

Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern

Einführung und allgemeine Einflußfaktoren

DIN
3990
 Teil 1

 Calculation of load capacity of cylindrical gears;
 introduction and general influence factors

 Mit
 DIN 3990 T 2/12.87,
 DIN 3990 T 3/12.87 und
 DIN 3990 T 4/12.87

 Ersatz für Ausgabe 12.70 und
 DIN 3990 T 2/12.70,
 DIN 3990 T 3/12.70,
 DIN 3990 T 5/12.70,
 DIN 3990 T 6/12.70,
 DIN 3990 T 7/12.70,
 DIN 3990 T 8/12.70 und
 DIN 3990 T 10/01.73

Zusammenhang mit den von der International Organization for Standardization (ISO) herausgegebenen bzw. in Vorbereitung befindlichen Internationalen Norm-Entwürfen ISO/DIS 6336/1 bis ISO/DIS 6336/5 siehe Erläuterungen.

Kursiv gedruckte Textteile sind Angaben, die zur unmittelbaren Berechnung nicht erforderlich sind, wohl aber zur Kenntnis des Anwendungsbereiches dieser Norm sowie der Diagramme, Formeln und Konstanten. Außerdem erleichtern sie das Verständnis der einzelnen Berechnungsschritte.

Inhalt

	Seite		Seite
1 Anwendungsbereich und Zweck	2	6.6 Bestimmung des Breitenfaktors nach Methode C – $K_{H\beta-C1}$, $K_{H\beta-C2}$	27
1.1 Unterschiedliche Anwendungsgebiete	2	6.7 Bestimmung des Breitenfaktors nach Methode D – $K_{H\beta-D}$, $K_{F\beta-D}$	37
1.2 Sicherheitsfaktoren	2	7 Stirnfaktoren $K_{H\alpha}$, $K_{B\alpha}$, $K_{F\alpha}$	45
1.3 Allgemeines	3	7.1 Methoden zur Bestimmung des Stirnfaktors: Grundlagen, Annahmen	45
1.4 Hinweis auf Zahlenwertgleichungen	4	7.2 Zeichen, Benennungen und Einheiten	45
1.5 Reihenfolge der Faktoren im Berechnungsablauf ..	4	7.3 Bestimmung der Stirnfaktoren nach Methode B – $K_{H\alpha-B}$, $K_{F\alpha-B}$, $K_{B\alpha-B}$	45
1.6 Hinweis zur Bestimmung der Toleranzwerte	4	7.4 Bestimmung der Stirnfaktoren nach Methode C – $K_{H\alpha-C}$, $K_{F\alpha-C}$, $K_{B\alpha-C}$	47
2 Zeichen, Benennungen und Einheiten	4	7.5 Bilder und Tabellen	47
2.1 Zeichen für Oberbegriffe	4	8 Schrägungsfaktor (Fressen) $K_{B\gamma}$	50
2.2 Indizes	5	9 Zahnfedersteifigkeiten c' , c_{γ}	51
2.3 Kombinierte Zeichen	5	9.1 Methoden zur Bestimmung der Zahnfedersteifigkeiten: Grundlagen, Annahmen	51
3 Umfangskraft, Drehmoment, Leistung	7	9.2 Zeichen, Benennungen und Einheiten	51
3.1 Nenn-Umfangskraft, -Drehmoment, -Leistung	7	9.3 Bestimmung der Zahnfedersteifigkeiten c' , c_{γ} nach Methode B	51
3.2 Äquivalente Umfangskraft, äquivalentes Drehmoment, äquivalente Leistung	7	9.4 Bestimmung der Zahnfedersteifigkeiten c' , c_{γ} nach Methode C	53
3.3 Maximale Umfangskraft, maximales Drehmoment, maximale Leistung	7	Anhang A – Anhaltswerte für den Anwendungsfaktor K_A	55
4 Anwendungsfaktor K_A	7	Anhang B – Tragbildkontrolle (Eingriffsgenauigkeit) ...	58
4.1 Methode A – Faktor K_{A-A}	8	B.1 Kontakttragbild	58
4.2 Methode B – Faktor K_{A-B}	8	B.2 Lasttragbild	59
5 Dynamikfaktor K_v	8	Anhang C – Wellenverlagerung in Gleit- und Wälzlager in Folge Lagerspiel und Lagernachgiebigkeit	60
5.1 Methoden zur Bestimmung des Dynamikfaktors: Grundlagen, Annahmen	8	C.1 Gleitlager	60
5.2 Zeichen, Benennungen und Einheiten	9	C.2 Wälzlager	60
5.3 Bestimmung des Dynamikfaktors nach Methode B – K_{v-B}	9	Anhang D – Anhaltswerte für Breitenballigkeit und Endrücknahme bei Stirnrädern	63
5.4 Bestimmung des Dynamikfaktors nach Methode C – K_{v-C}	12	D.1 Höhe der Breitenballigkeit C_c	63
5.5 Bestimmung des Dynamikfaktors nach Methode D – K_{v-D}	13	D.2 Höhe C_c und Breite b_e der Endrücknahme	63
5.6 Bilder und Tabellen	13	Anhang E – Ableitungen, Erklärungen	64
6 Breitenfaktoren $K_{H\beta}$, $K_{F\beta}$, $K_{B\beta}$	19	E.1 Ableitungen der Gleichung (6.17) aus der elastischen Torsions- und Biegeverformung des Ritzels	64
6.1 Methoden zur Bestimmung des Breitenfaktors: Grundlagen, Annahmen	19	E.2 Erklärungen zu Gleichung (6.26), (6.27)	66
6.2 Zeichen, Benennungen und Einheiten	20		
6.3 Allgemeine Grundlagen für die Bestimmung der Breitenfaktoren $K_{H\beta}$, $K_{F\beta}$, $K_{B\beta}$	21		
6.4 Grundlagen für die Bestimmung des Breitenfaktors $K_{H\beta}$ nach Methoden C bis D	22		
6.5 Bestimmung des Breitenfaktors nach Methode B – $K_{H\beta-B}$	26		

Fortsetzung Seite 2 bis 69

Normenausschuß Antriebstechnik (NAN) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V.

1 Anwendungsbereich und Zweck

Diese Norm enthält eine Einführung in die Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern nach den Normen der Reihe DIN 3990 und die allgemeinen Einflußfaktoren für diese Berechnung.

Zusammen mit DIN 3990 Teil 2 bis Teil 5 bietet sie die Grundlagen für eine einheitliche Tragfähigkeitsberechnung von Evolventen-Stirnrädern mit Außen- und Innenverzahnung.

Für die Tragfähigkeitsberechnung bzw. für die Berechnung verschiedener Faktoren sind mehrere Methoden zugelassen (vergleiche Unterabschnitt 1.3 b)). Die Angaben in DIN 3990 Teil 1 bis Teil 5 sind daher komplex aber flexibel. Für die von diesen Normen abgeleiteten Berechnungsnormen für bestimmte Anwendungsgebiete (Anwendungsnormen) wurden jeweils genauere oder vereinfachte Methoden ausgewählt (für Industriegetriebe, Schnellaufgetriebe und Getriebe für ähnliche Anforderungen, Schiffsgetriebe, Fahrzeuggetriebe). Die Anwendungsnormen enthalten eindeutige, zum Teil vereinfachte Rechenregeln.

Die Berechnung nach den Normen der Reihe DIN 3990 erfaßt folgende Tragfähigkeitsgrenzen: Grübchenbildung, Zahnbruch, Fressen (Warmfressen) (vergleiche DIN 3979).

Bei Umfangsgeschwindigkeiten unter 1 m/s ist für die Tragfähigkeit häufig Gleitverschleiß maßgebend. Angaben zur Berechnung siehe Schrifttum [1/1 bis 1/4] im Verzeichnis „Zitierte Normen und andere Unterlagen“. Die Benutzung der Berechnungsverfahren erfordert für jeden Anwendungsfall eine realistische Abschätzung aller Einflußfaktoren, insbesondere der zulässigen Spannung, des angemessenen Schadensrisikos (Schadenswahrscheinlichkeit) bzw. des entsprechenden Sicherheitsfaktors.

1.1 Unterschiedliche Anwendungsgebiete

Für die Auslegung ist von besonderer Bedeutung, daß die Anforderungen in den Anwendungsgebieten beträchtlich variieren können.

- Manche Zahnräder kann man als Verbrauchsgut betrachten, ein relativ hohes Schadensrisiko und kurze rechnerische Lebensdauer sind zulässig.
- In anderen Fällen benötigt man Zahnräder von höchster Betriebssicherheit mit sehr langer Lebensdauer (z. B. bei Schiffshauptgetrieben).
- Es gibt Sonderfälle, wo äußerste Zuverlässigkeit bei kurzer Lebensdauer gefordert wird (z. B. bei bemannten Raumfahrzeugen) oder wo man – obwohl lange Lebensdauer gefordert – 10% Schadenswahrscheinlichkeit zulassen kann (z. B. bei einer leicht zu wartenden Landmaschine).

Die Grundgedanken, die zu diesen Unterschieden führen, werden nachfolgend anhand von drei Anwendungsgebieten erläutert.

a) Kraftfahrzeug-Achsgetriebe

Um eine angemessene Zahnfußfestigkeit zu erreichen, wird hierfür (bei relativ niedriger Umfangsgeschwindigkeit) ein großer Modul gewählt. Daraus ergeben sich Ritzel mit kleiner Zähnezahl (bis $z_1 \geq 14$), während für ein vergleichbares Getriebe hoher Umfangsgeschwindigkeit gleicher Größe ungefähr $z_1 = 28$ gewählt würde. Die Zahnfußtragfähigkeit des Achsritzels wäre demnach etwa doppelt so hoch wie die des schnellaufenden Getriebes.

Die rechnerische Überlebenswahrscheinlichkeit von Kraftfahrzeuggetrieben darf bei 80 bis 90% liegen, während die von schnellaufenden Industriegetrieben mindestens 99% beträgt.

Ferner erreicht man bei hohen Produktionszahlen von Kraftfahrzeuggetrieben gegenüber der Einzel- und Kleinserienfertigung meist eine bessere und gleichmäßigere Werkstoffqualität.

Ein Vergleich bewährter Getriebekonstruktionen auf der Basis von 10000 Lastwechseln zeigt, daß für das Achsgetriebe eines KFZ-Antriebes etwa die vierfache Belastung gegenüber dem Hauptantrieb eines Luft- oder Raumfahrzeuggetriebes bei gleichem Werkstoff, gleicher Qualität, Größe und Konstruktion zugelassen wird.

Bei Kraftfahrzeuggetrieben mit niedriger Umfangsgeschwindigkeit, die nur eine kurze Lebensdauer benötigen (weniger als 100000 Lastwechsel), kann man außerdem geringe Kaltverformung, Grübchenbildung und Verschleiß tolerieren. Auch deshalb läßt man erheblich höhere Flankenpressungen als bei Schnellaufgetrieben langer Lebensdauer zu.

b) Hauptgetriebe für Luft- und Raumfahrt

Beispiele hierfür findet man in den Rotorantrieben von Hubschraubern und in den Pumpenantrieben der ersten Raketenstufe von Raumfahrzeugen, für die Zahnräder höchster Werkstoffqualität und Genauigkeit verwendet werden. Diese Zahnräder werden umfassenden Prüfungen unterworfen, beispielsweise testet man 10 oder 20 Getriebe einer Bauserie unter Betriebsbedingungen bis zur vollen Lebensdauer. Die dabei zulässigen Verschleißbeträge werden auf der Grundlage von Prüfergebnissen festgelegt. Die Menge des Schmiermittels und der Einspritzpunkt werden optimal eingestellt.

Aus diesen Gründen sind ziemlich hohe Beanspruchungen zulässig, und zwar bei ungefähr 100facher rechnerischer Lebensdauer (Lastwechsel) und bei etwa 10fach höherer Umfangsgeschwindigkeit gegenüber typischen Fahrzeuggetrieben. Die Schadenswahrscheinlichkeit darf dabei 0,1 bis 1% nicht überschreiten. Insgesamt kann jedoch die Beanspruchung nicht so hoch angesetzt werden wie bei Kraftfahrzeuggetrieben, da kaum Verschleiß und kaum Teilschäden zugelassen werden können.

c) Industrie-Turbogetriebe

Die Umfangsgeschwindigkeiten liegen hier meist über 50 m/s. Die Ritzelzähnezahlen betragen sehr oft 30 oder mehr, um Freß- und Verschleißgefahr klein zu halten. (Eine Paarung mit $z_1/z_2 = 45/248$ ist nicht ungewöhnlich).

Industrie-Turbogetriebe erreichen bei üblicher Lebensdauer mehr als 10^{10} Lastwechsel, die Überlebenswahrscheinlichkeit soll mehr als 99% betragen. Eine umfangreiche Erprobung von Prototypen ist aus Kostengründen weitgehend ausgeschlossen.

Deshalb wählt man für die Tragfähigkeit von Turbogetrieben einen relativ hohen Sicherheitsfaktor.

1.2 Sicherheitsfaktoren

Man unterscheidet (rechnerische) Sicherheitsfaktoren gegen Grübchenschäden S_H , gegen Zahnbruch S_F und gegen Freßschäden S_S . Der Festigkeitsnachweis besteht darin, die für den betreffenden Anwendungsfall vorhandenen Sicherheitsfaktoren gegen die Schadensgrenzen S_H , S_F , S_S zu berechnen.

Bestimmte Mindestwerte $S_{H \min}$, $S_{F \min}$, $S_{S \min}$ dürfen nicht unterschritten werden. In den Anwendungsnormen nach DIN 3990 sind hierfür Zahlenwerte angegeben. Die entsprechenden ISO-Normen enthalten nur allgemeine Hinweise.

Die Betrachtung verschiedener Anwendungsgebiete (vergleiche Abschnitt 1.1) macht jedoch deutlich, daß zulässige Schadenswahrscheinlichkeit und Mindest-Sicherheitsfaktoren mit Sorgfalt gewählt werden müssen, um die geforderte Betriebssicherheit bei vertretbaren Kosten zu gewährleisten.

Je genauer alle Einflußgrößen erfaßt werden, desto zuverlässiger ist das Berechnungsergebnis und desto geringer dürfen die Sicherheitsfaktoren sein und desto wirtschaftlicher ist die Konstruktion.

Neben diesen Gesichtspunkten und den Besonderheiten der Grübchentragsfähigkeit (siehe DIN 3990 Teil 2), der Zahnfußtragsfähigkeit (siehe DIN 3990 Teil 3) und der Freßtragsfähigkeit (siehe DIN 3990 Teil 4) sollen die Mindest-Sicherheitsfaktoren nach sorgfältiger Abschätzung folgender Einflüsse gewählt werden:

- a) Dauerfestigkeitswerte, die in den Berechnungen verwendet werden, gelten für eine bestimmte Schadenswahrscheinlichkeit, (die Werkstoffwerte in DIN 3990 Teil 5 für 1% Schadenswahrscheinlichkeit). Das Schadensrisiko verringert sich mit der Erhöhung des Sicherheitsfaktors und umgekehrt.
- b) Zu den Einflußfaktoren, die im Konstruktionsstadium unbekannt sind und deshalb aufgrund der vorgegebenen Toleranzen abgeschätzt werden müssen, gehören Maßabweichungen bei der Herstellung sowie Qualitätsabweichungen bei Werkstoff und Wärmebehandlung. Ebenso sind Annahmen bezüglich der tatsächlich auftretenden Zahnkräfte, der Ausrichtung des Getriebes sowie bezüglich Schmierung und Wartung zu treffen; dies sind Annahmen, deren Zuverlässigkeit unter Umständen stark schwanken kann. Eine genauere Nachrechnung ist möglich, wenn die tatsächlichen, wirksamen Abweichungen in den Zahnrädern, Wellen, Lagern und Gehäusen sowie die tatsächlich erreichte Werkstoffqualität bekannt sind; die Auswirkung elastischer Verformungen kann man durch Versuche bei Teil- und Vollast bestimmen.
- c) Je nach Zuverlässigkeit dieser Annahmen oder Meßergebnisse und entsprechend den Anforderungen an die Betriebssicherheit (Folgen eines Schadensfalles) ist ein größerer oder kleinerer Sicherheitsfaktor zu wählen. Dabei sollen die für den jeweiligen Anwendungsfall vorliegenden Erfahrungen berücksichtigt werden. Es wird empfohlen, die Sicherheitsfaktoren zwischen Hersteller und Anwender zu vereinbaren.

1.3 Allgemeines

Die in dieser Norm enthaltenen Einflußfaktoren basieren auf Forschungsergebnissen und Betriebserfahrungen. Man muß hinsichtlich der Faktoren unterscheiden:

- a) Faktoren, die durch die Verzahnungsgeometrie oder eine Vereinbarung festgelegt worden sind. Sie müssen nach den angegebenen Gleichungen berechnet werden.
- b) Faktoren, die eine Vielzahl von Einflüssen berücksichtigen und/oder als unabhängig voneinander behandelt werden (sich jedoch tatsächlich in zahlenmäßig nicht abschätzbarem Maße gegenseitig beeinflussen). Dazu gehören die Faktoren K_A , K_v , $K_{H\alpha}$ oder $K_{F\alpha}$ und die Faktoren, die die zulässige Spannung beeinflussen.

Die Faktoren K_v , $K_{H\beta}$, $K_{H\alpha}$ und $K_{B\gamma}$ hängen auch von der Größe der Profil- und Flankenlinienkorrekturen ab. Diese sind jedoch nur voll wirksam, wenn sie in der gleichen Größenordnung wie die Herstellabweichungen liegen. Deshalb darf man den Einfluß von Profil- und Flankenlinienkorrekturen nur dann berücksichtigen, wenn die Verzahnungsabweichungen gewisse Grenzwerte nicht überschreiten. Die mindestens erforderlichen Verzahnungsqualitäten nach DIN bzw. ISO sind bei den jeweiligen Faktoren angegeben.

Entsprechend der Einleitung zu Abschnitt 1 können diese Faktoren mit verschiedenen Methoden bestimmt werden. Sie werden – wenn nötig – durch zusätzliche Indizes A bis E gekennzeichnet. Bei wichtigen Antrieben und wenn nicht anders vereinbart (z. B. im Rahmen einer Anwendungsnorm) ist möglichst die genauere Methode anzuwenden.

Methode A

Hierbei wird der Faktor durch genaue Messung und/oder umfassende mathematische Analyse des zu betrachtenden Übertragungssystems und/oder gesicherte Betriebser-

fahrung bestimmt. Dazu müssen alle Getriebe- und Belastungsdaten bekannt sein.

So ermittelte Faktoren werden – wenn nötig – mit einem zusätzlichen Index A gekennzeichnet, z. B. $K_{H\beta-A}$, K_{v-A} . In diesem Fall müssen die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der gewählten Methode nachgewiesen und die Voraussetzungen klar dargelegt werden.

Im allgemeinen wird man Methode A nur selten anwenden, weil entweder die betreffenden Zusammenhänge noch nicht weitergehend erforscht sind als sie in den Methoden B, C, D, E bereits berücksichtigt wurden, oder die Betriebsdaten nicht vollständig bekannt sind oder geeignete Meßeinrichtungen nicht zur Verfügung stehen oder die Kosten der Analyse/Messungen ihren Wert übersteigen.

Methode B

Man bestimmt den Faktor nach einer Methode, die für die meisten Anwendungsfälle ausreichend genau ist. Die Annahmen, unter denen er ermittelt wurde, sind angeführt. Es ist jeweils zu prüfen, ob diese Annahmen für die vorliegenden Verhältnisse zutreffen. Wenn nötig, ist der Zusatzindex B einzuführen, z. B. K_{v-B} .

Methode C

Für einige Faktoren sind zusätzlich vereinfachte Näherungsverfahren angegeben. Die Annahmen, unter denen sie ermittelt wurden, sind angeführt. Es ist jeweils zu prüfen, ob diese Annahmen für die vorliegenden Verhältnisse zutreffen. Wenn nötig, ist der Zusatzindex C einzuführen, z. B. K_{v-C} .

Methoden D und E

Zur Bestimmung einiger Faktoren sind noch weitere Sonderverfahren angegeben. Diese gelten zum Teil für einen bestimmten Anwendungsbereich oder sind nur unter gewissen Voraussetzungen (z. B. hinsichtlich der Abnahmeprüfung) anwendbar. Derartige Faktoren werden, wenn nötig, durch den Zusatzindex D oder E usw. gekennzeichnet, z. B. $K_{H\beta-D}$ oder $K_{H\beta-E}$.

Anmerkung 1: Es wird empfohlen, die zusätzlichen Indizes immer dann zu benutzen, wenn andernfalls unklar wäre, welche Methode für die Ermittlung des Faktors gewählt wurde.

In manchen Anwendungsfällen kann es notwendig sein, zwischen Faktoren zu wählen, die mit Alternativ-Näherungsverfahren ermittelt worden sind (z. B. die Alternativen für die Ermittlung der effektiven Flankenlinienabweichung). Wenn notwendig, kann die entsprechende Methode durch eine Ausweitung des Zusatzindex gekennzeichnet werden, z. B. $K_{H\beta-C1}$.

Anmerkung 2: Im Streitfall ist Methode A (wenn ihre Genauigkeit und Zuverlässigkeit nachgewiesen ist) maßgebend gegenüber B und diese gegenüber C, usw.

- c) Diese Norm ermöglicht in erster Linie die Berechnung von Zahnrädern, für die die absolut notwendigen Daten in Form von Zeichnungsangaben oder in ähnlicher Form bekannt sind (Nachrechnung).

Im Vorentwurfsstadium ist meist nur eine beschränkte Anzahl von Daten bekannt. In diesem Stadium muß man für einige Faktoren Näherungs- oder Erfahrungswerte einsetzen.

Für bestimmte Anwendungsgebiete oder für Überschlagerrechnungen ist es mitunter zulässig, einige Faktoren zu eins oder als Konstante anzunehmen. Dabei ist zu prüfen, ob man damit auf der sicheren Seite rechnet oder ob der Sicherheitsfaktor entsprechend reichlich gewählt werden muß.

Nach Herstellung und Kontrolle ist eine genauere Berechnung möglich, da dann Daten zur Verfügung stehen, die durch direkte Messung bestimmt worden sind. Siehe Unterabschnitt 1.2 b).

Vertragliche Vorschriften über die Art des rechnerischen Nachweises sollen rechtzeitig zwischen Hersteller und Auftraggeber vereinbart werden.

1.4 Hinweis auf Zahlenwertgleichungen

Die in dieser Norm angegebenen Zahlenwertgleichungen machen es erforderlich, daß alle Parameter mit den angegebenen Einheiten eingesetzt werden. Ausnahmen sind jeweils gesondert vermerkt.

1.5 Reihenfolge der Faktoren im Berechnungsablauf

Die Faktoren K_v , $K_{H\beta}$ oder $K_{B\beta}$ oder $K_{F\beta}$ und $K_{H\alpha}$ oder $K_{B\alpha}$ oder $K_{F\alpha}$ hängen von der maßgebenden Umfangskraft ab. Sie sind bis zu einem bestimmten Grad auch voneinander abhängig und müssen daher nacheinander wie folgt berechnet werden:

- K_v mit der maßgebenden äußeren Umfangskraft $F_t \cdot K_A$ ¹⁾
- $K_{H\beta}$ oder $K_{B\beta}$ oder $K_{F\beta}$ mit der Kraft $F_t \cdot K_A \cdot K_v$ ¹⁾
- $K_{H\alpha}$ oder $K_{B\alpha}$ oder $K_{F\alpha}$ mit der Kraft $F_t \cdot K_A \cdot K_v \cdot K_{H\beta}$ ²⁾
- $K_{B\gamma}$ ist belastungsunabhängig und wird – bei der Berechnung der Freßtragfähigkeit nach DIN 3990 Teil 4 – hinter den zuvor genannten Faktoren eingeführt.

1.6 Hinweis zur Bestimmung der Toleranzwerte

Toleranzwerte sind nach den Regeln von DIN 3961 bis DIN 3964 zu bestimmen.

2 Zeichen, Benennungen und Einheiten

Zeichen, die ausschließlich in Verbindung mit der Berechnung einzelner Faktoren verwendet werden, sind in den entsprechenden Abschnitten dieser Norm angegeben.

2.1 Zeichen für Oberbegriffe

<i>a</i>	Achsabstand ³⁾	mm
<i>b</i>	Zahnbreite	mm
<i>c</i>	Konstante	–
<i>d</i>	Durchmesser (ohne Index: Teilkreisdurchmesser)	mm
<i>e</i>	Hilfsgröße	–
<i>f</i>	Einzelabweichung	µm
<i>g</i>	Eingriffsstrecke	mm
<i>h</i>	Zahnhöhe (ohne Index: Zahnfuß- zu Zahnkopfkreis)	mm
<i>i</i>	Übersetzung	–
<i>m</i>	Modul, Masse	mm, kg
<i>n</i>	Drehzahl	min ⁻¹
<i>p</i>	Teilung; Anzahl der Planeten	mm; –
<i>q</i>	Hilfsfaktor	–
<i>r</i>	Radius (ohne Index: Teilkreisradius)	mm

¹⁾ Bei Getrieben mit Leistungsverzweigung ist statt mit K_A mit $K_A \cdot K_v$ zu rechnen; siehe auch Abschnitt 3.

²⁾ Auch bei der Berechnung der Zahnfußbeanspruchung muß $K_{H\beta}$ zur Ermittlung von $K_{F\alpha}$ eingeführt werden, weil nur $K_{H\beta}$ den für die Verformung maßgebenden Belastungsanstieg durch die Breitenkraftverteilung darstellt; siehe Definition in Abschnitt 6.3.1.

³⁾ Für Außenradpaare sind *a*, *u* und z_2 positiv, für Innenradpaare sind *a*, *u* und z_2 negativ, z_1 positiv.

<i>s</i>	Zahndicke	mm
<i>u</i>	Zähnezahlverhältnis $ z_2/z_1 \geq 1$ ³⁾	–
<i>v</i>	Umfangsgeschwindigkeit (ohne Index: am Teilkreis $\approx$ Umfangsgeschwindigkeit am Wälzkreis)	m/s
<i>w</i>	Linienbelastung (F_t/b)	N/mm
<i>x</i>	Profilverschiebungsfaktor	–
<i>y</i>	Einlaufbetrag (nur mit Index α oder β)	µm
<i>z</i>	Zähnezahl ³⁾	–
(A, B, C, D, E)		
	Punkte auf der Eingriffsstrecke (Ritzelfuß-Ritzelkopf, unabhängig ob Ritzel oder Rad treibt, nur für Geometriebetrachtungen)	–
<i>C</i>	Konstante, Koeffizient; Flankenrücknahme	–; µm
<i>D</i>	Durchmesser (Konstruktion)	mm
<i>E</i>	Elastizitätsmodul	N/mm ²
<i>F</i>	Sammel- und Gesamtabweichungen; Kraft	µm; N
<i>G</i>	Gleitmodul	N/mm ²
<i>HB</i>	Brinellhärte	–
<i>HRC</i>	Rockwellhärte (C-Skala)	–
<i>HV</i>	Vickershärte	–
<i>K</i>	Faktoren, die sich auf die Zahnkraft beziehen; Konstante	–
<i>K'</i>	Konstante	–
<i>L</i>	Längen (Konstruktion)	mm
<i>M</i>	Biegemoment	N m
<i>N</i>	Anzahl; Exponent; Anzahl der Lastwechsel (Schwingspielzahl); Bezugsdrehzahl	–
<i>P</i>	Übertragene Leistung	kW
<i>R</i>	Rauheit	µm
<i>S</i>	Sicherheitsfaktor	–
<i>T</i>	Drehmoment; Toleranz	N m; µm
<i>W</i>	Lastfaktor	–
<i>X</i>	Faktor für Freßbeanspruchung	–
<i>Y</i>	Faktor für Fußbeanspruchung	–
<i>Z</i>	Faktor für Flankenpressung	–
α	Eingriffswinkel (ohne Index: am Teilzylinder)	°
β	Schrägungswinkel (ohne Index: am Teilzylinder)	°
γ	Hilfswinkel, Verdrehwinkel	°
δ	Verformung	µm
ε	Überdeckung	–
η	Dynamische Viskosität des Öles	mPa · s
ϑ	Temperatur	°C
μ	Reibungszahl	–
ν	Poisson-Konstante; kinematische Viskosität des Öles	–; mm ² /s
ϱ	Krümmungsradius; Dichte	mm; kg/mm ³
σ	Spannung, Festigkeit	N/mm ²
τ	Schubspannung	N/mm ²
ψ	Hilfswinkel	°
ω	Winkelgeschwindigkeit	rad/s
Γ	Parameter an der Eingriffslinie	

2.2 Indizes

	bezogen auf
–	Teilkreis (ohne Index)
a	Kopfhöhe, Zahnkopf
b	Grundkreis; Zahnbreite
be	Lager
c	Breitenballigkeit
ca	Gehäuse
cal	Berechnet
co	Tragbild
dyn	Dynamisch
e	Äußerer Einzeleingriffspunkt; Endrücknahme
eff	Tatsächlicher Wert, wirkliche Spannung
f	Zahnfuß, Fußhöhe
fla	Momentan, Blitz
i	Innen
int	Integral
k	Kopfkürzung; gekerbte Probe
lim	Dauerfestigkeitswert
m	Mittelwert, Durchschnitt
ma	Herstellung
max	Größtwert
min	Kleinstwert
n	Normalschnitt; Ersatz-Geradstirnrad einer Schrägverzahnung; Drehzahl
oil	Öl
p	Teilung
par	Parallel
pla	Planetenrad
r	Radial
red	Reduziert
s	Zahndicke
sh	Welle
stat	Statische Kraft
sun	Sonnenritzel, -rad
t	Stirnschnitt
th	Theoretisch
v	Geschwindigkeit; Verluste
w	Betrieb (Dieser Index kann den Apostroph ersetzen)
y	Einlauf; beliebiger Punkt der Zahnflanke
A	Anwendung; äußere Stoßkräfte
B	Fressen; Rollen oder Kugeln; Zugfestigkeit (Bruch); Pfeilhälfte
C	Kopfrücknahme; Wälzpunkt
D	Übersetzung ins Langsame oder ins Schnelle
E	Elastizität des Werkstoffes; Resonanz
F	Zahnfußbeanspruchung
G	Geometrie
H	Hertzische Pressung, Flankenpressung
L	Schmierung
M	Werkstoff; Masse
N	Anzahl (Beim Lebensdauerfaktor kann hinter dem Index N eine bestimmte Zahl eingesetzt werden)
P	Zulässiger Wert; Bezugsprofil
R	Rauheit; Reihe
S	Kerbwirkung; Fressen
T	Prüfrad
W	Werkstoffpaarung; Verschweißung

X	Maß (absolut)
α	Stirneingriff, Profil
β	Schrägung; Zahnbreite
γ	Gesamt, Gesamtwert
Δ	Rauhe Probe
ε	Überdeckung
0	Grundwert; Werkzeug
1	Ritzel, Kleinrad
2	Rad, Großrad
1	Allgemeine Numerierung usw.
2	
3	
4	
5	
'	Einflankeneingriff (Index w möglich), Einzel-(Zahn-)eingriff
''	Zweiflankeneingriff (kraftübertragende und nichtübertragende Flanken stehen im Eingriff)

2.3 Kombinierte Zeichen

c_γ	Mittlere Gesamt-Zahnfedersteifigkeit je Einheit Zahnbreite (kurz: Eingriffsfedersteifigkeit)	N/(mm · μ m)
c'	Größtwert der Einzel-Zahnfedersteifigkeit (eines Zahnpaares) je Einheit Zahnbreite (kurz: Einzelfedersteifigkeit)	N/(mm · μ m)
d_a	Kopfkreisdurchmesser	mm
d_b	Grundkreisdurchmesser	mm
d_f	Fußkreisdurchmesser	mm
d_w	Wälzkreisdurchmesser („operating“ pitch diameter)	mm
$d_{1,2}$	Teilkreisdurchmesser von Ritzel, Rad	mm
$f_{t\alpha}$	Profil-Formabweichung (bei Verwendung von Toleranzen nach ISO 1328 – 1975 kann ersatzweise hierfür der Wert der Profil-Gesamtabweichung eingesetzt werden)	μ m
f_p	Teilungs-Einzelabweichung	μ m
f_{pb}	Grundkreisabweichung (nach ISO 1328 – 1975: $f_{pb} = f_{pt} \cdot \cos \alpha_t$)	μ m
f_{pe}	Eingriffsteilungs-Abweichung	μ m
g_α	Länge der Eingriffsstrecke (gesamte)	mm
h_{aP}	Kopfhöhe des Stirnrads-Bezugsprofils	mm
h_{a0}	Kopfhöhe des Werkzeuges	mm
h_{fP}	Fußhöhe des Stirnrads-Bezugsprofils	mm
h_{f0}	Fußhöhe des Werkzeuges	mm
h_F	Biegehebelarm für Fußbeanspruchung	mm
m_n	Normalmodul	mm
m_t	Stirnmodul	mm
$n_{1,2}$	Drehzahl des Ritzels, Rades	min ⁻¹
p_{bn}	Grundzylinderteilung im Normalschnitt	mm
p_{bt}	Grundkreisteilung im Stirnschnitt	mm
q_s	Kerbparameter $s_{Fn}/2q_F$	–
s_{Fn}	Zahnfußsehne im Berechnungsquerschnitt	mm
w_t	Umfangskraft einschließlich Überlastfaktoren je Einheit Zahnbreite	N/mm
x_1, x_2	Profilverschiebungsfaktor des Ritzels, Rades	–
z_n	Ersatzzähnezahl einer Schrägverzahnung	



z_1, z_2	Zähnezahl des Ritzels, Rades	–	Z_H	Zonenfaktor	–
C_a	Kopfrücknahme	μm	Z_L	Schmierstofffaktor	–
C_c	Höhe der Balligkeit	μm	Z_N	Lebensdauerfaktor (Flanke)	–
C_e	Höhe der Endrücknahme	μm	Z_{NT}	Lebensdauerfaktor (Flanke) für Standard-Bedingungen	–
F_t	(Nenn-)Umfangskraft am Teilkreis	N	Z_R	Rauheitsfaktor für Grübchentragfähigkeit	–
HV 1	Vickershärte bei $F = 9,81 \text{ N}$	–	Z_W	Werkstoffpaarungsfaktor	–
HV 10	Vickershärte bei $F = 98,10 \text{ N}$	–	Z_X	Größenfaktor (Flanke)	–
K_v	Dynamikfaktor	–	Z_β	Schrägenfaktor (Flanke)	–
K_A	Anwendungsfaktor	–	Z_ϵ	Überdeckungsfaktor (Flanke)	–
$K_{B\alpha}$	Stirnfaktor (Fressen); berücksichtigt die Kraftaufteilung auf mehrere Zähne	–	α_n	Normaleingriffswinkel	°
$K_{B\beta}$	Breitenfaktor (Fressen); berücksichtigt die Kraftverteilung über die Zahnbreite	–	α_t	Stirneingriffswinkel	°
$K_{B\gamma}$	Schrägungsfaktor (Fressen); berücksichtigt die Kraftaufteilung auf mehrere Zähne	–	α_{wt}	Betriebseingriffswinkel	°
$K_{F\alpha}$	Stirnfaktor (Fuß); berücksichtigt die Kraftaufteilung auf mehrere Zähne	–	α_{pn}	Profilwinkel des Stirnrad-Bezugsprofils im Normalschnitt	°
$K_{F\beta}$	Breitenfaktor (Fuß); berücksichtigt die Kraftverteilung über die Zahnbreite	–	β_b	Grundschrägungswinkel	°
$K_{H\alpha}$	Stirnfaktor (Flanke); berücksichtigt die Kraftaufteilung auf mehrere Zähne	–	ϵ_α	Profilüberdeckung	–
$K_{H\beta}$	Breitenfaktor (Flanke); berücksichtigt die Kraftverteilung über die Zahnbreite	–	ϵ_β	Sprungüberdeckung	–
K_γ	Aufteilungsfaktor; berücksichtigt ungleichmäßige Aufteilung der Gesamtumfangskraft auf mehrere Zahneingriffe bei Getrieben mit Leistungsverzweigung	–	ϵ_γ	Gesamtüberdeckung ($\epsilon_\gamma = \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta$)	–
R_a	Arithmetischer Mittenrauhwert nach DIN 4768 T 1	μm	ϵ_1	Kopfüberdeckung des Ritzels $\overline{CE}/p_b$	–
R_z	Gemittelte Rauhtiefe nach DIN 4768 T 1	μm	ϵ_2	Kopfüberdeckung des Rades $\overline{AC}/p_b$	–
S_B	Sicherheitsfaktor für die Kontakttemperatur (Freßsicherheit: Blitztemperatur-Kriterium)	–	ϑ_{fla}	Blitztemperatur	K
S_F	Sicherheitsfaktor für Zahnfußbeanspruchung (Zahnbruchsicherheit)	–	ϑ_{int}	Integraltemperatur	°C
S_H	Sicherheitsfaktor für Flankenpressung (Grübchensicherheit)	–	$\vartheta_{int S}$	Freßtemperatur (nach dem Integraltemperatur-Kriterium)	°C
S_S	Sicherheitsfaktor für Fressen (Freßsicherheit: Integraltemperatur-Kriterium)	–	ϑ_{oil}	Öltemperatur	°C
$T_{1,2}$	(Nenn-)Drehmoment des Ritzels; Drehmoment des Rades	Nm	ϑ_B	Temperatur im Augenblick des Eingriffes (kurz: momentane Kontakttemperatur)	°C
T_β	Schrägungswinkelabweichungs-Toleranz	μm	ϑ_M	Massentemperatur	°C
X_B	Geometriefaktor für Fressen	–	ϑ_S	Freßtemperatur (nach dem Blitztemperatur-Kriterium)	°C
X_M	Blitzfaktor $K \cdot N^{-3/4} \cdot s^{+1/2} \cdot m^{-1/2} \cdot \text{mm}$	–	q_{a0}	Kopfkanten-Rundungsradius am Werkzeug	mm
X_R	Rauheitsfaktor	–	q_{fP}	Fußrundungsradius am Stirnrad-Bezugsprofil	mm
X_W	Gefügefaktor	–	q_{red}	Ersatzkrümmungsradius	mm
X_α	Eingriffswinkelfaktor	–	q_C	Ersatzkrümmungsradius im Wälzpunkt	mm
Y_F	Formfaktor	–	q_F	Fußrundungsradius im Berechnungsquerschnitt	mm
Y_{NT}	Lebensdauerfaktor (Zahnfuß) für Standard-Bedingungen	–	σ_B	Zugfestigkeit	N/mm ²
Y_R	Oberflächenfaktor	–	σ_F	Zahnfußspannung	N/mm ²
Y_S	Spannungskorrekturfaktor	–	$\sigma_{F \lim}$	Dauerfestigkeitswert für Zahnfuß-Biegenennspannung	N/mm ²
Y_X	Größenfaktor (Zahnfuß)	–	σ_{FE}	Zahnfuß-Grundfestigkeit ($= \sigma_{F \lim} \cdot Y_{ST}$)	N/mm ²
Y_β	Schrägenfaktor (Zahnfuß)	–	σ_{FG}	Zahnfuß-Grenzfestigkeit ($= \sigma_{FP} \cdot S_{F \min}$)	N/mm ²
Y_δ	Stützziffer	–	σ_{FP}	Zulässige Zahnfußspannung	N/mm ²
Y_ϵ	Überdeckungsfaktor (Zahnfuß)	–	σ_{F0}	Zahnfuß-Nennspannung	N/mm ²
Z_v	Geschwindigkeitsfaktor	–	σ_H	Flankenpressung	N/mm ²
Z_B, Z_D	Einzeleingriffsfaktoren	–	$\sigma_{H \lim}$	Dauerfestigkeitswert für Flankenpressung	N/mm ²
Z_E	Elastizitätsfaktor $\sqrt{N/\text{mm}^2}$	–	σ_{HG}	Grübchen-Grenzfestigkeit ($= \sigma_{HP} \cdot S_{H \min}$)	N/mm ²
			σ_{HP}	Zulässige Flankenpressung	N/mm ²
			σ_{H0}	Nominelle Flankenpressung	N/mm ²
			σ_S	Streckgrenze	N/mm ²
			$\sigma_{0,2}$	0,2%-Dehngrenze	N/mm ²
			$\omega_{1,2}$	Winkelgeschwindigkeit des Ritzels, Rades	rad/s



3 Umfangskraft, Drehmoment, Leistung

Beim Ansatz der auf die Verzahnung wirkenden Kräfte muß man sämtliche in das Getriebe eingeleiteten Kräfte berücksichtigen: Bei Doppel-Schrägverzahnung wird angenommen, daß sich die Gesamt-Umfangskraft gleichmäßig auf beide Schrägen aufteilt. Trifft dies – z. B. wegen von außen eingeleiteter Axialkräfte – nicht zu, so ist dies zu berücksichtigen. Die beiden schrägverzahnten Hälften werden als zwei parallel angeordnete Schrägstirnräder behandelt.

Bei Getrieben mit Leistungsverzweigung (Mehrweggetriebe, Planetengetriebe, Verzweigungsgetriebe) verteilt sich die Gesamt-Umfangskraft nicht ganz gleichmäßig auf die einzelnen Leistungswege (abhängig von Konstruktion, Umfangsgeschwindigkeit und Fertigungsgenauigkeit). Dies wird durch den Aufteilungsfaktor K_v berücksichtigt (siehe auch Abschnitt 1.5). K_v ist nach Möglichkeit durch Messungen zu bestimmen, andernfalls nach Erfahrung anzusetzen, siehe auch [6/17], [3/1] im Verzeichnis „Zitierte Normen und andere Unterlagen“.

Liegt der Betriebspunkt in der Nähe einer Resonanzstelle, so ist eine sorgfältige Untersuchung erforderlich. Vergleiche Abschnitte 4 und 5.

3.1 Nenn-Umfangskraft, -Drehmoment, -Leistung

Die Nenn-Umfangskraft F_t wird aus dem vom Zahnradpaar übertragenen Nenn-Drehmoment bzw. der Nenn-Leistung – im Stirnschnitt am Teilzylinder – berechnet.

Basis für die Tragfähigkeitsberechnung ist eigentlich das Nennmoment der Arbeitsmaschine. Dies ist das Betriebsmoment für die schwersten, ordnungsgemäßen Arbeitsbedingungen (Beispiele siehe Anhang A). Man kann ersatzweise vom Nennmoment des Antriebsmotors ausgehen, sofern dies dem Momentbedarf der Arbeitsmaschine entspricht oder man wählt eine andere sinnvolle Definition.

F_t wird definiert als Nenn-Umfangskraft je Eingriff, das heißt für den betrachteten Zahneingriff. Entsprechend sind T und P definiert.

$$F_t = \frac{2000 \cdot T_{1,2}}{d_{1,2}} = \frac{19098 \cdot 1000 P}{d_{1,2} \cdot n_{1,2}} = \frac{1000 P}{v} \quad (3.01)$$

$$T_{1,2} = \frac{F_t \cdot d_{1,2}}{2000} = \frac{P \cdot 1000}{\omega_{1,2}} = \frac{P \cdot 159,2}{n_{1,2} \text{ (in 1/s)}} = \frac{P \cdot 9549}{n_{1,2} \text{ (in 1/min)}} \quad (3.02)$$

$$P = \frac{F_t \cdot v}{1000} = \frac{T_{1,2} \cdot \omega_{1,2}}{1000} = \frac{T_{1,2} \cdot n_{1,2} \text{ (in 1/s)}}{159,2} = \frac{T_{1,2} \cdot n_{1,2} \text{ (in 1/min)}}{9549} \quad (3.03)$$

$$v = \frac{d_{1,2} \cdot \omega_{1,2}}{2000} = \frac{d_{1,2} \cdot n_{1,2} \text{ (in 1/s)}}{318,3} = \frac{d_{1,2} \cdot n_{1,2} \text{ (in 1/min)}}{19098} \quad (3.04)$$

$$\omega_{1,2} = 2 \cdot \pi \cdot n_{1,2} \text{ (in 1/s)} = \frac{2000 \cdot v}{d_{1,2}} = \frac{\pi \cdot n_{1,2} \text{ (in 1/min)}}{30} = \frac{n_{1,2} \text{ (in 1/min)}}{9,549} \quad (3.05)$$

3.2 Äquivalente Umfangskraft, äquivalentes Drehmoment, äquivalente Leistung

Dies ist ein konstanter Zahlenwert, der von einem Lastkollektiv abgeleitet ist. Es wird angenommen, daß dieser mit Hilfe einer Schadensakkumulations-Hypothese – z. B. der Palmgren-Miner-Regel – gewonnene Wert dieselbe Lebensdauer (oder dieselbe Sicherheit gegenüber der Zeit- oder Dauerfestigkeit) der Zahnräder bewirkt wie der tatsächliche Lastverlauf. Diese Vorgehensweise entspricht der Berechnung mit dem Anwendungsfaktor K_A nach Abschnitt 4.1, Methode A.

Die Berechnung auf der Basis einer äquivalenten Umfangskraft (oder entsprechend einem äquivalenten Drehmoment, einer äquivalenten Leistung), ermittelt aus einem Lastkollektiv (Betriebsfestigkeitsrechnung), ist nach Möglichkeit vorzuziehen. Vergleiche Abschnitt 4.1 sowie [6/17], [3/2] und [3/3]. Berechnung mit Anwendungsfaktor nach Tabellen siehe Abschnitt 4.2.

3.3 Maximale Umfangskraft, maximales Drehmoment, maximale Leistung

Dies ist die maximale Umfangskraft $F_{t \max}$ (oder entsprechendes Drehmoment $T_{\max}$, entsprechende Leistung $P_{\max}$) aus dem Lastkollektiv. Der Betrag kann durch eine zuverlässig

ansprechende Sicherheitskupplung begrenzt werden. Man benötigt $F_{t \max}$, $T_{\max}$, $P_{\max}$ zur Bestimmung der Freßsicherheit (siehe hierzu Hinweise in Abschnitt 4) sowie der statischen Sicherheiten gegen Grübchenschäden und Zahnbruch (Gewaltbruch).

4 Anwendungsfaktor K_A

Der Anwendungsfaktor K_A berücksichtigt alle Kräfte, die – über die Nenn-Umfangskraft F_t hinaus – von außen in das Getriebe eingeleitet werden. Diese Zusatzkräfte hängen ab von den Charakteristiken der treibenden und der getriebenen Maschine, den Massen und Federsteifigkeiten im An- und Abtriebsstrang (z. B. Wellen und Kupplungen) und den Betriebsbedingungen.

Bei der Berechnung der **Freßtragfähigkeit** soll der Anwendungsfaktor den stärkeren Einfluß einzelner hoher Lastspitzen berücksichtigen, da Fressen kein Ermüdungsschaden ist. Man muß allerdings berücksichtigen, daß einzelne Lastspitzen nur die Flankentemperatur direkt beeinflussen, nicht jedoch die Massentemperatur. Deshalb genügt es in den meisten Fällen, für die Berechnung der Freßtragfähigkeit denselben Anwendungsfaktor K_A wie für die Berechnung der Grübchen- und der Zahnfußtragfähigkeit zu verwenden. Es wird empfohlen, den Anwendungsfaktor zwischen Anwender und Hersteller zu vereinbaren.

4.1 Methode A – Faktor K_{A-A}

K_A wird hierbei durch sorgfältige Messungen oder durch umfassende Systemanalyse – basierend auf gründlicher Betriebserfahrung in dem betreffenden Anwendungsgebiet – bestimmt. Vergleiche Abschnitt 3.2.

4.2 Methode B – Faktor K_{A-B}

Wenn keine zuverlässigen Angaben entsprechend Abschnitt 4.1 zur Verfügung stehen, eventuell auch in der ersten Konstruktionsphase, kann man die Anhaltswerte für K_A nach Anhang A benutzen (für Industrie- und Schnellaufgetriebe).

5 Dynamikfaktor K_V

Der Dynamikfaktor berücksichtigt die Auswirkung der inneren dynamischen Kräfte, die durch Schwingungen von Ritzel und Rad gegeneinander hervorgerufen werden, auf die Flankenpressung, die Zahnfußbeanspruchung und die Freßbeanspruchung.

K_V ist definiert als Verhältnis der im Zahneingriff eines Radpaares auftretenden maximalen Kraft zur entsprechenden Zahnkraft desselben Radpaares bei Drehzahl nahe null.

Die Haupteinflüsse sind:

- Verzahnungsdaten
- Übertragungsabweichungen (insbesondere abhängig von Teilungs- und Profilabweichungen)
- Einlaufeffekte
- Profilkorrekturen
- Massen (Massenträgheitsmomente) von Ritzel und Rad und angekoppelter Massen
- Eingriffsfedersteifigkeit, insbesondere Schwankungen der Steifigkeit während der Eingriffsdauer
- Wellen-, Lager- und Gehäusesteifigkeiten
- Dämpfungseigenschaften des Getriebesystems
- Schmierung
- Gesamt-Zahnumfangs- und Axialkraft (einschließlich Erhöhung durch den Anwendungsfaktor K_A)
- Tragbild der belasteten Zahnflanken

5.1 Methoden zur Bestimmung des Dynamikfaktors: Grundlagen, Annahmen

Entsprechend den Festlegungen in Abschnitt 1.3 sind nachstehend mehrere Methoden zur Ermittlung des Dynamikfaktors K_V angegeben.

Bei optimaler, lastangepaßter Profilkorrektur an Eingriffsbeginn und -ende, großer Sprungüberdeckung, gleichmäßiger Lastverteilung über die Breite, hoher Fertigungsgenauigkeit und hoher Linienbelastung nähert sich der Dynamikfaktor dem Wert eins.

Bei hohen Belastungen $K_A \cdot F_t/b$, hohen Werten $v \cdot z_1/100 \cdot \sqrt{u^2/(1+u^2)}$ und entsprechender Verzahnungsgenauigkeit soll man eine angemessene Kopf- und/oder Fußrücknahme vorsehen.

5.1.1 Methode A – Faktor K_{V-A}

Die maximalen Zahnkräfte (einschließlich der inneren dynamischen Zusatzkräfte und der ungleichmäßigen Kraftaufteilung nach Abschnitt 7) werden hierbei durch Messung oder eine umfassende Schwingungsanalyse unter Berücksichtigung aller Einflüsse ermittelt und in die Berechnung eingeführt. In diesem Fall wird K_V (ebenso wie $K_{H\alpha}$, $K_{F\alpha}$, $K_{B\alpha}$) zu eins angenommen. – Oder: K_V , das heißt das Verhältnis der maximalen Zahnkraft zur entsprechenden Zahnkraft bei Drehzahl null, wird durch eine umfassende Schwingungsanalyse direkt ermittelt. Am belasteten Getriebe kann man K_V aus Messungen der Zahnfußbeanspruchung bei Betriebsdrehzahl und bei niedriger Drehzahl ermitteln.

Angaben in der Zeichnung oder Liefervereinbarung:

- maximale (zulässige) Gesamtzahnkraft oder
- maximaler (zulässiger) Dynamikfaktor und/oder
- sämtliche Daten, die für eine umfassende Schwingungsanalyse erforderlich sind.

5.1.2 Methode B – Faktor K_{V-B}

Bei dieser Methode wird die vereinfachende Annahme getroffen, daß jedes Zahnradpaar ein einziges, elementares Massen- und Federsystem bildet, welches die kombinierten Massen des Ritzels und des Rades umfaßt, wobei die Zahnfedersteifigkeit gleich der Eingriffsfedersteifigkeit der im Eingriff stehenden Zähne ist. Man geht also davon aus, daß jedes Zahnradpaar wie ein einstufiges Radpaar arbeitet, das heißt der Einfluß anderer Stufen eines mehrstufigen Getriebes wird außer acht gelassen. Diese Annahme ist zulässig, wenn die Verdrehsteifigkeiten von Wellen, die Räder mit Ritzeln aufeinanderfolgender Stufen verbinden, relativ klein sind. Vorgehensweise bei sehr steifen Wellen siehe Abschnitte 5.3.2 und 5.3.8 b).

Somit sind Belastungen aus den Drehschwingungen der Wellen und der angekoppelten Massen hierbei nicht in K_V enthalten. Sie müssen im Ansatz der äußeren Belastungen (z. B. mit dem Anwendungsfaktor) erfaßt werden.

Bei der Berechnung nach Methode B wird ferner angenommen, daß die Dämpfung beim Eingriff der Räder einen Durchschnittswert aufweist. (Andere Dämpfungsursachen, wie Reibung in Fügeflächen, Lagern, Kupplungen, Hysteresen usw., sind nicht berücksichtigt). Aufgrund dieser zusätzlichen Dämpfungsursachen sind die wirklichen dynamischen Zahnkräfte üblicherweise etwas geringer als man mit dieser Methode errechnet. Dies gilt nicht für den Bereich der Hauptresonanz, siehe Abschnitt 5.3.4.

Bei Zahnradern mit Mehrfacheingriff – z. B. Zwischenrädern, Sonnenrädern oder Planetenrädern in Planetengetrieben – gibt es **mehrere** Eigenfrequenzen. Diese können über oder unter der Eigenfrequenz eines einzelnen Radpaares mit **einem** Zahneingriff liegen. Wenn derartige Radpaare im überkritischen Bereich laufen, können daher Resonanzen höherer Ordnung auftreten, die nicht mit der (vereinfachten) Methode B berechnet werden können.

Die dynamische Beanspruchung wird auch durch Querschwingungen des Wellen-Zahnradsystems beeinflusst. Da die Größen der Zahnradwellen-Biegesteifigkeiten im allgemeinen sehr hoch sind, liegen die Eigenfrequenzen der Querschwingungen jedoch meist über dem Betriebs-Drehzahlbereich. Der Einfluß der Querschwingung auf die Zahnbelastung kann daher in den meisten Fällen außer acht gelassen werden. Wenn die Eigenfrequenz der Querschwingung des Wellen-Zahnradsystems jedoch im Drehzahlbereich liegt, so muß dies bei der Ermittlung von K_V mit in Betracht gezogen werden. Üblicherweise tritt dies nur im überkritischen Drehzahlbereich auf, siehe Abschnitt 5.3.5.

Wenn der Faktor $v \cdot z_1/100 \cdot \sqrt{u^2/(1+u^2)}$ kleiner ist als 3 m/s, lohnt sich der Aufwand für diese Berechnung kaum; in diesem Bereich ist Methode C in allen Fällen ausreichend genau.

5.1.3 Methode C – Faktor K_{V-C}

Diese vereinfachte Methode ist von Methode B abgeleitet. Hierfür gelten folgende zusätzliche vereinfachenden Annahmen und Voraussetzungen:

- Unterkritischer Drehzahlbereich
- Vollscheibenräder aus Stahl
- Eingriffswinkel $\alpha_t = 20^\circ$;
nach ISO 1328 – 1975 $f_{pb} = f_{pt} \cdot \cos 20^\circ (= f_{pe})$,
nach DIN 3962 Teil 1 $f_{pe} = f_p$
- Schrägungswinkel $\beta = 20^\circ$ für Schrägverzahnung (betrifft c' , c_v)



- e) Gesamtüberdeckung $\varepsilon_{\gamma} = 2,5$ für Schrägverzahnung
- f) Zahnfedersteifigkeiten:
 $c' = 14 \text{ N/(mm} \cdot \mu\text{m)}; c_{\gamma} = 20 \text{ N/(mm} \cdot \mu\text{m)}$ für Geradverzahnung
 $c' = 13,1 \text{ N/(mm} \cdot \mu\text{m)}; c_{\gamma} = 18,7 \text{ N/(mm} \cdot \mu\text{m)}$ für Schrägverzahnung (siehe Abschnitte 9.1.3 und 9.4)
- g) Kopfrücknahme $C_a = 0 \mu\text{m}$ und Kopfrücknahme aufgrund des Einlaufs $C_{ay} = 0 \mu\text{m}$
- h) Effektive Abweichungen $f_{\text{pe eff}} = f_{\text{f eff}}$
- j) Angenommene Werte für f_{pe} , y_p und $f_{\text{pe eff}}$ siehe Tabelle 5.4; vergleiche Gleichungen (5.11) und (5.12).

Die in Abschnitt 5.3.1 a) beschriebenen Besonderheiten sind beim Ansatz von Methode C unberücksichtigt geblieben. Der Einfluß der Linienlast wird berücksichtigt.

5.1.4 Methode D – Faktor K_{v-D}

Dieses Näherungsverfahren ist von Methode C abgeleitet. Gegenüber Methode C wird der Einfluß einer veränderlichen Linienlast vernachlässigt und $F_t/b \cdot K_A$ konstant entsprechend dem jeweiligen Anwendungsgebiet gewählt. Diese Methode eignet sich zur schnellen, überschlägigen Abschätzung der dynamischen Zahnkräfte bei Industriegetrieben und Getrieben ähnlicher Anforderungen, wenn die Linienlast nicht bekannt ist.

5.2 Zeichen, Benennungen, Einheiten

m_{red}	Auf die Eingriffslinie reduzierte Masse des Zahnradpaares je mm Zahnbreite	kg/mm
m^*	Auf die Eingriffslinie reduzierte Masse eines Zahnrades je mm Zahnbreite	kg/mm
n_E	Resonanzdrehzahl	$\text{min}^{-1}, \text{s}^{-1}$
J^*	Massenträgheitsmoment je mm Zahnbreite	$\text{kg mm}^2/\text{mm}$
N	Bezugsdrehzahl	–
ρ	Dichte (für Stahl $\rho = 7,83 \cdot 10^{-6}$)	kg/mm^3

5.3 Bestimmung des Dynamikfaktors nach Methode B- K_{v-B}

Entsprechend den in Abschnitt 5.1.2 beschriebenen Voraussetzungen und Annahmen eignet sich Methode B für alle Getriebearten (Gerad- und Schrägverzahnung mit beliebigem Bezugsprofil und beliebiger Verzahnungsqualität) sowie grundsätzlich für alle Betriebsbedingungen. Für bestimmte Anwendungs- und Betriebsbereiche gelten jedoch Einschränkungen, auf die jeweils hingewiesen wird und die zu beachten sind.

Als erstes bestimmt man den Parameter N (die Bezugsdrehzahl) nach Abschnitt 5.3.2⁴⁾. Hiermit kann der Drehzahlbereich in drei Teilbereiche aufgeteilt werden – unterkritisch, Hauptresonanz und überkritisch. Zur Berechnung von K_v besteht für jeden Bereich eine Gleichung.

5.3.1 Drehzahlbereiche

- a) **Unterkritischer Bereich** ($N < 1$)⁵⁾. In diesem Bereich können Resonanzen auftreten, wenn die Zahneingriffsfrequenz mit $N = 1/2$ oder $N = 1/3$ zusammenfällt. Die dynamischen Kräfte können dabei die mit Gleichung (5.06) berechneten Werte überschreiten. Bei genauen Schräg-

4) Wenn im voraus bekannt ist, daß das Getriebe im überkritischen Bereich arbeitet (meistens Turbogetriebe), ist es nicht notwendig, die Resonanzdrehzahl zu bestimmen. In diesem Fall kann der Dynamikfaktor direkt in Übereinstimmung mit Abschnitt 5.3.5 berechnet werden.

5) Definition von N siehe Gleichung (5.04). In der Praxis wird der berechnete Resonanzbereich um einen Sicherheitsabstand erweitert. Siehe Gleichung (5.05) und den vorgestellten Text.

oder Geradverzahnungen, die letzteren mit angemessener Profilkorrektur, ist dieses Risiko gering (Verzahnungsqualität 6 nach DIN 3961 oder feiner). Insbesondere bei Geradstirnrädern kleiner Überdeckung oder größerer Verzahnungsqualität kann K_v jedoch ebenso groß werden wie im Bereich der Hauptresonanz. Dann soll man die Konstruktions- oder Betriebsparameter ändern [5/3], [5/14].

Resonanzen bei $N = 1/4, 1/5, \dots$ sind wegen der geringen Schwingungsausschläge selten von Bedeutung.

Bei Radpaaren mit unterschiedlich großer Steifigkeit von An- und Abtriebswelle kann die Verzahnung bei $N \approx 0,2 \dots 0,5$ Eigenfrequenzen anregen, sofern die Steifigkeit der steiferen Welle in der Größenordnung der Zahnfedersteifigkeit c_{γ} liegt. (Hiermit ist die auf den Grundkreisradius des zugehörigen Rades reduzierte Wellensteifigkeit c/r_b^2 gemeint). Die dynamischen Kräfte können dann über den mit Gleichung (5.06) berechneten Werten liegen. Bei Linienbelastungen $F_t/b \cdot K_A < 50 \text{ N/mm}$ besteht ein besonderes Schwingungsrisiko (unter Umständen mit der Folge des Abhebens der eingreifenden Zahnflanken), vor allem für Gerad- oder Schrägstirnräder grober Verzahnungsqualität und bei höheren Umfangsgeschwindigkeiten.

- b) **Bereich der Hauptresonanz** ($N = 1$)⁵⁾. Dieses Gebiet soll im allgemeinen vermieden werden, insbesondere für Geradstirnräder ohne Profilkorrektur oder Schrägstirnräder der Verzahnungsqualität 7 nach DIN 3961 oder gröber. Schrägstirnräder feiner Verzahnungsqualität und hoher Gesamtüberdeckung können in diesem Bereich zufriedenstellend arbeiten. Geradstirnräder mit Verzahnungsqualität 6 nach DIN 3961 oder feiner müssen eine angemessene Profilkorrektur aufweisen.

- c) **Überkritischer Bereich** ($N > 1$)⁵⁾. Für den Betrieb in diesem Bereich gelten die gleichen Einschränkungen bezüglich der Verzahnungsqualität wie in Aufzählung b). Hier können Resonanzspitzen bei $N = 2, 3, \dots$ auftreten. In den meisten Fällen sind die Schwingungsausschläge jedoch klein, da Erregerkräfte mit niedrigeren Frequenzen als der Eingriffsfrequenz im allgemeinen klein sind.

Bei einigen Zahnradern müssen in diesem Bereich auch dynamische Kräfte berücksichtigt werden, die durch die Querschwingung des Wellen-Zahnradsystems hervorgerufen werden, siehe Abschnitt 5.1.2. Wenn deren kritische Frequenz fast oder ganz mit der Drehfrequenz zusammenfällt, kann der daraus resultierende effektive Wert von K_v den mit Gleichung (5.14) errechneten Wert um bis zu 100% überschreiten. Dieser Zustand soll vermieden werden.

5.3.2 Ermittlung der Resonanzdrehzahl (Hauptresonanz) eines Radpaares⁴⁾

$$n_{E1} = \frac{30 \cdot 10^3}{\pi \cdot z_1} \cdot \sqrt{\frac{c_{\gamma}}{m_{\text{red}}}} \quad \text{in } \text{min}^{-1} \quad (5.01)$$

$$n_{E1} = \frac{10^3}{2\pi \cdot z_1} \cdot \sqrt{\frac{c_{\gamma}}{m_{\text{red}}}} \quad \text{in } \text{s}^{-1} \quad (5.02)$$

Hierin ist m_{red} die – auf die Grundkreisradien bzw. die Eingriffslinie – reduzierte Masse des Radpaares je mm Zahnbreite.⁶⁾

$$m_{\text{red}} = \frac{m_1^* \cdot m_2^*}{m_1^* + m_2^*} = \frac{J_1^* \cdot J_2^*}{J_1^* \cdot r_{b2}^2 + J_2^* \cdot r_{b1}^2} \quad (5.03)$$

6) Hierfür gilt: $\frac{1}{m_{\text{red}}} = \frac{1}{m_1^*} + \frac{1}{m_2^*}; m_{1,2}^* = \frac{J_{1,2}^*}{r_{b1,2}^2};$

$$r_{b1,2} = d_{b1,2}/2.$$

Näherungsweise Berechnung von m_{red} siehe Abschnitt 5.3.9. Eingriffsfedersteifigkeit c_{γ} siehe Abschnitt 9.

n_{E1} für Zahnradpaare aus Stahl kann aus Bild 5.2 abgelesen werden.

Für weniger gebräuchliche Getriebekonstruktionen soll Methode A vorgezogen werden. Eine näherungsweise Behandlung ist für die folgenden Fälle in Abschnitt 5.3.8 angegeben:

- Ritzel auf Welle von großem Durchmesser
- Zwei fest miteinander verbundene Zahnräder nebeneinander
- Ein großes Zahnrad, von zwei Ritzeln getrieben
- Einfache Planetengetriebe
- Zwischenräder

Das Verhältnis der Drehzahl des Ritzels zur Resonanzdrehzahl wird als „Bezugsdrehzahl“ N bezeichnet:

$$N = \frac{n_1}{n_{E1}} = \frac{n_1 \cdot \pi \cdot z_1}{30\,000} \cdot \sqrt{\frac{m_{\text{red}}}{c_{\gamma}}} \quad (5.04)$$

Infolge des Einflusses der nicht mit einbezogenen Steifigkeiten, z. B. der der Wellen, Lager, Gehäuse usw., und infolge der Dämpfung kann die Resonanzdrehzahl unterhalb oder oberhalb der mit den Gleichungen (5.01) oder (5.04) berechneten Drehzahl liegen. Aus Sicherheitsgründen wird ein Resonanzbereich definiert:

$$0,85 < N \leq 1,15 \quad (5.05)$$

Für die Berechnung von K_v gibt es damit folgende Bereiche:

- a) Unterkritischer Bereich, $N \leq 0,85$. K_v -Gleichung siehe Abschnitt 5.3.3.
- b) Bereich der Hauptresonanz, $0,85 < N \leq 1,15$. K_v -Gleichung siehe Abschnitt 5.3.4.
- c) Zwischenbereich, $1,15 < N < 1,5$. K_v -Gleichung siehe Abschnitt 5.3.6.
- d) Überkritischer Bereich, $N \geq 1,5$. K_v -Gleichung siehe Abschnitt 5.3.5.

5.3.3 Dynamikfaktor im unterkritischen Bereich ($N \leq 0,85$)

Besonderheiten siehe Abschnitt 5.3.1 a). In diesem Bereich arbeiten die meisten Industriegetriebe.

$$K_v = N \cdot K + 1 \quad (5.06)$$

$$K = C_{v1} \cdot B_p + C_{v2} \cdot B_f + C_{v3} \cdot B_k \quad (5.07)$$

C_{v1} berücksichtigt die Auswirkung von Teilungsabweichungen und wird mit $C_{v1} = 0,32$ (siehe Bild 5.3) als konstant angenommen.

C_{v2} berücksichtigt die Auswirkung der Profil-Formabweichung und wird Bild 5.3 entnommen oder nach Tabelle 5.5 bestimmt.

C_{v3} berücksichtigt die Auswirkung der periodischen Änderung der Eingriffsfedersteifigkeit und wird Bild 5.3 entnommen oder nach Tabelle 5.5 bestimmt.

B_p , B_f und B_k sind dimensionslose Parameter zur Berücksichtigung der Auswirkung von Verzahnungsabweichungen und Profilkorrektur auf die dynamische Kraft.

$$B_p = \frac{c' \cdot f_{pe \text{ eff}}}{F_t/b \cdot K_A} \quad (5.08)$$

$$B_f = \frac{c' \cdot f_{f \text{ eff}}}{F_t/b \cdot K_A} \quad (5.09)$$

$$B_k = \left| 1 - \frac{c' \cdot C_a}{F_t/b \cdot K_A} \right|^{7)} \quad (5.10)$$

Die wirksamen Eingriffsteilungs- und Profilform-Abweichungen sind die des „eingelaufenen“ Ritzels und Rades. Ursprüngliche Abweichungen ändern sich im allgemeinen im anfänglichen Betrieb (Einlaufen). Die Werte für $f_{pe \text{ eff}}$ und $f_{f \text{ eff}}$ werden ermittelt, indem geschätzte „Einlauf“-Abweichungen (y_p und y_f) wie folgt abgezogen werden:

$$f_{pe \text{ eff}} = f_{pe} - y_p \quad (5.11)$$

$$f_{f \text{ eff}} = f_{f\alpha} - y_f \quad (5.12)$$

f_{pe} , $f_{f\alpha}$: Nach Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen sind die Beträge von Übertragungsabweichungen im allgemeinen nicht größer als die Werte für f_{pe} und $f_{f\alpha}$ desjenigen Rades allein, das die größeren Abweichungen hat. Sie werden daher in den Gleichungen (5.11) und (5.12) eingesetzt; meist sind dies die Werte des Großrades.

y_p , y_f : Falls weder Versuchs- noch Betriebsdaten über die Einlaufeigenschaften der Werkstoffe vorliegen (Methode A), kann angenommen werden: $y_p = y_{\alpha}$ mit y_{α} nach Methode B aus Bild 7.2 oder Bild 7.3 oder Abschnitt 7.3.5 a). y_f kann wie y_{α} ermittelt werden, wenn statt der Eingriffsteilungs-Abweichung f_{pe} die Profil-Formabweichung $f_{f\alpha}$ eingesetzt wird.

C_a : ist der Auslegungswert der Profilkorrektur (Kopfrücknahme am Eingriffsbeginn und Eingriffsende).

Bei Zahnrädern ohne vorgegebene Profilkorrektur ist für den Wert C_a ein aus dem Einlaufen resultierender Wert C_{ay} in die Gleichung (5.10) einzusetzen. Der Wert für C_{ay} kann Bild 5.4 entnommen oder nach Tabelle 5.5 berechnet werden.

Einzelfedersteifigkeit c' siehe Abschnitt 9.

5.3.4 Dynamikfaktor im Bereich der Hauptresonanz ($0,85 < N \leq 1,15$)

Anwendungsbereich eingeschränkt, siehe Abschnitt 5.3.1 b).

$$K_v = C_{v1} \cdot B_p + C_{v2} \cdot B_f + C_{v4} \cdot B_k + 1 \quad (5.13)$$

Einzelheiten zu C_{v1} , C_{v2} , B_p , B_f und B_k siehe Abschnitt 5.3.3.

C_{v4} berücksichtigt Resonanzschwingungen des Radpaares in Umfangsrichtung, hervorgerufen durch die periodische Änderung der Eingriffsfedersteifigkeit, und wird Bild 5.3 entnommen oder nach Tabelle 5.5 bestimmt.

Anmerkung: In diesem Drehzahlbereich wird der Dynamikfaktor stark durch die Dämpfung beeinflusst. Der wirkliche Wert des Dynamikfaktors kann bis zu 40 % vom berechneten Wert (siehe Gleichung 5.13) abweichen. Dies gilt besonders für Geradstirnräder mit nicht korrekt gewählten Profilkorrekturen.

5.3.5 Dynamikfaktor im überkritischen Bereich ($N \geq 1,5$)

In diesem Bereich arbeiten die meisten Turbogetriebe und andere schnellaufende, hochwertige Getriebe; Besonderheiten siehe Abschnitt 5.3.1 c).

$$K_v = C_{v5} \cdot B_p + C_{v6} \cdot B_f + C_{v7} \quad (5.14)$$

Die Einflüsse von C_{v5} und C_{v6} auf K_v entsprechen denen von C_{v1} und C_{v2} auf K_v im unterkritischen Bereich. Angaben über diese Faktoren sowie über B_p und B_f siehe Abschnitt 5.3.3.

7) Der Wert C_a der Kopfrücknahme darf in Gleichung (5.10) nur bei Zahnrädern der Verzahnungsqualität 6 nach DIN 3961 oder feiner eingesetzt werden. Bei Zahnrädern der Verzahnungsqualität 7 nach DIN 3961 oder gröber ist $B_k = 1$. Siehe hierzu auch Unterabschnitt 1.3.10.

C_{v7} berücksichtigt den Kraftanteil aus der Zahndurchbiegung, die sich bei praktisch konstanter Umfangsgeschwindigkeit durch die Schwankung der Zahnfedersteifigkeit ergibt. C_{v5} , C_{v6} und C_{v7} werden aus Bild 5.3 entnommen oder nach Tabelle 5.5 bestimmt.

5.3.6 Dynamikfaktor im Zwischenbereich ($1,15 < N < 1,5$)

In diesem Drehzahlbereich wird der Dynamikfaktor durch lineare Interpolation aus K_v bei $N = 1,15$ nach Abschnitt 5.3.4 und K_v bei $N = 1,5$ nach Abschnitt 5.3.5 ermittelt.

$$K_v = K_v(N = 1,5) + \frac{K_v(N = 1,15) - K_v(N = 1,5)}{0,35} \cdot (1,5 - N) \quad (5.15)$$

Einzelheiten und Erklärungen siehe Abschnitte 5.3.4 und 5.3.5.

5.3.7 Hinweis

Die mit den Gleichungen in den Abschnitten 5.3.3 bis 5.3.6 errechneten Dynamikfaktoren entsprechen den Mittelwerten der in Versuchen bestimmten dynamischen Zahnkräfte. Im unterkritischen und im Hauptresonanzbereich weichen die aus Meßdaten abgeleiteten Werte von K_v im allgemeinen um bis zu $\pm 10\%$ von den errechneten Werten ab.

Infolge von möglichen, systemeigenen Frequenzen können auch größere Abweichungen auftreten. Siehe Abschnitte 5.3.1 a, 5.3.3, 5.3.4 und 5.3.5.

5.3.8 Ermittlung der Resonanzdrehzahl für weniger gebräuchliche Getriebekonstruktionen

a) Ritzelwelle mit mittlerem Verzahnungsdurchmesser d_{m1} , der ungefähr ebenso groß ist wie der Wellendurchmesser

Infolge der Wellenmasse, die die Ritzelmasse erhöht, hat die Resonanzdrehzahl des Ritzels die Tendenz, sich zu verringern. Die hohe Drehsteifigkeit der Ritzelwelle beeinflusst die Resonanzdrehzahl in entgegengesetzter Richtung. Beide Auswirkungen gleichen sich weitgehend aus.

Daher kann die Resonanzdrehzahl auf die übliche Art berechnet werden, wobei die Masse des Ritzels (verzahnter Teil) und die übliche Eingriffsfedersteifigkeit c_y verwendet werden.

b) Zwei fest miteinander verbundene, koaxiale Zahnräder

Die Masse des größeren der verbundenen Zahnräder muß eingesetzt werden. Die Masse des kleineren Zahnrades kann oft außer acht gelassen werden. Dies ergibt eine brauchbare Näherung, wenn sich die Durchmesser der benachbarten Zahnräder stark unterscheiden (siehe auch Abschnitt 5.3.9).

c) Ein großes Rad, von zwei Ritzeln getrieben

Siehe hierzu Hinweis in Abschnitt 5.1.2. Da die Masse des Rades üblicherweise sehr viel größer ist als die Massen der Ritzel, kann jeder Eingriff getrennt betrachtet werden, das heißt

- für die Paarung aus dem ersten Ritzel und dem Rad,
- für die Paarung aus dem zweiten Ritzel und dem Rad.

d) Umlaufgetriebe

Infolge der vielen Leistungswege, die außer den Verzahnungssteifigkeiten noch zusätzliche Federsteifigkeiten einschließen, ist das Schwingungsverhalten von Planetengetrieben sehr komplex. Die Berechnung der Dynamikfaktoren mit einfachen Formeln, wie etwa nach Methode B, ist meist recht ungenau. Trotzdem ist die wie folgt modifizierte Methode B

für eine erste Abschätzung von K_v brauchbar. Diese Berechnung soll möglichst durch eine detaillierte theoretische oder experimentelle Analyse oder aufgrund von Betriebserfahrungen überprüft werden. Siehe auch Hinweis in Abschnitt 5.1.2.

d1) Sonnenritzel-Planetenrad

Reduzierte Masse zur Bestimmung der Resonanzdrehzahl des Sonnenritzels m_{red} :

$$m_{\text{red}} = \frac{m_{\text{pla}}^* \cdot m_{\text{sun}}^*}{p \cdot m_{\text{pla}}^* + m_{\text{sun}}^*} \quad (5.16)$$

mit

m_{sun}^* Massenträgheitsmoment des Sonnenritzels bezogen auf die Zahnbreite, dividiert durch $r_{b \text{ sun}}^2$, mit $r_{b \text{ sun}} = d_{b \text{ sun}}/2$,

m_{pla}^* Massenträgheitsmoment eines Planetenrades bezogen auf die Zahnbreite, dividiert durch $r_{b \text{ pla}}^2$, mit $r_{b \text{ pla}} = d_{b \text{ pla}}/2$,

p Anzahl der Planetenräder in der betrachteten Stufe des Umlaufgetriebezuges.

Der aus Gleichung (5.16) ermittelte Wert m_{red} ist in den Gleichungen (5.01) oder (5.04) zu verwenden, wobei für c_y die Eingriffsfedersteifigkeit eines Planeten und des Sonnenritzels und für z_1 die Zähnezahls des Sonnenritzels einzusetzen ist.

Es ist zu beachten, daß bei Umlaufgetrieben F_t in den Gleichungen (5.08) bis (5.10) gleich der gesamten Umfangskraft des Sonnenritzels dividiert durch die Anzahl der Planetenräder ist.

d2) Planetenrad-Hohlradzahnkranz fest mit dem Getriebegehäuse verbunden

Hier kann die Masse des Zahnkranzes als unendlich angenommen werden, das heißt die reduzierte Masse entspricht der Masse des Ritzels. Diese kann wie folgt ermittelt werden:

$$m_{\text{red}} = m_{\text{pla}}^* = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{d_{m \text{ pla}}^4}{d_{b \text{ pla}}^2} \cdot (1 - q_{\text{pla}}^4) \cdot \rho_{\text{pla}} \quad (5.17)$$

wobei der Index pla sich auf den Planeten bezieht und $d_{m \text{ pla}}$ sowie q_{pla} analog den Gleichungen (5.21) bis (5.23) bestimmt werden.

d3) Planetenrad – rotierender Hohlradzahnkranz

In diesem Fall kann die reduzierte Masse des Zahnkranzes wie für ein Außenrad ermittelt und nach Gleichung (5.20) berechnet werden. Bei Paarung mit mehreren Planetenrädern ist das in Unterabschnitt 5.3.8 c) beschriebene Verfahren zu verwenden.

e) Zwischenräder

Siehe hierzu Hinweis in Abschnitt 5.1.2. Wenn das treibende und das getriebene Rad annähernd gleich groß sind, das Zwischenrad ebenfalls etwa gleich groß oder etwas größer ist, gilt näherungsweise:

Reduzierte Masse

$$m_{\text{red}} = \frac{2}{\left(\frac{1}{m_1^*} + \frac{2}{m_2^*} + \frac{1}{m_3^*} \right)} \quad (5.18)$$

Eingriffsfedersteifigkeit

$$c_y = 0,5 \cdot (c_{y1,2} + c_{y2,3}) \quad (5.19)$$

Dabei sind m_1^* , m_2^* und m_3^* die reduzierten Massenträgheitsmomente des kleinen Rades (Ritzel), des Zwischenrades und großen Rades, bezogen auf die Eingriffslinie, $c_{y1,2}$ und

$c_{\gamma 2,3}$ sind die Eingriffsfedersteifigkeiten der Kombination treibendes Rad – Zwischenrad und der Kombination Zwischenrad – getriebenes Rad. Bestimmung von c_{γ} siehe Abschnitt 9. Liegt die Bezugsdrehzahl im Bereich $0,6 < N < 1,5$, wird eine genauere Analyse empfohlen.

Ist das Zwischenrad wesentlich größer als das treibende und das getriebene Rad oder ist das treibende oder das getriebene Rad wesentlich kleiner als die beiden anderen Räder, kann K_v für jeden Eingriff getrennt berechnet werden, das heißt

- für die Paarung aus treibendem Rad und Zwischenrad und
- für die Paarung aus Zwischenrad und getriebenem Rad.

Für die hier nicht genannten Fälle wird eine genauere Analyse empfohlen.

5.3.9 Berechnung der reduzierten Masse eines außenverzahnten Zahnradpaares

Die folgenden Gleichungen sind, obwohl nur Näherungsverfahren, ausreichend genau. Zeichen siehe Bild 5.1.

$$m_{\text{red}} = \frac{\pi}{8} \cdot \left(\frac{d_{m1}}{d_{b1}} \right)^2 \cdot \frac{d_{m1}^2}{\frac{1}{(1-q_1^4) \cdot q_1} + \frac{1}{(1-q_2^4) \cdot q_2 \cdot u^2}} \quad (5.20)$$

mit

$$d_{m1,2} = \frac{d_{a1,2} + d_{f1,2}}{2} \quad (5.21)$$

$$q_1 = \frac{d_{i1}}{d_{m1}}; \quad q_2 = \frac{d_{i2}}{d_{m2}} \quad (5.22)$$

Diese Gleichungen gelten für außenverzahnte Stirnräder mit Doppel-Schrägverzahnung, Einfach-Schrägverzahnung und Geradverzahnung. Dabei werden die Massen von Steg und Nabe wegen des geringen Einflusses auf das Massenträgheitsmoment vernachlässigt.

Für volle Scheibenräder und Scheibenritzel ist

$$(1 - q_1^4) = 1; \quad (1 - q_2^4) = 1 \quad (5.23)$$

Die Berechnung von $1 - q_1^4$ bzw. $1 - q_2^4$ für Zahnkränze, deren Breite von der Zahnbreite abweicht, gilt nur, wenn die Massen unmittelbar mit dem Zahnkranz verbunden sind. Weiter entfernte Massen auf der gleichen Welle bleiben unberücksichtigt, da die Steifigkeit der dazwischen liegenden Wellenabschnitte meist klein gegenüber der Zahnsteifigkeit ist.

5.4 Bestimmung des Dynamikfaktors nach Methode C – $K_{v,C}$

Mit den in Abschnitt 5.1.3 beschriebenen Voraussetzungen und Annahmen liefert Methode C Durchschnittswerte, die für Industriegetriebe und Getriebe ähnlicher Anforderungen in folgendem Anwendungsbereich brauchbar sind:

- Unterkritischer Drehzahlbereich, das heißt $v \cdot z_1/100 \cdot \sqrt{u^2/(1+u^2)} < 10$ m/s; die Einschränkungen in Unterabschnitt 5.3.1 a) gelten sinngemäß
- Außen- und Innenstirnräder
- Bezugsprofil nach DIN 867 oder ISO 53 – 1974
- Gerad- und Schrägstirnräder mit $\beta \leq 30^\circ$
- Ritzel mit relativ kleiner Zähnezahl: $z_1 < 50$
- Vollscheibenräder oder schwere Zahnkranzkörper aus Stahl ⁸⁾

Allgemein oder mit Einschränkungen kann man Methode C auch für den folgenden Anwendungsbereich benutzen:

- Alle Arten von Stirnrädern, wenn $v \cdot z_1/100 \cdot \sqrt{u^2/(1+u^2)} < 3$ m/s
- Leichte Zahnkranzkörper ⁸⁾
- Schrägstirnräder mit $\beta > 30^\circ$ ⁸⁾

Man kann K_v grafisch (siehe Abschnitt 5.4.1) und rechnerisch (siehe Abschnitt 5.4.2) bestimmen. Beide Methoden führen zu gleichen Ergebnissen.

5.4.1 Grafische Bestimmung des Dynamikfaktors nach Methode C

$$K_v = f_F \cdot K_{350} \cdot N + 1 \quad (5.24)$$

f_F berücksichtigt den Einfluß der Belastung auf den Dynamikfaktor, $K_{350} \cdot N$ den Einfluß der Verzahnungsqualität bei einer Linienbelastung von 350 N/mm und der Bezugsdrehzahl N ; siehe Gleichung (5.04).

Die Linien für die Verzahnungsqualitäten sind in den Bildern 5.5 und 5.6 nur jeweils bis zu dem Wert $v \cdot z_1/100 \cdot \sqrt{u^2/(1+u^2)}$ durchgezogen, der für diese Qualität üblicherweise nicht überschritten wird.

- a) Schrägverzahnung mit Sprungüberdeckung $\varepsilon_\beta \geq 1$**
(Näherungsweise auch für $\varepsilon_\beta > 0,9$).

Korrekturfaktor f_F nach Tabelle 5.1, $K_{350} \cdot N$ nach Bild 5.5.

- b) Geradverzahnung**

Korrekturfaktor f_F nach Tabelle 5.2, $K_{350} \cdot N$ nach Bild 5.6.

- c) Schrägverzahnung mit Sprungüberdeckung $\varepsilon_\beta < 1$**

K_v wird durch lineare Interpolation der Werte nach Aufzählung a) und b) bestimmt:

$$K_v = K_{v\alpha} - \varepsilon_\beta \cdot (K_{v\alpha} - K_{v\beta}) \quad (5.25)$$

Hierin ist:

$K_{v\alpha}$ Wert von K_v für Geradverzahnung nach Aufzählung b) und

$K_{v\beta}$ Wert von K_v für Schrägverzahnung nach Aufzählung a).

5.4.2 Rechnerische Bestimmung des Dynamikfaktors nach Methode C

- a) Geradverzahnung und Schrägverzahnung mit Sprungüberdeckung $\varepsilon_\beta \geq 1$**

(Näherungsweise auch für $\varepsilon_\beta > 0,9$).

$$K_v = 1 + \left(\frac{K_1}{K_A \cdot \frac{F_t}{b}} + K_2 \right) \cdot \frac{z_1 \cdot v}{100} \cdot \sqrt{\frac{u^2}{1+u^2}} \quad (5.26)$$

Zahlenwerte für K_1 und K_2 nach Tabelle 5.3. Ist $F_t/b \cdot K_A$ kleiner als 100 N/mm, so ist dieser Wert gleich 100 N/mm zu setzen. Siehe hierzu Unterabschnitt 5.3.1 a).

- b) Schrägverzahnung mit Sprungüberdeckung $\varepsilon_\beta < 1$**

K_v wird durch lineare Interpolation der Werte nach Aufzählung a) für Geradverzahnung ($K_{v\alpha}$) und Schrägverzahnung ($K_{v\beta}$) bestimmt. Siehe Gleichung (5.25).

- ⁸⁾ Wenn der Zahnkranzkörper sehr leicht ist oder wenn schrägverzahnte Zahnräder eine sehr hohe Sprungüberdeckung haben, dann ergeben sich aus den Bildern 5.5 und 5.6 zu ungünstige Werte. Man rechnet dann also auf der sicheren Seite. Dasselbe gilt für Zahnäder aus Grauguß oder Kugelgraphitguß.

5.5 Bestimmung des Dynamikfaktors nach

Methode D – $K_{v,D}$

Entsprechend Abschnitt 5.1.4 gelten hierfür dieselben vereinfachenden Annahmen wie für Methode C. Vergleiche Unterabschnitte 5.4 a) bis 5.4 f). – Jedoch wird eine konstante – je nach Anwendungsgebiet verschieden hohe – Linienbelastung $F_t/b \cdot K_A$, siehe Tabellen 5.1 und 5.2, im einfachsten Fall 350 N/mm, angenommen.

Damit gelten für $K_{v,D}$ die Berechnungsverfahren für $K_{v,C}$ nach Abschnitt 5.4, wobei in Gleichung (5.24) der Korrekturfaktor $f_F = \text{const.}$ (im einfachsten Fall = 1) gesetzt wird und in Gleichung (5.26) der Wert $F_t/b \cdot K_A = \text{const.}$ (im einfachsten Fall = 350 N/mm). Für diesen einfachsten Fall ist $K_v = K_{350} \cdot N + 1$ und kann unmittelbar Bild 5.5 oder 5.6 entnommen werden. – Bei Linienlasten $F_t/b \cdot K_A > 350 \text{ N/mm}$ rechnet man für den einfachsten Fall – gegenüber Methode C – also auf der sicheren Seite (zu hohe K_v -Werte), bei kleineren Werten auf der unsicheren Seite (zu kleine K_v -Werte).

5.6 Bilder und Tabellen

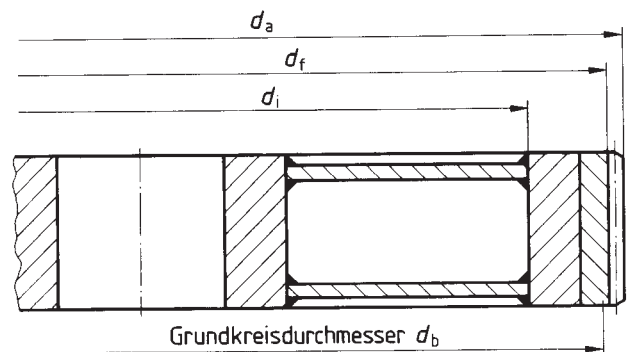


Bild 5.1. Bemaßung verschiedener Durchmesser

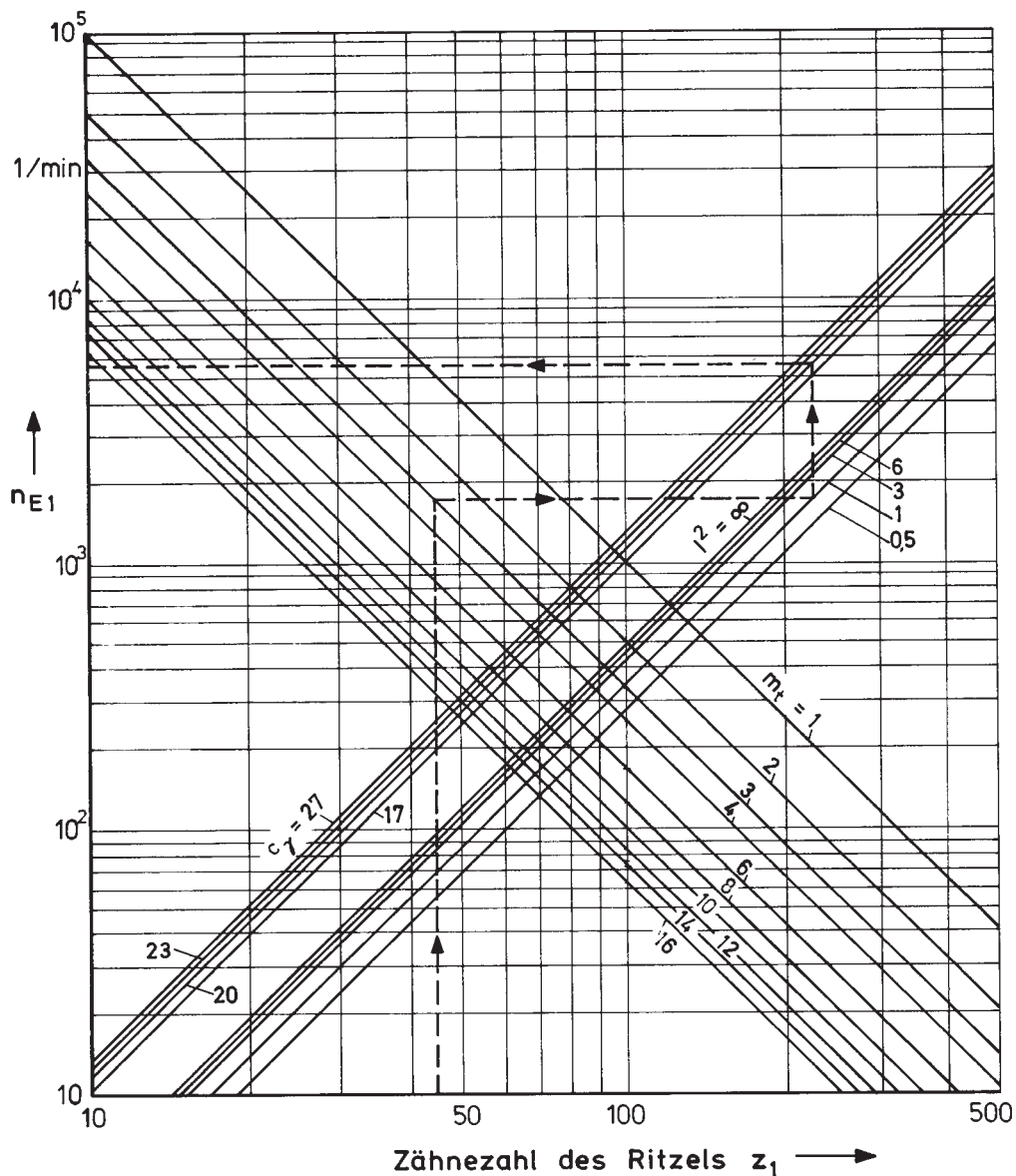


Bild 5.2. Diagramm für die Bestimmung der Resonanzdrehzahl n_{E1} für die Paarung Vollritzel-Rad mit q_2 nach Gleichung (5.22)

$$l^2 = (1 - q_2^4) \cdot u^2$$

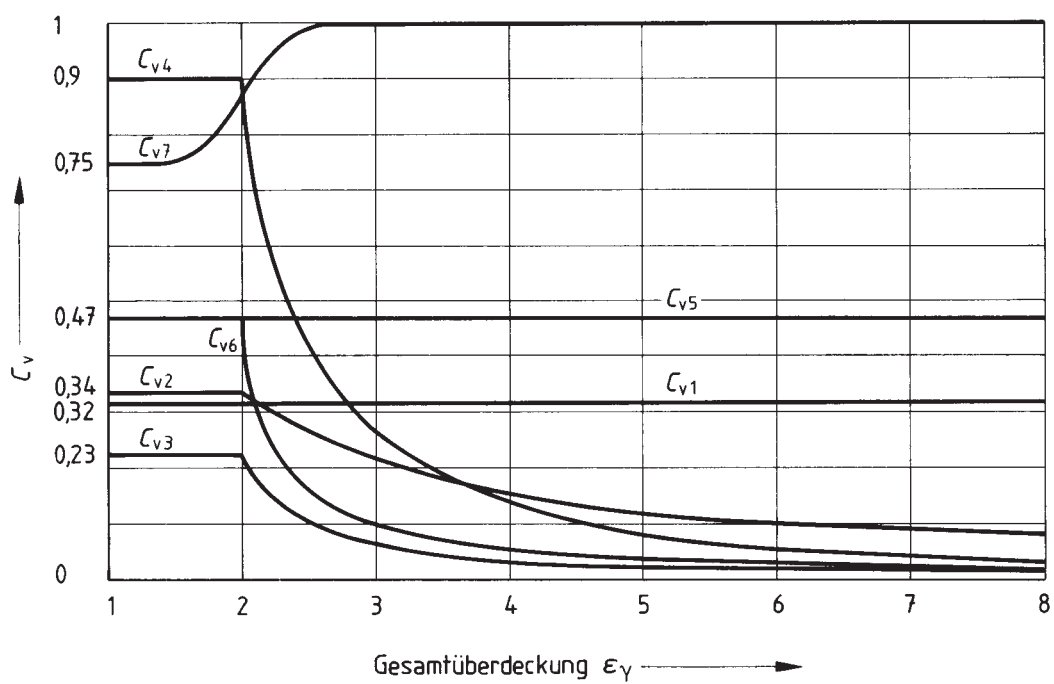


Bild 5.3. Werte der Faktoren C_{v1} bis C_{v7} für die Bestimmung von K_{v-B} (Methode B). Gleichungen für die Berechnung siehe Tabelle 5.5

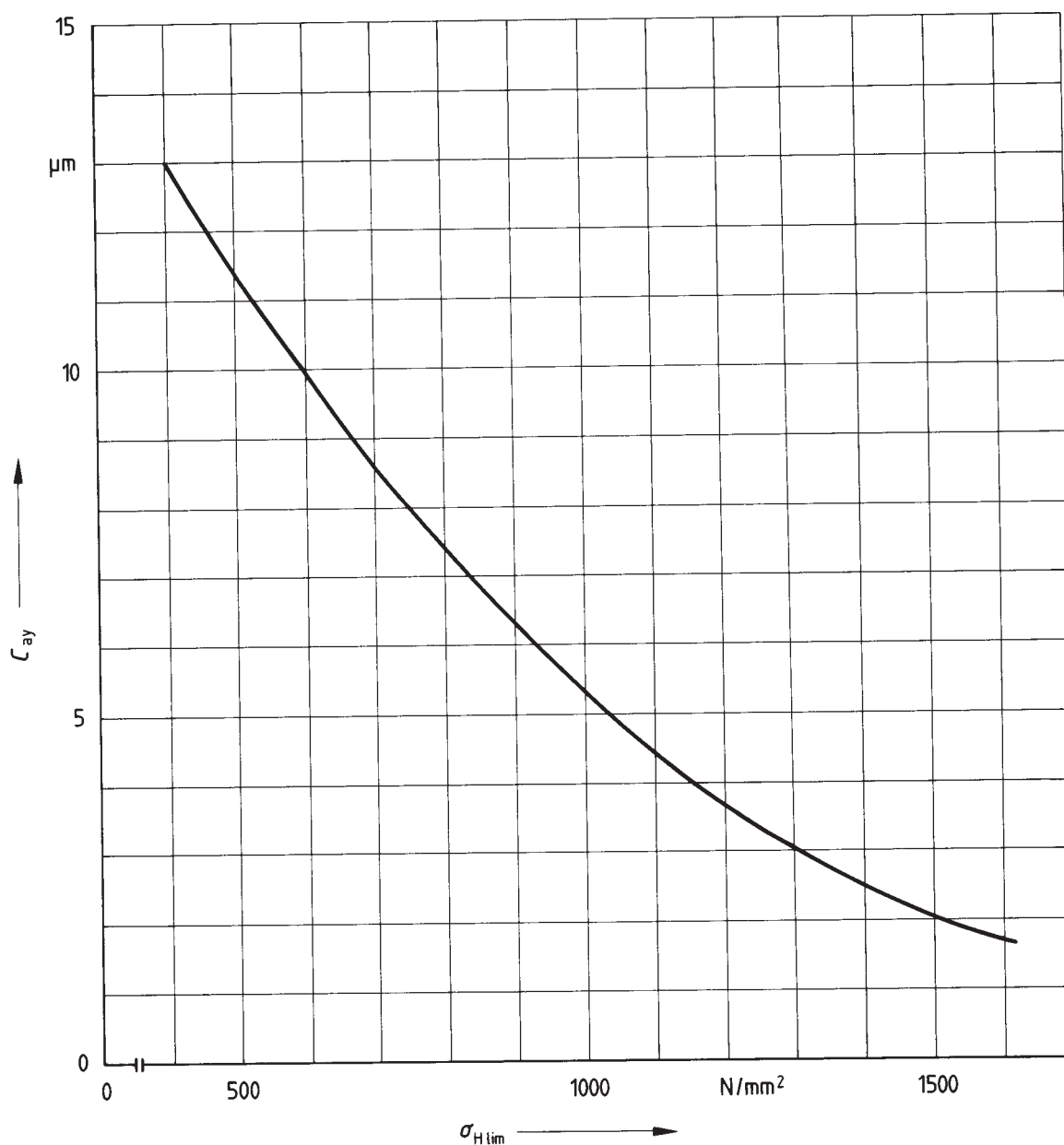


Bild 5.4. Wert der Profilkorrektur (Kopfrücknahme) C_{ay} , durch Einlaufen erzeugt (Gleichung für die Berechnung siehe Tabelle 5.5). Sind die Werkstoffe für Ritzel (1) und Rad (2) unterschiedlich, so gilt $C_{ay} = 0,5 (C_{ay1} + C_{ay2})$

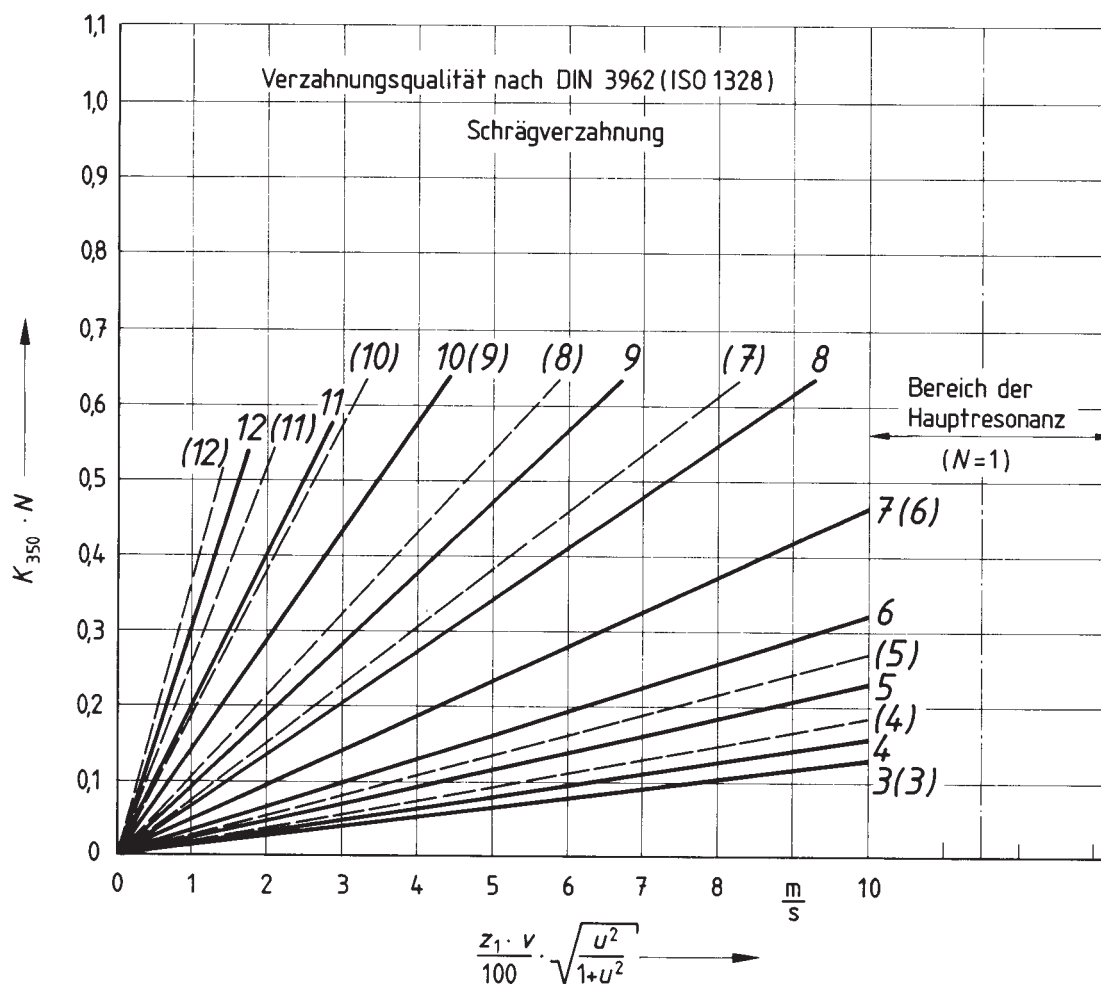


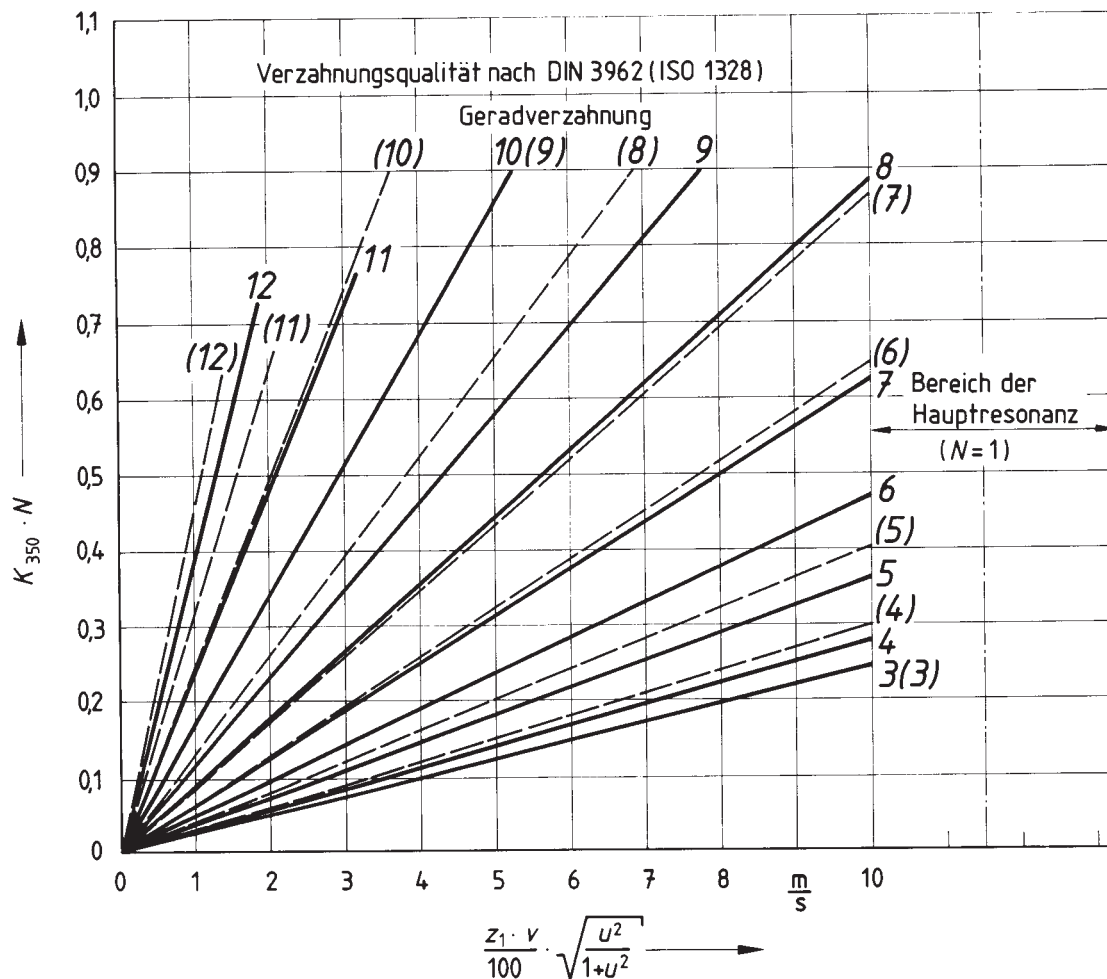
Bild 5.5. Wert $K_{350} \cdot N$ für Schrägverzahnung mit $\varepsilon \geq 1$

Tabelle 5.1. Lastkorrekturfaktor f_F für Schrägverzahnung

Verzahnungs- qualität *)	$K_A \cdot F_t/b$ in N/mm							
	≤ 100	200	350	500	800	1200	1500	2000
3	1,96	1,29	1,0	0,88	0,78	0,73	0,70	0,68
4	2,21	1,36	1,0	0,85	0,73	0,66	0,62	0,60
5	2,56	1,47	1,0	0,81	0,65	0,56	0,52	0,48
6	2,82	1,55	1,0	0,78	0,59	0,48	0,44	0,39
7	3,03	1,61	1,0	0,76	0,54	0,42	0,37	0,33
8	3,19	1,66	1,0	0,74	0,51	0,38	0,33	0,28
9	3,27	1,68	1,0	0,73	0,49	0,36	0,30	0,25
10	3,35	1,70	1,0	0,72	0,47	0,33	0,28	0,22
11	3,39	1,72	1,0	0,71	0,46	0,32	0,27	0,21
12	3,43	1,73	1,0	0,71	0,45	0,31	0,25	0,20

Bei Zwischenwerten linear interpolieren.

*) Nach DIN 3962 Teil 1 bis Teil 3

Bild 5.6. Wert $K_{350} \cdot N$ für GeradverzahnungTabelle 5.2. Lastkorrekturfaktor f_F für Geradverzahnung

Verzahnungs- qualität *)	$K_A \cdot F_t/b$ in N/mm							
	≤ 100	200	350	500	800	1200	1500	2000
3	1,61	1,18	1,0	0,93	0,86	0,83	0,81	0,80
4	1,81	1,24	1,0	0,90	0,82	0,77	0,75	0,73
5	2,15	1,34	1,0	0,86	0,74	0,67	0,65	0,62
6	2,45	1,43	1,0	0,83	0,67	0,59	0,55	0,51
7	2,73	1,52	1,0	0,79	0,61	0,51	0,47	0,43
8	2,95	1,59	1,0	0,77	0,56	0,45	0,40	0,35
9	3,09	1,63	1,0	0,75	0,53	0,41	0,36	0,31
10	3,22	1,67	1,0	0,73	0,50	0,37	0,32	0,27
11	3,30	1,69	1,0	0,72	0,48	0,35	0,30	0,24
12	3,37	1,71	1,0	0,72	0,47	0,33	0,27	0,22

Bei Zwischenwerten linear interpolieren.

*) Nach DIN 3962 Teil 1 bis Teil 3

Tabelle 5.3. Werte der Faktoren K_1 und K_2 für die Berechnung von K_v nach Methode C, Gleichung (5.26)

	K_1 Verzahnungsqualität nach DIN 3962 Teil 1 bis Teil 3 und ISO 1328										K_2 alle Verzahnungs- qualitäten
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
DIN Geradverzahnung	2,1	3,3	5,7	9,6	15,3	24,5	34,5	53,6	76,6	122,5	0,0193
DIN Schrägverzahnung	1,9	2,9	5,1	8,5	13,6	21,8	30,7	47,7	68,2	109,1	0,0087
ISO Geradverzahnung	2,1	3,9	7,5	14,9	26,8	39,1	52,8	76,6	102,6	146,3	0,0193
ISO Schrägverzahnung	1,9	3,5	6,7	13,3	23,9	34,8	47,0	68,2	91,4	130,3	0,0087

Tabelle 5.4. Angenommene Werte der wirksamen Eingriffsteilungsabweichung $f_{pe\text{ eff}}$ für Methode C – Faktor K_{v-C}

	Verzahnungsqualität nach DIN 3962 Teil 1 bis Teil 3									
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$f_{pe} = f_p$	2	5	9	15	24	40	60	100	145	220
y_p	0,2	0,7	1,5	2,5	4	8	15	30	45	60
$f_{pe\text{ eff}} = f_{pe} - y_p$	1,8	4,3	7,5	12,5	20	32	45	70	100	160
	Verzahnungsqualität nach ISO 1328									
	gehärtet nitriert					vergütet normalisiert				
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
f_{pt}	3	6	12	25	45	70	100	150	201	282
$f_{pb} = f_{pt} \cos \alpha_t$	2,8	5,6	11,3	23,5	42	66	94	140	189	266
y_α	0	0,5	1,5	4	7	15	25	40	55	75
$f_{pe\text{ eff}} = f_{pb} - y_\alpha$	2,8	5,1	9,8	19,5	35	51	69	100	134	191

Tabelle 5.5. Rechenwerte der Faktoren C_{v1} bis C_{v7} und C_{ay} für die Bestimmung von K_{v-B} (Methode B). (Die Gleichungen beschreiben die Kurven in den Bildern 5.3 und 5.4.)

	$1 < \varepsilon_\gamma \leq 2$	$\varepsilon_\gamma > 2$	
C_{v1}	0,32	0,32	
C_{v2}	0,34	$\frac{0,57}{\varepsilon_\gamma - 0,3}$	
C_{v3}	0,23	$\frac{0,096}{\varepsilon_\gamma - 1,56}$	
C_{v4}	0,90	$\frac{0,57 - 0,05 \varepsilon_\gamma}{\varepsilon_\gamma - 1,44}$	
C_{v5}	0,47	0,47	
C_{v6}	0,47	$\frac{0,12}{\varepsilon_\gamma - 1,74}$	
	$1 < \varepsilon_\gamma \leq 1,5$	$1,5 < \varepsilon_\gamma \leq 2,5$	$\varepsilon_\gamma > 2,5$
C_{v7}	0,75	$0,125 \sin [\pi (\varepsilon_\gamma - 2)] + 0,875$	1,0
$C_{ay} = \frac{1}{18} \left(\frac{\sigma_{H\text{ lim}}}{97} - 18,45 \right)^2 + 1,5$ Wenn die Werkstoffe von Ritzel (1) und Rad (2) unterschiedlich sind, C_{ay1} und C_{ay2} getrennt berechnen. Damit: $C_{ay} = 0,5 (C_{ay1} + C_{ay2})$			

6 Breitenfaktoren $K_{H\beta}$, $K_{F\beta}$, $K_{B\beta}$

Die Breitenfaktoren berücksichtigen die Auswirkung ungleichmäßiger Lastverteilung über die Zahnbreite auf die Flankenpressung ($K_{H\beta}$), auf die Zahnfußbeanspruchung ($K_{F\beta}$) und auf die Freßbeanspruchung ($K_{B\beta}$).

Definition der Breitenfaktoren siehe Abschnitt 6.3.

Die Haupteinflüsse sind

- Verzahnungsdaten
- Verzahnungsabweichungen
- Einlaufeffekte
- Einbauabweichungen wegen Achslageabweichungen
- Lagerspiele, Lagerluft
- Rad- und Ritzelwellen-Richtungsabweichungen (einschließlich Rundlaufabweichungen)
- Wärmedehnung und -verzug (besonders für schnelllaufende breite Zahnräder)
- Ausgleichende konstruktive Maßnahmen, z. B. Flankenlinienkorrekturen
- Steifigkeit von Verzahnung, Radkörpern, Wellen, Lagern, Gehäuse und Fundament
- Gesamt-Umfangskraft und Axialkraft (einschließlich der Erhöhung durch Anwendungsfaktor K_A und Dynamikfaktor K_V ; beachte jedoch Abschnitt 6.3.3)
- Zusätzliche Wellenkräfte (z. B. aus Riemen- oder Kettentrieben)

6.1 Methoden zur Bestimmung des Breitenfaktors: Grundlagen, Annahmen

Entsprechend den Festlegungen in Abschnitt 1.3 sind nachstehend mehrere Methoden zur Ermittlung der Breitenfaktoren angegeben.

Wenn das Verhältnis b/d bei ungehärteten Zahnrädern größer als 1,5 und bei randschichtgehärteten Zahnrädern größer als 1,2 ist, wird eine sorgfältige Analyse empfohlen.

Wenn Flankenlinienabweichungen infolge mechanischer und thermischer Verformungen durch eine (unter Umständen über die Zahnbreite veränderliche) Flankenlinienkorrektur ausgeglichen werden, kann bei hoher Fertigungsgenauigkeit eine für einen Betriebszustand nahezu gleichmäßige Kraftverteilung über die Zahnbreite erzielt werden. In diesem Fall nähert sich der Breitenfaktor dem Wert 1. Angaben zur Berechnung siehe Abschnitte 6.6.1 und 6.6.2.1. Siehe auch [6/14], [6/16], [6/19]. Anhaltswerte für Breitenballigkeit und Endrücknahme siehe Anhang D. Grenzen der Verzahnungsqualität siehe Unterabschnitt 1.3 b).

6.1.1 Methode A – Faktoren $K_{H\beta-A}$, $K_{F\beta-A}$, $K_{B\beta-A}$

Die Kraftverteilung über die Zahnbreite wird hierbei durch umfassende Analyse aller Einflüsse bestimmt. Die am belasteten Getriebe bei Betriebstemperatur vorhandene Kraftverteilung kann man z. B. durch Messen der Fußbeanspruchung am Zahnrad während des Betriebes und (mit Einschränkung) durch kritische Analyse des Lasttragbildes kontrollieren. Grundlagen siehe [6/5], [6/6], [6/9], [6/10], [6/12], [6/17], [6/18], [6/19].

Angaben in der Zeichnung oder Liefervereinbarung:

- maximaler (zulässiger) Breitenfaktor oder
- zulässige Gesamt-Flankenlinienabweichung bei Betriebsbelastung und -temperatur. Hieraus kann man nach einer genauen Rechenmethode den Breitenfaktor berechnen; dazu müssen auch alle übrigen hierfür wichtigen Einflußfaktoren bekannt sein.

6.1.2 Methode B – Faktoren $K_{H\beta-B}$, $K_{F\beta-B}$, $K_{B\beta-B}$

Bei dieser Methode geht man davon aus, daß die ursprünglich wirksame Flankenlinienabweichung $F_{\beta x}$ bekannt ist. Diese kann durch Messungen bestimmt werden oder durch ein entsprechend genaues numerisches Rechenverfahren.

Dieses Rechenverfahren muß alle Verformungen und Verlagerungen erfassen, die für die Lastverteilung über die Breite wesentlich sind; es muß ferner Herstellabweichungen und Korrekturen vorzeichenrichtig berücksichtigen.

6.1.3 Methode C – Faktoren $K_{H\beta-C}$, $K_{F\beta-C}$, $K_{B\beta-C}$

Bei dieser Methode werden die Anteile der Flankenlinienabweichung berücksichtigt, die durch Verformung von Ritzel und Ritzelwelle sowie durch die Herstellabweichung verursacht werden. Die Einflußgrößen werden dabei durch Näherungsrechnung und/oder Messung und/oder nach Erfahrung erfaßt, siehe Abschnitt 6.6.

a) Methode C1

Bei symmetrischer Lagerung des Ritzels ($s/l = 0$, vergleiche Bild 6.8) und wenn der Ritzel-Wellendurchmesser etwa gleich dem Fußkreisdurchmesser ist, kann $K_{H\beta}$ einfach und mit guter Näherung direkt berechnet werden, sofern folgende Voraussetzungen zutreffen und folgende Annahmen gerechtfertigt sind:

- Rad und Radwelle sind so steif, so daß ihre Verformungen vernachlässigt werden können.
- Verformungen des Getriebegehäuses und der Lager sowie Lagerspiele werden vernachlässigt. (Ist dies nicht zulässig, so sind die entsprechenden Verformungen und Verlagerungen vorzeichenrichtig zu f_{ma} zu addieren).
- Die Torsions- und Biegeverformung des Ritzels auf Vollwelle wird mit gleichmäßig über die Zahnbreite verteilter Belastung bestimmt.
- Die Lager nehmen keine Biegemomente auf.
- Auf die Ritzelwelle wirken nur Eingangsdrehmoment, Zahnkräfte, Lagerkräfte.
- Der Einlaufbetrag wird nach Abschnitt 6.4.2 abgeschätzt. Weiterhin wird angenommen, daß der Einlaufbetrag y_β proportional der Flankenlinienabweichung ohne Einlaufen $F_{\beta x}$ ist.
- Herstellabweichungen f_{ma} nach Abschnitt 6.6.3.
- Besonderheiten von Kammwalzengetrieben: Ritzel und Gegenritzel (Radpaar mit $u = 1$) verdrillen sich gegenseitig, das heißt die Torsionsanteile gleichen sich aus. Die Biegeanteile (aus der von der Verzahnung übertragenen Umfangskraft) addieren sich.
- Besonderheiten einfacher Planetengetriebe: In der Regel sind die Durchmesser von Sonnenrad und Planetenrad nicht sehr unterschiedlich, daher werden die Verformungen beider Räder berücksichtigt. Dies sind beim Sonnenrad die Torsion durch mehrere Eingriffe und bei den Planeten (je nach Lagerung) eventuell die Biegung aus den Eingriffen mit Sonne und Hohlrad.

Ableitung der Berechnungsgleichungen siehe Anhang E, Abschnitt E.1.

b) Methode C2

Die Methode basiert auf folgenden Voraussetzungen und Annahmen:

- Wie Unterabschnitt 6.1.3 a) Aufzählungen a1), a2), a3), a4), a5), a6), a7).
- Ritzel auf Vollwelle für ein- oder zweistufiges Getriebe entsprechend Bild 6.8.
- Die Torsionsverformung wird für gleichmäßig über die Zahnbreite verteilte Belastung bestimmt, die Biegeverformung für Punktlast auf Mitte Zahnweite.

- b4) Lineare Steigung der Biegelinie angenommen, die bei $s/l = -0,24$ und 0 und $+0,24$ mit der parabolischen Biegelinie übereinstimmt.
- b5) Faktor 1,5 zum Ausgleich der nichtlinearen Verformungsanteile aus Torsion und Biegung und zur Umrechnung der Tangentialkraft in der Eingriffsebene auf die Umfangskraft am Teilkreis.
- b6) Konstante 0,3 in den Gleichungen (6.32) und (6.33), um zu berücksichtigen, daß sich die Verformungsanteile aus Torsion und Biegung nicht voll aufheben können.
- b7) Konstanter Wellendurchmesser d_{sh} .
- b8) Faktor K' zur Berücksichtigung der Stützwirkung des Ritzelkörpers.
- b9) Wellenwerkstoff: Stahl
- b10) Ansatz von 50 % der Flankenlinienabweichung aus Verformung bei sinnvoll gewählter Breitenballigkeit, von 67 % bei sinnvoll gewählter Endrücknahme; siehe auch Anhang D.
- b11) Weitere Annahmen und Erläuterungen zum Ansatz von $K_{H\beta}$ nach Methode C2 siehe Anhang E, Abschnitt E.2.

6.1.4 Methode D – Faktoren $K_{H\beta-D}$, $K_{F\beta-D}$, $K_{B\beta-D}$

Für bestimmte Anwendungsbereiche ist eine vereinfachte Ermittlung des Breitenfaktors für übliche Verzahnungsqualitäten angegeben. Für die jeweilige Qualität können die Werte für $K_{H\beta-D}$ und $K_{F\beta-D}$ direkt einem Diagramm entnommen (oder mit entsprechenden Näherungsgleichungen berechnet) werden, siehe Abschnitt 6.7.

Methode D ist aus Methode C2 für den Sonderfall mittlerer Lagerung des Ritzels zwischen den Lagern abgeleitet. Die Ergebnisse weisen einen Sicherheitszuschlag von ungefähr 10 % gegenüber Methode C2 auf. Die Methode beruht auf folgenden Voraussetzungen und Annahmen:

a) Allgemein

- a1) Rad und Radwelle sind so steif, daß ihre Verformungen vernachlässigt werden können.
- a2) Die Differenz zwischen den Verformungen der beiden Lager im belasteten Zustand ist vernachlässigbar klein (siehe auch Abschnitt 6.6.5). Das Lagerspiel kann vernachlässigt werden.
- a3) Die Verformungen des Getriebegehäuses können vernachlässigt werden (siehe auch Abschnitt 6.6.4).
- a4) Das Ritzel ist symmetrisch zwischen den Lagern angeordnet ($s/l = 0$). Die Verformungsanteile aus Biegung werden vernachlässigt.
- a5) Flankenlinienkorrekturen bleiben unberücksichtigt.
- a6) Eingriffsfedersteifigkeit $c_v = 20 \text{ N}/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})$.
- a7) Verhältnis Zahnbreite/Zahnhöhe $b/h = 12$.
- a8) Rechnerische Tragbildbreite $b_{cal}/b \geq 1$, das heißt $K_{H\beta} \leq 2$.
- a9) Ritzel und Ritzelwelle aus Stahl, Schrägverzahnung.
- a10) Herstell-Flankenlinienabweichung nach Abschnitt 6.6.3.5, siehe Gleichung (6.51) bzw. (6.52), wobei F_β statt $f_{H\beta}$ eingesetzt wird.
- a11) Schmierung mit Mineralöl mit oder ohne herkömmliche Zusätze.

b) Besonderheiten ungehärteter Zahnräder

- b1) Einlaufbetrag $y_\beta = 0,5 F_{\beta x}$ für $\sigma_{Hlim} = 640 \text{ N/mm}^2$ (entsprechende maximale, ursprünglich wirksame Flankenlinienabweichung $F_{\beta x}$ siehe Bilder 6.5 und 6.6).
- b2) Einheitsbelastung $F_m/b = 650 \text{ N/mm}$.

c) Besonderheiten randschichtgehärteter Zahnräder

- c1) Verhältnis Ritzelzahnbreite/Ritzeldurchmesser $b/d_1 < 1,5$.
- c2) Einlaufbetrag y_β :
Bei $K_{H\beta} \leq 1,34$ gilt für den Einlaufprozeß $y_\beta = 0,15 \cdot F_{\beta x}$ (Proportionalitätsbereich, vergleiche Abschnitt 6.4.2); entsprechende Flankenlinienabweichung $F_{\beta x} \leq 40 \mu\text{m}$.
Bei $K_{H\beta} > 1,34$ ist $y_\beta = 6 \mu\text{m} = \text{const.}$
- c3) Einheitsbelastung $F_m/b = 1000 \text{ N/mm}$.

6.2 Zeichen, Benennungen und Einheiten

b_{be}	Lagerbreite	mm
b_{cal}	Rechnerische Zahnbreite, siehe Bild 6.2	mm
b_{co}	Länge des Zahntragbildes (Kontaktmarkierung)	mm
b_c	Länge der Endrücknahme	mm
b_{red}	Verminderte Zahnbreite (b ohne Endrücknahme)	mm
b_B	Breite der Ritzelhälfte bei Doppel-Schrägverzahnung	mm
d_{sh}	Für die Biegeverformung maßgeblicher Außendurchmesser der Ritzelwelle	mm
d_{shi}	Innendurchmesser der Ritzel-Hohlwelle	mm
d_B	Kugeldurchmesser beim Wälzlager	mm
f	Zahnverformung	μm
f_{be}	Komponente der Flankenlinienabweichung ⁹⁾ infolge Lagerverformungen	μm
f_{ca}	Komponente der Flankenlinienabweichung ⁹⁾ infolge Gehäuseverformungen	μm
f_{ma}	Flankenlinienabweichung ⁹⁾ durch Akkumulierung von Herstellabweichungen	μm
f_{par}	Abweichung von Ritzel- und Radachsenrichtung (Herstellabweichungen) ⁹⁾	μm
f_{sh}	Flankenlinienabweichung ⁹⁾ infolge Wellen- und Ritzelverformung	μm
f_{shT}	Unter einer Teillast gemessene Flankenlinienabweichung, hervorgerufen durch Wellen- und Ritzelverformungen	μm
f_{sh0}	Verformung ⁹⁾ für die Einheitslast	$\mu\text{m} \cdot \text{mm}/\text{N}$
$f_{H\beta}$	Flankenlinienwinkelabweichung	μm
$f_{H\beta 5}$	Flankenlinienwinkelabweichung für DIN-Verzahnungsqualität 5	μm
h_{min}	Mindestschmierfilmdicke	mm
l	Lagerstützweite	mm
l_a	Tragende Rollenlänge (Rollenlager)	mm
s	Abstand	mm
s_c	Dicke der Kontrastmittelschicht bei der Tragbildprüfung	μm
w	Kraft je Einheit Zahnbreite	N/mm
w_m	Mittlere Umfangskraft je Einheit Zahnbreite	N/mm
y_β	Einlaufbetrag (Flankenlinienabweichung)	μm
B	Gesamtzahnbreite bei Doppel-Schrägverzahnung, einschließlich Spaltbreite	mm

⁹⁾ Maßgebend sind die Komponenten in der Eingriffsebene.

B^*	Konstante, siehe Gleichung (6.32), (6.33)	–
C_c	Höhe der Breitenballigkeit	μm
C_e	Höhe der Endrücknahme	μm
D_{be}	Lagerbohrungsdurchmesser (Gleitlager)	mm
D_{sh}	Wellendurchmesser (Gleitlager)	mm
$F_{be\ r}$	Radialkraft am Lager	N
F_m	Mittlere Umfangskraft am Teilkreis (Stirnschnitt) für den berechneten Eingriff $= F_t \cdot K_A \cdot K_v$	N
F_{mT}	Mittlere Umfangskraft am Teilkreis (Stirnschnitt) unter einer Teillast	N
F_{max}	Maximale Umfangskraft an der Zahnflanke für den berechneten Eingriff	N
F_β	Flankenlinien-Gesamtabweichung	μm
$F_{\beta x}$	Ursprünglich wirksame Flankenlinienabweichung (vor dem Einlauf)	μm
$F_{\beta xcv}$	Ursprünglich wirksame Flankenlinienabweichung zur Ermittlung des Betrages der Breitenballigkeit (gedacht)	μm
$F_{\beta xT}$	Unter einer Teillast gemessene Flankenlinienabweichung	μm
$F_{\beta y}$	Wirksame Flankenlinienabweichung (nach dem Einlauf)	μm
N_B	Anzahl von Kugeln (Rolln) je Reihe	–
N_F	Exponent	–
N_R	Anzahl der Reihen je Wälzlager	–
So	Sommerfeldzahl	–
γ	Ritzelverhältnissfaktor, siehe Gleichung (6.32), (6.33)	–
δ	Lagerverformung in Belastungsrichtung	$\mu\text{m}, \text{mm}$
$\delta_{b\ th}$	Verformung der Zahnpaarungen unter Annahme einer gleichmäßigen Kraftverteilung über die Zahnbreite	μm
δ_g	Differenz der Fühllehrendicken bei Messung der Flankenlinienabweichung f_{ma}	μm
δ_0	Verformung von Kugel- und Zylinderrollenlager bei $\Delta r = 0$	μm
Δr	Lagerluft oder Lagervorspannung	μm
ε	Relative Exzentrizität	–
η	Effektive dynamische Viskosität des Öls im Spalt bei mittlerer Öltemperatur im Spalt	$\mu\text{Pa} \cdot \text{s}$
κ	Einlauffaktor	–
ψ	Relatives Lagerspiel	–

6.3 Allgemeine Grundlagen für die Bestimmung der Breitenfaktoren $K_{H\beta}$, $K_{F\beta}$, $K_{B\beta}$

Ursache der ungleichmäßigen Kraftverteilung über die Zahnbreite sind die Flankenlinienabweichungen in der Eingriffsebene, die sich im belasteten Zustand infolge von Fertigungsabweichungen, Verlagerungen und elastischen sowie thermischen Verformungen einstellen. Fertigungsabweichungen und Verformungen des Gehäuses, Verlagerungen der Wellenzapfen und die Fertigungs-Flankenlinien-Winkelabweichungen der Zahnräder ergeben zusammen stets eine geradlinige Abweichung in der Eingriffsebene, die elastischen Verformungen der Wellen und Zahnradkörper führen stets zu gekrümmt verlaufenden Abweichungen, wie sie auch ther-

mische Verformungen infolge ungleicher Temperaturverteilung über die Zahnbreite erzeugen. Der hieraus resultierenden Flankenlinienabweichung überlagert sind die Welligkeit der Flanken und die Flankenlinien-Formabweichungen. Je nach Einlauffähigkeit der Werkstoffpaarung wird die Ungleichmäßigkeit der Kraftverteilung durch Einlaufen gemindert.

6.3.1 Ermittlung des Breitenfaktors (Flanke) $K_{H\beta}$

$K_{H\beta}$ berücksichtigt den Einfluß der Kraftverteilung über die Zahnbreite auf die Flankenpressung und ist wie folgt definiert:

$$K_{H\beta} = \frac{\text{maximale Kraft je Zahnbreiteneinheit}}{\text{durchschnittliche Kraft je Zahnbreiteneinheit}} = \frac{w_{\max}}{w_m} = \frac{(F/b)_{\max}}{F_m/b} \quad (6.01)$$

Man rechnet näherungsweise mit den Umfangskräften im Teilkreis, das heißt mit der maßgebenden mittleren Linienbelastung am Teilkreis im Stirnschnitt $F_m/b = F_t \cdot K_A \cdot K_v/b$ und der entsprechenden maximalen Linienbelastung. F_m ist – auch bei Doppel-Schrägverzahnung – die gesamte, maßgebende mittlere Umfangskraft.

Bei Berechnung von $K_{H\beta}$ nach den Methoden C bis D nimmt man für die Verformungen – außer bei Methode C1 – einen geradlinigen Verlauf an, um die Berechnung zu vereinfachen. Der in $F_{\beta x}$ eingehende Verformungsanteil f_{sh} muß daher korrigiert werden, siehe Anhang E, Bild E.2 sowie z. B. Gleichung (6.26).

Für den Sonderfall symmetrischer Lagerung kann man $K_{H\beta-C1}$ ohne diese Vereinfachung nach einem guten Näherungsverfahren berechnen, siehe Abschnitte 6.1.3 a) und 6.6.1.

Mit zunehmender Krümmung der elastischen Verformungslinie, also bei hochbelasteten (gehärteten) Getriebestufen und/oder großen Breiten-Durchmesserverhältnissen b/d , führt die Annahme einer geradlinigen Gesamtabweichung in der Eingriffsebene zu wachsenden Unterschieden zwischen rechnerischer und wirklicher Kraftverteilung über die Zahnbreite. (Vergleiche Hinweis auf b/d – Grenzwerte in Abschnitt 6.1).

6.3.2 Ermittlung des Breitenfaktors (Fuß) $K_{F\beta}$

$K_{F\beta}$ berücksichtigt den Einfluß der Kraftverteilung über die Zahnbreite auf die Spannung am Zahnfuß. Er hängt von den für $K_{H\beta}$ maßgebenden Einflußgrößen ab und zusätzlich von dem Verhältnis Zahnbreite zu Zahnhöhe b/h .

a) Rechnerische Bestimmung

$$K_{F\beta} = K_{H\beta}^{N_F} \quad (6.02)$$

$$N_F = \frac{(b/h)^2}{1 + b/h + (b/h)^2} = \frac{1}{1 + h/b + (h/b)^2} \quad (6.03)$$

Für b/h ist der kleinere Wert von b_1/h_1 oder b_2/h_2 einzusetzen. Grenzbedingung: für $b/h < 3$ ist $b/h = 3$ einzusetzen. Bei Doppel-Schrägverzahnung ist b_B statt b einzusetzen.

b) Grafische Bestimmung

Man kann $K_{F\beta}$ Bild 6.3 entnehmen, nachdem $K_{H\beta}$ und b/h bestimmt wurden. – Für eine überschlägige Lösung kann man einen Mittelwert des Bereiches $3 < b/h < 12$ annehmen. Hiermit ergibt sich eine feste Zuordnung zwischen $K_{F\beta}$ und $K_{H\beta}$, siehe Bild 6.4. Für $b/h \geq 12$ setzt man $K_{F\beta} = K_{H\beta}$. – Wenn der Breitenfaktor für Flankenbeanspruchung $K_{H\beta}$ nach Methode D bestimmt wurde, kann man $K_{F\beta}$ den Diagrammen für $K_{H\beta-D}$ unmittelbar entnehmen. Hierfür getroffene Annahmen siehe Unterabschnitt 6.1.4 a). Grundlagen siehe [6/1], [6/2], [6/3], [6/4], [6/8].