

Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern

Berechnung der Freßtragfähigkeit

DIN
3990
Teil 4

Calculation of load capacity of cylindrical gears; calculation of scuffing load capacity

Mit DIN 3990 T 1/12.87,
DIN 3990 T 2/12.87 und
DIN 3990 T 3/12.87

Ersatz für DIN 3990 T 1/12.70,
DIN 3990 T 2/12.70,
DIN 3990 T 3/12.70,
DIN 3990 T 5/12.70,
DIN 3990 T 6/12.70,
DIN 3990 T 7/12.70,
DIN 3990 T 8/12.70 und
DIN 3990 T 10/01.73

Zusammenhang mit den vom ISO/TC 60, Verzahnungen, verabschiedeten Fassungen für ISO/DIS 6336/1 bis ISO/DIS 6336/5 siehe Erläuterungen in DIN 3990 Teil 1.

Durch Mangel an Schmierstoff oder Zusammenbrechen des Schmierfilms zwischen den Zahnflanken können Verschleißerscheinungen besonderer Art auftreten. Diese Schadensform wird „Fressen“ genannt und wird überwiegend bei Getrieben mit hohen Umfangsgeschwindigkeiten beobachtet. Daneben können auch bei niedrigen Umfangsgeschwindigkeiten Freßerscheinungen auftreten. Die Ursachen liegen hier offensichtlich in allgemein oder örtlich begrenzten hohen Flankenbelastungen bei mangelhafter Schmierfilmbildung.

Die Gefahr des Auftretens von Freßschäden wird beeinflusst von Zahnradwerkstoff, Schmierstoff, Oberflächenbeschaffenheit der Zahnflanken, Gleitgeschwindigkeit und Belastung. Starkes Schäumen oder Verunreinigungen im Schmierstoff wie Abriebteilchen erhöhen die Freßgefahr ebenfalls. Nach dem Auftreten eines Freßschadens neigen schnellaufende Getriebe zu hohen dynamischen Zusatzkräften, die als Folge von Fressen gewöhnlich Grübchenbildung oder Zahnbruch verursachen. Hohe Oberflächentemperaturen, die durch hohe Belastungen und Gleitgeschwindigkeiten hervorgerufen werden, können zu einem Zusammenbruch des Schmierfilms führen. Aufgrund dieser Hypothese werden zwei Berechnungsverfahren angeboten, die auf unterschiedlichen Kriterien für die Schadensentwicklung beruhen:

- Das Integraltemperatur-Verfahren gibt einen gewichteten Mittelwert der Oberflächentemperatur entlang der Eingriffsstrecke an.
- Das Blitztemperatur-Verfahren beschreibt eine veränderliche Kontakttemperatur über der Eingriffsstrecke.

Die zwei Berechnungsverfahren sollen, wenn möglich nebeneinander angewendet werden. Die Erfahrung soll zeigen, welches Verfahren den Bedürfnissen der Praxis besser gerecht wird.

Um den Zusammenhang mit der verabschiedeten ISO-Fassung in aller Deutlichkeit hervorzuheben, wurden die internationalen Festlegungen in der vorliegenden Norm formgetreu übernommen.

Um alle Arten von Fressen und andere vergleichbare Schäden zu erfassen, die durch die komplexen Zusammenhänge von Hydrodynamik, von thermischen und chemischen Vorgängen verursacht werden, sind möglicherweise weitere Verfahren notwendig. Die Entwicklung solcher Verfahren ist Gegenstand der derzeitigen Forschungsarbeit.

a) Integraltemperatur-Verfahren

Verschiedene Autoren [11], [21], [24], [25] und [26] fanden, daß ein Mittelwert der Oberflächentemperatur entlang der

Eingriffsstrecke für das Fressen maßgebend ist. Bei dem hier angegebenen Verfahren von Winter/Michaelis [24] benutzt man die Summe aus Massentemperatur und der „integrierten“ mittleren Blitztemperatur (gewichtet mit einem Faktor), die Integraltemperatur. Die Massentemperatur wird entweder durch Messung oder auf analytischem Weg, zum Beispiel mit der Methode der finiten Elemente oder durch Näherungsverfahren auf der Grundlage von Versuchsergebnissen, ermittelt. Die Berechnung der mittleren Blitztemperatur erfolgt mit Mittelwerten für die Reibungszahl, die dynamischen Zahnkräfte usw. entlang der Eingriffsstrecke. Ein Gewichtungsfaktor muß deshalb eingeführt werden, weil sich eine tatsächliche Massentemperatur und eine gemittelte Blitztemperatur mit Sicherheit unterschiedlich stark auf die Freßgefährdung auswirken.

Die Freßgefahr kann hierbei durch einen Vergleich der Integraltemperatur mit einem zulässigen Wert abgeschätzt werden. Dieser wird aus beliebigen Zahnradtests, wie zum Beispiel dem FZG-Test nach DIN 51 354 Teil 1 und Teil 2 bzw. dem IAE- oder Ryder-Getriebeöltest, errechnet [12], [14] und [19].

b) Blitztemperatur-Verfahren

Nach entsprechenden Untersuchungen von Blok [1], [2], [3], [4] und [22] führen hohe, momentan auftretende Temperaturen von Schmierstoff und Flankenoberfläche im Kontakt bei hohen Belastungen und Gleitgeschwindigkeiten zu einem Zusammenbruch des Schmierfilms. Die Kontakttemperatur setzt sich aus zwei Komponenten zusammen, der Massentemperatur und der Blitztemperatur. Die Ermittlung der Massentemperatur erfolgt wie bei dem Integraltemperatur-Verfahren. Zur Berechnung der Blitztemperatur sollen neben den wichtigsten thermodynamischen Größen des Zahnradwerkstoffes folgende Parameter für eine genügende Anzahl Eingriffsstellungen über den ganzen Eingriff ermittelt werden:

- tatsächliche örtliche Zahnkraft,
- Tangentialgeschwindigkeiten beider kämmender Zahnflanken,
- Reibungszahl.

Üblicherweise ist die für das Fressen am meisten gefährdete Stelle bei einer der beiden extremen Stellungen auf der Eingriffsstrecke oder nahe den beiden Einzeleingriffspunkten zu suchen. Vorhersagen über die Wahrscheinlichkeit, mit der Fresser auftreten, sind dann über einen Vergleich der berechneten Gesamttemperatur mit einem zulässigen Wert, der Freßtemperatur möglich. Dieser zulässige Wert ist durch Versuche, wie zum Beispiel FZG-Test nach DIN 51 354 Teil 1 und Teil 2, IAE- oder Ryder-Getriebeöltest, und Betriebsuntersuchungen zu bestimmen.

Fortsetzung Seite 2 bis 22

Normenausschuß Antriebstechnik (NAN) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V.

Jede Art der Vervielfältigung, auch auszugsweise, nur mit Genehmigung des DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin, gestattet.

Inhalt

	Seite		Seite
1 Anwendungsbereich und Zweck	2	3.15 Relativer Gefügefaktor $X_{W \text{ rel } T}$	9
1.1 Allgemeines	2	3.16 Näherungswerte der Massen- und Blitztemperatur aus Testergebnissen	10
1.2 Freßschäden und Sicherheitsfaktor	2	4 Blitztemperatur-Verfahren	10
2 Zeichen, Benennungen und Einheiten	3	4.1 Grundgleichung der Kontakttemperatur ϑ_B	10
3 Integraltemperatur-Verfahren	5	4.2 Grundgleichung der Blitztemperatur ϑ_{fla}	10
3.1 Grundgleichung der Integraltemperatur ϑ_{int}	5	4.3 Massentemperatur ϑ_M	10
3.2 Blitztemperatur im Kopfeingriffspunkt E des Ritzels $\vartheta_{fla E}$	5	4.4 Maßgebende Umfangskraft je Einheit Zahnbreite w_{Bt}	12
3.3 Massentemperatur ϑ_M	5	4.5 Parameter Γ auf der Eingriffslinie	12
3.4 Maßgebende Umfangskraft je Einheit Zahnbreite w_{Bt}	5	4.6 Mittlere örtliche Reibungszahl μ_{my}	13
3.5 Mittlere örtliche Reibungszahl μ_{my}, μ_{mC}	6	4.7 Blitzfaktor X_M	13
3.6 Blitzfaktor X_M	6	4.8 Geometriefaktor X_B	14
3.7 Geometriefaktor für den Ritzelzahnkopf X_{BE}	6	4.9 Winkelfaktor $X_{\alpha\beta}$	14
3.8 Winkelfaktor $X_{\alpha\beta}$	6	4.10 Kraftaufteilungsfaktor X_Γ	14
3.9 Eingriffsfaktor X_Q	7	4.11 Maximalwert der Kontakttemperatur $\vartheta_{B \text{ max}}$	17
3.10 Kopfrücknahmefaktor X_{Ca}	7	4.12 Zulässige Kontakttemperatur ϑ_{BP}	18
3.11 Überdeckungsfaktor X_e	8	4.13 Rechnerischer Sicherheitsfaktor für die Kontakttemperatur S_B	18
3.12 Zulässige Integraltemperatur $\vartheta_{int P}$	9	4.14 Freßtemperatur ϑ_S	18
3.13 Rechnerische Freßsicherheit für die Integraltemperatur $S_{int S}$	9	4.15 Relativer Gefügefaktor $X_{W \text{ rel } T}$	18
3.14 Freß-Integraltemperatur $\vartheta_{int S}$	9	4.16 Näherungswerte der Massen- und Blitztemperatur aus Testergebnissen	18

1 Anwendungsbereich und Zweck

1.1 Allgemeines

Diese Norm enthält Grundgleichungen für die Berechnung der Freßtragfähigkeit (Warmfressen) von ölgeschmierten Gerad-, Schräg- und Doppelschräg-Stirnrädern mit Evolvermentenflanken. Bei pfeilverzahnnten Stirnrädern wird davon ausgegangen, daß die Umfangskraft gleichmäßig auf beide Schrägungswinkel aufgeteilt wird. Anderenfalls, zum Beispiel bei Angriff äußerer Axialkräfte, muß dies in der Berechnung berücksichtigt werden. Die beiden Schrägungswinkel sind dann wie zwei nebeneinander liegende Schrägstirnräder zu behandeln.

Diese Norm beinhaltet die quantitative Abschätzung von Einflußgrößen auf die Freßtragfähigkeit.

Die Gleichungen gelten für Stirnräder mit Außen- und Innenverzahnung mit Bezugsprofil nach ISO 53 – 1974. Sie können näherungsweise auch auf Verzahnungen mit anderen Bezugsprofilen bis zu einer Profilüberdeckung $\varepsilon_{\alpha n} = 2,5$ angewendet werden.

Die Berechnungsverfahren stützen sich auf Ergebnisse aus Versuchen in Zahnradlaufprüfständen mit Umfangsgeschwindigkeiten unter 80 m/s. Wenn die Gleichungen für höhere Geschwindigkeitsbereiche angewendet werden, muß mit einer zunehmenden Unsicherheit gerechnet werden. Diese Unsicherheit resultiert aus der Berechnung der Massentemperatur, die über der Zahnbreite nicht konstant ist, sondern einen sehr komplizierten Verlauf aufweist. Hier müssen die speziellen Erfahrungen der verschiedenen Zahnradhersteller einbezogen werden.

Diese angegebenen Gleichungen dürfen nicht für die Bestimmung anderer Arten von Zahnschäden, wie zum Beispiel Kaltfressen, plastische Verformung, Adhäsionsverschleiß usw. (vergleiche DIN 3979), benutzt werden.

Weitere Einschränkungen siehe Abschnitte 3 und 4.

1.2 Freßschäden und Sicherheitsfaktor

Das mit vorliegender Norm erfaßte „Warmfressen“ mit charakteristischen Verschleiß- und Freßriefen (Bild 1.1a)

tritt überwiegend bei hohen Geschwindigkeiten und großen Drehmomenten auf. Das „Kaltfressen“ (Bild 1.1b) wird vornehmlich bei niedrigen Umfangsgeschwindigkeiten – unter ≈ 4 m/s – bei vergüteten Zahnradern geringer Qualität beobachtet und kann nicht mit einem der beschriebenen Verfahren erfaßt werden.

Ein einmal eingeleiteter Freßschaden führt zu starken Flankenbeschädigungen, einem Ansteigen der Temperatur, der Verlustleistung, der dynamischen Zahnkräfte, des Geräusches und des Verschleißes. Das kann zum Zahnbruch führen, wenn die Betriebsbedingungen nicht geändert werden. Wenn ein Freßschaden durch eine kurzzeitige Überlastung verursacht wird, der eine sofortige Lastverringern folgt, so kann sich die Flanke in gewissem Maß wieder glätten – der Schaden ausheilen. Die verbleibenden Flankenschäden bewirken jedoch ebenfalls einen Anstieg der Verlustleistung, der dynamischen Zahnkräfte und des Geräusches.

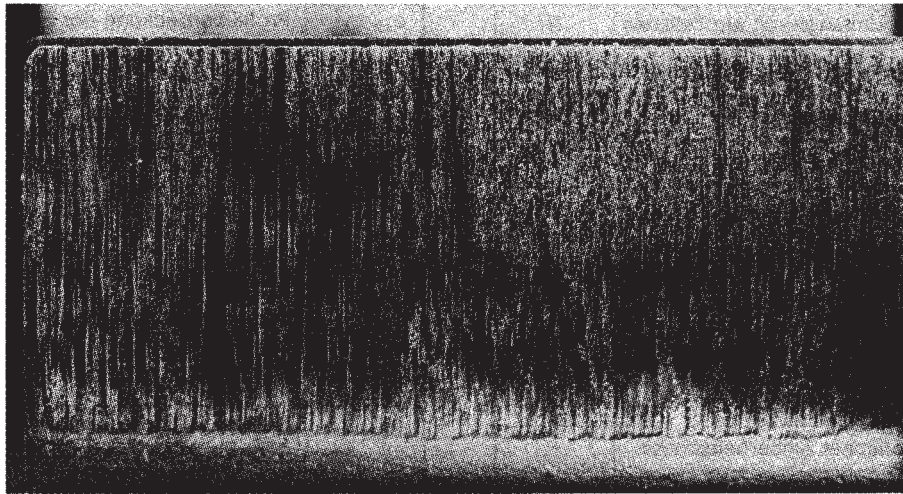
In den meisten Fällen kann die Freßtragfähigkeit durch die Verwendung von höherlegiertem EP-Öl gesteigert werden. Jedoch sollen einige Nachteile der EP-Öle – Kupferkorrosion, Versprödung von Dichtungen, keine weltweite Verfügbarkeit usw. – beachtet werden, um eine optimale Schmierstoffauswahl zu treffen, das heißt

so wenig Additiv, wie möglich,
so viel Additiv, wie nötig.

Aufgrund der stetigen Änderung verschiedener Parameter, der Komplexität der chemischen Eigenschaften und der thermo-hydroelastischen Vorgänge im instationären Kontakt muß mit Streuungen der Ergebnisse gerechnet werden.

Im Gegensatz zur Grübchenbildung und zum Dauerbruch, die ein ausgeprägtes Zeitfestigkeitsgebiet aufweisen, kann bereits eine einzige, kurze Überlastung zum Freßschaden und somit zum Ausfall der Zahnradern führen. Diese Überlegungen sind bei der Wahl eines angemessenen Sicherheitsfaktors für das betreffende Zahnrad zu berücksichtigen.

Allgemeine Gesichtspunkte, die bei der Wahl des Sicherheitsfaktors zu beachten sind, siehe DIN 3990 Teil 1, Ausgabe 12.87, Abschnitt 1.2.



a) „Warmfressen“



b) „Kaltfressen“

Bild 1.1. Freßschäden an Zahnflanken

2 Zeichen, Benennungen und Einheiten

(siehe auch DIN 3990 Teil 1)

a	Achsabstand	mm
b	Zahnbreite	mm
b_T	Zahnbreite der Test-Zahnräder	mm
c_Y	Eingriffsfedersteifigkeit	N/mm· μ m
c'	Einzelfedersteifigkeit	N/mm· μ m
c_{M1}, c_{M2}	Spezifische Wärmekapazität je Masse von Ritzel- und Radwerkstoff	N·m/kg·K
c_{V1}, c_{V2}	Spezifische Wärmekapazität je Volumen von Ritzel- und Radwerkstoff	N/mm ² ·K
d_{a1}, d_{a2}	Kopfkreisdurchmesser des Ritzels, Rades	mm
d_{b1}, d_{b2}	Grundkreisdurchmesser des Ritzels, Rades	mm
d_{Na}	Kopfnutkreis-Durchmesser	mm

g_α	Länge der Eingriffsstrecke (gesamte)	mm
u	Zähnezahlverhältnis	–
v	Umfangsgeschwindigkeit am Teilkreis	m/s
v_Σ	Summe der Tangentialgeschwindigkeiten	m/s
$v_{\Sigma C}$	Summe der Tangentialgeschwindigkeiten im Wälzpunkt	m/s
w_{Dt}	Maßgebende Umfangskraft je Einheit Zahnbreite	N/mm
z_1, z_2	Zähnezahl des Ritzels, Rades	–
B_{M1}, B_{M2}	Thermischer Kontaktkoeffizient des Werkstoffes von Ritzel, Rad	N/mm · s ^{1/2} · K
C_a	Kopfrücknahme	μ m
C_{eff}	Wirksame Kopfrücknahme	μ m
C_1, C_2	Gewichtungsfaktoren, aus Versuchen abgeleitet	–
E_1, E_2	Elastizitätsmodul des Werkstoffes von Ritzel, Rad	N/mm ²

F_t	(Nenn-) Umfangskraft am Teilkreis	N
F_{tT}	Test-Umfangskraft am Teilkreis	N
K_A	Anwendungsfaktor	–
$K_{B\alpha}$	Stirnfaktor für Fressen	–
$K_{B\beta}$	Breitenfaktor für Fressen	–
$K_{B\gamma}$	Schrägungsfaktor für Fressen	–
R_{a1}, R_{a2}	Arithmetischer Mittenrauhwert von Ritzel, Rad	μm
$S_{int\ S}$	Rechnerische Freßsicherheit für die Integraltemperatur	–
S_B	Rechnerischer Sicherheitsfaktor für die Kontakttemperatur	–
$S_{B\ min}$	Kleinster erforderlicher Sicherheitsfaktor für die Kontakttemperatur	–
$S_{S\ min}$	Kleinste erforderliche Freßsicherheit für die Integraltemperatur	–
T_{1T}	Test-Drehmoment am Ritzel	Nm
X_B	Geometriefaktor (Fressen)	–
X_{BE}	Geometriefaktor (Fressen) für den Ritzelzahnkopf	–
X_{Ca}	Kopfrücknahmefaktor (Fressen)	–
X_M	Blitzfaktor	$\text{K} \cdot \text{N}^{-3/4} \cdot \text{s}^{1/2} \cdot \text{m}^{-1/2} \cdot \text{mm}$
X_Q	Eingriffsfaktor	–
X_S	Schmierungs faktor	–
X_W	Gefügefaktor	–
$X_{W\ rel\ T}$	Relativer Gefügefaktor	–
X_{WT}	Gefügefaktor der Testzahnräder	–
$X_{\alpha\beta}$	Winkelfaktor	–
X_ϵ	Überdeckungsfaktor	–
X_Γ	Kraftaufteilungsfaktor	–
α_{a1}, α_{a2}	Profilwinkel am Kopfzylinder des Ritzels, Rades	°
α_n	Normaleingriffswinkel	°
α_t	Stirneingriffswinkel	°
α_{wt}	Betriebseingriffswinkel im Stirnschnitt	°
α_y	Profilwinkel am Y-Zylinder	°
β	Schrägungswinkel auf dem Teilkreis	°
β_b	Grundschrägungswinkel	°
ϵ_a	Austrittsüberdeckung	–
ϵ_f	Eintrittsüberdeckung	–
ϵ_α	Profilüberdeckung ($\epsilon_\alpha = \epsilon_1 + \epsilon_2$)	–

$\epsilon_{\alpha n}$	Profilüberdeckung der Ersatz-Geradverzahnung ($\epsilon_{\alpha n} = \epsilon_\alpha / \cos^2 \beta_b$)	–
ϵ_β	Sprungüberdeckung	–
ϵ_γ	Gesamtüberdeckung ($\epsilon_\gamma = \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta$)	–
ϵ_1, ϵ_2	Kopfüberdeckung des Ritzels, Rades	–
η_{oil}	Dynamische Ölviskosität bei Öltemperatur	mPa · s
η_M	Dynamische Ölviskosität bei Massentemperatur	mPa · s
ϑ_{fla}	Blitztemperatur	K
$\vartheta_{fla\ int}$	Mittlere Blitztemperatur über dem Eingriff	K
$\vartheta_{fla\ int\ T}$	Mittlere Blitztemperatur über dem Eingriff, im Freßtest	K
$\vartheta_{fla\ max}$	Maximale Blitztemperatur entlang der Eingriffsstrecke	K
$\vartheta_{fla\ max\ T}$	Maximale Blitztemperatur, im Freßtest	K
$\vartheta_{fla\ E}$	Blitztemperatur im Kopfeingriffspunkt E des Ritzels für $\epsilon_\alpha = 1,0$	K
ϑ_{int}	Integraltemperatur	°C
$\vartheta_{int\ P}$	Zulässige Integraltemperatur	°C
$\vartheta_{int\ S}$	Freß-Integraltemperatur	°C
ϑ_{oil}	Öltemperatur	°C
ϑ_B	Momentane Kontakttemperatur	°C
$\vartheta_{B\ max}$	Maximale Kontakttemperatur entlang der Eingriffsstrecke	°C
ϑ_{BP}	Zulässige Kontakttemperatur	°C
ϑ_M	Massentemperatur	°C
ϑ_{MT}	Massentemperatur, im Freßtest	°C
ϑ_S	Freß-Kontakttemperatur	°C
$\lambda_{M1}, \lambda_{M2}$	Wärmeleitfähigkeit des Werkstoffes von Ritzel, Rad	N/s · K
μ_{my}	Mittlere örtliche Reibungszahl	–
μ_{mC}	Über die Eingriffsstrecke gemittelte Zahnreibungszahl	–
ν_1, ν_2	Poisson-Zahl des Werkstoffes von Ritzel, Rad	–
ν_{40}	Kinematische Viskosität des Schmieröls bei 40 °C	mm ² /s
q_{red}	Ersatzkrümmungsradius im Stirnschnitt	mm
$q_{red\ C}$	Ersatzkrümmungsradius im Wälzpunkt (Stirnschnitt)	mm
q_{E1}, q_{E2}	Krümmungsradius des Ritzels, Rades im Stirnschnitt für den Kopfpunkt E des Ritzels	mm
q_M	Dichte des Werkstoffes	kg/mm ³
Γ	Parameter auf der Eingriffslinie	–
Γ_y	Parameter für einen beliebigen Punkt auf der Eingriffslinie	–
$\Gamma_A, \Gamma_B, \Gamma_D, \Gamma_E$	Parameter für die charakteristischen Punkte A, B, D, E auf der Eingriffslinie	–

3 Integraltemperatur-Verfahren

Freßschäden treten nach dieser Hypothese auf, wenn eine kritische mittlere Flankentemperatur – die Integraltemperatur ϑ_{int} –, die mit den Mittelwerten der Reibungszahl, der Krümmung, der Belastung usw. zu berechnen ist, einen Grenzwert – die zulässige Integraltemperatur $\vartheta_{\text{int P}}$ – überschreitet.

Die Integraltemperatur (siehe Bilder 3.3 und 3.4) wird durch Mittelwertbildung und Gewichten der Blitztemperatur gefunden (siehe Vorbemerkung).

3.1 Grundgleichung der Integraltemperatur ϑ_{int}

Die Integraltemperatur ist definiert durch:¹⁾

$$\vartheta_{\text{int}} = \vartheta_{\text{M}} + C_2 \cdot \vartheta_{\text{fla int}} \leq \vartheta_{\text{int P}} \quad (3.01)$$

$$\vartheta_{\text{fla int}} = \vartheta_{\text{fla E}} \cdot X_{\text{e}} \quad (3.02)$$

Hierin sind:

- ϑ_{M} Massentemperatur nach Abschnitt 3.3
- C_2 Gewichtungsfaktor. Aus Versuchen abgeleitet für Gerad- und Schrägstirnräder: $C_2 = 1,5$
- $\vartheta_{\text{fla E}}$ Blitztemperatur im Kopfeingriffspunkt E des Ritzels ohne Kraftaufteilung nach Abschnitt 3.2
- X_{e} Überdeckungsfaktor nach Abschnitt 3.11
- $\vartheta_{\text{int P}}$ Zulässige Integraltemperatur nach Abschnitt 3.12.

3.2 Blitztemperatur im Kopfeingriffspunkt E des Ritzels $\vartheta_{\text{fla E}}$

Die in Gleichung (3.02) einzusetzende Blitztemperatur am Ritzelzahnkopf wird aus der über die Eingriffsstrecke gemittelten Zahnreibungszahl und den empirisch ermittelten Faktoren X_{Q} und X_{Ca} berechnet.

$$\vartheta_{\text{fla E}} = \mu_{\text{mC}} \cdot X_{\text{M}} \cdot X_{\text{BE}} \cdot X_{\alpha\beta} \cdot \frac{w_{\text{Bt}}^{3/4} \cdot v^{1/2}}{|a|^{1/4}} \cdot \frac{1}{X_{\text{Q}} \cdot X_{\text{Ca}}} \quad (3.03)$$

Hierin sind:

- μ_{mC} über der Eingriffsstrecke gemittelte Zahnreibungszahl nach Abschnitt 3.5
- X_{M} Blitzfaktor (berücksichtigt Elastizitätsmodul und thermischen Kontaktkoeffizienten der Werkstoffe von Ritzel und Rad) nach Abschnitt 3.6
- X_{BE} Geometriefaktor für den Ritzelzahnkopf (berücksichtigt den Einfluß von Zähnezahlnverhältnis, Krümmungsradius und Gleitgeschwindigkeit in dimensionsloser Form) nach Abschnitt 3.7
- $X_{\alpha\beta}$ Winkelfaktor nach Abschnitt 3.8
- w_{Bt} Maßgebende Umfangskraft je Einheit Zahnbreite nach Abschnitt 3.4
- X_{Q} Eingriffsfaktor nach Abschnitt 3.9
- X_{Ca} Kopfrücknahmefaktor nach Abschnitt 3.10.

3.3 Massentemperatur ϑ_{M}

Die Massentemperatur ist die Temperatur der Zahnoberfläche unmittelbar vor dem Eingriff. Sie wird in die Gleichung (3.01) eingesetzt.

Die Massentemperatur stellt sich entsprechend der Wärmebilanz im Getriebegehäuse ein. In einem Getriebe gibt es verschiedene Quellen für Reibungswärme. Die wichtigsten davon sind die Zahnreibung und die Lagerreibung. Andere Wärmequellen, wie zum Beispiel Dichtungen, besitzen einen geringeren Einfluß und können daher in vielen Fällen vernachlässigt werden. Bei Umfangsgeschwindigkeiten über 80 m/s müssen Quetsch- und Ventilationsverluste als bedeutende Wärmequellen berücksichtigt werden. Die Wärme wird über das Gehäuse an die Umgebung durch Wärmeleitung, Konvektion und Strahlung abgegeben.

Für die überschlägige Auslegung mit vorläufigen Werten wie auch für die endgültige Nachrechnung stehen verschiedene Näherungsverfahren zur Berechnung der Massentemperatur zur Verfügung:

3.3.1 Methode A – Massentemperatur $\vartheta_{\text{M-A}}$

Die Massentemperatur wird als Mittelwert oder in Form einer Temperaturverteilung über die Zahnbreite in Versuchen bestimmt oder im Rahmen einer theoretischen Analyse aus bekannten Verlustleistungen und Wärmeübergängen berechnet.

3.3.2 Methode B – Massentemperatur $\vartheta_{\text{M-B}}$

Bei dieser Näherung wird die Massentemperatur als Summe aus Öltemperatur und einem Anteil, der hauptsächlich vom Temperaturunterschied zwischen Maximalwert der Blitztemperatur und Öltemperatur abhängt, betrachtet.

Diese Methode wird nicht für die Berechnung der Integraltemperatur nach Gleichung (3.01) angewendet.

3.3.3 Methode C – Massentemperatur $\vartheta_{\text{M-C}}$

Die Massentemperatur ϑ_{M} besteht grundsätzlich aus einer Flankentemperatur bei unbelasteter Flanke, die mit der Öltemperatur ϑ_{oil} gleichgesetzt werden kann, und einem Anteil, der hauptsächlich von dem Temperaturunterschied zwischen der Integraltemperatur ϑ_{int} und der Öltemperatur ϑ_{oil} sowie von den Wärmeleitungs- und Wärmeübergangszahlen abhängt. Nach Gleichung (3.01) kann die Integraltemperatur durch die über der Eingriffsstrecke gemittelte Blitztemperatur ersetzt werden.

$$\vartheta_{\text{M-C}} = X_{\text{S}} \cdot (\vartheta_{\text{oil}} + C_1 \cdot \vartheta_{\text{fla int}}) \quad (3.04)$$

Hierin sind:

- X_{S} Schmierungsfaktor (berücksichtigt eine bessere Wärmeübertragung bei Tauchschmierung als bei Einspritzschmierung)

Erfahrungswerte:

$X_{\text{S}} = 1,0$ für Tauchschmierung

$X_{\text{S}} = 1,2$ für Einspritzschmierung.

- ϑ_{oil} Öltemperatur; sie ist die Schmieröltemperatur vor dem Eingriff. Ihr Wert kann aus Versuchen abgeschätzt werden;

- C_1 Empirisch ermittelter Faktor. Nach Versuchsergebnissen als Mittelwert $C_1 = 0,70$;

- $\vartheta_{\text{fla int}}$ über der Eingriffsstrecke gemittelte Blitztemperatur nach Gleichung (3.02)

Bei Getrieben mit mehreren Zahneingriffen an einem Rad (zum Beispiel Planetengetriebe) ist eine höhere Massentemperatur als nach dieser Methode berechnet, zu erwarten.

3.4 Maßgebende Umfangskraft je Einheit Zahnbreite w_{Bt}

Die Umfangskraft F_t einschließlich der Überlastfaktoren wird für die Berechnung der Reibungszahl (Gleichung (3.06)) und der Blitztemperatur am Ritzelzahnkopf (Gleichung (3.03)) benötigt:

$$w_{\text{Bt}} = K_{\text{A}} \cdot K_{\text{V}} \cdot K_{\text{B}\beta} \cdot K_{\text{B}\alpha} \cdot K_{\text{B}\gamma} \cdot \frac{F_t}{b} \quad (3.05)$$

K_{A} , K_{V} , $K_{\text{B}\beta}$, $K_{\text{B}\alpha}$, $K_{\text{B}\gamma}$ und F_t siehe DIN 3990 Teil 1.

Bei unterschiedlicher Zahnbreite b an Ritzel und Rad ist die kleinere von beiden einzusetzen.

1) Grundgedanke von Gleichung (3.01):

$$\vartheta_{\text{int}} = \vartheta_{\text{M}} + C_2 \cdot \frac{\int_{y=0}^{y=g_{\alpha}} \vartheta_{\text{fla}} \cdot dy}{g_{\alpha}}$$

Mittelwertbildung anstelle von Integration längs g_{α} } $\vartheta_{\text{int}} = \vartheta_{\text{M}} + C_2 \cdot \vartheta_{\text{fla int}}$ (3.01a)

2) Für F_t muß in jedem Fall die **Gesamtumfangskraft** eingesetzt werden (auch für $\varepsilon_{\text{an}} > 2,0$). Begründung für die Verwendung der Umfangskraft am Teilzylinder siehe DIN 3990 Teil 3.

3.5 Mittlere örtliche Reibungszahl μ_{my} , μ_{mC}

Die wirkliche Reibungszahl auf der Zahnflanke ist ein momentaner und örtlich auftretender Wert, der von verschiedenen Schmierstoffeigenschaften, Oberflächenrauheit, „Art“ der Oberflächenungenauigkeiten, wie zum Beispiel Schleifmarken, Zahnflankenwerkstoffen, Tangentialgeschwindigkeiten, Kräften und Abmessungen abhängt. Es ist schwierig, diesen Wert zu bestimmen, da es nicht möglich ist, ihn versuchs-technisch zu ermitteln.

Zur Berechnung der Integraltemperatur wird in Gleichung (3.03) ein Mittelwert der Reibungszahl entlang der Eingriffsstrecke mit den Werten des Wälzpunktes μ_{mC} gebildet.

3.5.1 Methode A – Reibungszahl μ_{my-A}

Mit Hilfe der thermo-hydroelastischen Theorie kann die Reibungszahl berechnet werden, wenn alle notwendigen Größen aus Versuchen oder aus dem Schrifttum bekannt sind. In diesem Fall kann die Freßtemperatur nicht aus den Diagrammen in Abschnitt 3.16 entnommen werden. Für die Ermittlung der Freßtemperatur ist diese Methode auf das Test-Getriebe bei Test-Bedingungen und für die Test-Freßlast anzuwenden.

3.5.2 Methode B – Reibungszahl μ_{my-B}

Die fünf wichtigsten Größen werden in zwei dimensionslosen Gruppen zusammengefaßt. Die Reibungszahl wird angenähert durch eine vereinfachte Verknüpfung dieser dimensionslosen Gruppen.

Berechnung von μ_{my-B} siehe Gleichung (4.12).

3.5.3 Methode C – Reibungszahl μ_{mC}

Der Mittelwert der Reibungszahl über der Eingriffsstrecke wird angenähert durch

$$\mu_{mC} = 0,12 \cdot \left(\frac{w_{Bt}}{\eta_{oil} \cdot v_{\Sigma C}} \right)^{0,25} \cdot \left(\frac{R_a}{Q_{red C}} \right)^{0,25} \quad (3.06)$$

$$v_{\Sigma C} = 2 \cdot v \cdot \sin \alpha_{wt} \quad (3.07)$$

Hierin sind:

w_{Bt} Maßgebende Umfangskraft je Einheit Zahnbreite nach Gleichung (3.05)⁴⁾

$R_a = 0,5 \cdot (R_{a1} + R_{a2})$

R_{a1}, R_{a2} Arithmetische Mittenrauhwerte in Zahnhöhenrichtung gemessen (Herstellrauigkeit) von Ritzel und Rad (zum Beispiel bei Testrädern ist $R_a \approx 0,35 \mu m$)

$$Q_{red C} = \frac{u}{(1+u)^2} \cdot a \cdot \frac{\sin \alpha_{wt}}{\cos \beta_b} \quad (3.08)$$

3.6 Blitzfaktor X_M

Der Blitzfaktor beschreibt den Einfluß der Werkstoffeigenschaften von Ritzel und Rad auf die Blitztemperatur. Er wird in Gleichung (3.03) eingesetzt.

Die Berechnung des Blitzfaktors erfolgt für den Kopfeingriffspunkt E des Ritzels:

$$X_M = \left(\frac{2}{\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}} \right)^{1/4} \cdot \frac{\sqrt{1+\Gamma_E} + \sqrt{1-\Gamma_E/u}}{B_{M1} \sqrt{1+\Gamma_E} + B_{M2} \sqrt{1-\Gamma_E/u}} \quad (3.09)$$

$$\Gamma_E = \frac{\sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{d_{b1}} \right)^2 - 1}}{\tan \alpha_{wt}} - 1 \quad (3.10)$$

Der thermische Kontaktkoeffizient B_M ist definiert durch

$$B_M = \sqrt{\lambda_M \cdot Q_M \cdot c_M} \quad (3.11)$$

Bei gleichen Werkstoffen für Ritzel und Rad vereinfacht sich Gleichung (3.09) zu

$$X_M = \frac{E^{1/4}}{(1-\nu^2)^{1/4} \cdot B_M} \quad (3.12)$$

Für mittlere Werte von Martensitstählen

$$(\lambda_M = 50 \frac{N}{s \cdot K}, \quad Q_M = 7,85 \cdot 10^{-6} \frac{kg}{mm^3}, \quad c_M = 485 \frac{N \cdot m}{kg \cdot K},$$

$$E = 206\,000 \frac{N}{mm^2}, \quad \nu = 0,3) \text{ ergibt sich}$$

$$X_M = 50,0 K \cdot N^{-3/4} \cdot s^{1/2} \cdot m^{-1/2} \cdot mm \quad (3.13)$$

3.7 Geometriefaktor für den Ritzelzahnkopf X_{BE}

X_{BE} berücksichtigt die Hertzsche Pressung und die Gleitgeschwindigkeit am Ritzelzahnkopf. Er wird in Gleichung (3.03) eingesetzt. Für Außen- und Innenradpaare (Vorzeichenregelung siehe DIN 3990 Teil 1):

$$X_{BE} = 0,51 \cdot \sqrt{\frac{|z_2|}{z_2} \cdot (u+1)} \cdot \frac{\sqrt{Q_{E1}} - \sqrt{Q_{E2}/u}}{(Q_{E1} \cdot |Q_{E2}|)^{1/4}} \quad (3.14)$$

$$Q_{E1} = 0,5 \cdot \sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2} \quad (3.15)$$

$$Q_{E2} = a \cdot \sin \alpha_{wt} - Q_{E1} \quad (3.16)$$

3.8 Winkelfaktor $X_{\alpha\beta}$

Mit dem Winkelfaktor $X_{\alpha\beta}$ wird der Einfluß von Eingriffswinkel α_t , Betriebseingriffswinkel α_{wt} und Schrägungswinkel β auf die Integraltemperatur (Gleichung (3.03)) berücksichtigt.

3.8.1 Methode A – Winkelfaktor $X_{\alpha\beta-A}$

Die exakte Gleichung lautet

$$X_{\alpha\beta-A} = 1,22 \cdot \frac{\sin^{1/4} \alpha_{wt} \cdot \cos^{1/4} \alpha_n \cdot \cos^{1/4} \beta}{\cos^{1/2} \alpha_{wt} \cdot \cos^{1/2} \alpha_t} \quad (3.17)$$

Winkelfaktor $X_{\alpha\beta}$ für $\alpha_n = 20^\circ$ siehe Tabelle 1.

3.8.2 Methode B – Winkelfaktor $X_{\alpha\beta-B}$

Für Zahnräder mit Normaleingriffswinkel $\alpha_n = 20^\circ$ kann für den Winkelfaktor $X_{\alpha\beta}$ näherungsweise der Wert 1 eingesetzt werden.

$$X_{\alpha\beta-B} = 1 \quad (3.18)$$

Tabelle 1. Winkelfaktor $X_{\alpha\beta-A}$ für $\alpha_n = 20^\circ$

	$\beta = 0^\circ$	$\beta = 10^\circ$	$\beta = 20^\circ$	$\beta = 30^\circ$
$\alpha_{wt} = 19^\circ$	0,963	0,960	0,951	0,938
$\alpha_{wt} = 20^\circ$	0,978	0,975	0,966	0,952
$\alpha_{wt} = 21^\circ$	0,992	0,989	0,981	0,966
$\alpha_{wt} = 22^\circ$	1,007	1,004	0,995	0,981
$\alpha_{wt} = 23^\circ$	1,021	1,018	1,009	0,995
$\alpha_{wt} = 24^\circ$	1,035	1,032	1,023	1,008
$\alpha_{wt} = 25^\circ$	1,049	1,046	1,037	1,022

³⁾ Die angegebene mittlere Reibungszahl μ_{mC} ist ausschließlich für die Bestimmung der Blitztemperatur bei der Freßtragfähigkeitsberechnung zu verwenden.

⁴⁾ Zur Vereinfachung wird die üblicherweise verwendete Zahnnormalkraft durch die Umfangskraft angenähert.

⁵⁾ Bei Kopfkantenbruch ist für den Kopfkreisdurchmesser d_a der Kopfnutkreis-Durchmesser d_{Na} einzusetzen.

3.9 Eingriffsfaktor X_Q

Der Eingriffsfaktor X_Q berücksichtigt die Wirkung des Eingriffsbeginnes am Kopf des getriebenen Rades im Bereich hohen Schlupfes. Er wird dargestellt durch eine Funktion aus dem Quotienten der Eintrittsüberdeckung ε_f und der Austrittsüberdeckung ε_a (Bild 3.1).

$$\left. \begin{aligned} X_Q &= 1,0 && \text{für } \left(\frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_a}\right) \leq 1,5 \\ X_Q &= 1,4 - \frac{4}{15} \left(\frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_a}\right) && \text{für } 1,5 < \left(\frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_a}\right) < 3 \\ X_Q &= 0,6 && \text{für } 3 \leq \left(\frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_a}\right) \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

Hierin sind:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_f &= \varepsilon_2 \\ \varepsilon_a &= \varepsilon_1 \end{aligned} \right\} \text{ wenn das Ritzel das Rad treibt}$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_f &= \varepsilon_1 \\ \varepsilon_a &= \varepsilon_2 \end{aligned} \right\} \text{ wenn das Rad das Ritzel treibt}$$

mit

$$\varepsilon_1 = \frac{z_1}{2\pi} \cdot \left(\sqrt{(d_{a1}/d_{b1})^2 - 1} - \tan \alpha_{wt} \right) \quad ^5 \quad (3.20)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{z_2}{2\pi} \cdot \left(\sqrt{(d_{a2}/d_{b2})^2 - 1} - \tan \alpha_{wt} \right) \quad ^5 \quad (3.21)$$

3.10 Kopfrücknahmefaktor X_{Ca}

Elastische Verformung der im Eingriff befindlichen Zähne bewirken eine Überlastung am Zahnkopf in Bereichen hohen Schlupfes. Der Kopfrücknahmefaktor X_{Ca} berücksichtigt den positiven Einfluß von Profilkorrekturen auf diese Überlast.⁶⁾

3.10.1 Berechnung des Kopfrücknahmefaktors

Der Kopfrücknahmefaktor, siehe Bild 3.2, wird näherungsweise berechnet zu

$$X_{Ca} = 1 + 1,55 \cdot 10^{-2} \cdot \varepsilon_1^4 \cdot C_a \text{ für } \varepsilon_1 \geq \varepsilon_2 \quad (3.22)$$

$$X_{Ca} = 1 + 1,55 \cdot 10^{-2} \cdot \varepsilon_2^4 \cdot C_a \text{ für } \varepsilon_1 < \varepsilon_2 \quad (3.23)$$

Hierin sind:

ε_1 Kopfüberdeckung des Ritzels nach Gleichung (3.20)

ε_2 Kopfüberdeckung des Rades nach Gleichung (3.21)

C_a Maßgebender Wert der Kopfrücknahme nach Abschnitt 3.10.2

3.10.2 Maßgebende Kopfrücknahme C_a

C_a hängt von den Werten der ausgeführten Kopfrücknahme C_{a1} , C_{a2} , der wirksamen Kopfrücknahme C_{eff} , den Kopfüberdeckungen und der Richtung des Leistungsflusses ab.

Bei treibendem Ritzel und $\varepsilon_1 > 1,5 \varepsilon_2$:

$$C_a = C_{a1} \text{ für } C_{a1} \leq C_{eff} \quad (3.24)$$

$$C_a = C_{eff} \text{ für } C_{a1} > C_{eff} \quad (3.25)$$

Bei treibendem Ritzel und $\varepsilon_1 \leq 1,5 \varepsilon_2$:

$$C_a = C_{a2} \text{ für } C_{a2} \leq C_{eff} \quad (3.26)$$

$$C_a = C_{eff} \text{ für } C_{a2} > C_{eff} \quad (3.27)$$

Bei treibendem Rad und $1,5 \varepsilon_1 \geq \varepsilon_2$:

C_a nach Gleichung (3.24) und (3.25)

Bei treibendem Rad und $1,5 \varepsilon_1 < \varepsilon_2$:

C_a nach Gleichung (3.26) und (3.27)

Die wirksame Kopfrücknahme (Wert, bei dem die elastische Verformung des Zahnes durch die gegebene Belastung gerade ausgeglichen wird) ergibt sich für Vollast aus

$$C_{eff} = K_A \cdot (F_t/b)/c' \text{ für Geradverzahnung} \quad (3.28)$$

$$C_{eff} = K_A \cdot (F_t/b)/c_\gamma \text{ für Schrägverzahnung} \quad (3.29)$$

K_A , F_t , c' und c_γ siehe DIN 3990 Teil 1.

Bei unterschiedlicher Zahnbreite b an Ritzel und Rad ist die kleinere von beiden einzusetzen.

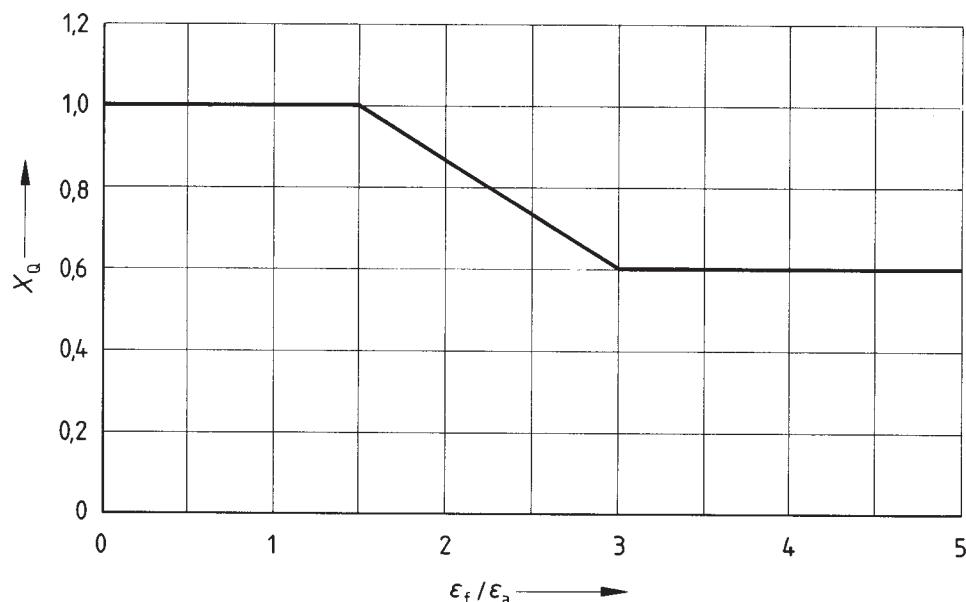


Bild 3.1. Eingriffsfaktor X_Q

⁵⁾ Siehe Seite 6

⁶⁾ Kopfrücknahme wird nur berücksichtigt, wenn die Verzahnungsgenauigkeit der Verzahnungsqualität 7 nach DIN 3961 und feiner entspricht. Für gröbere Qualitäten ist $X_{Ca} = 1$. (Siehe auch DIN 3990 Teil 1, Ausgabe 12.87, Abschnitt 1.3.)