Schrägungswinkel
M_{rK}	Radiales Einkugelmaß	β_b	Grundschrägungswinkel
M_{rR}	Radiales Einrollenmaß	β_v	Schrägungswinkel auf dem V-Zylinder
N	Nummer eines Zahnes oder einer Teilung	β_w	Schrägungswinkel auf dem Wälzzylinder
Null-Rad	Stirnrad ohne Profilverschiebung	β_y	Schrägungswinkel auf dem Y-Zylinder
O	Kreismittelpunkt	β_M	Schrägungswinkel am Meßkreis
P	Berührungspunkte (z. B. zwischen Meßkugel und Zahnflanke)	γ	Steigungswinkel
R	Schwankung	γ	Steigungswinkel auf dem Teilzylinder
R_j	Flankenspielschwankung	γ_b	Grundsteigungswinkel
R_p	Teilungsschwankung	ε	Überdeckung
R_s	Zahndickenschwankung	ε_α	Profilüberdeckung
R_s	Zahndickensehnen-Schwankung	ε_β	Sprungüberdeckung
R_{Md}	Schwankung des diametralen Zweikugel- oder Zweirollenmaßes	ε_γ	Gesamtüberdeckung
R_{Mr}	Schwankung des radialen Einkugel- oder Einrollenmaßes	ζ	Spezifisches Gleiten
R_W	Zahnweitenschwankung	ζ_f	Spezifisches Gleiten im Endpunkt der Eingriffsstrecke
T	Toleranz	η	Zahnlücken-Halbwinkel am Teilkreis
T_a	Achsabstandstoleranz	η_b	Grundlücken-Halbwinkel
$T_{a''}$	Toleranz des Zweiflanken-Wälzabstandes	η_f	Zahnlücken-Halbwinkel am Fußkreis
T_{da}	Kopfkreisdurchmesser-Toleranz bei überschrittenen Stirnrädern	η_v	Zahnlücken-Halbwinkel am V-Kreis
T_s	Zahndickentoleranz	η_w	Zahnlücken-Halbwinkel am Wälzkreis
T_s	Toleranz der Zahndickensehne	η_y	Zahnlücken-Halbwinkel am Y-Kreis
T_{Md}	Toleranz des diametralen Zweikugel- oder Zweirollenmaßes	ξ	Wälzwinkel der Evolvente
T_{Mr}	Toleranz des radialen Einkugel- oder Einrollenmaßes	ξ_a	Wälzwinkel der Evolvente am Zahnkopfbende
T_W	Zahnweitentoleranz	ξ_f	Wälzwinkel der Evolvente am Zahnfußbende
T	Berührungspunkt der Tangente am Grundkreis	ξ_{wt0}	Wälzwinkel am Erzeugungswälzkreis
U	Evolventenursprungspunkt	ξ_y	Wälzwinkel der Evolvente im Punkt Y
V-Rad	Stirnrad mit Profilverschiebung	ξ_{Fa0}	Wälzwinkel am Kopf-Formkreis des Schneidrades
W_d	Anteil der Zahnweite ohne Profilverschiebung	ξ_{Ff}	Wälzwinkel am Fuß-Formkreis
W_k	Zahnweite über k Meßzähne oder Meßlücken	ξ_{Na}	Wälzwinkel am Kopf-Nutkreis
W_x	Anteil der Zahnweite durch Profilverschiebung	ξ_{Nf}	Wälzwinkel am Fuß-Nutkreis
Y	Beliebiger Punkt auf einer Zahnflanke oder Evolvente	Q	Krümmungshalbmesser, Rundungshalbmesser
α	Eingriffswinkel	Q_{an}	Kopfkanten-Rundungshalbmesser im Stirnrad-Normalschnitt
α_a	Profilwinkel am Kopfzylinder	Q_{a0}	Kopfkanten-Rundungshalbmesser am Werkzeug
α_n	Normaleingriffswinkel	Q_f	Zahnfußradius
α_{nK}	Normaleingriffswinkel der Kantenbruch-Evolvente	Q_{fp}	Zahnfußradius am Stirnrad-Bezugsprofil
α_{pr}	Protuberanz-Profilwinkel	Q_y	Krümmungshalbmesser der Evolvente im Punkt Y
α_t	Stirneingriffswinkel	τ	Teilungswinkel
α_{tK}	Stirneingriffswinkel der Kantenbruch-Evolvente	φ	Überdeckungswinkel
		φ	Zentriwinkel

φ_e	Zentriwinkel zwischen den Höchstwerten der Rundlaufabweichung F_{rV} und F_{rR}
φ_α	Profil-Überdeckungswinkel
φ_β	Sprung-Überdeckungswinkel
φ_γ	Gesamt-Überdeckungswinkel
ψ	Zahndicken-Halbwinkel am Teilkreis
ψ_a	Zahndicken-Halbwinkel am Kopfkreis
ψ_b	Grunddicken-Halbwinkel
ψ_n	Ersatz-Zahndicken-Halbwinkel
ψ_v	Zahndicken-Halbwinkel am V-Kreis
ψ_w	Zahndicken-Halbwinkel am Wälzkreis
ψ_y	Zahndicken-Halbwinkel am Y-Kreis
ω	Winkelgeschwindigkeit
ω_a	Winkelgeschwindigkeit des treibenden Rades
ω_b	Winkelgeschwindigkeit des getriebenen Rades
ΔW	Längendifferenz bei der Zahnweitenmessung
$\Delta\varphi$	Drehwinkel-Unterschied
$\sum x$	Summe der Profilverschiebungsfaktoren
$\sum z$	Summe der Zähnezahlen

Weitere Kurzzeichen für Verzahnungen siehe DIN 3999.

Außerdem bestehen folgende Normen über Zeichen: DIN 1302, DIN 1304 und Beiblatt 1 zu DIN 1304, DIN 1313, DIN 66 030.

2.2 Indizes

Als Indizes werden (bei den Zeichen nach Abschnitt 2.1 oder zusätzlich) benutzt:

–	ohne Index: Größen am Teilzylinder
a	für Größen am Zahnkopf oder für das treibende Rad oder auf den Achsabstand bezogen
b	für Größen am Grundzylinder oder für das getriebene Rad
e	für Größen in der Eingriffsebene oder für eine obere Grenze oder bei Außermittigkeit
f	für Größen am Zahnfuß oder für „Form“
g	für „Gleiten“
i	für eine untere Grenze oder auf „Übersetzung“ bezogen
k	für eine Anzahl von Zähnen, Teilungen oder Spannen
l	für „linkssteigend“ bzw. „im Sinne einer Linksschraube“
m	für einen Mittelwert
max	für einen Höchstwert
min	für einen Mindestwert
n	für Größen im Normalschnitt (auch für Ersatz-Geradverzahnung einer Schrägverzahnung)
p	für Teilungs-Abweichungen
pr	für Größen an der Protuberanz
r	für „rechtssteigend“ bzw. „im Sinne einer Rechtsschraube“ oder für „Rundlaufabweichung“
s	bezogen auf „Zahndicke“
t	für Größen im Stirnschnitt oder in Tangentialrichtung
u	für einen Teilungssprung
v	für Größen am V-Zylinder
w	für Größen am Wälzzylinder bzw. gemeinsame Größen eines Radpaares oder für „Welligkeit“
x	für Größen im Axialschnitt (in Richtung der Radachse) oder bezogen auf Profilverschiebung
y	für Größen an einem Punkt Y (am Y-Zylinder)
z	bezogen auf einen Zahn oder die Zähnezahl
zul	zulässiger Grenzwert

E	bezogen auf „Erzeugung“ (z.B. am Stirnrad erzeugte Größen) bzw. „Erzeugende“
F	für Formkreise (den maximal nutzbaren Flankenbereich bestimmende Größen)
H	Winkelabweichung im Flankenprüfbild
K	für Größen an Kantenbruch- oder Kantenbrechflanken bzw. bei Kugelmaßen
L	zur Bezeichnung eines Lehrzahnades oder von Linksflanken
M	zur Bezeichnung eines Meßwertes
N	für Nutzkreise (den vom Gegenrad genutzten (aktiven) Flankenbereich bestimmende Größen)
P	für Größen des Stirnrad-Bezugsprofils
PO	für Größen des Werkzeug-Bezugsprofils
R	für Rückseite, zur Bezeichnung von Rechtsflanken oder von Größen bei einer Rollenmessung
S	für eine Teilungsspanne
V	für Vorderseite, für Vor-Verzahnwerkzeug, für Stirnrad-Vorverzahnung
W	für Zahnweiten-Messung
α	für Größen oder Abweichungen in einer Stirnschnittebene oder den Eingriff betreffend
β	für Größen oder Abweichungen an einer Flankenlinie
γ	für Gesamtüberdeckung
δ	für Neigung
σ	für Taumeln
$\sum$	für Achsenwinkel
0	für Größen am erzeugenden Werkzeug oder im Erzeugungsgetriebe
1	für Größen an dem kleineren Rad einer Radpaarung
2	für Größen an dem größeren Rad einer Radpaarung
'	für Größen bei Einflankeneingriff
''	für Größen bei Zweiflankeneingriff
*	zur Bezeichnung eines Faktors, mit dem eine Größe in Teilen oder Vielfachen des Normalmoduls (z.B. $c = c^* \cdot m_n$ oder $h_{ap} = h_{ap}^* \cdot m_n$) oder der Zähnezahl (z.B. z_{nx}^* oder z_{nw}^* oder z_{nw}^*) ausgedrückt wird, oder zur Bezeichnung eines Abmaßfaktors

2.3 Einheiten

Die folgenden Normen bzw. Richtlinien sind zu beachten: DIN 1301 Teil 1, DIN 1315, VDE/VDI 2605.

Danach ist es zweckmäßig, die in dieser Norm behandelten Größen in den folgenden Einheiten anzugeben:

Modul und alle Längen in Millimeter (mm). Auch Längenabweichungen und -abmaße sind in Gleichungen in mm einzusetzen, wenn nicht in Einzelfällen andere Angaben gemacht sind.

Zu beachten ist: in den Normen für Verzahnungen (z.B. DIN 3962 Teil 1 bis Teil 3, DIN 3963, DIN 3964, DIN 3967) sind die Längenabweichungen, -abmaße und -toleranzen in Mikrometer (μm) angegeben.

Winkel, die zur Größenangabe dienen, in Grad ($^\circ$) (z.B. Profilwinkel, Eingriffswinkel, Schrägungswinkel, Wälzwinkel); für das Rechnen ist die dezimale Unterteilung des Grades vorteilhaft;

Winkel, die in Gleichungen einzusetzen sind, in Radiant (rad) (z.B. Teilungswinkel τ , Zahndicken-Halbwinkel ψ , Zahn-lücken-Halbwinkel η , Überdeckungswinkel φ),

Winkelabweichungen in Milliradian (mrad) oder in Mikroradian (μrad)

(siehe Abschnitte 6.3.1.4, 6.3.1.6, 6.3.2.4, 6.3.2.5),

Winkelgeschwindigkeiten in Radiant pro Sekunde (rad/s).

Drehzahlen (Drehfrequenzen) in Eins durch Sekunde (1/s) (an Stelle der bisher vorwiegend gebräuchlichen Einheit 1/min wird die Einheit 1/s benutzt, siehe DIN 1301 Teil 1).

Für die Winkleinheiten gelten die Beziehungen:

$$2 \pi \text{ rad} = 360^\circ = 1296\,000''$$

$$1 \text{ rad} = 1 \frac{\text{mm}}{\text{mm}}$$

$$1 \text{ mrad} = 1 \frac{\text{mm}}{\text{m}} = 1 \frac{\mu\text{m}}{\text{mm}}$$

$$1 \mu\text{rad} = 1 \frac{\mu\text{m}}{\text{m}}$$

$$2 \pi \mu\text{rad} = 1,296''$$

$$1 \text{ mrad} \approx 3,437\,7' \approx 206,26'' \approx 200''$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad} \approx 0,017453 \text{ rad}$$

$$1' \approx 0,291 \text{ mrad} \approx 0,3 \text{ mrad}$$

$$1'' \approx 4,85 \mu\text{rad} \approx 5 \mu\text{rad}$$

$$0,001^\circ = 3,6'' \approx 17,45 \mu\text{rad}$$

Für Umrechnungen gilt:

$$\alpha \text{ in Grad} = \frac{180}{\pi} \cdot (\alpha \text{ in Radiant})$$

$$\approx 57,295\,780 \cdot (\alpha \text{ in Radiant})$$

In Systemen mit beschränktem Schriftzeichenvorrat (Fernschreiber, Datenverarbeitung) kann es vorkommen, daß bei Winkelangaben die Einheitenzeichen für Grad, Minute und Sekunde nicht durch die hochgesetzten Zeichen $^\circ$, $'$, $''$ wiedergegeben werden können. Für solche Fälle sind nach DIN 66 030 die folgenden Darstellungen der Einheitenamen vorgesehen:

deg oder DEG für Grad (Winkel),
mnt oder MNT für Minute (Winkel),
sec oder SEC für Sekunde (Winkel).

Als weitergehende Abkürzungen der Einheitenamen werden d, m und s empfohlen, z. B. 17 d 27 m 27 s.

3 Begriffe und Bestimmungsgrößen an einer Stirnradverzahnung (Zylinderradverzahnung)

Alle Definitionen und Gleichungen dieses Abschnittes beziehen sich auf ein abweichungsfreies Stirnrad. Die Gleichungen in den Abschnitten 3.2 bis 3.5.7 gelten für die Nennmaße einer abmaßfreien Verzahnung; die Zahndickenabmaße A_s sind in den Abschnitten 3.5.8 und 3.6 berücksichtigt.

Die Nennmaße einer Evolventen-Stirnradverzahnung enthalten keine Abmaße zur Erzielung eines Flankenspiels im Stirnradpaar; sie sind durch folgende voneinander unabhängige Angaben bestimmt:

Zähnezahl z
Bezugsprofil
Normalmodul m_n
Flankenrichtung und Schrägungswinkel β
Profilverschiebungsfaktor x
Zahnbreite b

3.1 Bezeichnungen an den Zähnen

3.1.1 Zähnezahl z und Vorzeichen der Zähnezahl

Die Anzahl der Zähne auf dem Radumfang wird mit z bezeichnet.

Die Zähnezahl z eines außenverzahnten Stirnrades (Außenrades) ist in die folgenden Gleichungen als positive Größe, die Zähnezahl z eines innenverzahnten Stirnrades (Hohlrades) ist als negative Größe einzusetzen. Dies entspricht der Vorstellung, daß beim Übergang von einem Außenrad auf ein Hohlrad der Raddurchmesser vergrößert wird, bis zunächst bei $d = +\infty$ die Zahnstange mit $z = \infty$ erreicht wird. Im weiteren Verlauf des Übergangs springt der Raddurchmesser auf $-\infty$ um und nimmt dann endliche negative Größe an. Durch diese Festlegung und die in den Abschnitten 3.5.3 und 3.5.4 enthaltenen Definitionen über das Vorzeichen des Schrägungswinkels und der Profilverschiebung ist es möglich, für Außenräder und für Hohlräder dieselben Gleichungen ungeändert zu verwenden.

Für ein Hohlrad ergeben sich somit bei den Berechnungen für alle von der Zähnezahl abhängigen Größen – das sind die Durchmesser und Halbmesser, die Teilungs-, Zahndicken- und Zahnflankenwinkel, die Krümmungshalbmesser der Zahnflanken, und von den Prüfmaßen für die Zahndicke: die Zahnweite sowie das radiale und diametrale Einkugel- und Einrollenmaß bzw. Zweikugel- und Zweirollenmaß – negative Werte. Bei einem Innenradpaar sind außerdem das Zähnezahlverhältnis und der Achsabstand negativ.

In den Fertigungsverfahren (Zeichnungsangaben) werden jedoch auch bei Hohlrädern sämtliche Prüfmaße sowie die Zähnezahlen, Durchmesser usw. stets als positive Größen angegeben; ausgenommen die Profilverschiebung, die mit ihrem jeweiligen Vorzeichen einzusetzen ist (siehe Abschnitt 3.5.4).

3.1.2 Zahn 1, Zahn 2 usw., Zahn N

Zum Numerieren der Zähne sind auf einer in einer vereinbarten Blickrichtung betrachteten Stirnfläche eines Rades die Bezeichnungen Zahn 1, Zahn 2 usw. so festzulegen, daß die Zähne in Zählrichtung (meist: im Drehsinne des Uhrzeigers) aufsteigend beziffert sind. Allgemein wird ein Zahn mit dem Buchstaben N bezeichnet. Der in Zählrichtung vorausliegende Zahn trägt dann die Bezeichnung N + 1, der in Zählrichtung zurückliegende Zahn wird mit N – 1 bezeichnet. In Zählrichtung folgt auf den Zahn Nr z der Zahn 1. Siehe auch DIN 868.

3.1.3 Rechtsflanke, Linksflanke

Rechtsflanke (bzw. Linksflanke) ist diejenige Flanke, die ein Beobachter in einer vereinbarten Blickrichtung an einem nach oben gerichteten Zahn an dessen rechter (bzw. linker) Seite sieht. Siehe DIN 868.

Diese Definition gilt sowohl für außenverzahnte als auch für innenverzahnte Räder. Bei einem Stirnradpaar arbeiten – unter Annahme einer gemeinsamen Blickrichtung – Rechtsflanken mit Rechtsflanken oder Linksflanken mit Linksflanken zusammen.

3.1.4 Teilung Nr N

Die Teilung Nr N (Rechtsflankenteilung oder Linksflankenteilung) ist die Teilung zwischen den Rechtsflanken bzw. Linksflanken der Zähne Nr N – 1 und N.

3.2 Bezugsflächen, Bezugslinien und Bezugsgrößen

3.2.1 Bezugsprofil, Bezugs-Zahnstange

Das Bezugsprofil einer Stirnradverzahnung ist der Normalschnitt durch die Verzahnung der Bezugs-Zahnstange, die der Stirnradverzahnung an einem Außenrad mit der Zähnezahl $z = \infty$ und dem Durchmesser $d = +\infty$ entspricht. Die Flanken des Bezugsprofils einer Evolventenverzahnung sind Geraden.


Documents (3.2.03)
 Document Sharing Hub

3.4.3.1 Y-Kreis-Teilung

Die Y-Kreis-Teilung p_{yt} (bei einem Geradstirnrad: p_y) ist die Länge des Kreisbogens mit dem Durchmesser d_y zwischen zwei aufeinanderfolgenden Rechts- oder Linksflanken, siehe Bild 5.

$$p_{yt} = r_y \cdot \tau = \frac{d_y \cdot \pi}{z} = \frac{d_y}{d} \cdot p_t \quad (3.4.06)$$

3.4.3.2 Y-Zylinder-Normalteilung

Die Y-Zylinder-Normalteilung p_{yn} ist die Länge des Schraubenlinienbogens auf dem Y-Zylinder zwischen zwei aufeinanderfolgenden Rechts- oder Linksflanken im Normalschnitt der Verzahnung.

$$p_{yn} = p_{yt} \cdot \cos \beta_y \quad (3.4.07)$$

3.4.4 Teilungen auf dem V-Zylinder

Der V-Zylinder hat den Durchmesser d_v (siehe Abschnitt 3.5.6.3).

3.4.4.1 V-Kreis-Teilung

Die V-Kreis-Teilung p_{vt} (bei einem Geradstirnrad: p_v) ist die Länge des Kreisbogens auf dem V-Zylinder zwischen zwei aufeinanderfolgenden Rechts- oder Linksflanken.

$$p_{vt} = r_v \cdot \tau = \frac{d_v \cdot \pi}{z} = \frac{d_v}{d} \cdot p_t \quad (3.4.08)$$

3.4.4.2 V-Zylinder-Normalteilung

Die V-Zylinder-Normalteilung p_{vn} ist die Länge des Schraubenlinienbogens auf dem V-Zylinder zwischen zwei aufeinanderfolgenden Rechts- oder Linksflanken im Normalschnitt der Verzahnung.

$$p_{vn} = p_{vt} \cdot \cos \beta_v \quad (3.4.09)$$

3.4.5 Teilungen auf dem Grundzylinder**3.4.5.1 Grundkreisteilung**

Die Grundkreisteilung p_{bt} (bei einem Geradstirnrad: p_b) ist die Länge des Grundkreisbogens zwischen den Ursprungspunkten zweier aufeinanderfolgender Rechts- oder Linksflanken, siehe Bild 5.

$$p_{bt} = r_b \cdot \tau = \frac{d_b \cdot \pi}{z} = \frac{d_b}{d} \cdot p_t = p_t \cdot \cos \alpha_t \quad (3.4.10)$$

3.4.5.2 Grundzylinder-Normalteilung

Die Grundzylinder-Normalteilung p_{bn} ist die Länge des Schraubenlinienbogens auf dem Grundzylinder zwischen den Kehlschraubenlinien zweier aufeinanderfolgender Rechts- oder Linksflanken im Normalschnitt der Verzahnung.

$$p_{bn} = p_{bt} \cdot \cos \beta_b = p_n \cdot \cos \alpha_n \quad (3.4.11)$$

3.4.6 Eingriffsteilungen

Die in der Eingriffsebene vorhandenen Abstände zwischen zwei aufeinanderfolgenden Rechts- oder Linksflanken sind die Eingriffsteilungen p_e .

Die Nennmaße der Eingriffsteilungen p_e sind gleich denen der Grundzylinderteilungen p_b . Sie werden begrifflich und durch die Indizes unterschieden, weil bei den Teilungsabweichungen Unterschiede auftreten.

3.4.6.1 Stirneingriffsteilung

Die Stirneingriffsteilung p_{et} (bei einem Geradstirnrad: die Eingriffsteilung p_e) ist der Abstand zwischen zwei parallelen Tangenten in einer Stirnschnittebene, die zwei aufeinanderfolgende gleichnamige Flanken berühren.

Im Stirnschnitt der Verzahnung ist die Stirneingriffsteilung der Abschnitt der Eingriffslinie zwischen zwei aufeinanderfolgenden gleichnamigen Flanken, siehe Bild 5.

Die Stirneingriffsteilung ist gleich der Grundkreisteilung.

$$p_{et} = p_t \cdot \cos \alpha_t = p_{bt} \quad (3.4.12)$$

3.4.6.2 Normaleingriffsteilung

Die Normaleingriffsteilung p_{en} ist der Abstand zweier paralleler Tangentialebenen, die im Bereich der aktiven Flanken zwei aufeinanderfolgende gleichnamige Flanken berühren. Sie ist gleich der Grundzylinder-Normalteilung.

$$p_{en} = p_n \cdot \cos \alpha_n = p_{bn} \quad (3.4.13)$$

3.4.7 Axialteilung

Die Axialteilung p_x ist der Abschnitt einer Mantellinie eines zur Radachse konzentrischen Zylinders zwischen zwei aufeinanderfolgenden Rechts- oder Linksflanken, siehe Bild 6. Die Axialteilung ist unabhängig vom Zylinderdurchmesser und das $\frac{1}{|z|}$ fache der Steigungshöhe.

$$p_x = m_x \cdot \pi = \frac{m_n \cdot \pi}{\sin |\beta|} = \frac{m_t \cdot \pi}{\tan |\beta|} = \frac{p_z}{|z|} \quad (3.4.14)$$

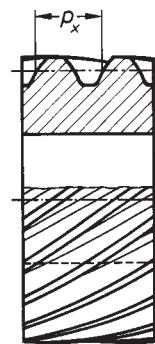


Bild 6. Axialteilung p_x eines Schrägstirnrades

3.5 Begriffe und Bestimmungsgrößen einer Radverzahnung aus der Lage des Stirnrad-Bezugsprofils zum Teilzylinder

Die Profilbezugslinie des Stirnrad-Bezugsprofils kann

- a) die Radachse unter dem Steigungswinkel γ kreuzen
- b) zum Teilzylinder den Abstand $x \cdot m_n$ haben.

Daraus ergeben sich die Bestimmungsgrößen einer Stirnradverzahnung nach den Abschnitten 3.5.1 bis 3.5.8.

3.5.1 Steigungswinkel γ , Schrägungswinkel β

Der Steigungswinkel γ ist der spitze Winkel, unter dem sich die Profilbezugslinie mit der Radachse kreuzt, siehe Bild 4. Er ist ferner der spitze Winkel zwischen einer Tangente an eine Teilzylinder-Flankenlinie und der Ebene senkrecht zur Radachse durch den Tangentenberührungspunkt.

Der Schrägungswinkel β ist der spitze Winkel zwischen einer Tangente an eine Teilzylinder-Flankenlinie und der Teilzylinder-Mantellinie durch den Tangentenberührungspunkt.

$$|\beta| = 90^\circ - |\gamma| \quad (3.5.01)$$

Bei Geradstirnrädern ist $\gamma = 90^\circ$ und $\beta = 0^\circ$.

Steigungswinkel und Schrägungswinkel haben dasselbe Vorzeichen. Der Schrägungswinkel β_R der Rechtsflanken kann vom Schrägungswinkel β_L der Linksflanken verschieden sein. Der Zusammenhang zwischen β und dem Grundschrägungswinkel β_b ergibt sich aus

$$\tan \beta_b = \tan \beta \cdot \cos \alpha_t \quad (3.5.02)$$

$$\sin \beta_b = \sin \beta \cdot \cos \alpha_n \quad (3.5.03)$$

$$\cos \beta_b = \cos \beta \cdot \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_t} = \frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_t} = \frac{\sin \alpha_{yn}}{\sin \alpha_{yt}} = \cos \alpha_n \cdot \sqrt{\tan^2 \alpha_n + \cos^2 \beta} \quad (3.5.04)$$

An einem Zylinder mit dem Durchmesser d_y ergibt sich der Schrägungswinkel β_y aus

$$\begin{aligned}\tan \beta_y &= \tan \beta \cdot \frac{d_y}{d} = \tan \beta \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{yt}} \\ &= \tan \beta_b \cdot \frac{d_y}{d_b} = \frac{\tan \beta_b}{\cos \alpha_{yt}}\end{aligned}\quad (3.5.05)$$

$$\sin \beta_y = \sin \beta \cdot \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_{yn}} = \frac{\sin \beta_b}{\cos \alpha_{yn}} \quad (3.5.06)$$

$$\cos \beta_y = \frac{\tan \alpha_{yn}}{\tan \alpha_{yt}} = \frac{\cos \alpha_{yt} \cdot \cos \beta_b}{\cos \alpha_{yn}} \quad (3.5.07)$$

3.5.2 Flankenrichtung; rechtssteigend, linkssteigend

Bei Außen- und Innenverzahnung ist die Flankenrichtung rechtssteigend (linkssteigend), wenn der Verlauf der Flankenlinie einer Schraube mit Rechtsgewinde (Linksgewinde) entspricht.

3.5.3 Vorzeichen des Schrägungswinkels

Werden (z. B. für das Berechnen der Nennmaße eines Stirnradpaares) Vorzeichen für die Schrägungswinkel benötigt, dann gilt:

Bei einem Außenrad gilt ein zu rechtssteigender Flankenrichtung gehörender Schrägungswinkel als positiv, ein zu linkssteigender Flankenrichtung gehörender Schrägungswinkel als negativ. Bei einem Hohlrad sind die Vorzeichen umgekehrt. Die Summe der Schrägungswinkel eines Stirnradpaares ist somit Null.

Anmerkung: In Fertigungsunterlagen werden die Beträge (Absolutwerte) der Schrägungswinkel mit zusätzlicher Angabe der Steigungsrichtung (r für rechtssteigend, l für linkssteigend) angegeben.

3.5.4 Profilverschiebung; Profilverschiebungsfaktor x und Vorzeichen der Profilverschiebung

Die Profilverschiebung einer Evolventenverzahnung ist der Abstand der Profilbezugslinie vom Teilzylinder. Die Größe der Profilverschiebung wird mit dem Profilverschiebungsfaktor x als Vielfaches des Normalmoduls angegeben:

$$\text{Profilverschiebung} = x \cdot m_n$$

(Bei Geradstirnrädern: Profilverschiebung = $x \cdot m$).

Falls erforderlich, ist zu unterscheiden zwischen dem für die Nennmaße der Verzahnung maßgebenden Profilverschiebungsfaktor x und dem bei der Erzeugung einer abmaßhaltigen Verzahnung anzuwendenden Erzeugungs-Profilverschiebungsfaktor x_E , siehe Abschnitt 3.6.3.

Bei der Profilverschiebung $x \cdot m_n = 0$ sind die Nennmaße der Zahndicke und der Lückenweite auf dem Teilkreis gleich der halben Teilung.

Eine Profilverschiebung ist

positiv, wenn die Profilbezugslinie vom Teilkreis in Richtung zum Kopfkreis verschoben ist; dabei ist die Zahndicke im Teilkreis größer als bei der Profilverschiebung Null, siehe Bild 7 negativ, wenn die Profilbezugslinie vom Teilkreis in Richtung zum Fußkreis verschoben ist; dabei ist die Zahndicke im Teilkreis kleiner als bei der Profilverschiebung Null, siehe Bild 8.

3.5.5 V-Rad, Null-Rad

Ein Stirnrad mit Profilverschiebung heißt V-Rad (V_{plus} -Rad bei positiver, V_{minus} -Rad bei negativer Profilverschiebung). Ein Stirnrad mit der Profilverschiebung Null heißt Null-Rad.

3.5.6 Durchmesser der Verzahnung, Winkel am V-Zylinder

Aus der Lage des Bezugsprofils zum Teilzylinder ergeben sich folgende Zylinderflächen und Durchmesser der Verzahnung.

Profilbezugslinie

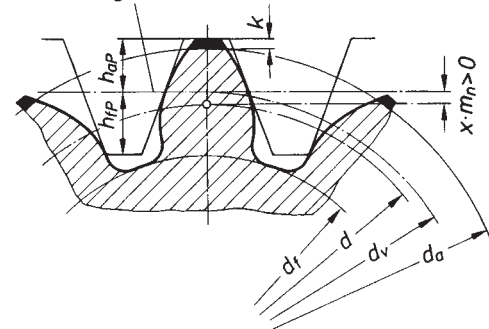


Bild 7. Positive Profilverschiebung an einem Außenrad

Profilbezugslinie

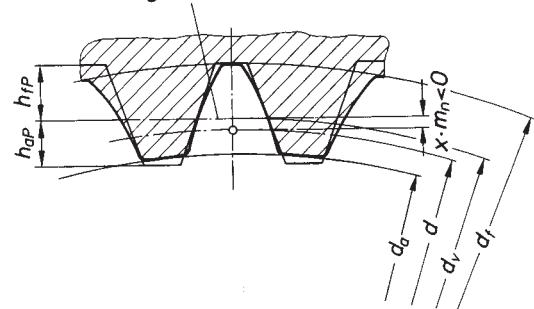


Bild 8. Negative Profilverschiebung an einem Hohlrad

Anmerkung: Bei einem Hohlrad ergeben sich für die Durchmesser und Halbmesser negative Werte, siehe Abschnitt 3.1.1.

3.5.6.1 Kopfzylinder, Kopfkreis; Kopfkreisdurchmesser d_a
Der Kopfzylinder ist die zylindrische Mantelfläche an den Zahnköpfen einer Verzahnung; ein Stirnschnitt ergibt den Kopfkreis.

Die ausführbaren Kopfkreise werden durch die Bedingungen nach Abschnitt 3.7.1 begrenzt und können größer sein als die Nennmaße nach den Gleichungen (3.5.08) und (3.5.09).

Die Nennmaße der Kopfkreisdurchmesser d_a sind für Rad 1

$$d_{a1} = d_1 + 2 \cdot x_1 \cdot m_n + 2 \cdot h_{ap} + 2 \cdot k \quad (3.5.08)$$

und für Rad 2 (siehe Bild 7 und Bild 8)

$$d_{a2} = d_2 + 2 \cdot x_2 \cdot m_n + 2 \cdot h_{ap} + 2 \cdot k \quad (3.5.09)$$

Anmerkung: Zur Definition der Größen a , c und k siehe Abschnitte 4.2.3, 4.2.7 und 4.3.6.

Mit diesen Kopfkreisen ergibt sich als Nenn-Kopfspiel eines Zahnradpaares der Wert c_p des Verzahnungs-Bezugsprofils.

Bei einem Außenrad sollte $d_a \geq d_b + 2 \cdot m_n$ sein. Daraus ergibt sich für Außenräder eine untere Grenze für den Profilverschiebungsfaktor x , siehe Abschnitt 3.7.3.

Bei einem Hohlrad muß immer $|d_a| > |d_b|$ sein. Daraus ergibt sich für Hohlräder eine obere Grenze für den Profilverschiebungsfaktor, siehe Abschnitt 3.7.3.

3.5.6.2 Fußzylinder, Fußkreis; Fußkreisdurchmesser d_f

Der Fußzylinder ist die zylindrische Mantelfläche am Grund der Zahnluken einer Verzahnung; ein Stirnschnitt ergibt den Fußkreis.

Das Istmaß des Fußkreises ist vom Verzahnungsverfahren und vom verwendeten Werkzeug abhängig, siehe Abschnitt 3.6.4. Das Nennmaß ergibt sich aus dem Verzahnungs-Bezugsprofil bei Rad 1 (siehe Bild 7) zu

$$d_{f1} = d_1 - 2 \cdot h_f = d_1 + 2 \cdot x_1 \cdot m_n - 2 \cdot h_{fp} \quad (3.5.10)$$

und bei Rad 2 (siehe Bild 7 und Bild 8) zu

$$d_{f2} = d_2 - 2 \cdot h_f = d_2 + 2 \cdot x_2 \cdot m_n - 2 \cdot h_{fp} \quad (3.5.11)$$

3.5.6.3 V-Kreis-Durchmesser d_v , V-Zylinder

Der V-Zylinder berührt die Profilbezugslinie des Verzahnungs-Bezugsprofils, siehe Bild 7 und Bild 8. Sein Durchmesser (V-Kreis-Durchmesser) ist

$$d_v = d + 2 \cdot x \cdot m_n = d \left(1 + 2 \cdot \frac{x}{z} \cdot \cos \beta \right) \quad (3.5.12)$$

Anmerkung: Die Werkzeug-Profilbezugslinie berührt am Kreis mit dem Durchmesser

$$d_{vE} = d + 2 \cdot x_E \cdot m_n \quad (3.5.13)$$

3.5.6.4 Profilwinkel α_v , Schrägungswinkel β_v

Am Schnitt des V-Zylinders mit einer Evolventen-Zahnflanke sind folgende Winkel vorhanden:

Schrägungswinkel β_v

$$\begin{aligned} \tan \beta_v &= \frac{z + 2 \cdot x \cdot \cos \beta}{z} \cdot \tan \beta \\ &= \tan \beta + 2 \cdot \frac{x}{z} \cdot \sin \beta = \tan \beta \cdot \frac{d_v}{d} \end{aligned} \quad (3.5.14)$$

Stirnprofilwinkel α_{vt}

$$\begin{aligned} \cos \alpha_{vt} &= \frac{z}{z + 2 \cdot x \cdot \cos \beta} \cdot \cos \alpha_t \\ &= \frac{\cos \alpha_t}{1 + 2 \cdot \frac{x}{z} \cdot \cos \beta} \end{aligned} \quad (3.5.15)$$

Normalprofilwinkel α_{vn}

$$\tan \alpha_{vn} = \tan \alpha_{vt} \cdot \cos \beta_v \quad (3.5.16)$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha_{vn} &= \frac{\cos \alpha_n \cdot \cos \beta}{\cos \beta_v \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{x}{z} \cdot \cos \beta \right)} \\ &= \frac{d}{d_v} \cdot \frac{\cos \alpha_n \cdot \cos \beta}{\cos \beta_v} \end{aligned} \quad (3.5.17)$$

3.5.7 Höhen an der Verzahnung

Anmerkung: Die gemeinsame Zahnhöhe, die sich aus der Paarung mit einem Gegenrad ergibt, ist in Abschnitt 4.2.6 definiert.

3.5.7.1 Zahnhöhe h

Die Nenn-Zahnhöhe h einer Stirnradverzahnung ergibt sich aus der Zahnhöhe h_p des Bezugsprofils und der Kopfhöhenänderung k , siehe Abschnitt 4.3.6.

$$h = h_p + k \quad (3.5.18)$$

Die Ist-Zahnhöhe ergibt sich aus dem ausgeführten Kopfkreis und dem erzeugten Fußkreis, siehe Abschnitt 3.6.4.

$$h = (d_a - d_{fE})/2 \quad (3.5.19)$$

3.5.7.2 Zahnkopfhöhe h_a , Zahnfußhöhe h_f

Die Zahnkopfhöhe h_a und die Zahnfußhöhe h_f eines Stirnrades werden vom Teilkreis aus angegeben. Die Nennwerte betragen

$$h_a = h_{aP} + x \cdot m_n + k \quad (3.5.20)$$

$$h_f = h_{fP} - x \cdot m_n \quad (3.5.21)$$

Die Istwerte errechnen sich aus

$$h_a = (d_a - d)/2 \quad (3.5.22)$$

$$h_{fE} = (d - d_{fE})/2 \quad (3.5.23)$$

3.5.8 Zahndicken, Lückenweiten

Die Gleichungen dieses Abschnittes ergeben die Nennmaße für die Zahndicken und für die Lückenweiten und deren Halbwinkel. Die entsprechenden am Zahnrad erzeugten

abmaßhaltigen Größen erhält man, wenn anstelle des Profilverschiebungsfaktors x (siehe Abschnitt 3.5.4) der Erzeugungs-Profilverschiebungsfaktor x_E für den Fertigzustand, d. h. nach Gleichung (3.6.03) mit $q = 0$, eingesetzt wird. Diese Größen werden mit dem zusätzlichen Index E, also s_{tE} , s_{ntE} , e_{tE} , e_{nE} , η_E , ψ_E usw. gekennzeichnet.

Anmerkung: Mit $q > 0$ in Gleichung (3.6.03) ergeben sich die Größen der Vorverzahnung.

Die stets negativen Zahndickenabmaße vermindern die Zahndicken und vergrößern die Lückenweiten im Vergleich zu deren Nennmaßen. Die Zahndickenabmaße sind – wie alle Längenmaße – in die Gleichungen in mm (nicht in μm) einzusetzen, siehe Abschnitt 2.3.

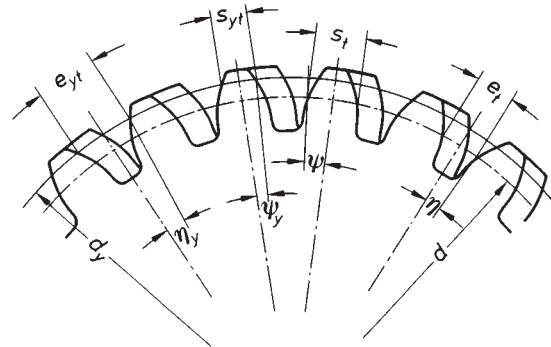


Bild 9. Schrägstirnrad: Zahndicken, Lückenweiten und deren Halbwinkel

3.5.8.1 Stirnzahndicken s_t , s_{yt} , s_{vt} und s_{bt}

Die Stirnzahndicke s_t (bei einem Geradstirnrad: die Zahndicke s) ist die Länge des Teilkreisbogens zwischen den beiden Flanken eines Zahnes, siehe Bild 9.

$$\begin{aligned} s_t &= \frac{p_t}{2} + 2 \cdot x \cdot m_n \cdot \tan \alpha_t \\ &= m_t \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot \tan \alpha_n \right) = \frac{s_n}{\cos \beta} \end{aligned} \quad (3.5.24)$$

Die Stirnzahndicke s_{yt} (bei einem Geradstirnrad: die Zahndicke s_y) ist die Länge des Kreisbogens mit dem Durchmesser d_y zwischen den beiden Flanken eines Zahnes, siehe Bild 9.

$$\begin{aligned} s_{yt} &= d_y \cdot \left(\frac{s_t}{d} + \text{inv } \alpha_t - \text{inv } \alpha_{yt} \right) \\ &= d_y \cdot \left(\frac{\pi + 4 \cdot x \cdot \tan \alpha_n}{2 \cdot z} + \text{inv } \alpha_t - \text{inv } \alpha_{yt} \right) \end{aligned} \quad (3.5.25)$$

Die Stirnzahndicke s_{vt} (bei einem Geradstirnrad: die Zahndicke s_v) ist die Länge des V-Kreis-Bogens zwischen den beiden Flanken eines Zahnes.

$$\begin{aligned} s_{vt} &= d_v \cdot \left(\frac{s_t}{d} + \text{inv } \alpha_t - \text{inv } \alpha_{vt} \right) \\ &= d_v \cdot \left(\frac{\pi + 4 \cdot x \cdot \tan \alpha_n}{2 \cdot z} + \text{inv } \alpha_t - \text{inv } \alpha_{vt} \right) \end{aligned} \quad (3.5.26)$$

Die Grundzahndicke s_{bt} (bei einem Geradstirnrad: s_b) ist der Grundkreisbogen zwischen den Ursprungspunkten der Evolventen eines Zahnes.

$$s_{bt} = d_b \cdot \left(\frac{\pi + 4 \cdot x \cdot \tan \alpha_n}{2 \cdot z} + \text{inv } \alpha_t \right) \quad (3.5.27)$$

3.5.8.2 Zahndicken-Halbwinkel ψ , ψ_y , ψ_v und ψ_b

Zentriwinkel in einem Stirnschnitt, die von den die Zahndicke s_t , bzw. s_{yt} , s_{vt} oder s_{bt} begrenzenden Halbmessern eingeschlossen werden, sind Zahndickenwinkel, siehe Bild 9. Die entsprechenden Zahndicken-Halbwinkel sind:

$$\psi = \frac{s_t}{d} = \frac{\pi + 4 \cdot x \cdot \tan \alpha_n}{2 \cdot z} \quad (3.5.28)$$

$$\psi_y = \frac{s_{yt}}{d_y} = \psi + \operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_{yt} \quad (3.5.29)$$

$$\psi_v = \frac{s_{vt}}{d_v} = \psi + \operatorname{inv} \alpha_t - \operatorname{inv} \alpha_{vt} \quad (3.5.30)$$

Der Grunddicken-Halbwinkel ψ_b ist

$$\psi_b = \frac{s_{bt}}{d_b} = \psi + \operatorname{inv} \alpha_t \quad (3.5.31)$$

Anmerkung: Bei einem Hohlrad ergeben sich für die Zahndicken-Halbwinkel negative Werte, siehe Abschnitt 3.1.1.

3.5.8.3 Lückenweiten e_t , e_{yt} , e_{vt} und e_{bt}

Die Lückenweite e_t (bei einem Geradstirnrad: e) ist die Länge des Teilkreisbogens zwischen den eine Zahnücke einschließenden Zahnflanken. Zahndicke s_t und Lückenweite e_t ergeben zusammen die Teilkreisteilung p_t .

$$s_t + e_t = p_t \quad (3.5.32)$$

$$\begin{aligned} e_t &= \frac{p_t}{2} - 2 \cdot x \cdot m_n \cdot \tan \alpha_t \\ &= m_t \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 2 \cdot x \cdot \tan \alpha_n \right) \end{aligned} \quad (3.5.33)$$

Die Lückenweite e_{yt} (bei einem Geradstirnrad: e_y) ist die Länge des Kreisbogens mit dem Durchmesser d_y zwischen den eine Zahnücke einschließenden Zahnflanken. Zahndicke s_{yt} und Lückenweite e_{yt} ergeben zusammen die Y-Kreis-Teilung p_{yt} .

$$s_{yt} + e_{yt} = p_{yt} \quad (3.5.34)$$

$$\begin{aligned} e_{yt} &= d_y \cdot \left(\frac{e_t}{d} - \operatorname{inv} \alpha_t + \operatorname{inv} \alpha_{yt} \right) \\ &= d_y \cdot \left(\frac{\pi - 4 \cdot x \cdot \tan \alpha_n}{2 \cdot z} - \operatorname{inv} \alpha_t + \operatorname{inv} \alpha_{yt} \right) \end{aligned} \quad (3.5.35)$$

Die Lückenweite e_{vt} (bei einem Geradstirnrad: e_v) ist die Länge des V-Kreis-Bogens zwischen den eine Zahnücke einschließenden Zahnflanken. Zahndicke s_{vt} und Lückenweite e_{vt} ergeben zusammen die V-Kreis-Teilung p_{vt} .

$$s_{vt} + e_{vt} = p_{vt} \quad (3.5.36)$$

$$\begin{aligned} e_{vt} &= d_v \cdot \left(\frac{e_t}{d} - \operatorname{inv} \alpha_t + \operatorname{inv} \alpha_{vt} \right) \\ &= d_v \cdot \left(\frac{\pi - 4 \cdot x \cdot \tan \alpha_n}{2 \cdot z} - \operatorname{inv} \alpha_t + \operatorname{inv} \alpha_{vt} \right) \end{aligned} \quad (3.5.37)$$

Die Grundlückenweite e_{bt} (bei einem Geradstirnrad: e_b) ist der Grundkreisbogen zwischen den Ursprungspunkten der beiden Evolventen, die eine Zahnücke einschließen. Grundzahndicke s_{bt} und Grundlückenweite e_{bt} ergeben zusammen die Grundkreisteilung p_{bt} .

$$s_{bt} + e_{bt} = p_{bt} \quad (3.5.38)$$

$$e_{bt} = d_b \cdot \left(\frac{\pi - 4 \cdot x \cdot \tan \alpha_n}{2 \cdot z} - \operatorname{inv} \alpha_t \right) \quad (3.5.39)$$

3.5.8.4 Zahnücken-Halbwinkel η , η_y , η_v und η_b

Zentriwinkel in einem Stirnschnitt, die von den die Lückenweiten e_t bzw. e_{yt} , e_{vt} oder e_{bt} begrenzenden Halbmessern eingeschlossen werden, sind Zahnückenwinkel, siehe Bild 9. Die entsprechenden Zahnücken-Halbwinkel sind:

$$\eta = \frac{e_t}{d} = \frac{\pi - 4 \cdot x \cdot \tan \alpha_n}{2 \cdot z} \quad (3.5.40)$$

$$\eta_y = \frac{e_{yt}}{d_y} = \eta - \operatorname{inv} \alpha_t + \operatorname{inv} \alpha_{yt} \quad (3.5.41)$$

$$\eta_v = \frac{e_{vt}}{d_v} = \eta - \operatorname{inv} \alpha_t + \operatorname{inv} \alpha_{vt} \quad (3.5.42)$$

Der Grundlücken-Halbwinkel η_b ist

$$\eta_b = \frac{e_{bt}}{d_b} = \eta - \operatorname{inv} \alpha_t \quad (3.5.43)$$

Anmerkung: Bei einem Hohlrad ergeben sich für die Zahnücken-Halbwinkel negative Werte, siehe Abschnitt 3.1.1.

3.5.8.5 Normalzahndicken s_n , s_{yn} , s_{vn} und s_{bn}

Die Normalzahndicken sind die Zahndicken in einem Normalschnitt der Verzahnung; sie sind die Längen der Schraubenlinienbögen auf den entsprechenden Zylindern zwischen den beiden Flanken eines Zahnes. Sie ergeben sich aus dem Bezugsprofil und der Profilverschiebung:

$$\begin{aligned} s_n &= s_t \cdot \cos \beta = \frac{p_n}{2} + 2 \cdot x \cdot m_n \cdot \tan \alpha_n \\ &= m_n \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot \tan \alpha_n \right) \end{aligned} \quad (3.5.44)$$

$$s_{yn} = s_{yt} \cdot \cos \beta_y \quad (3.5.45)$$

$$s_{vn} = s_{vt} \cdot \cos \beta_v \quad (3.5.46)$$

$$s_{bn} = s_{bt} \cdot \cos \beta_b \quad (3.5.47)$$

3.5.8.6 Normallückenweiten e_n , e_{yn} , e_{vn} und e_{bn}

Die Normallückenweiten sind die Lückenweiten in einem Normalschnitt der Verzahnung; sie sind die Längen der Schraubenlinienbögen auf den entsprechenden Zylindern zwischen den beiden eine Zahnücke einschließenden Zahnflanken. Sie ergeben sich aus dem Bezugsprofil und der Profilverschiebung:

$$\begin{aligned} e_n &= e_t \cdot \cos \beta = \frac{p_n}{2} - 2 \cdot x \cdot m_n \cdot \tan \alpha_n \\ &= m_n \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 2 \cdot x \cdot \tan \alpha_n \right) \end{aligned} \quad (3.5.48)$$

$$e_{yn} = e_{yt} \cdot \cos \beta_y \quad (3.5.49)$$

$$e_{vn} = e_{vt} \cdot \cos \beta_v \quad (3.5.50)$$

$$e_{bn} = e_{bt} \cdot \cos \beta_b \quad (3.5.51)$$

3.6 Herstellbedingungen beim Verzahn von Stirnrädern im Wälzverfahren

3.6.1 Erzeugungsgetriebe

Bei Herstellung einer Stirnradverzahnung im Wälzverfahren bilden die Wälzwerkzeuge, z. B. Fräser, Schneidrad, Hobelkamm, Schleifscheibe usw., und das Stirnrad jeweils ein Erzeugungsgetriebe. Werden Fußkreis, Fußrundung und die Evolvente vom gleichen Werkzeug fertigbearbeitet, ist für das fertige Stirnrad nur das Erzeugungsgetriebe mit diesem Werkzeug von Bedeutung. Andernfalls ist das fertige Stirnrad das Abbild der Erzeugungsgetriebe, die jeweils das Fertigmaß von Fußkreis, Fußrundung und der Nutzflanke einschließlich der Flankenform-Korrekturen erzeugen.

Auf die Erzeugungsgetriebe sind die gleichen Begriffe und die entsprechenden Gleichungen wie bei einem Stirnradpaar anzuwenden, siehe Abschnitt 4, wenn die Profilwinkel α_{p0} und α_p der Bezugsprofile der Werkzeuge und des Stirnrades gleich sind.

Für das aus Schneidrad (Zähnezahl z_0 , Profilverschiebungsfaktor x_0) und Stirnrad (z , x bzw. x_E) bestehende Erzeugungs-

getriebe ergibt sich der Achsabstand nach Gleichung (4.3.06) zu

$$a_0 = \frac{z_0 + z}{2} \cdot \frac{m_n}{\cos \beta} \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt0}} \quad (3.6.01)$$

und der Erzeugungs-Eingriffswinkel nach Gleichung (4.2.07) zu

$$\operatorname{inv} \alpha_{wt0} = 2 \cdot \frac{x_0 + x_E}{z_0 + z} \cdot \tan \alpha_n + \operatorname{inv} \alpha_t \quad (3.6.02)$$

Der Profilverschiebungsfaktor x_0 und damit der Erzeugungs-Achsabstand a_0 ändern sich beim Nachschärfen des Schneidrades.

Siehe DIN 1829 Teil 1 und Teil 2.

3.6.2 Werkzeug-Bezugsprofile

Das Werkzeug-Bezugsprofil ist das Gegenprofil zum Stirnrad-Bezugsprofil im Sinne der Definition nach DIN 867 und DIN 58 400, das jedoch auch den Zahnfüßengrund des Stirnrad-Bezugsprofils einschließt.

Bei den Werkzeug-Bezugsprofilen beliebiger Arbeitsfolgen (Vor-, Fertigverzahnungen) werden die Zahnhöhen (Kopf- und Fußhöhe, Kopf-Form- und Fuß-Formhöhe) immer von der Profilbezugslinie aus angegeben. Auf dieser ist die Zahndicke gleich der Lückenweite gleich der halben Teilung p , das heißt $s_p = e_p = s_{p0} = e_{p0} = p/2$. Siehe Abschnitte 3.2.1 und 3.2.2 und Anhang A, Bild A.1 und Bild A.2.

3.6.3 Bearbeitungszugabe q , Erzeugungs-Profilverschiebung $x_E \cdot m_n$

Ein Vor-Verzahnwerkzeug läßt für das nachfolgende Fertigverzahn auf den Flanken des Stirnrades die Bearbeitungszugabe q stehen.

Sie ist der kleinste Abstand zwischen den Evolventen der Fertig-Verzahnung und der Vor-Verzahnung mit gleichem Fußkreis-Durchmesser. Die vom Vor-Werkzeug am Stirnrad erzeugte Zahndicke s_{nV} ist somit um $2q/\cos \alpha_n$ größer als die zum Fertig-Werkzeug gehörige Zahndicke s_n .

Die Profilverschiebung zwischen Stirnrad und Werkzeug-Bezugsprofil ist die Erzeugungs-Profilverschiebung $x_E \cdot m_n$ (siehe Bild 10). Sie beträgt:

$$x_E \cdot m_n = x \cdot m_n + \frac{A_s}{2 \cdot \tan \alpha_n} + \frac{q}{\sin \alpha_n} \quad (3.6.03)$$

Entsprechend den Zahndickenabmaßen A_{se} und A_{si} und der Toleranz von q ist gegebenenfalls zu unterscheiden zwischen den Profilverschiebungsfaktoren x_{EV} , x_{EIV} der Vorverzahnung ($q > 0$), x_{Ee} , x_{Ei} der Fertigverzahnung ($q = 0$) und x für die Nennmaße ($q = 0$, $A_s = 0$).

3.6.4 Erzeugter Fußkreisdurchmesser d_{fE}

Der von einem zahnstangenförmigen Werkzeug (z. B. Wälzfräser, Hobelkamm oder Schleifscheibe) erzeugte Fußkreisdurchmesser des fertigverzahnten Stirnrades beträgt:

$$d_{fE} = d + 2 \cdot x_E \cdot m_n - 2 \cdot h_{aP0} \quad (3.6.04)$$

Der von einem Schneidrad erzeugte Fußkreisdurchmesser beträgt:

$$d_{fE} = 2 \cdot a_0 - d_{a0} \quad (3.6.05)$$

Für x_E , h_{aP0} , a_0 und d_{a0} sind die Daten des Erzeugungsgetriebes einzusetzen, das das Fertigmaß des Fußkreises erzeugt.

3.6.5 Flankenform-Korrekturen

Flankenform-Korrekturen sind gewollte Änderungen des Zahnprofils und der Flankenlinie gegenüber der theoretischen Form.

3.6.5.1 Funktionsbedingte Flankenform-Korrekturen

Korrekturen dieser Art sind Änderungen im nutzbaren Flankenbereich eines Stirnrades. Sie verbessern die Lauf-

eigenschaften eines Stirnrades unter Last, z. B. mildern sie die Auswirkungen der elastischen Verformungen der Zahnräder, Wellen, Lager usw.

Hierzu gehören:

- Profilkorrekturen, z. B. Kopfrücknahme (Flankeneintrittsspiel),
Fußrücknahme,
Höhenballigkeit.
- Flankenlinien-Korrekturen, z. B. Endrücknahme,
Breitenballigkeit,
Flankenrichtungs-Korrekturen.

Diese Flankenform-Korrekturen können durch entsprechende Korrekturen am Fertigbearbeitungs-Werkzeug oder durch Zusatzbewegungen bzw. spezielle Einstellungen an der Verzahnmaschine erzeugt werden.

3.6.5.2 Fertigungsbedingte Flankenform-Korrekturen

Korrekturen dieser Art sind für Fertigung und Montage zweckmäßige Profilkorrekturen außerhalb des nutzbaren Bereichs der Flankenform. Siehe Bild 11 und Anhang A, Bilder A.2 bis A.4.

Fußfreischnitt ist eine beim Vorverzahn (z. B. mit einem Protuberanzwerkzeug, siehe Anhang A) erzeugte gewollte Unterschneidung der Stirnradzähne am Zahnfuß, damit beim nachfolgenden Fertigverzahn die Zahnkopfrundung des Werkzeuges nicht die Zahnfußrundung des Stirnrades berührt, bzw. damit beim Zahnflankenschleifen keine Kerbe am Zahnfuß entsteht. Der Fußfreischnitt ist der größte Abstand der Zahnfußrundung von der verlängert gedachten Evolvente; unterhalb des Grundkreises tritt an Stelle der Evolvente der Radius von der Radmitte zum Evolventen-Ursprungspunkt. Der Fußfreischnitt kann bei unzuweckmäßig gewählten Protuberanzwerkzeugen den Überdeckungsgrad des Stirnrades verkleinern.

Kopfkantenbruch ist die durch Abarbeiten der Zahnkopfkante entstehende Fase, siehe Bild 11. Bei Kopfkantenrundung wird diese Kante verrundet.

Als Maße werden die radiale Höhe h_K und die Restzahndicke s_{aK} angegeben, siehe Bild 11.

Kantenbruch oder Kopfkantenrundung können vom Verzahnwerkzeug (siehe Anhang A) oder in einem eigenen Fertigungsgang erzeugt werden.

3.6.6 Unterschnitt

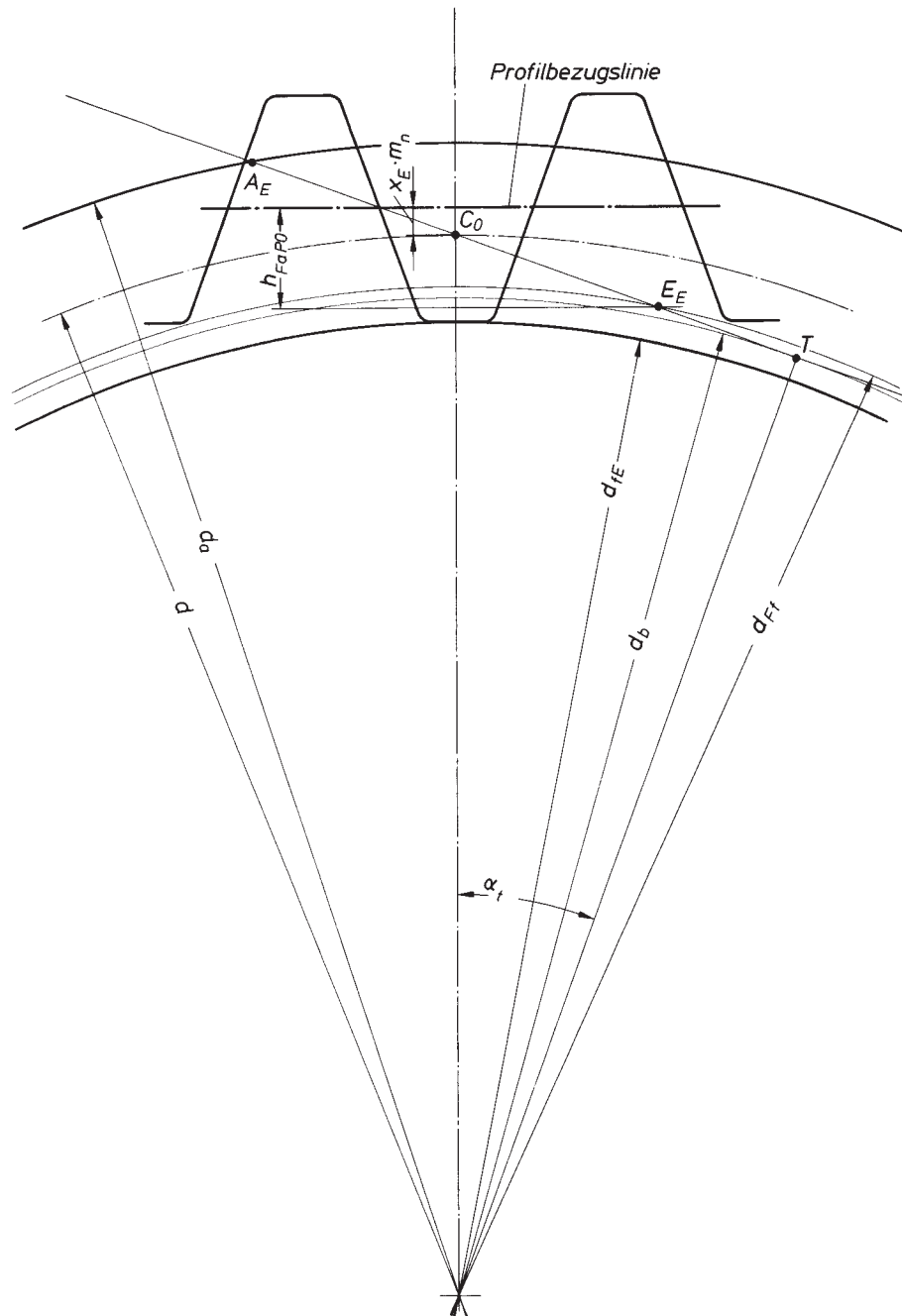
Unterschnitt ist die ungewollte Unterschneidung des Zahnfußes von außenverzahnnten Stirnrädern kleiner Zähnezahl und kleiner Profilverschiebung. Unterschnitt entsteht, wenn die relative Bahn der Werkzeug-Zahnkopfrundung die Zahnfußevolvente des Stirnrades schneidet. Dies ist der Fall, wenn die Kopf-Formgerade des zahnstangenförmigen Wälzwerkzeuges (Parallele zur Werkzeug-Profilbezugslinie im Abstand h_{FaP0} , siehe Bild 10) bzw. wenn der Kopf-Formkreisdurchmesser des Schneidrades die Erzeugungs-Eingriffslinie im Punkt E_E außerhalb der Strecke C_0T schneidet.

Der Unterschnitt schwächt den Zahnfuß, verkürzt die nutzbare Zahnfußevolvente und kann daher den Überdeckungsgrad des Stirnradpaares verkleinern. Er ist in vielen Fällen durch Profilverschiebung vermeidbar.

Für ein mit einem Hobelkamm oder Wälzfräser erzeugtes Stirnrad ergibt sich daraus der Mindestwert des Erzeugungs-Profilverschiebungsfaktors für unterschnittfreie Fertigverzahnungen aus

$$x_{E \min} = \frac{h_{FaP0}}{m_n} - \frac{z \cdot \sin^2 \alpha_t}{2 \cdot \cos \beta} \quad (3.6.06)$$

Bei Herstellung mit einem Schneidrad ergibt sich $x_{E \min}$ aus den Paarungsbedingungen des Erzeugungsgetriebes.



C_0 Wälzpunkt des Erzeugungsgetriebes

A_E Anfangspunkt des Eingriffs

E_E Endpunkt des Eingriffs

T Berührungspunkt der Erzeugungs-Eingriffslinie mit dem Grundkreis des Rades

Bild 10. Eingriff des Stirnprofils eines zahnstangenförmigen Wälzwerkzeuges mit einem Stirnrad

Anmerkung: Bild 10 erfaßt auch den Fall unterschiedlicher Profilwinkel α_{p0} und α_p am Werkzeug- und Stirnrad-Bezugsprofil. Das Erzeugungsgetriebe hat dann den Eingriffswinkel α_{wt0} und den Durchmesser am Erzeugungswälzkreis $d_{wE} = d_b / \cos \alpha_{wt0}$ anstelle von α_t und d im Fall $\alpha_{p0} = \alpha_p$. Die Beträge der zugehörigen Erzeugungs-Profilverschiebungen sind in beiden Fällen verschieden.

3.6.7 Nutzbarer Bereich der Zahnflanken; Kopf-Formkreisdurchmesser d_{Fa} , Fuß-Formkreisdurchmesser d_{Ff}

Der maximal nutzbare Bereich der Zahnflanken eines Stirnrades wird vom Kopf-Formkreis (Durchmesser d_{Fa}) und dem Fuß-Formkreis (Durchmesser d_{Ff}) eingeschlossen, siehe Bild 11. Diese Kreise (bzw. Zylinder) entstehen beim Fertigverzahn des Stirnrades, sie sind durch den Anfangspunkt A_E und den Endpunkt E_E der Erzeugungs-Eingriffsstrecke (siehe Bild 10), d. h. durch den äußeren und den inneren Endpunkt des evolventischen Teils der Zahnflanken bestimmt.

Bei praktisch scharfen Zahnkopfkanten ist der Kopf-Formkreisdurchmesser nahezu gleich dem Kopfkreisdurchmesser: $d_{Fa} \approx d_a$. Bei Kopfkantenrundung oder Kopfkantenbruch ist der Kopf-Formkreisdurchmesser um den doppelten Radialbetrag h_K kleiner als der Kopfkreisdurchmesser:

$$d_{Fa} = d_a - 2 \cdot h_K = d_a - 2 \cdot q_{an} \cdot (1 - \sin \alpha_{an}) \quad (3.6.07)$$

Der Fuß-Formkreisdurchmesser d_{Ff} folgt aus der jeweiligen Fertigbearbeitung. Bei Verzahnungen, die im Wälzverfahren mit einem Werkzeug unendlicher Zähnezahl (Hobelkamm, Wälzfräser) fertigverzahnt werden und keinen Unterschnitt oder Fußfreischnitt aufweisen, ist für ein Außenrad

$$\begin{aligned} d_{Ff1} &= \sqrt{\left[d_1 \cdot \sin \alpha_t - \frac{2 \cdot (h_{FaP0} - x_E \cdot m_n)}{\sin \alpha_t} \right]^2 + d_{b1}^2} \\ &= \sqrt{[d_1 - 2 \cdot (h_{FaP0} - x_E \cdot m_n)]^2 + 4 \cdot (h_{FaP0} - x_E \cdot m_n)^2 \cdot \cot^2 \alpha_t} \end{aligned} \quad (3.6.08)$$

Mit Hilfe des Wälzwinkels $\tan \alpha_{Ff1} = \xi_{Ff1}$ (siehe Abschnitt 3.3.5) erhält man

$$d_{Ff1} = \frac{d_{b1}}{\cos \alpha_{Ff1}}, \quad (3.6.09)$$

wobei α_{Ff1} aus

$$\xi_{Ff1} = \xi_t - \frac{4 \cdot (h_{FaP0}^* - x_1) \cdot \cos \beta}{z_1 \cdot \sin 2 \alpha_t} \quad (3.6.10)$$

folgt.

Bei Verzahnungen, die im Wälzverfahren mit einem Schneidrad (Zähnezahl z_0 , Grundkreisdurchmesser d_{b0} , Kopf-Formkreisdurchmesser d_{Fa0}) erzeugt werden und keinen Unterschnitt oder Fußfreischnitt aufweisen, ist

$$d_{Ff} = \frac{z}{|z|} \cdot \sqrt{(2 \cdot a_0 \cdot \sin \alpha_{wt0} - \sqrt{d_{Fa0}^2 - d_{b0}^2})^2 + d_b^2} \quad (3.6.11)$$

mit a_0 und α_{wt0} nach Abschnitt 3.6.1. Vorzeichen von d_{Ff} siehe Abschnitt 3.1.1. Für ein Hohlrad sind außerdem die Zusammenhänge nach DIN 3993 Teil 1 bis Teil 4 zu beachten.

Mit Hilfe des Wälzwinkels $\tan \alpha_{Ff} = \xi_{Ff}$ (siehe Abschnitt 3.3.5) erhält man

$$d_{Ff} = \frac{d_b}{\cos \alpha_{Ff}} \quad (3.6.12)$$

mit

$$\xi_{Ff} = \frac{z_0}{z} \cdot (\xi_{wt0} - \xi_{Fa0}) + \xi_{wt0} \quad (3.6.13)$$

$$\xi_{Fa0} = \tan \arccos \frac{d_{b0}}{d_{Fa0}} \quad (3.6.14)$$

Bei Verzahnungen mit Unterschnitt oder Fußfreischnitt ergibt sich der Fuß-Formkreisdurchmesser aus dem Schnitt der Evolventenflanke mit der Fußrundungskurve. Seine Bestimmung erfordert Iterationsrechnungen, siehe [1] bis [6] und Anhang A.

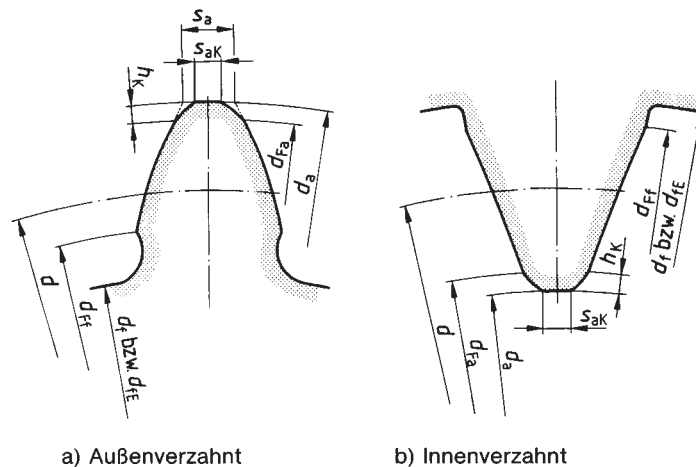


Bild 11. Geradstirnrad mit Fußfreischnitt und Kopfkantenbruch

3.7 Geometrische Grenzen für eine Evolventenverzahnung

Die geometrischen Grenzen einer Evolventenverzahnung sind in den Abschnitten 3.7.1 bis 3.7.3 und den Bildern 12 und 13 aufgezeigt.

Zusätzlich sind noch die Bedingungen für störungsfreien Eingriff mit dem Gegenrad, siehe Abschnitt 4, zu beachten.

3.7.1 Spitzgrenze und Mindestzahnstärke am Kopfkreis eines Außenrades

Die Zähne eines Außenrades werden am Kopfkreis spitz, wenn

$$\psi_a = \frac{s_{ta}}{d_a} = \psi + \text{inv } \alpha_t - \text{inv } \alpha_{ta} = 0 \quad (3.7.01)$$

Die daraus sich ergebende Spitzgrenze ist im Abschnitt 3.7.3 behandelt.

Am Kopfcylinder soll die Zahnstärke s_{an} den Wert $0,2 \cdot m_n$ nicht unterschreiten. Daraus ergibt sich eine praktisch anwendbare obere Grenze für die Profilverschiebung eines Außenrades, siehe Abschnitt 3.7.3.

Unterschnitt und Spitzgrenze begrenzen die für ein Außenrad ausführbare Zähnezah nach unten. Für Geradverzahnung und Bezugsprofil nach DIN 867 ist

$$z_{\min} = 8 \text{ mit } x = +0,57 \text{ für Spitzgrenze,}$$

$$z_{\min} = 9 \text{ mit } x = +0,45 \text{ für } s_{an} = 0,2 \cdot m_n,$$

siehe Bild 12.

Mit geringem Unterschnitt ist noch ausführbar

$$z_{\min} = 7 \text{ mit } x = +0,41$$

3.7.2 Spitzgrenze und Mindestlückenweite am Fußkreis eines Hohlrades

Die Lücke eines Hohlrades wird am Fußkreis spitz, wenn

$$\eta_f = \frac{e_{ft}}{d_f} = \eta - \text{inv } \alpha_t + \text{inv } \alpha_{ft} = 0 \quad (3.7.02)$$

Die daraus sich ergebende Spitzgrenze ist im Abschnitt 3.7.3 behandelt.

Am Fußkreis des Hohlrades soll die Lückenweite e_{fn} den Wert $0,2 \cdot m_n$ nicht unterschreiten. Daraus ergibt sich eine praktisch anwendbare obere Grenze für die Profilverschiebung eines Hohlrades, siehe Abschnitt 3.7.3.

Die Grenze für den Kopfkreisdurchmesser und die Spitzgrenze der Lücken begrenzen den für ein Hohlrad ausführ-

baren Betrag der Zähnezah nach unten. Für Geradverzahnung und Bezugsprofil nach DIN 867 ist

$$|z|_{\min} = 16 \text{ mit } x = -0,52 \text{ für Spitzgrenze,}$$

$$|z|_{\min} = 21 \text{ mit } x = -0,38 \text{ für } e_{fn} = 0,2 \cdot m_n,$$

siehe Bild 12.

Andere, sich aus Paarungsgründen ergebende Grenzen behandeln DIN 3993 Teil 1 bis Teil 4.

3.7.3 Bereich der ausführbaren Evolventenverzahnungen

Der durch die geometrischen Grenzen bedingte Bereich der ausführbaren Evolventenverzahnungen für Bezugsprofil nach DIN 867 ist im Bild 12, für Bezugsprofil nach DIN 58 400 im Bild 13 angegeben. Die Zusammenhänge für Schrägverzahnungen sind hierbei für Ersatz-Geradverzahnungen dargestellt, die für ein Bezugsprofil nach DIN 867 oder DIN 58 400 durch den Profilverschiebungsfaktor x der Schrägverzahnung und durch die Ersatzzähnezah

$$z_{nx} = \frac{z}{\cos^2 \beta_b \cdot \cos \beta} = z \cdot z_{nx}^* \quad (3.7.03)$$

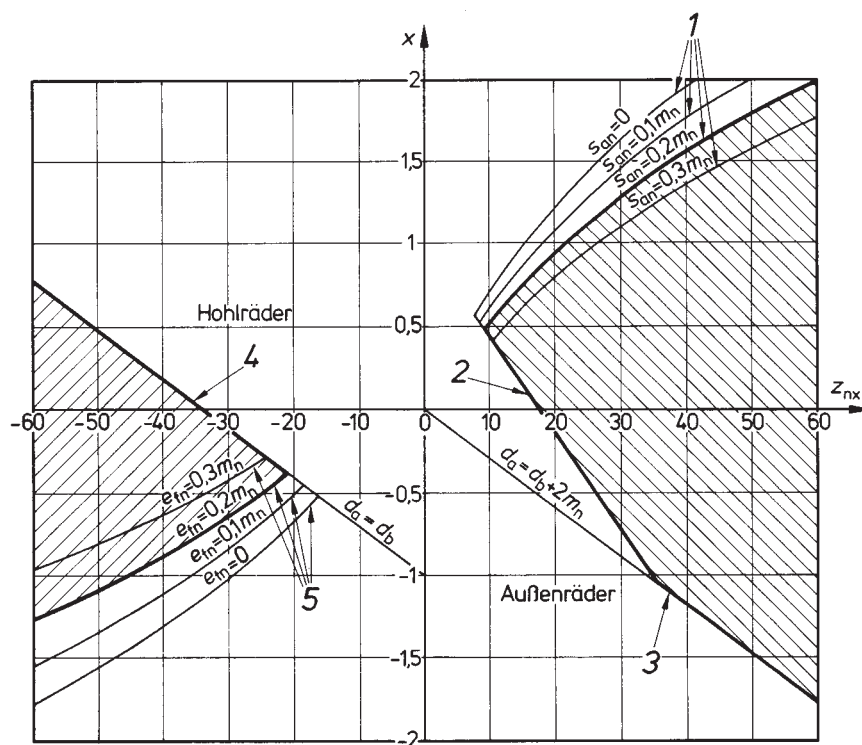
bestimmt sind. Ersatzzähnezah-Faktor z_{nx}^* siehe Tabelle 1. Diese Beziehung zwischen den Zähnezahlen ist so gewählt, daß sich für eine Schrägverzahnung und die zugehörige Ersatz-Geradverzahnung aus der Gleichung (3.6.06) der gleiche Wert $x_{\min}$ ergibt. In Bild 12 und Bild 13 sind die jeweils möglichen Profilverschiebungen x über den Ersatzzähnezahlen z_{nx} aufgetragen.

Anmerkung: Den Kurven 5 der Bilder 12 und 13 liegt die Annahme zugrunde, daß die Evolventenflächen bis zum Zahngrund durchgehen; außerdem ist im Bild 13 bei den Kurven 5a und 5b die 15° -Fase am Zahngrund des Bezugsprofils nicht berücksichtigt. Für Hohlräder ist daher meist eine Untersuchung nach DIN 3993 Teil 1 bis Teil 4 zweckmäßig bzw. erforderlich.

Die Bereichsgrenzen sind für ein Außenrad gegeben durch die Kurven 1 (Spitzgrenze bzw. Mindest-Zahnkopfdicke nach Abschnitt 3.7.1), durch die Gerade 2 (Unterschnitt nach Abschnitt 3.6.5) und durch die Gerade 3 (Mindest-Kopfkreisdurchmesser nach Abschnitt 3.5.6.1). Für ein Hohlrad sind die Bereichsgrenzen gegeben durch die Gerade 4 (Grenzwert des Kopfkreisdurchmessers nach Abschnitt 3.5.6.1) und durch die Kurven 5 (Spitzgrenze bzw. Mindestlückenweite nach Abschnitt 3.7.2). Diese Grenzen sind allerdings aus Paarungsgründen praktisch nicht erreichbar, siehe DIN 3993 Teil 1 bis Teil 4.

Tabelle 1. **Ersatzzähnezahl-Faktor** $z_{nx}^* = \frac{1}{\cos^2 \beta_b \cdot \cos \beta}$ **in Abhängigkeit vom Schrägungswinkel β für $\alpha_n = 20^\circ$**

β in Grad	z_{nx}^*	β in Grad	z_{nx}^*	β in Grad	z_{nx}^*	β in Grad	z_{nx}^*	β in Grad	z_{nx}^*
1	1,0004	11	1,0526	21	1,2082	31	1,5235	41	2,1373
2	1,0017	12	1,0629	22	1,2311	32	1,5680	42	2,2255
3	1,0038	13	1,0743	23	1,2556	33	1,6155	43	2,3203
4	1,0068	14	1,0868	24	1,2819	34	1,6663	44	2,4223
5	1,0106	15	1,1004	25	1,3100	35	1,7206	45	2,5322
6	1,0153	16	1,1151	26	1,3400	36	1,7787		
7	1,0209	17	1,1311	27	1,3720	37	1,8409		
8	1,0274	18	1,1483	28	1,4063	38	1,9074		
9	1,0348	19	1,1668	29	1,4428	39	1,9788		
10	1,0432	20	1,1868	30	1,4818	40	2,0553		



- Kurven 1 Grenzwerte für Außenräder durch Spitzgrenze $s_{an} = 0$ bzw. Mindest-Zahnkopfdicke $s_{an} = (0,1 \dots 0,3) \cdot m_n$
 Gerade 2 Grenzwerte für Außenräder durch Unterschnitt an den Fußflanken ($x_{E \min}$)
 Gerade 3 Grenzwerte für Außenräder durch Mindest-Kopfkreisdurchmesser $d_a = d_b + 2 \cdot m_n$
 Gerade 4 Grenzwerte für Hohlräder durch die Bedingung, daß der Betrag des Kopfkreisdurchmessers nicht kleiner werden darf als der Betrag des Grundkreisdurchmessers
 Kurven 5 Grenzwerte für Hohlräder mit $c = 0,25 \cdot m_n$ durch Spitzgrenze $e_{fn} = 0$ bzw. Mindest-Zahnfußlückenweite $e_{fn} = (0,1 \dots 0,3) \cdot m_n$

Bild 12. Bereich der ausführbaren Evolventenverzahnungen mit Bezugsprofil nach DIN 867

Zusammenhang zwischen der Ersatzzähnezahl z_{nx} und dem Profilverschiebungsfaktor x für Zähnezahlen bis $z_{nx} = \pm 60$

Für Hohlräder siehe auch DIN 3993 Teil 1 bis Teil 4

Bei Stirnrädern mit Zahndickenabmaßen tritt x_E an Stelle von x