

Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern

Anwendungsnorm für Industriegetriebe
Detail-Methode

DIN
3990
Teil 11

Calculation of load capacity of cylindrical gears; application standard for industrial gears; detailed method

Zusammenhang mit den in Vorbereitung befindlichen internationalen Norm-Entwürfen der ISO über die Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern siehe Erläuterungen.

Kursiv gedruckte Textteile sind Angaben, die zur unmittelbaren Berechnung nicht erforderlich sind, wohl aber zur Kenntnis des Zusammenhanges dieser Norm mit anderen Normen. Außerdem erleichtern sie das Verständnis der einzelnen Berechnungsschritte.

Die vorliegende Norm ist von den Grundregeln nach DIN 3990 Teil 1 bis Teil 3 abgeleitet, die auch für diese Norm gelten. Sie enthält eindeutige Berechnungsvorschriften. Wegen des begrenzten Anwendungsbereiches entfallen einige Berechnungsanteile und werden für einige Faktoren vereinfachte Berechnungsansätze oder Konstante verwendet. Einige Faktoren werden zusammengefaßt. Dadurch ergibt sich eine einfachere Berechnung. — Die Annahmen, die den hier verwendeten Methoden zugrunde liegen (meist Methode C), sind in DIN 3990 Teil 1 bis Teil 3 beschrieben.

Die Werkstoffqualitäten und Dauerfestigkeitswerte in DIN 3990 Teil 5 gelten auch für diese Norm.

Will man genauere Berechnungsansätze verwenden oder wird der Anwendungsbereich nach Abschnitt 1 in einem oder mehreren Punkten überschritten, so ist nach DIN 3990 Teil 1 bis Teil 3 oder nach der entsprechenden Anwendungsnorm zu verfahren.

Liegen für einzelne Einflußgrößen abgesicherte Erfahrungen oder Versuchsergebnisse vor, so kann man die hieraus abgeleiteten Faktoren anstelle der Faktoren dieser Norm verwenden. Dabei gelten die in DIN 3990 Teil 1, Ausgabe Dezember 1987, Abschnitt 1.3 für Methode A angegebenen Kriterien. — Abweichungen von den Regeln dieser Norm müssen bei der Angabe des Berechnungsergebnisses vermerkt werden. — Im übrigen muß man die Tragfähigkeitsberechnung genau nach dieser Norm durchführen, wenn Spannungen, Sicherheiten, übertragbare Leistungen oder Servicefaktoren nach „DIN 3990 Teil 11“ angegeben werden.

Die Vereinbarungen zwischen Hersteller und Betreiber sollen Angaben über die Schmierung (vergleiche Abschnitt 1.6) und von außen in das Getriebe eingeleitete Schwingungskräfte (vergleiche Abschnitt 3.2) enthalten.

Die „Detail-Methode“, die in der vorliegenden Norm beschrieben wird, ist in erster Linie für die Nachrechnung (Festigkeitsnachweis) vorgesehen. Durch Iteration kann sie auch für die Vorauslegung verwendet werden.

In DIN 3990 Teil 12 (z. Z. Entwurf) wird eine „Einfach-Methode“ für Industriegetriebe beschrieben; sie ist in erster Linie für die Vorauslegung vorgesehen.

Die Gleichungen nach dieser Norm sind zum Teil Zahlenwertgleichungen. Deshalb sind grundsätzlich die in Abschnitt 2 angegebenen Einheiten zu verwenden.

Um die Anwendung dieser Norm zu erleichtern, sind zusätzliche Informationen in den Anhängen A bis E zusammengefaßt.

Inhalt

	Seite		Seite
1 Anwendungsbereich und Zweck	2	4.8 Faktoren für die Schmierfilmbildung Z_L, Z_v, Z_R	13
1.1 Tragfähigkeitsgrenzen	2	4.9 Werkstoffpaarungsfaktor Z_W	14
1.2 Drehzahl- und Geschwindigkeitsbereich	2	4.10 Größenfaktor (Flanke) Z_X	14
1.3 Getriebe und Verzahnungen	2	4.11 Lebensdauerfaktor (Flanke) Z_{NT}	14
1.4 Konstruktion	2	4.12 Mindest-Grübchensicherheit	15
1.5 Zahnradwerkstoffe	2	5 Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit	15
1.6 Schmierung	2	5.1 Grundgleichungen	15
1.7 Sicherheitsfaktoren	2	5.2 Kopffaktor $Y_{FS} = (Y_{Fa} \cdot Y_{Sa})$	16
1.8 Eingangsgrößen	3	5.3 Überdeckungsfaktor (Zahnfuß) Y_e	23
2 Zeichen, Benennungen und Einheiten	3	5.4 Schrägenfaktor (Zahnfuß) Y_β	23
3 Allgemeine Einflußfaktoren	4	5.5 Zahnfuß-Grundfestigkeit σ_{FE}	23
3.1 Reihenfolge der Kraftfaktoren	4	5.6 Relative Stützziffer $Y_{\delta \text{ rel } T}$	23
3.2 Umfangskraft, Drehmoment, Leistung	5	5.7 Relativer Oberflächenfaktor (Zahnfuß) $Y_{R \text{ rel } T}$	23
3.3 Dynamikfaktor K_v	5	5.8 Größenfaktor (Zahnfuß) Y_X	23
3.4 Breitenfaktoren $K_{H\beta}, K_{F\beta}$	6	5.9 Lebensdauerfaktor (Zahnfuß) Y_{NT}	25
3.5 Stirnfaktoren $K_{H\alpha}, K_{F\alpha}$	7	5.10 Mindest-Zahnbruchsicherheit	26
4 Berechnung der Grübchentragfähigkeit	10	Anhang A Anhaltswerte für den Anwendungsfaktor K_A	27
4.1 Grundgleichungen	10	Anhang B Rechenbeispiele	29
4.2 Einzeleingriffsfaktoren Z_B und Z_D	11	Anhang C Tragbildkontrolle (Eingriffsgenauigkeit)	33
4.3 Zonenfaktor Z_H	11	Anhang D Geometriegrößen	34
4.4 Elastizitätsfaktor Z_E	12	Anhang E Besonderheiten der Tragfähigkeitsberechnung für einfache Planetengetriebe	36
4.5 Überdeckungsfaktor (Flanke) Z_e	12		
4.6 Schrägenfaktor (Flanke) Z_β	12		
4.7 Dauerfestigkeit für Flankenpressung $\sigma_{H \text{ lim}}$	13		

Fortsetzung Seite 2 bis 39

Normenausschuß Antriebstechnik (NAN) im DIN Deutsches Institut für Normung e. V.



Documents

Document Sharing Hub

1 Anwendungsbereich und Zweck

1.1 Tragfähigkeitsgrenzen

Die vorliegende Norm enthält Verfahren zur Berechnung der Grübchen- und der Zahnfußtragfähigkeit. Die Freßtragfähigkeit (Warmfressen) ist ohne Einschränkung nach DIN 3990 Teil 4 zu berechnen. — Bei Umfangsgeschwindigkeit $v < 1 \text{ m/s}$ ist für die Tragfähigkeit häufig Gleitverschleiß maßgebend. Angaben zur Berechnung siehe [1], [2], [3], [4], [5].

1.2 Drehzahl- und Geschwindigkeitsbereich

Die vorliegende Norm gilt für Getriebe mit Drehzahlen $n \leq 3600 \text{ min}^{-1}$ (Synchrondrehzahl bei 60 Hz Netzfrequenz) und unterkritischen Drehzahlbereich (siehe K_v , Abschnitt 3.3). $v < 1 \text{ m/s}$ siehe Abschnitt 1.1.

1.3 Getriebe und Verzahnungen

a) Getriebearten

Die vorliegende Norm gilt für Getriebe mit Außen- und Innenverzahnung, für Stirnräder mit Gerad-, Schräg- oder Doppel-Schrägverzahnung. — Bei Doppel-Schrägverzahnung wird angenommen, daß sich die Gesamt-Umfangskraft gleichmäßig auf beide Schrägen aufteilt. Trifft dies — zum Beispiel infolge von außen eingeleiteter Axialkräfte — nicht zu, so ist dies zu berücksichtigen. Beide Schrägen werden wie zwei parallel angeordnete Schrägstirnräder behandelt.

b) Verzahnungsgenauigkeit

Verzahnungsqualität 6 nach DIN 3961 (5 nach ISO 1328 – 1975) oder gröber (betrifft K_v , $K_{H\alpha}$). Nachweis der Eingriffsgenauigkeit (accuracy of meshing) siehe Anhang C.

c) Profilüberdeckung der Ersatzverzahnung

Die vorliegende Norm gilt für Evolventenverzahnungen mit $1,2 < \varepsilon_{\alpha n} < 1,9$ (betrifft K_v , $K_{H\beta}$, $K_{F\beta}$, $K_{H\alpha}$, $K_{F\alpha}$ wegen $c_\gamma = 20 \text{ N/(mm} \cdot \mu\text{m)}$ bei Geradverzahnung; bei kleineren $\varepsilon_{\alpha n}$ werden c_γ und die o. a. Faktoren kleiner als nach dieser Norm). (Y_e gilt für $\varepsilon_{\alpha n} < 1,9$, da nur hierbei ein einziger äußerer Einzeleingriffsfaktor existiert).

d) Bereich des Schrägungswinkels

Schrägungswinkel $\beta \leq 30^\circ$ (betrifft K_v , $K_{H\beta}$ wegen c').

e) Bezugsprofile

Die vorliegende Norm gilt für Bezugsprofile (Eingriffswinkel, Profilhöhen, Fußrundung) nach DIN 867, ISO 53 – 1974 oder entsprechende Protuberanzprofile, $\alpha_n = 20^\circ$ (betrifft Z_H , $Y_{FS} = Y_{Fa} \cdot Y_{Sa}$ wegen Zahnprofil sowie K_v , $K_{H\beta}$, $K_{F\beta}$, $K_{H\alpha}$, $K_{F\alpha}$, wegen c' und c_γ).

Profilmaße (betrifft $Y_{FS} = Y_{Fa} \cdot Y_{Sa}$, Y_{Sa}):

α_n	h_{ap}/m_n	h_{fp}/m_n 1)	q_{fp}/m_n 1)	
20°	1	1,25	0,25	Normalprofil
20°	1	1,25	0,375	Normalprofil
20°	1	1,40	0,4	Protuberanzprofil

Für die angegebenen Bezugsprofile sind Diagramme für Y_{FS} und Y_{Sa} in der vorliegenden Norm enthalten. Die Norm

1) Praktisch kann $h_{fp} = h_{ap0}$ und $q_{fp} = q_{ap0}$ angenommen werden. h_{ap0} und q_{ap0} sind Größen des Werkzeug-Bezugsprofils. Einflüsse von Flankenspiel und Schleifzugabe werden nicht berücksichtigt.

gilt auch für andere Bezugsprofile, sofern die sonstigen Voraussetzungen zutreffen. Y_{FS} und Y_{Sa} sind dann nach den hierfür gültigen Gleichungen zu berechnen.

f) Korrekturen

Die vorliegende Norm gilt für Verzahnungen mit oder ohne Profil- und Flankenlinienkorrekturen. Diese Korrekturen sind jedoch nur bei Verzahnungsqualität 6 und 7 nach DIN 3961 (5 und 6 nach ISO 1328 – 1975) zu berücksichtigen (betrifft K_v , $K_{H\alpha}$, $K_{B\gamma}$).

1.4 Konstruktion

Die vorliegende Norm gilt unter der Voraussetzung, daß Radkörper, Wellen-Naben-Verbindungen, Wellen, Lager, Gehäuse, Verschraubungen, Fundamente, Anschlußkupplungen bezüglich Genauigkeit, Tragfähigkeit und Steifigkeit den Anforderungen entsprechen, die für die Tragfähigkeitsberechnung der Zahnräder zugrunde gelegt sind.

Die vorliegende Norm gilt für Radpaare, bei denen die Gesamt-Umfangskraft durch **einen** Zahneingriff übertragen wird. Besonderheiten der Getriebe mit Leistungsverzweigung (Mehrweggetriebe, Planetengetriebe, Kammwalzengetriebe) siehe DIN 3990 Teil 1, vergleiche auch Fußnote 12. Besonderheiten einfacher Planetengetriebe siehe Anhang E.

a) Ritzel und Ritzelwelle

Vollscheibenritzel oder schwere Zahnkranzkörper aus Stahl (betrifft K_v , $K_{H\beta}$); Vollwelle oder Hohlwelle mit $d_{shi}/d_{sh} < 0,5$ (betrifft f_{sh} , $K_{H\beta}$). Anordnung des Ritzels zwischen den Lagern $s/l < 0,3$ (betrifft $K_{H\beta}$).

b) Radkörper, Zahnkranz

Vollscheibenräder oder schwere Zahnkranzkörper aus Stahl (vergleiche DIN 3990 Teil 1, Ausgabe Dezember 1987, Abschnitt 5.4, Fußnote 8).

1.5 Zahnradwerkstoffe

Die vorliegende Norm gilt für Stahlwerkstoffe, Kugelgraphitguß, Grauguß (betrifft Z_E , $\sigma_{H \text{ lim}}$, σ_{FE} ; bei der Bestimmung von K_v , $K_{H\beta}$, $K_{F\beta}$, $K_{H\alpha}$, $K_{F\alpha}$ wird vereinfachend mit c' , c_γ für Stahl gerechnet).

1.6 Schmierung

Die vorliegende Norm gilt in erster Linie für ölgeschmierte Getriebe. Sie kann näherungsweise auch für (langsamlaufende) fettgeschmierte Getriebe verwendet werden. Der Schmierstoff wird vom Getriebehersteller angegeben oder mit ihm vereinbart. Das Berechnungsverfahren basiert auf der Voraussetzung, daß im Zahneingriff zu jeder Zeit des Betriebes Schmierstoff in ausreichender Menge, den Betriebsbedingungen entsprechender Viskosität und in der angegebenen oder vereinbarten Qualität (Saubereit, Freßkraftstufe, ...) zur Verfügung steht. Die Kühlung muß so intensiv sein, daß die der Berechnung zugrunde gelegte Temperatur nicht überschritten wird (betrifft Einfluß der Schmierfilmbildung, Z_L , Z_v , Z_R).

Hinweise zur Wahl von Schmierstoffen und Schmierstoffversorgung siehe [1], [4] und [6].

1.7 Sicherheitsfaktoren

Beim Ansatz der Sicherheitsfaktoren nach Abschnitt 4.1.4 und Abschnitt 5.1.4 ist zu beachten, daß die Festigkeitswerte nach DIN 3990 Teil 5 für 1% Schadenswahrscheinlichkeit gelten.

Die in Abschnitt 4.12 und Abschnitt 5.10 angegebenen Mindestwerte sind nur ausreichend, wenn alle Einflußgrößen für die Berechnung sicher bekannt sind und im Betrieb eingehalten werden, zum Beispiel Belastung, Werkstoffqualität, Fertigungsqualität, Montagegenauigkeit, Aufstellung (Fundament), Anschlüsse an Antriebs- und Arbeitsmaschine, Schmierung, Wartung, Sicherheits- und Kontrolleinrichtungen.

Höhere Sicherheitsfaktoren sind erforderlich, wenn diese Einflußgrößen nicht sicher bekannt sind, ferner in kritischen Anwendungsfällen, d. h. insbesondere bei hohem Schadensrisiko (zum Beispiel wenn ein Schaden Menschenleben gefährden oder langdauernden Stillstand von Anlagen verursachen würde). – Zahnbruch bedingt oft ein größeres Schadensrisiko als Grübchen. Deshalb ist S_F im allgemeinen größer zu wählen als S_H .

Es wird empfohlen, die Sicherheitsfaktoren zwischen Anwender und Hersteller zu vereinbaren.

1.8 Eingangsgrößen

Für die Nachrechnung müssen mindestens folgende Eingangsgrößen bekannt sein oder berechnet werden:

Zahnradaten $z_1, z_2, m_n, a, b, (b_B, B), x_1, x_2, \beta, d_{a1}, d_{a2}^{2)}, (\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta)$; Bezugsprofil der Verzahnung.

Daten für Konstruktion und Herstellung: Werkstoff, Härte, Wärmebehandlung, Werkstoffqualität, Verzahnungsqualität, Flankenlinienkorrektur (Breitenballigkeit, Endrücknahme), Lage der Zahnräder zu den Lagern, Maße der Ritzelwelle; Schmierstoff.

Leistungsdaten: P bzw. T bzw. F_t, n_1, v ; An- und Abtriebsmaschine, möglichst Lastkollektiv.

Geometriedaten: siehe DIN 3960 oder Anhang D.

2 Zeichen, Benennungen und Einheiten

Gesamtübersicht siehe DIN 3990 Teil 1.

a	Achsabstand ³⁾	mm
b	Zahnbreite (bei Doppel-Schrägverzahnung = $2 b_B$) ⁴⁾	mm
b_{cal}	Rechnerische Zahnbreite	mm
b_B	Zahnbreite einer Pfeilhälfte	mm
c_p	Kopfspeil zwischen Bezugsprofil und Gegenprofil	mm
c_γ	Mittlere Gesamt-Zahnfedersteifigkeit je Einheit Zahnbreite (kurz: Eingriffsfedersteifigkeit)	N/(mm · μ m)
c'	Größtwer der Einzel-Zahnfedersteifigkeit (eines Zahnpaars) je Einheit Zahnbreite (kurz: Einzelfedersteifigkeit)	N/(mm · μ m)
$d_{1,2}$	Teilkreisdurchmesser von Ritzel, Rad	mm
$d_{a1,2}$	Kopfkreisdurchmesser von Ritzel, Rad	mm
$d_{b1,2}$	Grundkreisdurchmesser von Ritzel, Rad	mm
$d_{f1,2}$	Fußkreisdurchmesser von Ritzel, Rad	mm
d_{sh}	Wellendurchmesser	mm
d_{shi}	Hohlwellen-Innendurchmesser	mm
f_{ma}	Herstellabweichung (Ergebnis der Akkumulierung von Flankenlinien-Herstellabweichungen)	μ m
f_{sh}	Flankenlinienabweichung infolge Wellen- und Ritzelverformung	μ m
f_F	Lastkorrekturfaktor	—

²⁾ Ein eventueller Kopfkantenbruch wird vernachlässigt. Siehe Fußnote 16).

³⁾ Für Außenradpaare sind a, u und z_2 positiv; für Innenradpaare sind a, u und z_2 negativ, z_1 positiv.

⁴⁾ Zahnbreite für die Berechnung des Breitenfaktors $K_{F\beta}$ siehe Abschnitt 3.4.3, der Grübchentragfähigkeit siehe Abschnitt 4.1.1, der Fußtragfähigkeit siehe Abschnitt 5.1.1.

$f_{H\beta}$	Flankenlinien-Winkelabweichung	μ m
$f_{H\beta 5}$	Flankenlinien-Winkelabweichung für DIN-Verzahnungsqualität 5	μ m
h	Zahnhöhe	mm
h_{aP}	Kopfhöhe des Stirnrad-Bezugsprofils	mm
h_{aPO}	Kopfhöhe des Werkzeug-Bezugsprofils	mm
h_{fP}	Fußhöhe des Stirnrad-Bezugsprofils	mm
h_{f2}	Zahnfußhöhe des Innenstirnrades	mm
h_{Fa}	Biegehebelarm für Fußbeanspruchung bei Kraftangriff am Zahnkopf	mm
i	Übersetzung	—
l	Lagerstützweite	mm
m_n	Normalmodul	mm
m_{red}	Auf die Eingriffslinie reduzierte Masse des Zahnradpaares je Einheit Zahnbreite	kg/mm
m_t	Stirnmodul	mm
$n_{1,2}$	Drehzahl des Ritzels, Rades	min ⁻¹
n_{E1}	Resonanzdrehzahl des Ritzels	min ⁻¹
p	Anzahl der Planeten	—
pr	Protuberanzbetrag am Werkzeug	mm
q	Fertigbearbeitungszugabe	mm
q_s	Kerbparameter (= $s_{Fn}/2 \cdot q_F$)	—
s	Abstand	mm
s_{pr}	Fußfreischnitt am Bezugsprofil (= $pr - q$)	mm
s_{Fn}	Zahnfußdickensehne im Berechnungsquerschnitt	mm
s_R	Dicke des Zahnkranzes unter dem Zahnfuß	mm
u	Zähnezahlverhältnis $ z_2/z_1 \geq 1$ ³⁾	—
v	Umfangsgeschwindigkeit (ohne Index: am Teilkreis)	m/s
x_1, x_2	Profilverschiebungsfaktor des Ritzels, Rades	—
y_β	Einlaufbetrag	μ m
z_n	Ersatzzähnezahl einer Schrägverzahnung	—
z_1, z_2	Zähnezahl des Ritzels, Rades ³⁾	—
A	Hilfswert zur Bestimmung von f_{sh}	mm · μ m/N
B	Gesamtbreite bei Doppel-Schrägverzahnung (= $b +$ Spaltbreite)	mm
E	Elastizitätsmodul, Young's Modul; Hilfsgröße	N/mm ² ; —
F_m	Für $K_{H\beta}$ maßgebende mittlere Umfangskraft am Teilkreis ($F_m = F_t \cdot K_A \cdot K_v$)	N
F_t	(Nenn-)Umfangskraft am Teilkreis	N
F_{tmax}	Maximale Umfangskraft des Lastkollektivs	N
F_β	Flankenlinien-Gesamtabweichung	μ m
$F_{\beta x}$	Ursprünglich (vor dem Einlaufen) wirksame Flankenlinienabweichung	μ m
$F_{\beta y}$	Nach dem Einlaufen wirksame Flankenlinienabweichung	μ m
G	Gleitmodul	N/mm ²
G	Hilfsgröße	—
H	Hilfsgröße	—
HB	Brinellhärte	—

HV 1	Vickershärte bei Belastung $F = 9,81 \text{ N}$	—	Z_{NT}	Lebensdauerfaktor (Flanke) für Standard-Bedingungen	—
HV 10	Vickershärte bei Belastung $F = 98,10 \text{ N}$	—	Z_R	Rauheitsfaktor für Grübchentragfähigkeit	—
K_v	Dynamikfaktor	—	Z_W	Werkstoffpaarungsfaktor	—
$K_{v\alpha}$	Dynamikfaktor für Geradverzahnung	—	Z_X	Größenfaktor (Flanke)	—
$K_{v\beta}$	Dynamikfaktor für Schrägverzahnung	—	Z_β	Schrägenfaktor (Flanke)	—
K_A	Anwendungsfaktor	—	Z_ϵ	Überdeckungsfaktor (Flanke)	—
$K_{F\alpha}$	Stirnfaktor (Fuß); berücksichtigt die Kraftaufteilung auf mehrere Zähne	—	α_n	Normaleingriffswinkel am Teilzylinder	°
$K_{F\beta}$	Breitenfaktor (Fuß); berücksichtigt die Kraftverteilung über die Zahnbreite	—	α_t	Stirneingriffswinkel am Teilzylinder	°
$K_{H\alpha}$	Stirnfaktor (Flanke); berücksichtigt die Kraftaufteilung auf mehrere Zähne	—	α_{wt}	Betriebseingriffswinkel	°
$K_{H\beta}$	Breitenfaktor (Flanke); berücksichtigt die Kraftverteilung über die Zahnbreite	—	α_{Fan}	Kraftangriffswinkel am Kopfzylinder der Ersatz-Geradverzahnung	°
K_Y	Aufteilungsfaktor; berücksichtigt die Aufteilung der Gesamt-Umfangskraft auf mehrere Zahneingriffe bei Leistungsverzweigung	—	β	Schrägungswinkel (ohne Index: am Teilzylinder)	°
K_1, K_2	Hilfswerte zur Bestimmung von K_v	—	β_b	Grundschrägungswinkel	°
K'	Konstante zur Berechnung von f_{sh}	—	ϵ_α	Profilüberdeckung	—
N_L	Lastspielzahl	—	$\epsilon_{\alpha n}$	Profilüberdeckung der Ersatz-Geradverzahnung	—
P	Nenn-Leistung	kW	ϵ_β	Sprungüberdeckung	—
P_{max}	Maximale Leistung des Lastkollektivs	kW	ϵ_γ	Gesamtüberdeckung	—
R_a	Arithmetischer Mittenrauhwert nach DIN 4768 Teil 1	μm	ν	Possion-Konstante	—
$R_{z,1,2}$	Gemittelte Rauhtiefe des Ritzels, des Rades, nach DIN 4768 Teil 1	μm	κ_β	Einlauffaktor bei Planetengetrieben	μm
S_F	Zahnbruchsicherheit	—	Q_{aPO}	Kopfkanten-Rundungsradius am Werkzeug-Bezugsprofil	mm
S_H	Grübchensicherheit	—	Q_{FP}	Fußrundungsradius am Stirnrad-Bezugsprofil	mm
T_{max}	Maximales Drehmoment des Lastkollektivs	Nm	Q_C	Ersatzkrümmungsradius im Wälzpunkt	mm
$T_{1,2}$	Nenn-Drehmoment des Ritzels, des Rades	Nm	Q_F	Fußrundungsradius am Berührungspunkt der 30°-Tangente	mm
T^*	Einleitung oder Abnahme des Drehmomentes	Nm	σ_B	Zugfestigkeit	N/mm ²
Y_{Fa}	Formfaktor für Kraftangriff am Zahnkopf	—	σ_F	Zahnfußspannung	N/mm ²
Y_{FS}	Kopffaktor	—	$\sigma_{F\lim}$	Zahnfuß-Dauerfestigkeit	N/mm ²
Y_{NT}	Lebensdauerfaktor (Fuß) für Standard-Bedingungen	—	σ_{FE}	Zahnfuß-Grundfestigkeit	N/mm ²
$Y_{R\text{rel}T}$	Relativer Oberflächenfaktor	—	σ_{FG}	Zahnfuß-Grenzfestigkeit	N/mm ²
Y_S	Spannungskorrekturfaktor für Kraftangriff im äußeren Einzeleingriffspunkt	—	σ_{FP}	Zulässige Zahnfußspannung	N/mm ²
Y_{Sa}	Spannungskorrekturfaktor für Kraftangriff am Zahnkopf	—	σ_{FO}	Zahnfuß-Nennspannung	N/mm ²
Y_{ST}	Spannungskorrekturfaktor für die Abmessungen der Standard-Referenz-Prüfräder ($Y_{ST} = 2,0$)	—	σ_H	Flankenpressung	N/mm ²
Y_X	Größenfaktor (Fuß)	—	$\sigma_{H\lim}$	Grübchen-Dauerfestigkeit	N/mm ²
Y_β	Schrägenfaktor (Fuß)	—	σ_{HB}	Flankenpressung im inneren Einzeleingriffspunkt	N/mm ²
$Y_{\delta\text{rel}T}$	Relative Stützziffer, bezogen auf das Standard-Referenz-Prüfrad (in der vorliegenden Norm nur für statische Festigkeit)	—	σ_{HC}	Flankenpressung im Wälzpunkt	N/mm ²
Y_ϵ	Überdeckungsfaktor (Fuß)	—	σ_{HG}	Grübchen-Grenzfestigkeit	N/mm ²
Z_v	Geschwindigkeitsfaktor	—	σ_{HP}	Zulässige Flankenpressung	N/mm ²
$Z_{B,D}$	Einzeleingriffsfaktoren	—	σ_{H0}	Nominelle Flankenpressung	N/mm ²
Z_E	Elastizitätsfaktor	$\sqrt{\text{N/mm}^2}$	σ_S	Streckgrenze	N/mm ²
Z_H	Zonenfaktor	—	$\sigma_{0,2}$	Spannung bei 0,2% bleibender Dehnung	N/mm ²
Z_L	Schmierstofffaktor	—	ϑ	Hilfsgröße	—
			$\omega_{1,2}$	Winkelgeschwindigkeit des Ritzels, Rades	rad/s

³⁾ Siehe Seite 3

3 Allgemeine Einflußfaktoren

3.1 Reihenfolge der Kraftfaktoren

Die Faktoren K_v , $K_{H\beta}$ oder $K_{F\beta}$ und $K_{H\alpha}$ oder $K_{F\alpha}$ hängen von der maßgebenden Umfangskraft und damit auch voneinander ab. Sie müssen nacheinander wie folgt berechnet werden:

- K_v mit der maßgebenden äußeren Umfangskraft $F_t \cdot K_A$ (äquivalente Umfangskraft), bei Leistungsverzweigung mit $F_t \cdot K_A \cdot K_Y$. Siehe Fußnote 12 in Abschnitt 4.1 und 5.1.
- $K_{H\beta}$ oder $K_{F\beta}$ mit der Kraft $F_t \cdot K_A \cdot K_v$,
- $K_{H\alpha}$ oder $K_{F\alpha}$ mit der Kraft $F_t \cdot K_A$ (siehe Abschnitt 3.5).



3.2 Umfangskraft, Drehmoment, Leistung

Beim Ansatz der auf die Verzahnung wirkenden Kräfte muß man sämtliche in das Getriebe eingeleiteten Kräfte berücksichtigen.

Bei Mehrweggetrieben verteilt sich die Gesamt-Umfangskraft nicht ganz gleichmäßig auf die einzelnen Leistungswege (abhängig von Konstruktion, Umfangsgeschwindigkeit und Fertigungsgenauigkeit). Siehe auch Fußnote 12 in Abschnitt 4.1 und 5.1.

3.2.1 Nenn-Umfangskraft F_t , Nenn-Drehmoment T , Nenn-Leistung P

Die Nenn-Umfangskraft wird im Stirnschnitt am Teilzylinder berechnet.

$$F_t = \frac{2000 \cdot T_{1,2}}{d_{1,2}} = \frac{19\,098 \cdot 1000 \cdot P}{d_{1,2} \cdot n_{1,2}} = \frac{1000 \cdot P}{v} \quad (3.01)$$

$$T_{1,2} = \frac{F_t \cdot d_{1,2}}{2000} = \frac{P \cdot 1000}{\omega_{1,2}} = \frac{P \cdot 9549}{n_{1,2}} \quad (3.02)$$

$$P = \frac{F_t \cdot v}{1000} = \frac{T_{1,2} \cdot \omega_{1,2}}{1000} = \frac{T_{1,2} \cdot n_{1,2}}{9549} \quad (3.03)$$

3.2.2 Äquivalente Umfangskraft, äquivalentes Drehmoment, äquivalente Leistung

Dies ist entsprechend DIN 3990 Teil 1 ein konstanter Zahlenwert, der von einem Lastkollektiv abgeleitet ist. Es wird angenommen, daß dieser mit Hilfe einer Schadensakkumulations-Hypothese, zum Beispiel der Palmgren-Miner-Regel, gewonnene Wert dieselbe Lebensdauer (oder dieselbe Sicherheit gegenüber der Zeit- oder Dauerfestigkeit) der Zahnräder bewirkt wie der tatsächliche Lastverlauf.

3.2.3 Maximale Umfangskraft $F_{t\max}$, maximales Drehmoment $T_{\max}$, maximale Leistung $P_{\max}$

$F_{t\max}$ ($T_{\max}$, $P_{\max}$) ist die maximale Umfangskraft (Drehmoment, Leistung) aus dem Lastkollektiv.

Dieser Maximalwert kann mit einer Sicherheitskupplung begrenzt werden. Der Maximalwert ist erforderlich, um die statischen Sicherheiten gegen Grübchenschäden und Zahnbruch zu bestimmen.

Treten für eine begrenzte Anzahl von Lastwechseln hohe Drehmomente auf, wie zum Beispiel Anfahrmomente bei Elektromotoren, oder durch Kurzschluß im Generator, durch Bremsen oder ähnliches, muß unter Umständen auf plastische Verformung nachgerechnet werden.

3.2.4 Anwendungsfaktor K_A

Der Anwendungsfaktor K_A berücksichtigt die Zusatzkräfte, die von außen in das Getriebe eingeleitet werden. Diese Zusatzkräfte hängen ab von den Charakteristiken der treibenden und der getriebenen Maschine, den Massen und Federsteifigkeiten im An- und Abtriebsstrang (z.B. Wellen und Kupplungen) und den Betriebsbedingungen. Anhaltswerte siehe Anhang A.

K_A soll vorzugsweise aus einem genauen Lastkollektiv oder durch eine umfassende Systemanalyse aufgrund abgesicherter Betriebserfahrung in dem betreffenden Anwendungsfall gewonnen werden (Methode A).

Nur wenn diese Verfahren nicht zur Verfügung stehen, sind die Anhaltswerte für K_A nach Anhang A zu benutzen (Methode B).

Es wird empfohlen, den Anwendungsfaktor zwischen Anwender und Hersteller zu vereinbaren.

3.3 Dynamikfaktor K_v

Der Dynamikfaktor berücksichtigt nach DIN 3990 Teil 1 die inneren dynamischen Zusatzkräfte.

In der vorliegenden Norm wird Methode C verwendet.

3.3.1 Anwendungsbereich, Annahmen

a) Anwendungsbereich

Methode C gilt für den unterkritischen Drehzahlbereich, das heißt für

$$z_1 \cdot v / 100 \cdot \sqrt{u^2 / (1 + u^2)} < 10 \text{ m/s} \quad (3.04)$$

Diese Beziehung gilt für Vollscheibenräder oder schwere Zahnkranzkörper aus Stahl; hierbei rechnet man auf der sicheren Seite.

b) Annahmen

Die Berechnung beruht nach DIN 3990 Teil 1 auf der Annahme, daß jedes Radpaar ein einziges, elementares Massen- und Federsystem bildet; das heißt, daß die Verdrehsteifigkeiten der Wellen relativ klein sind. Vorgehensweise bei sehr steifen Wellen siehe DIN 3990 Teil 1, Ausgabe Dezember 1987, Abschnitte 5.3.2 und 5.3.8 b).

Für die Berechnung von K_v ist als Linienbelastung der größere Wert von $F_t \cdot K_A / b$ oder 100 N/mm einzusetzen. Bei kleinen Linienbelastungen nimmt die Zahnfedersteifigkeit mit der Belastung ab. Dadurch kann sich auch die Resonanzdrehzahl verlagern. Bei der Tragfähigkeitsberechnung kann dieser Effekt unberücksichtigt bleiben, da die absoluten Beanspruchungen in diesen Fällen gering sind. — Zahnräder mit Linienbelastung unter $F_t \cdot K_A / b = 50 \text{ N/mm}$ sind besonders schwingungsgefährdet (eventuell Abheben der Zahnflanken), insbesondere bei höheren Geschwindigkeiten und größeren Verzahnungsqualitäten (das heißt wenn die Verzahnungsabweichungen im Vergleich zur Verformung groß sind).

3.3.2 Bestimmung von K_v für Geradverzahnung und Schrägverzahnung mit $\varepsilon_\beta \geq 1$

$$K_v = 1 + \left(\frac{K_1}{K_A \cdot \frac{F_t}{b}} + K_2 \right) \cdot \frac{z_1 \cdot v}{100} \cdot \sqrt{\frac{u^2}{1 + u^2}} \quad (3.05)$$

mit K_1 und K_2 nach Tabelle 3.1.

Tabelle 3.1 Werte der Faktoren K_1 und K_2 für die Berechnung von K_v nach Methode C, Gleichung (3.05) (nach DIN 3990 Teil 1, Ausgabe Dezember 1987, Tabelle 5.3)

		K_1 Verzahnungsqualität nach DIN 3962 Teil 1 bis Teil 3 und ISO 1328 – 1975								K_2 alle Verzahnungs- qualitäten
		5	6	7	8	9	10	11	12	
DIN	Geradverzahnung	—	9,6	15,3	24,5	34,5	53,6	76,6	122,5	0,0193
	Schrägverzahnung	—	8,5	13,6	21,8	30,7	47,7	68,2	109,1	0,0087
ISO	Geradverzahnung	7,5	14,9	26,8	39,1	52,8	76,6	102,6	146,3	0,0193
	Schrägverzahnung	6,7	13,3	23,9	34,8	47,0	68,2	91,4	130,3	0,0087

3.3.3 Bestimmung von K_v für Schrägverzahnung mit $\varepsilon_\beta < 1$

Man ermittelt $K_{v\alpha}$ für Geradverzahnung und $K_{v\beta}$ für Schrägverzahnung getrennt nach Gleichung (3.05) und berechnet damit K_v durch lineare Interpolation:

$$K_v = K_{v\alpha} - \varepsilon_\beta \cdot (K_{v\alpha} - K_{v\beta}) \quad (3.06)$$

3.4 Breitenfaktoren $K_{H\beta}$, $K_{F\beta}$

Die Breitenfaktoren berücksichtigen nach DIN 3990 Teil 1 die Auswirkung ungleichmäßiger Lastverteilung über die Zahnbreite auf die Flankenpressung ($K_{H\beta}$) und die Zahnfußbeanspruchung ($K_{F\beta}$).

In der vorliegenden Norm wird Methode C 2 verwendet.

3.4.1 Voraussetzungen, Annahmen

Methode C 2 berücksichtigt die elastischen Verformungen der Ritzelwelle, ferner Flankenlinienabweichungen, bedingt durch Herstellabweichungen der Verzahnungen und der Gehäusebohrungen sowie Flankenlinienkorrekturen.

Eine genauere Analyse entsprechend DIN 3990 Teil 1 wird empfohlen, wenn die Konstruktion von der in Abschnitt 1 beschriebenen abweicht oder die folgenden Faktoren einen wesentlichen Einfluß auf die Lastverteilung über die Zahnbreite haben:

- Elastische Verformungen aus äußeren Kräften (zum Beispiel durch Riemen, Ketten, Kupplungen).
- Elastische Verformungen von Rad und Radwelle.
- Elastische Verformungen und Herstellabweichungen des Gehäuses.
- Lagerspiele und Lagerverformungen (Lager mit größerem Spiel können stark zur Flankenlinienabweichung $F_{\beta x}$ beitragen).
- für Konstruktionen und Grenzwerte außerhalb der in Bild 3.2 aufgeführten Fälle.
- Herstellabweichungen, die eine genauere Analyse erfordern.

Es wird empfohlen, das Kontakttragbild bei Betriebslage und – in kritischen Fällen – auch das Tragbild unter Last zu kontrollieren. – Hinweise hierzu siehe Anhang C.

Linienbelastung für die Berechnung von $K_{H\beta}$, $K_{F\beta}$: $F_t/b \cdot K_A \geq 100 \text{ N/mm}$. (Mit dem Mindestwert wird berücksichtigt, daß die Zahnfedersteifigkeit bei kleinen Belastungen mit der Belastung abnimmt). (**Achtung: Verformung f_{sh} mit der wirklichen Belastung berechnen!**)

Anmerkung: $K_{H\beta}$ -Werte > 2 nach dieser Näherungsrechnung liegen meist erheblich über den tatsächlichen Werten, d.h. auf der sicheren Seite. Eventuell genauere Berechnungsmethode nach DIN 3990 Teil 1 anwenden. – Bei hoch beanspruchten Radpaaren sollte man aber bei $K_{H\beta}$ -Werten oberhalb etwa 1,5 die Konstruktion überprüfen (Wellen steifer ausführen oder ähnliches), um eine Reduzierung der $K_{H\beta}$ -Werte zu erreichen. (Dieser Hinweis gilt nicht, wenn hohe $K_{H\beta}$ -Werte nicht stören und es nicht sinnvoll ist, die Maße zu ändern.)

3.4.2 Für die Berechnung von $K_{H\beta}$, $K_{F\beta}$ benötigte Kennwerte**3.4.2.1 Maßgebende mittlere Linienbelastung F_m/b**

$$F_m/b = F_t/b \cdot K_A \cdot K_v \quad (3.07)$$

mit $F_t/b \cdot K_A \geq 100 \text{ N/mm}$ (vergleiche Abschnitt 3.4.1).

3.4.2.2 Nach dem Einlaufen wirksame Flankenlinienabweichung $F_{\beta y}$

$$F_{\beta y} = F_{\beta x} - y_\beta \quad (3.08)$$

3.4.2.3 Ursprünglich wirksame Flankenlinienabweichung $F_{\beta x}$ (vor dem Einlaufen)

$$F_{\beta x} = |1,33 f_{sh} \pm f_{ma}| \quad (3.09)$$

$$F_{\beta x} \geq F_{\beta x \min}$$

Das negative Vorzeichen in Gleichung (3.09) gilt nur für Radpaare mit Nachweis einer günstigen Lage des Kontakttragbildes nach Bild 3.1 (zum Beispiel durch Anpassen der Verzahnung oder Einstellen der Lager).

In diesem Fall kann f_{ma} in Gleichung (3.09) ersetzt werden durch $f_{H\beta 5}$, zulässige Flankenlinien-Winkelabweichung ⁶⁾ bei Verzahnungsqualität 5 nach DIN 3962 Teil 2.

Zur Größe des Tragbildes siehe Anhang C.

Bei Doppel-Schrägverzahnung ist nachzuprüfen, ob sich für die geringer verformte Ritzelhälfte in diesem Fall ein größerer Wert $F_{\beta x}$ ergibt.

Radpaare mit optimalem Lasttragbild (zum Beispiel durch Korrekturschliff und einstellbare Lager, bei Doppel-Schrägverzahnung für beide Pfeilhälften):

$$F_{\beta x} = F_{\beta x \min} \quad (3.10)$$

Hierin ist $F_{\beta x \min}$ der größere Wert von $(0,005 \text{ mm } \mu\text{m/N}) \cdot F_m/b$ oder $0,5 \cdot f_{H\beta}$ ⁶⁾

3.4.2.4 Flankenlinien-Herstellabweichung f_{ma}

Es ist zweckmäßig, durch Kontakttragbild-Prüfung im Gehäuse zu kontrollieren, ob die folgenden Ansätze für f_{ma} gerechtfertigt sind. Hinweise hierzu siehe Anhang C.

- Radpaare ohne Flankenlinien-Korrektur oder Anpassungsmaßnahmen:

$$f_{ma} = f_{H\beta} \quad (3.11)$$

- Radpaare mit Anpassungsmaßnahmen (Einlappen, Einlaufen bei geringer Last oder entsprechend eingestellte Lager oder entsprechende Flankenlinien-Winkelkorrektur) ⁸⁾ und Radpaare mit sinnvoll ⁷⁾ gewählter Breitenballigkeit:

$$f_{ma} = 0,5 f_{H\beta} \quad (3.12)$$

- Radpaare mit sinnvoll ⁷⁾ gewählter Endrücknahme:

$$f_{ma} = 0,7 f_{H\beta} \quad (3.13)$$

3.4.2.5 Flankenlinienabweichung durch elastische Verformung f_{sh} (für Radpaare mit oder ohne Tragbildvorschrift)

Für Gerad- und Einfach-Schrägverzahnung:

$$f_{sh} = \frac{F_m}{b} \cdot A \cdot \left[\left| 1 + K' \frac{l \cdot s}{d_1^2} \left(\frac{d_1}{d_{sh}} \right)^4 - 0,3 \right| + 0,3 \right] \left(\frac{b}{d_1} \right)^2 \quad (3.14)$$

Für Doppel-Schrägverzahnung (Berechnung für die Pfeilhälfte, an der das Drehmoment eingeleitet wird):

$$f_{sh} = \frac{F_m}{b} \cdot 2 \cdot A \cdot \left[\left| 1,5 + K' \frac{l \cdot s}{d_1^2} \left(\frac{d_1}{d_{sh}} \right)^4 - 0,3 \right| + 0,3 \right] \left(\frac{b_B}{d_1} \right)^2 \quad (3.15)$$

⁵⁾ Die Auswirkungen von Anpassungsmaßnahmen (Lappen oder Einlaufen bei geringer Last), Breitenballigkeit oder Endrücknahme werden in f_{ma} berücksichtigt bzw. über die Lage des Kontakttragbildes.

⁶⁾ $f_{H\beta}$ zulässige Flankenlinien-Winkelabweichung eines Rades des Radpaares nach DIN 3962 Teil 2 (größerer Wert von Ritzel oder Rad).

⁷⁾ Anhaltswerte siehe DIN 3990 Teil 1, Ausgabe Dezember 1987, Anhang D.

⁸⁾ Siehe Abschnitt 1,3 f).

F_m/b maßgebende mittlere Linienlast; $b = 2 b_B$; b_B Zahnbreite einer Pfeilhälfte; mit A nach Tabelle 3.2.

K' , l und s entsprechend der Lage des Ritzels zu den Lagern und Stützwirkung des Ritzelkörpers nach Bild 3.2.

Tabelle 3.2. **Hilfswert A** in mm · $\mu\text{m}/\text{N}$

ohne Breitenballigkeit oder Endrücknahme	mit sinnvoll ⁷⁾ gewählter Breitenballigkeit	mit sinnvoll ⁷⁾ gewählter Endrücknahme
0,023	0,012	0,016
⁷⁾ Anhaltswerte siehe DIN 3990 Teil 1, Ausgabe Dezember 1987, Anhang D.		

3.4.2.6 Einlaufbetrag y_β

y_β ist der Betrag, um den die ursprünglich wirksame Flankenlinienabweichung durch Einlaufen ab Betriebsbeginn vermindert wird, vergleiche DIN 3990 Teil 1, Ausgabe Dezember 1987, Abschnitt 6.4.2.

Für Baustahl, Vergütungsstahl und perlitisches oder bainitisches Gußeisen mit Kugelgraphit:

$$y_\beta = \frac{320}{\sigma_{H \text{ lim}}} \cdot F_{\beta x} \quad (3.16)$$

für $v \leq 5 \text{ m/s}$: ohne Einschränkung

für $5 \text{ m/s} < v \leq 10 \text{ m/s}$: $y_\beta \leq 25 \text{ } 600/\sigma_{H \text{ lim}}$

für $v > 10 \text{ m/s}$: $y_\beta \leq 12 \text{ } 800/\sigma_{H \text{ lim}}$

Für Grauguß und ferritisches Gußeisen mit Kugelgraphit:

$$y_\beta = 0,55 \cdot F_{\beta x} \quad (3.17)$$

für $v \leq 5 \text{ m/s}$: ohne Einschränkung

für $5 \text{ m/s} < v \leq 10 \text{ m/s}$: $y_\beta \leq 45 \text{ } \mu\text{m}$

für $v > 10 \text{ m/s}$: $y_\beta \leq 22 \text{ } \mu\text{m}$

Für einsatzgehärteten, randschichtgehärteten, nitrierten oder nitrokarburierten Stahl sowie randschichtgehärtetes Gußeisen mit Kugelgraphit:

$$y_\beta = 0,15 \cdot F_{\beta x} \quad (3.18)$$

für alle Geschwindigkeiten mit der Einschränkung: $y_\beta \leq 6 \text{ } \mu\text{m}$.

Mit $F_{\beta x}$ nach Gleichung (3.09) bzw. (3.10) und $\sigma_{H \text{ lim}}$ nach DIN 3990 Teil 5.

$$\text{Für unterschiedliche Werkstoffe: } y_\beta = \frac{y_{\beta 1} + y_{\beta 2}}{2} \quad (3.19)$$

mit $y_{\beta 1}$ für den Ritzelwerkstoff und $y_{\beta 2}$ für den Radwerkstoff.

3.4.3 Berechnung von $K_{H\beta}$ und $K_{F\beta}$

3.4.3.1 Breitenfaktor (Flanke) $K_{H\beta}$

Mittlere Linienbelastung F_m/b siehe Gleichung (3.07); wirk-same Flankenlinienabweichung $F_{\beta y}$ nach Gleichung (3.08).

$$K_{H\beta} = 1 + \frac{c_y \cdot F_{\beta y}}{2 \cdot F_m/b}, \text{ wenn } K_{H\beta} \leq 2 \quad (3.20)$$

$$K_{H\beta} = \sqrt{\frac{2 \cdot c_y \cdot F_{\beta y}}{F_m/b}}, \text{ wenn } K_{H\beta} > 2 \quad (3.21)$$

b Zahnbreite (bei Doppel-Schrägverzahnung $b = 2 b_B$); dabei ist für b bzw. b_B der kleinere Wert von Ritzel oder Rad einzusetzen, und zwar die Breite im Fußkreis ohne Berücksichtigung sinnvoll ausgeführter Stirnkantenbrüche oder Stirnkantenrundungen.

Bei Methode C gilt: $c_y = 20 \text{ N}/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})$.

3.4.3.2 Breitenfaktor (Fuß) $K_{F\beta}$

$$K_{F\beta} = K_{H\beta} \frac{1}{1 + h/b + (h/b)^2} \quad (3.22)$$

Grenzbedingung: für $h/b > 1/3$ ist $h/b = 1/3$ einzusetzen.

b Zahnbreite (Definition siehe unter Gleichung (3.21) für $K_{H\beta}$); die Definition von Abschnitt 5.1.1 ist hier nicht gültig.

h Zahnhöhe; für h/b ist der größere Wert von h_1/b oder h_2/b einzusetzen.

3.5 Stirnfaktoren $K_{H\alpha}$, $K_{F\alpha}$

Die Stirnfaktoren berücksichtigen nach DIN 3990 Teil 1 die Auswirkung ungleichmäßiger Kraftaufteilung auf mehrere gleichzeitig im Eingriff befindliche Zahnpaare (z.B. aufgrund von Teilungsabweichungen) auf die Flankenpressung ($K_{H\omega}$) und die Zahnfußbeanspruchung ($K_{F\omega}$).

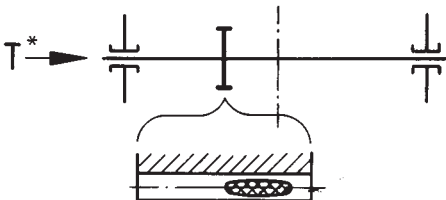
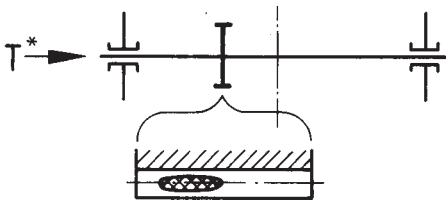
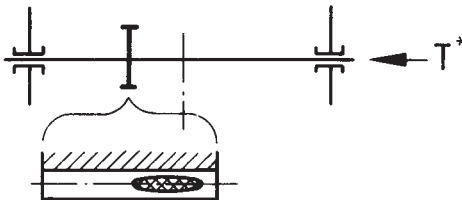
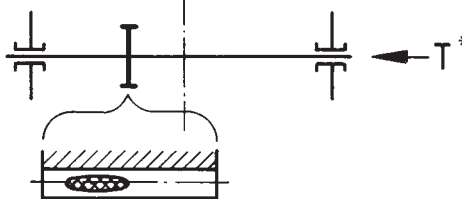
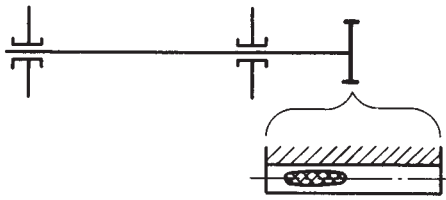
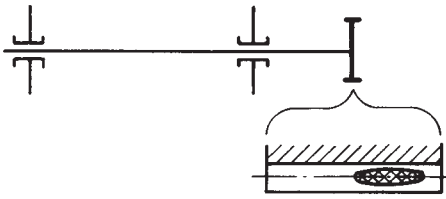
In der vorliegenden Norm wird Methode C verwendet.

$K_{H\alpha}$ und $K_{F\alpha}$ sind Tabelle 3.3 zu entnehmen.

Wenn $F_t/b \cdot K_A \cdot K_v \cdot K_{H\beta} < 350 \text{ N/mm}$, wird der tatsächliche Sicherheitsfaktor kleiner als der errechnete, da $K_{H\alpha}$ und $K_{F\alpha}$ größer sind als nach Tabelle 3.3. Wenn $F_t/b \cdot K_A \cdot K_v \cdot K_{H\beta} \geq 350 \text{ N/mm}$, rechnet man auf der sicheren Seite.

Bei der Paarung eines einsatz- oder randschichtgehärteten oder nitrierten oder nitrokarburierten Rades mit einem nicht gehärteten (oder nitrierten oder nitrokarburierten) Gegenrad ist der Mittelwert einzusetzen.

Bei unterschiedlicher Verzahnungsqualität von Ritzel und Rad ist von der gröberen auszugehen; üblicherweise sind $K_{H\alpha}$ und $K_{F\alpha}$ daher durch die Verzahnungsqualität des Rades bestimmt.

Bild	Lage des Kontakttragbildes	Bestimmung von $F_{\beta x}$ Vorzeichen von f_{ma} in Gleichung (3.09)
a)	Tragbild liegt zur Wellenmitte hin 	negativ (ausgleichender Effekt)
b)	Tragbild liegt von der Wellenmitte weg 	positiv (verstärkender Effekt)
c)	Tragbild liegt zur Wellenmitte hin 	positiv, wenn $ K' \cdot l \cdot s / d_1^2 \cdot (d_1 / d_{sh1})^4 \leq B^*$ (verstärkender Effekt) negativ, wenn $ K' \cdot l \cdot s / d_1^2 \cdot (d_1 / d_{sh1})^4 > B^*$ (ausgleichender Effekt) ⁹⁾
d)	Tragbild liegt von der Wellenmitte weg 	positiv, wenn $ K' \cdot l \cdot s / d_1^2 \cdot (d_1 / d_{sh1})^4 \geq B^* - 0,3$ (verstärkender Effekt) negativ, wenn $ K' \cdot l \cdot s / d_1^2 \cdot (d_1 / d_{sh1})^4 < B^* - 0,3$ (ausgleichender Effekt) ⁹⁾
e)	Tragbild liegt in Richtung der Lager 	positiv (verstärkender Effekt)
f)	Tragbild liegt von den Lagern entfernt 	negativ (ausgleichender Effekt)

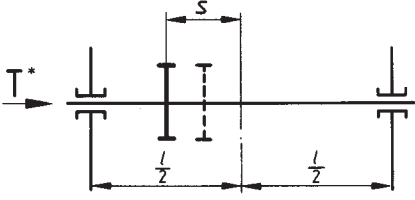
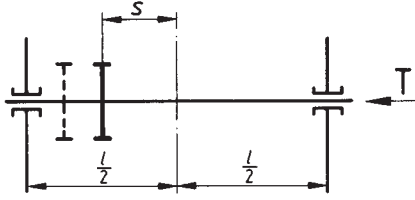
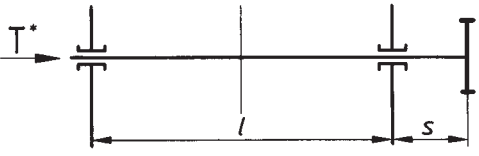
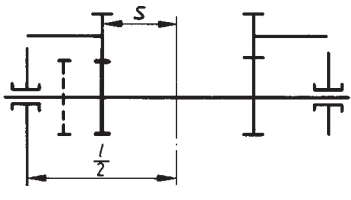
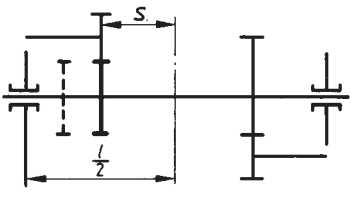
⁹⁾ $B^* = 1$ für Gerad- und Einfach-Schrägverzahnung; $B^* = 1,5$ für Doppel-Schrägverzahnung, wobei die höher belastete Pfeilhälfte dargestellt ist, an der das Drehmoment eingeleitet wird.

T^* Einleitung oder Abnahme des Drehmomentes, unabhängig von der Drehrichtung.

a) bis d) Welle unter üblichen Bedingungen, Ritzel zwischen zwei Lagern

e) und f) Welle mit „fliegend“ gelagertem Ritzel

Bild 3.1. Regeln zur Bestimmung von $F_{\beta x}$ in Abhängigkeit von der Lage des Kontakttragbildes
(nach DIN 3990 Teil 1, Ausgabe Dezember 1987, Bild 6.7)

Faktor K'		Bild	
mit Stützwirkung ¹⁰⁾	ohne		
0,48	0,8	a)	mit $s/l < 0,3$ ¹¹⁾ 
- 0,48	- 0,8	b)	mit $s/l < 0,3$ ¹¹⁾ 
1,33	1,33	c)	mit $s/l < 0,5$ 
- 0,36	- 0,6	d)	mit $s/l < 0,3$ ¹¹⁾ 
- 0,6	- 1,0	e)	mit $s/l < 0,3$ ¹¹⁾ 
¹⁰⁾ Mit der Stützwirkung ist bei aufgeschnittener Verzahnung zu rechnen, wenn $d_1/d_{sh} \geq 1,15$; ohne Stützwirkung bei $d_1/d_{sh} < 1,15$, ferner bei aufgestecktem Ritzel mit Paßfederverbindung oder ähnlichem; auch bei üblichen Schrumpfsitzen ist praktisch keine Stützwirkung zu erwarten. ¹¹⁾ Bei angepaßter Schrägungswinkelkorrektur entfällt die Bedingung $s/l < 0,3$.			

T^* Einleitung oder Abnahme des Drehmomentes, unabhängig von der Drehrichtung.

Gestrichelt: Weniger verformte Pfeilhälfte einer Doppel-Schrägverzahnung.

Bei mittig zwischen den Lagern angeordneter Doppel-Schrägverzahnung f_{sh} aus dem Spaltdurchmesser bestimmen.

Bild 3.2. Konstante K' zur Berechnung von f_{sh} nach Gleichung (3.14) und (3.15)
(nach DIN 3990 Teil 1, Ausgabe Dezember 1987, Bild 6.8)

Tabelle 3.3. **Stirnfaktoren** $K_{H\alpha}$, $K_{F\alpha}$ (nach DIN 3990 Teil 1, Ausgabe Dezember 1987, Tabelle 7.1)

Linienbelastung $F_t/b \cdot K_A$			> 100 N/mm						≤ 100 N/mm
Verzahnungsqualität nach DIN 3961 (nach ISO 1328 – 1975)			6 (5)	7 (6)	8 (7)	9 (8)	10 (9)	11 (10)	12 (11–12) 6 (5) und größer
Einsatz- oder randschicht- gehärtet, nitriert oder nitrokarburiert	Gerad- verzahnung	$K_{H\alpha}$	1,0	1,1	1,2	$1/Z_\varepsilon^2 \geq 1,2$			
		$K_{F\alpha}$				$1/Y_\varepsilon \geq 1,2$			
	Schräg- verzahnung	$K_{H\alpha}$	1,0	1,1 *)	1,2	1,4	$\varepsilon_\alpha/\cos^2\beta_b \geq 1,4$		
		$K_{F\alpha}$							
Nicht gehärtet, nicht nitriert oder nicht nitrokarburiert	Gerad- verzahnung	$K_{H\alpha}$	1,0	1,1	1,2	$1/Z_\varepsilon^2 \geq 1,2$			
		$K_{F\alpha}$				$1/Y_\varepsilon \geq 1,2$			
	Schräg- verzahnung	$K_{H\alpha}$	1,0	1,1	1,2	1,4	$\varepsilon_\alpha/\cos^2\beta_b \geq 1,4$		
		$K_{F\alpha}$							

*) Bei lastangepaßter Profilkorrektur $K_{H\alpha} = K_{F\alpha} = 1,0$

*) Bei lastangepaßter Profilkorrektur $K_{H\alpha} = K_{F\alpha} = 1,0$

4 Berechnung der Grübchentragsfähigkeit

4.1 Grundgleichungen

Die Berechnung der Grübchentragsfähigkeit basiert bei Geradverzahnung auf der Hertzschen Pressung im Wälzpunkt oder im inneren Einzeleingriffspunkt (der höhere Wert ist maßgebend), bei Schrägverzahnung mit $\varepsilon_\beta > 1$ stets auf der Hertzschen Pressung im Wälzpunkt (siehe auch Fußnote 14). Die Flankenpressung σ_H und die zulässige Flankenpressung σ_{HP} sind für Ritzel und Rad getrennt zu berechnen.

4.1.1 Auftretende Flankenpressung ¹²⁾

$$\sigma_H = Z_{B,D} \cdot \sigma_{H0} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_V \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}} \leq \sigma_{HP} \quad (4.01)$$

$$\text{mit } \sigma_{H0} = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_\beta \cdot \sqrt{\frac{F_t}{d_1 \cdot b} \cdot \frac{u+1}{u}} \quad (4.02)$$

Z_B gilt für das Ritzel, Z_D für das Rad.

Als Zahnbreite b bzw. b_B ist der kleinere Wert von Ritzel oder Rad einzusetzen, und zwar die Breite im Fußkreis ohne Berücksichtigung sinnvoll ausgeführter Stirnkantenbrüche oder Stirnkantenabrundungen. Bei randschichtgehärteten Zahnrädern bleiben ungehärtete Bereiche der Zahnbreite einschließlich der Übergangszone unberücksichtigt.

4.1.2 Zulässige Flankenpressung σ_{HP} für die Dauerfestigkeit und die statische Festigkeit

σ_{HP} ist für Ritzel und Rad getrennt zu berechnen.

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{H \lim} \cdot Z_{NT}}{S_{H \min}} \cdot (Z_L \cdot Z_V \cdot Z_R) \cdot Z_W \cdot Z_X = \frac{\sigma_{HG}}{S_{H \min}} \quad (4.03)$$

a) σ_{HP} für die Dauerfestigkeit

Man berechnet σ_{HP} mit Gleichung (4.03) mit $Z_{NT} = 1$ (Tabelle 4.3) und mit entsprechenden Faktoren für $(Z_L \cdot Z_V \cdot Z_R)$, Z_W , Z_X und $S_{H \min}$.

b) σ_{HP} für die statische Festigkeit

Man berechnet σ_{HP} mit Gleichung (4.03) mit den entsprechenden Faktoren für Z_{NT} , $(Z_L \cdot Z_V \cdot Z_R)$, Z_W , Z_X und $S_{H \min}$.

4.1.3 Zulässige Flankenpressung σ_{HP} für die Zeitfestigkeit

Man bestimmt σ_{HP} durch grafische oder rechnerische Interpolation zwischen den Werten nach Abschnitt 4.1.2 a) und b) für die betreffende Lastspielzahl N_L aus dem Verlauf der Wöhlerlinie. Siehe hierzu Lebensdauerfaktor, Abschnitt 4.11.

a) Grafische Bestimmung

Man berechnet σ_{HP} für die Dauerfestigkeit und die statische Festigkeit nach Abschnitt 4.1.2 a) und b) und zeichnet die Wöhlerlinie entsprechend dem Lebensdauerfaktor Z_{NT} . Prinzip siehe Bild 4.1.

b) Rechnerische Bestimmung

Man berechnet $\sigma_{HP \text{ dauer}}$ für die Dauerfestigkeit und $\sigma_{HP \text{ statisch}}$ für die statische Festigkeit nach Abschnitt 4.1.2 a) und b) und bestimmt damit σ_{HP} für die Lastspielzahl N_L im Zeitfestigkeitsbereich wie folgt:

- Bau- und Vergütungsstahl, perlitisches oder bainitisches Gußeisen mit Kugelgraphit, perlitischer Temperguß, einsatz- oder randschichtgehärteter Stahl, wenn eine gewisse Anzahl von Grübchen zulässig ist:

Zeitfestigkeitsbereich nach Bild 4.4: $6 \cdot 10^5 < N_L \leq 10^7$

$$\sigma_{HP} = \sigma_{HP \text{ dauer}} \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^8}{N_L} \right)^{\exp} \quad (4.04)$$

$$\exp = 0,3705 \cdot \log \frac{\sigma_{HP \text{ statisch}}}{\sigma_{HP \text{ dauer}}} \quad (4.05)$$

¹²⁾ Bei Getrieben mit Leistungsverzweigung (Planetengetriebe, Verzweigungsgetriebe) muß eine ungleichmäßige Aufteilung der Gesamt-Umfangskraft auf die einzelnen Zahneingriffe durch einen zusätzlichen Aufteilungsfaktor K_y berücksichtigt werden, der hinter K_A einzufügen ist. Siehe auch Hinweis in Abschnitt 3.2 sowie [1], [7].

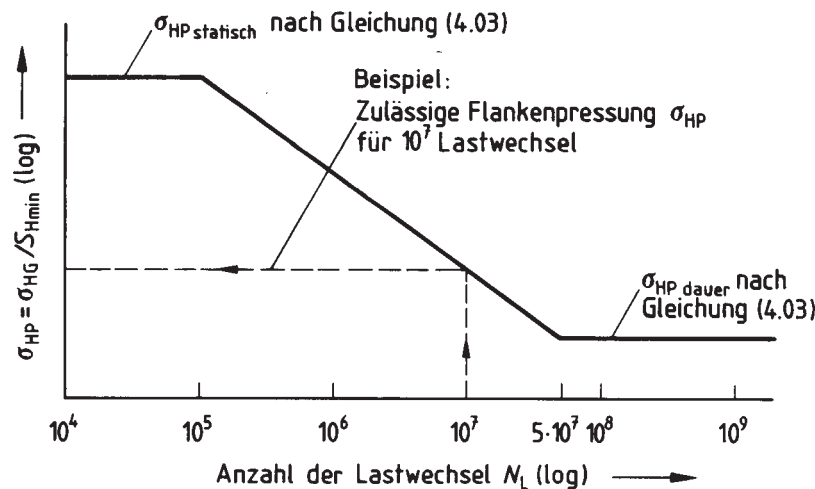


Bild 4.1 Grafische Bestimmung der zulässigen Flankenpressung für die Zeitfestigkeit (Prinzip)
(nach DIN 3990 Teil 2, Ausgabe Dezember 1987, Bild 2.1).

Zeitfestigkeitsbereich nach Bild 4.4: $10^7 < N_L \leq 10^9$

$$\sigma_{HP} = \sigma_{HP \text{ dauer}} \cdot \left(\frac{10^9}{N_L} \right)^{\exp} \quad (4.06)$$

$$\exp = 0,2791 \cdot \log \frac{\sigma_{HP \text{ statisch}}}{\sigma_{HP \text{ dauer}}} \quad (4.07)$$

- Bau- und Vergütungsstahl, perlitisches oder bainitisches Gußeisen mit Kugelgraphit, perlitischer Temperguß, einsatz- oder randschichtgehärteter Stahl:

Zeitfestigkeitsbereich nach Bild 4.4: $10^5 < N_L \leq 5 \cdot 10^7$

$$\sigma_{HP} = \sigma_{HP \text{ dauer}} \cdot \left(\frac{5 \cdot 10^7}{N_L} \right)^{\exp} \quad (4.08)$$

exp nach Gleichung (4.05).

- Vergütungsstahl oder Nitrierstahl, gasnitriert; Vergütungsstahl, nitrokarburiert; ferritisches Gußeisen mit Kugelgraphit, Grauguß:

Zeitfestigkeitsbereich nach Bild 4.4: $10^5 < N_L \leq 2 \cdot 10^6$

$$\sigma_{HP} = \sigma_{HP \text{ dauer}} \cdot \left(\frac{2 \cdot 10^6}{N_L} \right)^{\exp} \quad (4.09)$$

$$\exp = 0,7686 \cdot \log \frac{\sigma_{HP \text{ statisch}}}{\sigma_{HP \text{ dauer}}} \quad (4.10)$$

4.1.4 Rechnerische Grübchensicherheit S_H

S_H ist für Ritzel und Rad getrennt zu berechnen ¹³⁾.

$$S_H = \frac{\sigma_{HG}}{\sigma_H} \geq S_{H \text{ min}} \quad (4.11)$$

mit σ_{HG} für Dauerfestigkeit und statische Festigkeit nach Gleichung (4.03), für die Zeitfestigkeit nach Bild 4.1 oder Gleichungen (4.04) bis (4.10); σ_H nach Gleichung (4.01).

4.2 Einzeleingriffsfaktoren Z_B und Z_D

Z_B und Z_D dienen bei Geradverzahnung zur Umrechnung der Flankenpressung im Wälzpunkt C auf die Flankenpressung im inneren Einzeleingriffspunkt B des Ritzels bzw. im inneren Einzeleingriffspunkt D des Rades, wenn $Z_B > 1$ bzw. $Z_D > 1$.

Bei Innenverzahnung wird stets $Z_D = 1$ gesetzt.

$$M_1 = \frac{\tan \alpha_{wt}}{\sqrt{\left(\sqrt{\frac{d_{a1}^2}{d_{b1}^2} - 1} - \frac{2\pi}{z_1} \right) \left(\sqrt{\frac{d_{a2}^2}{d_{b2}^2} - 1} - (\varepsilon_\alpha - 1) \cdot \frac{2\pi}{z_2} \right)}} \quad (4.12)$$

$$M_2 = \frac{\tan \alpha_{wt}}{\sqrt{\left(\sqrt{\frac{d_{a2}^2}{d_{b2}^2} - 1} - \frac{2\pi}{z_2} \right) \left(\sqrt{\frac{d_{a1}^2}{d_{b1}^2} - 1} - (\varepsilon_\alpha - 1) \cdot \frac{2\pi}{z_1} \right)}} \quad (4.13)$$

● Geradverzahnung

$Z_B = 1$, wenn $M_1 \leq 1$; $Z_D = 1$, wenn $M_2 \leq 1$;
 $Z_B = M_1$, wenn $M_1 > 1$; $Z_D = M_2$, wenn $M_2 > 1$.

● Schrägverzahnung mit $\varepsilon_\beta \geq 1$

$Z_B = Z_D = 1$

● Schrägverzahnung mit $\varepsilon_\beta < 1$

$Z_B = M_1 - \varepsilon_\beta \cdot (M_1 - 1)$, wenn $M_1 - \varepsilon_\beta \cdot (M_1 - 1) \geq 1$
 $Z_B = 1,0$, wenn $M_1 - \varepsilon_\beta \cdot (M_1 - 1) < 1$
 $Z_D = M_2 - \varepsilon_\beta \cdot (M_2 - 1)$, wenn $M_2 - \varepsilon_\beta \cdot (M_2 - 1) \geq 1$
 $Z_D = 1,0$, wenn $M_2 - \varepsilon_\beta \cdot (M_2 - 1) < 1$

Werden Z_B oder $Z_D = 1$ gesetzt, ist die mit Gleichung (4.01) berechnete Pressung der Wert für die Flankenpressung am Wälzzylinder. ¹⁴⁾

4.3 Zonenfaktor Z_H

Der Zonenfaktor erfaßt nach DIN 3990 Teil 2 den Einfluß der Zahnflankenkrümmung im Wälzpunkt auf die Hertzsche Pressung und die Umrechnung der Umfangskraft am Teilzylinder auf die Normalkraft am Wälzzylinder.

4.3.1 Rechnerische Bestimmung

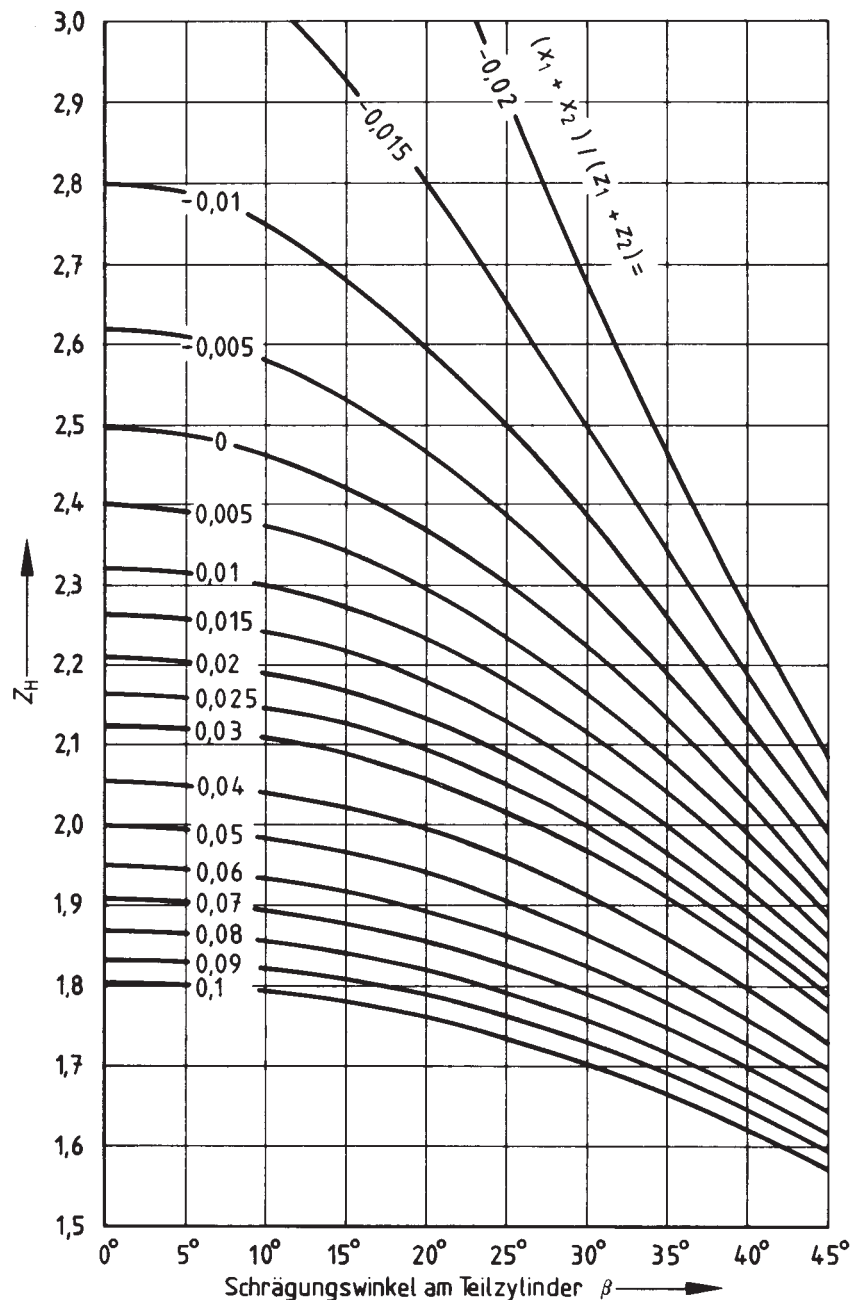
$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cdot \cos \beta_b \cdot \cos \alpha_{wt}}{\cos^2 \alpha_t \cdot \sin \alpha_{wt}}} \quad (4.14)$$

¹³⁾ Die Sicherheit bezüglich des übertragbaren Momentes ist gleich dem Quadrat von S_H .

¹⁴⁾ Die Berechnung der Grübchentragsfähigkeit gilt für den Fall, daß der Wälzpunkt innerhalb des Eingriffsgebietes liegt. Anderenfalls ist nach DIN 3990 Teil 2, Ausgabe Dezember 1987, Fußnote 3, zu verfahren.

4.3.2 Grafische Bestimmung für $\alpha_n = 20^\circ$

Nach Bild 4.2.

Bild 4.2. Zonenfaktor Z_H für Außen- und Innenverzahnungen mit $\alpha_n = 20^\circ$

(nach DIN 3990 Teil 2, Ausgabe Dezember 1987, Bild 3.1)

(dieses Bild ist in dem in Vorbereitung befindlichen ISO/DIS über die Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern für Industriegetriebe nicht enthalten).

4.4 Elastizitätsfaktor Z_E

Der Elastizitätsfaktor erfaßt nach DIN 3990 Teil 2 den Einfluß der werkstoffspezifischen Größen E (Elastizitätsmodul) und ν (Poisson-Konstante) auf die Flankenpressung.

Zahlenwerte siehe Tabelle 4.1.

4.5 Überdeckungsfaktor (Flanke) Z_e

Der Überdeckungsfaktor Z_e berücksichtigt nach DIN 3990 Teil 2 die Einflüsse von Profil- und Sprungüberdeckung auf die Flankenpressung.

$$\text{Geradverzahnung: } Z_e = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}} \quad (4.15)$$

$$\text{Schrägverzahnung mit } \varepsilon_\beta \geq 1: \quad Z_e = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}} \quad (4.16)$$

Schrägverzahnung mit $\varepsilon_\beta < 1$:

$$Z_e = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3} \cdot (1 - \varepsilon_\beta) + \frac{\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\alpha}} \quad (4.17)$$

4.6 Schrägenfaktor (Flanke) Z_β

Der Schrägenfaktor Z_β berücksichtigt nach DIN 3990 Teil 2 den Einfluß des Schrägungswinkels auf die Flankenpressung.

$$Z_\beta = \sqrt{\cos \beta} \quad (4.18)$$