

Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern

Anwendungsnorm für Schiffsgetriebe

DIN
3990
Teil 31

Calculation of load capacity of cylindrical gears; application standard for marine gears

Zusammenhang mit den in Vorbereitung befindlichen Internationalen Norm-Entwürfen der ISO über die Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern siehe Erläuterungen.

Kursiv gedruckte Textteile sind Angaben, die zur unmittelbaren Berechnung nicht erforderlich sind, wohl aber zur Kenntnis des Zusammenhanges dieser Norm mit anderen Normen. Außerdem erleichtern sie das Verständnis der einzelnen Berechnungsschritte.

Die vorliegende Norm ist von den Grundregeln nach DIN 3990 Teil 1 bis Teil 3 abgeleitet, die auch für diese Norm gelten. Sie enthält eindeutige Berechnungshinweise. Wegen des begrenzten Anwendungsbereiches entfallen einige Berechnungsanteile und werden für einige Faktoren vereinfachte Berechnungsansätze oder Konstante verwendet. Dadurch ergibt sich eine einfachere Berechnung. Die Annahmen, die den hier verwendeten Verfahren zugrunde liegen, sind in DIN 3990 Teil 1 bis Teil 3 beschrieben.

Die Werkstoffqualitäten und Dauerfestigkeitswerte in DIN 3990 Teil 5 gelten auch für diese Norm.

Will man genauere Berechnungsansätze verwenden oder wird der Anwendungsbereich nach Abschnitt 1 in einem oder mehreren Punkten überschritten, so ist nach DIN 3990 Teil 1 bis Teil 3 oder nach der entsprechenden Anwendungsnorm zu verfahren.

Liegen für einzelne Einflußgrößen abgesicherte Erfahrungen oder Versuchsergebnisse vor, so kann man die hieraus abgeleiteten Faktoren anstelle der Faktoren dieser Norm verwenden. Dabei gelten die in DIN 3990 Teil 1, Ausgabe Dezember 1987, Abschnitt 1.3, für Methode A angegebenen Kriterien. Abweichungen von den Regeln dieser Norm müssen bei der Angabe des Berechnungsergebnisses vermerkt werden. Im übrigen muß man die Tragfähigkeitsberechnung genau nach dieser Norm durchführen, wenn Spannungen, Sicherheiten oder übertragbare Leistungen nach „DIN 3990 Teil 31“ angegeben werden.

Die Vereinbarungen zwischen Hersteller und Betreiber müssen die Bestimmungen der in Frage kommenden Klassifikationsgesellschaft berücksichtigen und sollen Angaben über die Schmierung (vergleiche Abschnitt 1.3), den Sicherheitsfaktor und von außen in das Getriebe eingeleitete Schwingungskräfte (vergleiche Abschnitt 3.2) enthalten.

Die Gleichungen nach dieser Norm sind zum Teil Zahlenwertgleichungen. Deshalb sind grundsätzlich die in Abschnitt 2 angegebenen Einheiten zu verwenden.

Um die Anwendung dieser Norm zu erleichtern, sind zusätzliche Informationen in den Anhängen A bis D zusammengefaßt.

Inhalt

	Seite		Seite
1 Anwendungsbereich und Zweck	2	4.8 Faktoren für die Schmierfilmbildung Z_L, Z_v, Z_R	9
1.1 Tragfähigkeitsgrenzen	2	4.9 Werkstoffpaarungsfaktor Z_W	10
1.2 Getriebe und Verzahnungen	2	4.10 Größenfaktor (Flanke) Z_X	10
1.3 Konstruktion	2	4.11 Mindest-Grübchensicherheit S_{Hmin}	10
1.4 Sicherheitsfaktoren	2	5 Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit	10
1.5 Eingangsgrößen	2	5.1 Grundgleichungen	10
2 Zeichen, Benennungen und Einheiten	3	5.2 Formfaktor Y_F für Außenverzahnung	11
3 Allgemeine Einflußfaktoren	4	5.3 Spannungskorrekturfaktor Y_S	12
3.1 Reihenfolge der Kraftfaktoren	4	5.4 Schrägenfaktor (Zahnfuß) Y_β	12
3.2 Umfangskraft, Drehmoment, Leistung	4	5.5 Zahnfuß-Grundfestigkeit σ_{FE}	12
3.3 Dynamikfaktor K_v	5	5.6 Relative Stützziffer $Y_{\delta rel T}$ für die Dauerfestigkeit	12
3.4 Breitenfaktoren $K_{H\beta}, K_{F\beta}$	7	5.7 Relativer Oberflächenfaktor (Zahnfuß) $Y_{R rel T}$ für die Dauerfestigkeit	12
3.5 Stirnfaktoren $K_{H\alpha}, K_{F\alpha}$	8	5.8 Größenfaktor (Zahnfuß) Y_X	13
4 Berechnung der Grübchentragfähigkeit	8	5.9 Mindest-Zahnbruchsicherheit S_{Fmin}	13
4.1 Grundgleichungen	8	Anhang A Anhaltswerte für den Anwendungsfaktor K_A	13
4.2 Einzeleingriffsfaktoren Z_B und Z_D	9	Anhang B Zahnfedersteifigkeiten	14
4.3 Zonenfaktor Z_H	9	Anhang C Besonderheiten der Tragfähigkeitsberechnung für einfache Planetengetriebe	16
4.4 Elastizitätsfaktor Z_E	9	Anhang D Tragbildkontrolle (Eingriffsgenauigkeit)	18
4.5 Überdeckungsfaktor (Flanke) Z_ϵ	9		
4.6 Schrägenfaktor (Flanke) Z_β	9		
4.7 Dauerfestigkeit für Flankenpressung σ_{Hlim}	9		

Fortsetzung Seite 2 bis 20

Normenausschuß Antriebstechnik (NAN) im DIN Deutsches Institut für Normung e. V.

1 Anwendungsbereich und Zweck

1.1 Tragfähigkeitsgrenzen

Die vorliegende Norm enthält Verfahren zur Berechnung der Grübchen- und der Zahnfußtragfähigkeit (Dauerfestigkeit) für Getriebe in Haupt- und Nebenantrieben von Schiffen und Bohrplattformen, die von Klassifikationsgesellschaften überprüft werden.

Wenn während des Betriebes kurzzeitig starke Stöße auftreten, muß man hierfür die Grübchen- und Zahnfußsicherheit gegen statische oder Zeitfestigkeit überprüfen, siehe DIN 3990 Teil 2 und Teil 3.

1.2 Getriebe und Verzahnungen

a) Getriebearten

Die vorliegende Norm gilt für Außen-Stirnräder mit Evolventenverzahnung. Bei Doppelschrägverzahnung wird angenommen, daß sich die Gesamt-Umfangskraft gleichmäßig auf beide Schrägen aufteilt. Trifft dies – z. B. infolge von außen eingeleiteten Axialkräften – nicht zu, so ist dies zu berücksichtigen. Beide Schrägen werden wie zwei parallel angeordnete Schrägstirnräder behandelt.

Die Norm darf auch für Innenverzahnung angewendet werden; dann gelten die entsprechenden Regeln der Normen DIN 3990 Teil 1 bis Teil 3. Besonderheiten der Planetengetriebe siehe Anhang C.

b) Überdeckung

Profilüberdeckung $1,2 < \varepsilon_{\alpha n} < 2,5$

In Ausnahmefällen kann $\varepsilon_{\alpha n}$ den Wert 1,0 erreichen.

c) Bereich des Schrägungswinkels

Schrägungswinkel $\beta \leq 45^\circ$ (betrifft K_v , $K_{H\beta}$ wegen c_y ; vergleiche Anhang B).

d) Bezugsprofile

Für Bezugsprofile keine Einschränkung, siehe jedoch Aufzählung b).

e) Korrekturen

Die vorliegende Norm gilt für Verzahnungen mit oder ohne Profil- und Flankenlinienkorrekturen.

1.3 Konstruktion

Die vorliegende Norm gilt unter der Voraussetzung, daß Radkörper, Wellen-Naben-Verbindungen, Wellen, Lager, Gehäuse, Verschraubungen, Fundamente, Anschlußkuppelungen bezüglich Genauigkeit, Tragfähigkeit und Steifigkeit den Anforderungen entsprechen, die für die Tragfähigkeitsberechnung der Zahnräder zugrunde gelegt sind.

Die vorliegende Norm gilt für Radpaare, bei denen die Gesamt-Umfangskraft durch einen Zahneingriff übertragen wird. Einfache Planetengetriebe (Getriebe mit Leistungsverzweigung) siehe Anhang C. Vergleiche auch Fußnote 4.

a) Lagerung

Jedes Zahnrad ist mittig zwischen seinen Lagern angeordnet (betrifft $K_{H\beta}$, $K_{F\beta}$). Trifft dies nicht zu, dann ist die zusätzliche Biegeverformung beim Ansatz von f_{ma} zu berücksichtigen.

b) Ritzelwelle

Vollwelle oder Hohlwelle mit $d_{shi}/d_{sh} < 0,5$ (betrifft $K_{H\beta}$).

c) Zahnradwerkstoffe

Die vorliegende Norm gilt für: Stahlwerkstoffe (betrifft Z_E , c' , c_y , Z_w , K_v , $K_{H\beta}$), Vergütungsstahl (vergütet), Einsatzstahl (einsatzgehärtet), Nitrierstahl oder Vergütungsstahl (nitriert), Vergütungsstahl oder Einsatzstahl (nitrokarburiert) (betrifft γ_α , γ_β , α_β , Z_L , Z_X , σ_{Hlim} ,

σ_{FE} , Y_X). Im Falle anderer Werkstoffe siehe DIN 3990 Teil 1 bis Teil 5.

d) Schmierung

Die vorliegende Norm gilt für Getriebe mit Öleinspritzschmierung oder Tauchschmierung. Der Schmierstoff wird vom Getriebehersteller angegeben oder mit diesem vereinbart. Das Norm-Berechnungsverfahren basiert auf der Voraussetzung, daß im Zahneingriff zu jeder Zeit des Betriebes Schmierstoff in ausreichender Menge und in der angegebenen oder vereinbarten Qualität (Viskosität, Sauberkeit, Freßkraftstufe) zur Verfügung steht. Die Kühlung muß so intensiv sein, daß die der Berechnung zugrunde gelegte Temperatur nicht überschritten wird (betrifft Einfluß der Schmierfilmbildung Z_L , Z_v , Z_R).

Fettschmierung für langsamlaufende Hilfsgetriebe ist nicht ausgeschlossen, sofern im Zahneingriff zu jeder Zeit Schmierstoff in ausreichender Menge vorhanden ist.

Hinweis zur Wahl von Schmierstoffen und Schmierstoffversorgung siehe [1], [2], [3].

1.4 Sicherheitsfaktoren

Beim Ansatz der Sicherheitsfaktoren nach Abschnitt 4.1.3 und Abschnitt 5.1.3 ist zu beachten, daß die Festigkeitswerte nach DIN 3990 Teil 5 bis 1 % Schadenswahrscheinlichkeit gelten.

Die in Abschnitt 4.11 und Abschnitt 5.9 angegebenen Mindestwerte sind nur ausreichend, wenn alle Einflußgrößen für die Berechnung sicher bekannt sind und im Betrieb eingehalten werden, zum Beispiel Belastung, Werkstoffqualität, Fertigungsqualität, Montagegenauigkeit, Aufstellung, Anschlüsse an Antriebs- und Arbeitsmaschine, Schmierung, Wartung, Sicherheits- und Kontrolleinrichtungen.

Höhere Sicherheitsfaktoren sind erforderlich, wenn diese Einflußgrößen nicht sicher bekannt sind, ferner in kritischen Anwendungsfällen, d. h. insbesondere bei hohem Schadensrisiko (zum Beispiel wenn ein Schaden Menschenleben gefährden oder langdauernden Stillstand von Anlagen verursachen würde). Zahnbruch bedingt oft ein größeres Schadensrisiko als Grübchen. Deshalb ist S_F im allgemeinen größer zu wählen als S_H . Es wird empfohlen, den Sicherheitsfaktor zwischen Anwender und Hersteller zu vereinbaren.

1.5 Eingangsgrößen

Für die Nachrechnung müssen mindestens folgende Eingangsgrößen bekannt sein oder berechnet werden:

Zahnradaten: z_1 , z_2 , m_n , a , b , (b_B , B), x_1 , x_2 , β , d_{a1} , $d_{a2}^{1)}$, (ε_α , ε_β); Bezugsprofil der Verzahnung.

Geometriedaten: siehe DIN 3960.

Daten für Konstruktion und Herstellung: Werkstoff, Härte, Wärmebehandlung, Kugelstrahlen, Radkörpermaße (Massenträgheitsmoment von Ritzel und Rad), Verzahnungsqualität, Oberflächenrauheit, Flankenlinienkorrektur (Breitenballigkeit, Endrücknahme); Profilkorrektur (Kopfrücknahme); Schmierstoff.

Lage der Zahnräder zu den Lagern, Durchmesser d_{sh} der Ritzelwelle.

Leistungsdaten: P bzw. T bzw. F_t , n_1 , v ; An- und Abtriebsmaschine, möglichst Lastkollektiv.

¹⁾ Bei Verzahnungen ohne Kopfkantenbruch; andernfalls ist anstelle von d_a der Kopf-Nutkreisdurchmesser d_{Na} einzusetzen.

2 Zeichen, Benennungen und Einheiten

Gesamtübersicht siehe DIN 3990 Teil 1.

a	Achsabstand ²⁾	mm	v_p	Geschwindigkeitsparameter	—
b	Zahnbreite (bei Doppelschrägverzahnung = $2 b_B$) ³⁾	mm	x_1, x_2	Profilverschiebungsfaktor des Ritzels, Rades	—
b_B	Zahnbreite einer Pfeilhälfte ³⁾	mm	y_α	Einlaufbetrag (Teilungsabweichung)	μm
b_S	Stegbreite	mm	y_β	Einlaufbetrag (Flankenlinienabweichung)	μm
c_Y	Mittlere Gesamt-Zahnfedersteifigkeit je Einheit Zahnbreite (kurz: Eingriffsfedersteifigkeit)	$\text{N}/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})$	z_n	Ersatzzähnezahl einer Schrägverzahnung	—
c'	Größtwert der Einzel-Zahnfedersteifigkeit (eines Zahnpaars) je Einheit Zahnbreite (kurz: Einzelfedersteifigkeit)	$\text{N}/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})$	z_1, z_2	Zähnezahl des Ritzels, Rades ²⁾	—
$d_{a1,2}$	Kopfkreisdurchmesser von Ritzel, Rad	mm	B	Gesamtbreite bei Doppelschrägverzahnung (= $b + \text{Spaltbreite}$)	mm
$d_{b1,2}$	Grundkreisdurchmesser von Ritzel, Rad (= $2 \cdot r_{b1,2}$)	mm	B_f	Faktor für Profil-Formabweichung	—
$d_{f1,2}$	Fußkreisdurchmesser von Ritzel, Rad	mm	B_k	Faktor für Profilkorrektur	—
$d_{i1,2}$	Zahnkranz-Innendurchmesser von Ritzel, Rad	mm	B_p	Faktor für Eingriffsteilungsabweichung	—
d_{sh}	Wellendurchmesser	mm	C_a	Kopfrücknahme	μm
d_{shi}	Hohlwellen-Innendurchmesser	mm	C_{ay}	Durch Einlaufen erzeugte Kopfrücknahme	μm
d_{Na}	Kopf-Nutzkreisdurchmesser	mm	C_{BS}	Bezugsprofilfaktor	—
$d_{1,2}$	Teilkreisdurchmesser von Ritzel, Rad	mm	C_R	Radkörperfaktor	—
$f_{f\alpha}$	Profil-Formabweichung	μm	E	Elastizitätsmodul, Young's Modul	N/mm^2
f_{ma}	(Flankenlinien-)Herstellabweichung	μm	F_{bt}	Zahnnormalkraft im Stirnschnitt	N
f_{pc}	Eingriffsteilungs-Abweichung	μm	F_m/b	für $K_{H\beta}$ maßgebende mittlere Linienlast	N/mm
$f_{H\beta}$	Flankenlinien-Winkelabweichung	μm	F_t	(Nenn-)Umfangskraft am Teilkreis (gesamte von der Verzahnung übertragene Nenn-Umfangskraft)	N
h_{aP}	Kopfhöhe des Bezugsprofils der Verzahnung	mm	$F_{\beta x}$	Ursprünglich (vor dem Einlaufen) wirksame Flankenlinienabweichung	μm
h_{fP}	Fußhöhe des Bezugsprofils der Verzahnung	mm	$F_{\beta y}$	Nach dem Einlaufen wirksame Flankenlinienabweichung	μm
h_{Fe}	Biegehebelarm für Zahnfußbeanspruchung bei Kraftangriff im äußeren Einzeleingriffspunkt	mm	G	Gleitmodul	N/mm^2
$h_{1,2}$	Zahnhöhe des Ritzels, Rades	mm	HB	Brinellhärte	—
i	Übersetzung	—	HRC	Rockwellhärte (C-Skala)	—
l	Lagerstützweite	mm	$HV 1$	Vickershärte bei Belastung $F=9,81\text{ N}$	—
m	Modul	mm	$HV 10$	Vickershärte bei Belastung $F=98,10\text{ N}$	—
m_n	Normalmodul	mm	K_v	Dynamikfaktor	—
m_{red}	Auf die Eingriffslinie reduzierte Masse des Zahnradpaares je Einheit Zahnbreite	kg/mm	K_A	Anwendungsfaktor	—
m_t	Stirnmodul	mm	$K_{F\alpha}$	Stirnfaktor (Fuß); berücksichtigt die Kraftaufteilung auf mehrere Zähne	—
n_{E1}	Resonanzdrehzahl des Ritzels	min^{-1}	$K_{F\beta}$	Breitenfaktor (Fuß); berücksichtigt die Kraftverteilung über die Zahnbreite	—
$n_{1,2}$	Drehzahl des Ritzels, Rades	min^{-1}	$K_{H\alpha}$	Stirnfaktor (Flanke); berücksichtigt die Kraftaufteilung auf mehrere Zähne	—
p	Anzahl der Planeten	—	$K_{H\beta}$	Breitenfaktor (Flanke); berücksichtigt die Kraftverteilung über die Zahnbreite	—
pr	Protuberanzbetrag am Werkzeug	mm	K_Y	Aufteilungsfaktor; berücksichtigt die Aufteilung der Gesamt-Umfangskraft auf mehrere Zahneingriffe bei Leistungsverzweigung	—
q	Fertigbearbeitungszugabe	mm	N	Anzahl; Exponent, Bezugsdrehzahl	—
q_s	Kerbparameter (= $s_{Fn}/2 q_F$)	—	P	Übertragene Leistung	kW
$r_{b1,2}$	Grundkreisradius von Ritzel, Rad	mm	P_R	Rauheitsparameter	—
s_{pr}	Fußfreischnitt am Bezugsprofil (= $pr - q$)	mm	R_a	Arithmetischer Mittenrauhwert	μm
s_{Fn}	Zahnfußsehne im Berechnungsquerschnitt	mm	R_z	Gemittelte Rauhtiefe	μm
s_R	Dicke des Zahnkranzes unter dem Zahnfuß	mm	S_F	Sicherheitsfaktor für Zahnfußbeanspruchung (Zahnbruchsicherheit)	—
u	Zähnezahlverhältnis z_2/z_1 ²⁾	—			
v	Umfangsgeschwindigkeit (ohne Index: am Teilkreis)	m/s			

²⁾ Für Außenradpaare sind a, u und z_2 positiv, für Innenradpaare sind a, u und z_2 negativ, z_1 positiv.

³⁾ Zahnbreite für die Berechnung von $K_{F\beta}$ siehe Abschnitt 3.4.4 c), der Grubbentragfähigkeit siehe Abschnitt 4.1.1, der Zahnfußtragfähigkeit siehe Abschnitt 4.1.2.

S_H	Sicherheitsfaktor für Flankenpressung (Grübchen-sicherheit)	—
$T_{1,2}$	(Nenn-)Drehmoment des Ritzels, des Rades	N m
Y_F	Formfaktor für Kraftangriff im äußeren Einzeleingriffspunkt	—
Y_{RrelT}	Relativer Oberflächenfaktor (Zahnfuß)	—
Y_S	Spannungskorrekturfaktor für Kraftangriff im äußeren Einzeleingriffspunkt	—
Y_X	Größenfaktor (Zahnfuß)	—
Y_β	Schrägenfaktor (Zahnfuß)	—
$Y_{\delta relT}$	Relative Stützziffer	—
Y_ε	Überdeckungsfaktor (Zahnfuß)	—
Z_v	Geschwindigkeitsfaktor	—
Z_B	Einzeleingriffsfaktor, Ritzel	—
Z_D	Einzeleingriffsfaktor, Rad	—
Z_E	Elastizitätsfaktor	$\sqrt{N/mm^2}$
Z_H	Zonenfaktor	—
Z_L	Schmierstofffaktor	—
Z_R	Rauheitsfaktor für Grübchentragsfähigkeit	—
Z_W	Werkstoffpaarungsfaktor	—
Z_X	Größenfaktor (Flanke)	—
Z_β	Schrägenfaktor (Flanke)	—
Z_ε	Überdeckungsfaktor (Flanke)	—
α_n	Normaleingriffswinkel am Teilzylinder	°
α_t	Stirneingriffswinkel am Teilzylinder	°
α_{wt}	Stirneingriffswinkel am Wälzzylinder	°
β	Schrägungswinkel (ohne Index: am Teilzylinder)	°
β_b	Grundschrägungswinkel	°
ε_α	Profilüberdeckung	—
$\varepsilon_{\alpha n}$	Profilüberdeckung der Ersatz-Geradverzahnung	—
ε_β	Sprungüberdeckung	—
ε_γ	Gesamtüberdeckung	—
κ_β	Einlauffaktor (Flankenlinienabweichung)	—
ν	Poisson-Zahl	—
ν_f	Viskositätsparameter	—
ν_{40}	Viskosität bei 40 °C	mm ² /s
q_{aP0}	Kopfkanten-Rundungsradius am Werkzeug-Bezugsprofil	mm
q_{fP}	Fußrundungsradius am Bezugsprofil der Verzahnung	mm
q_F	Fußrundungsradius im Berechnungsquerschnitt	mm
$q_{1,2}$	Dichte; Ritzel, Rad	kg/mm ³
σ_B	Zugfestigkeit	N/mm ²
σ_F	Zahnfußspannung	N/mm ²
σ_{FE}	Zahnfuß-Grundfestigkeit	N/mm ²
σ_{FG}	Zahnfußfestigkeit eines Zahnrades	N/mm ²
σ_{FP}	Zulässige Zahnfußspannung	N/mm ²
σ_{F0}	Zahnfuß-Nennspannung	N/mm ²
σ_H	Flankenpressung	N/mm ²
σ_{Hlim}	Dauerfestigkeit für Flankenpressung	N/mm ²
σ_{HG}	Grübchenfestigkeit eines Zahnrades	N/mm ²
σ_{HP}	Zulässige Flankenpressung für Dauerfestigkeit	N/mm ²
σ_{H0}	Nominelle Flankenpressung	N/mm ²
σ_S	Streckgrenze	N/mm ²
$\sigma_{0,2}$	0,2 %-Dehngrenze	N/mm ²
$\omega_{1,2}$	Winkelgeschwindigkeit des Ritzels, Rades	rad/s

3 Allgemeine Einflußfaktoren

3.1 Reihenfolge der Kraftfaktoren

Die Faktoren K_v und $K_{H\beta}$ oder $K_{F\beta}$ sowie $K_{H\alpha}$ oder $K_{F\alpha}$ hängen von der maßgebenden Umfangskraft und damit auch voneinander ab. Sie müssen nacheinander wie folgt berechnet werden:

- K_v mit der maßgebenden äußeren Umfangskraft $F_t \cdot K_A$ (äquivalente Umfangskraft), bei Leistungsverzweigung mit $F_t \cdot K_A \cdot K_v^4$,
- $K_{H\beta}$ oder $K_{F\beta}$ mit der Kraft $F_t \cdot K_A \cdot K_v$.
- $K_{H\alpha}$ oder $K_{F\alpha}$ mit der Kraft $F_t \cdot K_A \cdot K_v \cdot K_{H\beta}$

3.2 Umfangskraft⁵⁾, Drehmoment, Leistung

Beim Ansatz der auf die Verzahnung wirkenden Kräfte muß man sämtliche in das Getriebe eingeleitete Kräfte berücksichtigen.

Bei Mehrweggetrieben verteilt sich die Gesamt-Umfangskraft nicht ganz gleichmäßig auf die einzelnen Leistungszweige (abhängig von Konstruktion, Umfangsgeschwindigkeit und Fertigungsgenauigkeit). Planetengetriebe siehe Anhang C.

3.2.1 Nenn-Umfangskraft F_t , Nenn-Drehmoment T , Nenn-Leistung P

Die Nenn-Umfangskraft wird im Stirnschnitt am Teilzylinder berechnet.

$$F_t = \frac{2000 \cdot T_{1,2}}{d_{1,2}} = \frac{19\,098 \cdot 1000 \cdot P}{d_{1,2} \cdot n_{1,2}} = \frac{1000 \cdot P}{v} \quad (3.01)$$

$$T_{1,2} = \frac{F_t \cdot d_{1,2}}{2000} = \frac{P \cdot 1000}{\omega_{1,2}} = \frac{P \cdot 9549}{n_{1,2}} \quad (3.02)$$

$$P = \frac{F_t \cdot v}{1000} = \frac{T_{1,2} \cdot \omega_{1,2}}{1000} = \frac{T_{1,2} \cdot n_{1,2}}{9549} \quad (3.03)$$

3.2.2 Äquivalente Umfangskraft, äquivalentes Drehmoment, äquivalente Leistung

Dies ist entsprechend DIN 3990 Teil 1 ein konstanter Zahlenwert, der von einem Lastkollektiv abgeleitet ist. Es wird angenommen, daß dieser mit Hilfe einer Schadensakkumulations-Hypothese, zum Beispiel der Palmgren-Minor-Regel, gewonnene Wert dieselbe Lebensdauer (oder dieselbe Sicherheit gegenüber der Zeit- oder Dauerfestigkeit) der Zahnräder bewirkt wie der tatsächliche Lastverlauf.

3.2.3 Anwendungsfaktor K_A

Der Anwendungsfaktor K_A berücksichtigt die Zusatzkräfte, die von außen in das Getriebe eingeleitet werden. Diese Zusatzkräfte hängen ab von den Charakteristiken der treibenden und der getriebenen Maschine, den Massen und Federsteifigkeiten im An- und Abtriebsstrang (zum Beispiel Wellen und Kupplungen) und den Betriebsbedingungen. Anhaltswerte siehe Anhang A.

⁴⁾ Bei Getrieben mit Leistungsverzweigung (Planetengetriebe, Mehrweggetriebe) muß eine ungleichmäßige Aufteilung der Gesamt-Umfangskraft durch einen zusätzlichen Aufteilungsfaktor K_v berücksichtigt werden, der in Gleichung (4.01), (4.04), (5.01) und (5.03) hinter K_A einzufügen ist. Planetengetriebe siehe Anhang C.

⁵⁾ Wenn F_t (F_m, F_{tH}) im Zusammenhang mit Zahnfedersteifigkeiten und/oder Verzahnungsabweichungen bzw. Verformungen auftritt, ist die Umrechnung von F_t auf F_{tb} (Umfangskraft am Grundkreis) in den entsprechenden Faktoren erfaßt, oder die aus dieser Umrechnung resultierenden Änderungen sind gegenüber anderen Unsicherheiten (z.B. Toleranz der Meßgrößen) zu vernachlässigen.

K_A soll vorzugsweise aus einem genauen Lastkollektiv oder durch eine umfassende Systemanalyse aufgrund abgesicherter Betriebserfahrung in einem speziellen Anwendungsfall gewonnen werden (Methode A).

Nur wenn diese Methoden nicht zur Verfügung stehen, sind die Anhaltswerte für K_A nach Anhang A zu benutzen (Methode B).

Es wird empfohlen, den Anwendungsfaktor zwischen Anwender und Hersteller zu vereinbaren.

3.3 Dynamikfaktor K_v

Der Dynamikfaktor berücksichtigt nach DIN 3990 Teil 1 die inneren dynamischen Zusatzkräfte.

In der vorliegenden Norm wird Methode B verwendet.

3.3.1 Annahmen

Die Berechnung beruht nach DIN 3990 Teil 1 auf der Annahme, daß jedes Radpaar ein einziges, elementares Massen- und Federsystem bildet; das heißt, daß die Verdrehsteifigkeiten der Wellen relativ klein sind. Vorgehensweise bei sehr steifen Wellen siehe DIN 3990 Teil 1, Ausgabe Dezember 1987, Abschnitte 5.3.2 und 5.3.8. Sonderfälle siehe Abschnitt 3.3.2.

Zahnräder mit Linienbelastung unter $F_t \cdot K_A / b = 50 \text{ N/mm}$ – bzw. sehr niedrig beanspruchte Zahnräder – sind besonders schwingungsgefährdet (eventuell Abheben der Zahnflanken), insbesondere bei höheren Geschwindigkeiten und größeren Verzahnungsqualitäten (das heißt, wenn die Verzahnungsabweichungen im Vergleich zur Verformung groß sind).

3.3.2 Für Berechnung von K_v benötigte Kennwerte

a) Bezugsdrehzahl N

Nach DIN 3990 Teil 1 ist N das Verhältnis der Drehzahl des Ritzels zur Resonanzdrehzahl:

$$N = n_1 / n_{E1} = \frac{n_1 \cdot \pi \cdot z_1}{30\,000} \cdot \sqrt{\frac{m_{\text{red}}}{c_v}} \quad (3.04)$$

Hierin bedeuten:

- m_{red} : Auf die Eingriffslinie (Grundkreis) reduzierte Masse des Radpaares je mm Zahnbreite

$$m_{\text{red}} = m_1^* m_2^* / (m_1^* + m_2^*) = I_1^* I_2^* / (I_1^* r_{b2}^2 + I_2^* r_{b1}^2) \quad (3.05)$$

Dabei sind m_1^*, m_2^* die reduzierten Massen je mm Zahnbreite von Ritzel, Rad (bezogen auf die Eingriffslinien), I_1^*, I_2^* polare Massenträgheitsmomente je mm Zahnbreite von Ritzel, Rad. c_v siehe Anhang B.

$$m_{\text{red}} = \frac{\pi}{8} \cdot \left(\frac{d_{m1}}{d_{b1}} \right)^2 \cdot \frac{d_{m1}^2}{\frac{1}{(1-q_1^4) \cdot q_1} + \frac{1}{(1-q_2^4) \cdot q_2 \cdot u^2}} \quad (3.06)$$

mit

$$d_{m1} = \frac{d_{a1} + d_{f1}}{2} \quad (3.07)$$

$$q_1 = \frac{d_{i1}}{d_{m1}}; \quad q_2 = \frac{d_{i2}}{d_{m2}} \quad (3.08)$$

Dichte von Stahl: $\rho = 7,83 \cdot 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$

Maßbuchstaben siehe Bild 3.1

Bei Stegrädern und Rädern mit dünnen Scheiben können die Massen von Steg, Scheiben und Nabe vernachlässigt werden. Für volle Scheibenräder und Scheibenritzel gilt:

$$1 - q_1^4 = 1 \text{ und } 1 - q_2^4 = 1 \quad (3.09)$$

Die Berechnung von $1 - q_1$ bzw. $1 - q_2$ für Zahnkränze, deren Breite von der Zahnbreite abweicht, gilt nur, wenn die Massen unmittelbar mit dem Zahnkranz verbunden

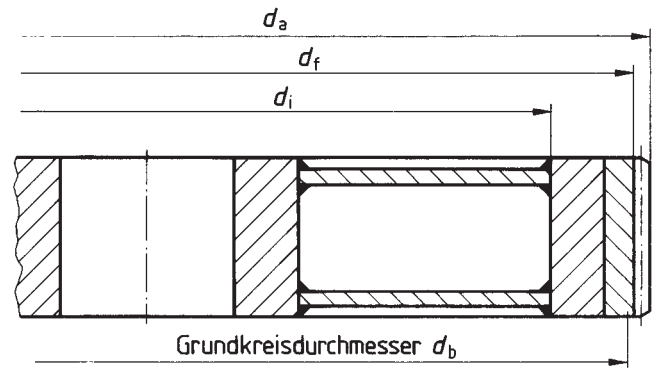


Bild 3.1. Bemaßung verschiedener Durchmesser (aus DIN 3990 Teil 1, Ausgabe Dezember 1987, Bild 5.1)

sind. Weiter entfernte Massen auf der gleichen Welle bleiben unberücksichtigt, da die Steifigkeit der dazwischen liegenden Wellenabschnitte meist klein gegenüber der Zahnsteifigkeit ist.

Zwei fest miteinander verbundene, koaxiale Zahnräder

Die Masse des größeren der verbundenen Zahnräder muß eingesetzt werden. Die Masse des kleineren Zahnrades kann oft außer acht gelassen werden. Der Wert m_{red} wird dann nach Gleichung (3.06) gerechnet.

Ein großes Rad, von zwei Ritzeln getrieben

Da die Masse des Rades üblicherweise sehr viel größer ist als die Massen der Ritzel, kann jeder Eingriff getrennt betrachtet werden, das heißt

- für die Paarung aus dem ersten Ritzel und dem Rad,
- für die Paarung aus dem zweiten Ritzel und dem Rad.

Zwischenräder

Siehe DIN 3990 Teil 1, Ausgabe Dezember 1987, Abschnitt 5.3.8

b) Faktoren B_p, B_f für Verzahnungsgenauigkeit, Einlauf und Belastung

Man benötigt B_p und B_f für die Berechnung von K_v , in allen Betriebsbereichen.

$$B_p = \frac{f_{pe \text{ eff}} \cdot c'}{F_t / b \cdot K_A} \quad (3.10)$$

$$B_f = \frac{f_{fa \text{ eff}} \cdot c'}{F_t / b \cdot K_A} \quad (3.11)$$

Hierin ist $f_{pe \text{ eff}}$ die wirksame Eingriffsteilungsabweichung nach dem Einlauf, $f_{fa \text{ eff}}$ die wirksame Profil-Formabweichung nach dem Einlauf⁶⁾.

$$f_{pe \text{ eff}} = f_{pe} - y_p \quad (3.12)$$

$$f_{fa \text{ eff}} = f_{fa} - y_f \quad (3.13)$$

Einlaufbeträge y_p, y_f :

Für Vergütungsstähle:

$$y_p = y_\alpha = \frac{160 \text{ N/mm}^2}{\sigma_{H \text{ lim}}} \cdot f_{pe} \quad (3.14)$$

$$y_f = \frac{160 \text{ N/mm}^2}{\sigma_{H \text{ lim}}} \cdot f_{fa} \quad (3.15)$$

⁶⁾ Bei Verwendung der Toleranzen nach ISO 1328 : 1975 ist für die Profil-Formabweichung f_{fa} ersatzweise der „total profil error f_f “ einzusetzen.

für $v \leq 5 \text{ m/s}$:	ohne Einschränkung
für $5 \text{ m/s} < v \leq 10 \text{ m/s}$:	max. $y_{p,f} = 12\,800/\sigma_{\text{Hlim}}$ max. $f_{pe}, f_{\alpha} = 80 \mu\text{m}$
für $v > 10 \text{ m/s}$:	max. $y_{p,f} = 6400/\sigma_{\text{Hlim}}$ max. $f_{pe}, f_{\alpha} = 40 \mu\text{m}$

mit σ_{Hlim} nach DIN 3990 Teil 5.

Für einsatzgehärtete, nitrierte und nitrokarburierte Stähle:

$$y_p = y_{\alpha} = 0,075 \cdot f_{pe} \quad (3.16)$$

$$y_f = 0,075 \cdot f_{f\alpha} \quad (3.17)$$

mit der Einschränkung:

$$y_{p,f} \leq \max. y_{p,f} = 3 \mu\text{m}$$

oder $f_{pe}, f_{\alpha} \leq \max. f_{pe}, f_{\alpha} = 40 \mu\text{m}$

Bei unterschiedlichen Werkstoffen ist $y_{p,f1}$ für den Ritzelwerkstoff und $y_{p,f2}$ für den Radwerkstoff zu bestimmen. Für die Berechnung benutzt man den Mittelwert:

$$y_{p,f} = 0,5 \cdot (y_{p,f1} + y_{p,f2}) \quad (3.18)$$

Eingriffsteilungsabweichung f_{pe} und Profil-Formabweichung $f_{f\alpha}$ sind die größeren Werte der Abweichungen von Ritzel und Rad, meist f_{pe2} und $f_{f\alpha2}$ des Rades nach DIN 3962 Teil 1 bis Teil 3 (ISO 1328 : 1975)⁶⁾.

c) Faktor B_k für Profilkorrektur

Man benötigt B_k für die Berechnung nach K_v im unterkritischen Bereich und im Bereich der Hauptresonanz. Nach DIN 3990 Teil 1, Ausgabe Dezember 1987, Abschnitt 5.3.3:

$$B_k = \left| 1 - \frac{c' \cdot C_a}{F_t/b \cdot K_A} \right| \quad (3.19)$$

mit Einzelfedersteifigkeit c' nach Anhang B.

Kopfrücknahme bei Zahnrädern ohne (im Fertigungsprozeß) erzeugte Profilkorrektur. Hierbei setzt man nach DIN 3990 Teil 1, Ausgabe Dezember 1987, Abschnitt 5.6.1, für C_a die durch Einlaufen erzeugte Kopfrücknahme C_{ay} ein:

$$C_{ay} = \frac{1}{18} \cdot \left(\frac{\sigma_{\text{Hlim}}}{97} - 18,45 \right)^2 + 1,5 \quad (3.20)$$

mit σ_{Hlim} nach DIN 3990 Teil 5. Bei unterschiedlichen Ritzel- und Radwerkstoffen werden C_{ay1} für das Ritzel und C_{ay2} für das Rad getrennt berechnet. Damit gilt:

$$C_{ay} = 0,5 (C_{ay1} + C_{ay2}) \quad (3.21)$$

Kopfrücknahme bei Zahnrädern mit erzeugter Profilkorrektur. Hierbei ist der Betrag der erzeugten Kopfrücknahme für C_a einzusetzen.

3.3.3 Bestimmung von K_v im unterkritischen Bereich: $N \leq 0,85$

In diesem Bereich können Resonanzen auftreten, wenn die Zahneingriffsfrequenz mit $N = 1/2$ oder $N = 1/3$ zusammenfällt. Bei Schrägverzahnung Verzahnungsqualität 6 nach DIN 3961 (entspricht ISO-Verzahnungsqualität 5) und feiner besteht ein Risiko allerdings nur, wenn weitere Dreh-Eigenfrequenzen in diesen Bereich fallen. In diesem Fall wäre zu prüfen, ob man die Erregerfrequenz (durch Ändern der Zähnezah) verändern kann.

Bei Radpaaren mit unterschiedlich großer Steifigkeit von An- und Abtriebswelle kann die Verzahnung bei $N \approx 0,2$ bis 0,5 Eigenfrequenzen anregen, sofern die Steifigkeit der steiferen Welle in der Größenordnung der Eingriffsfedersteifigkeit c_v liegt. (Hiermit ist die auf den Grundkreis des zugehörigen Rades reduzierte Wellensteifigkeit gemeint.) Der Dynamikfaktor kann dann über dem mit Gleichung (3.22) berechneten Wert liegen.

$$K_v = N (C_{v1} \cdot B_p + C_{v2} \cdot B_f + C_{v3} \cdot B_k) + 1 \quad (3.22)$$

C_{v1}, C_{v2}, C_{v3} siehe Tabelle 3.1.

3.3.4 Bestimmung von K_v im Bereich der Hauptresonanz: $0,85 < N \leq 1,15$

Radpaare, die in diesem Bereich laufen, sollen eine angemessene Profilkorrektur und eine Gesamtüberdeckung $\varepsilon_v > 2$ aufweisen.

$$K_v = C_{v1} \cdot B_p + C_{v2} \cdot B_f + C_{v4} \cdot B_k + 1 \quad (3.23)$$

C_{v1}, C_{v2}, C_{v4} siehe Tabelle 3.1. c' siehe Anhang B.

3.3.5 Bestimmung von K_v im überkritischen Bereich: $N \geq 1,5$

Hier können Resonanzspitzen bei $N = 2, 3$, usw. auftreten. In den meisten Fällen sind die Schwingungsausschläge jedoch klein, da die Erregerkräfte mit niedrigeren Frequenzen als der Eingriffsfrequenz im allgemeinen klein sind.

Im Bereich $N > 1$ können auch dynamische Zahnkräfte auftreten, die durch Querschwingungen des Wellen-Zahnrad-Systems hervorgerufen werden. Dies muß bei der Ermittlung von K_v berücksichtigt werden, wenn die Eigenfrequenz

⁶⁾ Siehe Seite 5

Tabelle 3.1. Rechenwerte der Faktoren C_{v1} bis C_{v7} für die Bestimmung von K_{v-B} (Methode B)

	$1 < \varepsilon_v \leq 2$	$\varepsilon_v > 2$	
C_{v1}	0,32	0,32	
C_{v2}	0,34	$\frac{0,57}{\varepsilon_v - 0,3}$	
C_{v3}	0,23	$\frac{0,096}{\varepsilon_v - 1,56}$	
C_{v4}	0,90	$\frac{0,57 - 0,05 \varepsilon_v}{\varepsilon_v - 1,44}$	
C_{v5}	0,47	0,47	
C_{v6}	0,47	$\frac{0,12}{\varepsilon_v - 1,74}$	
	$1 < \varepsilon_v \leq 1,5$	$1,5 < \varepsilon_v \leq 2,5$	$\varepsilon_v > 2,5$
	0,75	$0,125 \sin [\pi (\varepsilon_v - 2)] + 0,875$	1,0