

Trägfähigkeitsberechnung von Kegelrädern ohne Achsversetzung

Einführung und allgemeine Einflußfaktoren

DIN
3991
Teil 1

Calculation of load capacity of bevel gears without pinion offset; introduction and general influence factors

Inhalt

	Seite		Seite
1 Anwendungsbereich und Zweck	1	4.2 Methode A – Faktor $K_V - A$	5
1.1 Unterschiedliche Anwendungsgebiete	1	4.3 Methode B – Faktor $K_V - B$	5
1.2 Sicherheitsfaktoren	1	4.4 Methode C – Faktor $K_V - C$	7
1.3 Allgemeines	2	4.5 Methode D – Faktor $K_V - D$	9
1.4 Berechnungsgrundlage	2	5 Breitenfaktoren $K_{H\beta}, K_{F\beta}, K_{B\beta}$	11
1.5 Hinweis auf Zahlenwertgleichungen	2	5.1 Methoden zur Bestimmung des Breitenfaktors ...	11
1.6 Reihenfolge der Faktoren im Berechnungsablauf ..	3	5.2 Methode D – Faktoren $K_{H\beta - D}, K_{F\beta - D}, K_{B\beta - D}$..	11
1.7 Hinweis zur Bestimmung der Toleranzwerte nach Normen der Reihe DIN 3965	3	6 Stirnfaktoren $K_{H\alpha}, K_{F\alpha}, K_{B\alpha}$	12
2 Zeichen, Benennungen und Einheiten	3	6.1 Methoden zur Bestimmung des Stirnfaktors	12
3 Umfangskraft, Drehmoment, Leistung	4	6.2 Methode A – Faktor $K_{H\alpha - A}$	12
3.1 Nenn-Umfangskraft, -Drehmoment, -Leistung	4	6.3 Methode B – Faktoren $K_{H\alpha - B}, K_{F\alpha - B}, K_{B\alpha - B}$..	12
3.2 Äquivalente Umfangskraft, äquivalentes Drehmoment, äquivalente Leistung	4	6.4 Methode C – Faktoren $K_{H\alpha - C}, K_{F\alpha - C}, K_{B\alpha - C}$..	12
3.3 Anwendungsfaktor K_A	4	6.5 Einlaufbetrag y_α	13
4 Dynamikfaktor K_V	4	7 Schrägungsfaktor (Fressen) $K_{B\gamma}$	16
4.1 Methoden zur Bestimmung des Dynamikfaktors ...	4	Anhang A Berechnung der Ersatz-Stirnradsverzahnung für Kegelräder	17

1 Anwendungsbereich und Zweck

Diese Norm enthält zusammen mit DIN 3991 Teil 2 bis Teil 4 die Grundlagen für eine einheitliche Tragfähigkeitsberechnung von Kegelrädern ohne Achsversetzung ¹⁾. Die hierfür benötigten Festigkeitswerte können DIN 3990 Teil 5 entnommen werden.

Von DIN 3991 Teil 1 bis Teil 4 lassen sich verkürzte und eindeutige Anwendungsnormen für unterschiedliche Anwendungsgebiete ableiten. Diese Normen gestatten es, zukünftige Erkenntnisse und Entwicklungen zu berücksichtigen und den Erfahrungsaustausch zu erleichtern.

Sie enthalten Verfahren zur Nachrechnung folgender Tragfähigkeitsgrenzen (vergleiche DIN 3979) bezüglich Dauerfestigkeit ²⁾: Grübchenbildung, Zahnbruch, Fressen (Warmfressen).

Die Benutzung der Verfahren erfordert für jeden Anwendungsfall eine realistische Abschätzung aller Einflußfaktoren, insbesondere der zulässigen Spannung, des angemessenen Schadensrisikos (Schadenswahrscheinlichkeit) und damit des entsprechenden Sicherheitsfaktors.

Die hier angegebenen Beziehungen gelten für die in der Praxis überwiegend verwendeten Null- oder V-Null-Verzahnungen. Der Anwendungsbereich ist ferner eingeschränkt auf Kegelradverzahnungen, deren Ersatz-Stirnradsverzahnungen Profilüberdeckungen $\varepsilon_{v\alpha} < 2$ aufweisen (betrifft Y_{Fa}, Y_F). Außerdem gilt die Einschränkung $\delta_1, \delta_2 < 90^\circ$ (das heißt die Ersatz-Stirnradsverzahnung ist eine Außenverzahnung).

¹⁾ Berechnung von Hypoidrädern (Kegelrädern mit Achsversetzung) siehe Erläuterungen.

²⁾ Für Nachrechnungen im Zeitfestigkeitsgebiet können die entsprechenden Rechenvorschriften aus DIN 3990 Teil 1 bis Teil 4 herangezogen werden.

1.1 Unterschiedliche Anwendungsgebiete

Für die Auslegung bzw. für die Wahl der Sicherheitsfaktoren ist es wesentlich, daß die Anforderungen an Getriebe in unterschiedlichen Anwendungsgebieten beträchtlich variieren können. Die hierfür maßgebenden Gesichtspunkte und Beispiele sind in DIN 3990 Teil 1, Ausgabe Dezember 1987, Abschnitt 1.1, für Stirnradgetriebe beschrieben. – Sie gelten sinngemäß auch für Kegelradgetriebe.

1.2 Sicherheitsfaktoren

Die Angaben unter Abschnitt 1.1 auf die Besonderheiten unterschiedlicher Anwendungsgebiete sollen deutlich machen, daß zulässige Schadenswahrscheinlichkeit und Sicherheitsfaktor mit Sorgfalt gewählt werden müssen, um die geforderte Betriebssicherheit bei vertretbaren Kosten sicherzustellen.

Ferner: Je genauer alle Einflußgrößen erfaßt werden, desto geringer darf die rechnerische Sicherheit sein und desto wirtschaftlicher ist die Konstruktion.

Neben diesen Gesichtspunkten und den Besonderheiten der Grübchentragsfähigkeit (siehe DIN 3991 Teil 2), der Zahnfußtragsfähigkeit (siehe DIN 3991 Teil 3) oder der Freitragfähigkeit (siehe DIN 3991 Teil 4) sollen die Sicherheitsfaktoren nach sorgfältiger Abschätzung folgender Einflüsse gewählt werden:

- Dauerfestigkeitswerte, die in den Berechnungen verwendet werden, gelten für eine bestimmte Schadenswahrscheinlichkeit. (Die Werkstoffwerte in DIN 3990 Teil 5 gelten für 1% Schadenswahrscheinlichkeit.) Das Schadensrisiko verringert sich mit der Erhöhung des Sicherheitsfaktors und umgekehrt.
- Zu den Einflußfaktoren, die im Konstruktionsstadium unbekannt sind und deshalb aufgrund der vorgegebenen

Fortsetzung Seite 2 bis 20

Normenausschuß Antriebstechnik (NAN) im DIN Deutsches Institut für Normung e. V.

Toleranzen abgeschätzt werden müssen, gehören Maßabweichungen bei der Herstellung sowie Qualitätsabweichungen bei Werkstoff und Wärmebehandlung. Ebenso sind Annahmen bezüglich der tatsächlich auftretenden Zahnkräfte, der Ausrichtung des Getriebes sowie bezüglich Schmierung und Wartung zu treffen; dies sind Annahmen, deren Zuverlässigkeit unter Umständen stark schwanken kann.

- c) Je nach der Zuverlässigkeit dieser Annahmen und entsprechend den Anforderungen an die Betriebssicherheit (Folgen eines Schadensfalles) ist ein größerer oder kleiner Sicherheitsfaktor zu wählen. Die erforderlichen Mindestsicherheiten sind daher für jedes Anwendungsgebiet gesondert festzulegen.

Bei Stirnrädern für Industriegetriebe entsprechend der Definition in DIN 3990 Teil 11 genügen beispielsweise im allgemeinen folgende Mindest-Sicherheitsfaktoren:

- gegen Grübchenbildung $S_{H\min} = 1,0$,
- gegen Zahnbruch $S_{F\min} = 1,4$,
- gegen Fressen $S_{S\min} = 1,5$.

Bei der Festlegung sind insbesondere die Folgen eines Schadensfalles zu bedenken und die unter b) genannten Einflußfaktoren zu beachten.

1.3 Allgemeines

Die in dieser Norm erfaßten Einflußfaktoren basieren auf Forschungsergebnissen und Betriebserfahrungen. Man muß hinsichtlich der Faktoren unterscheiden:

- a) Faktoren, die durch die Verzahnungsgeometrie oder eine Vereinbarung festgelegt worden sind. Sie müssen nach den angegebenen Gleichungen berechnet werden.
- b) Faktoren, die eine Vielzahl von Einflüssen berücksichtigen und/oder als unabhängig voneinander behandelt werden (sich jedoch tatsächlich in zahlenmäßig nicht abschätzbarem Maße gegenseitig beeinflussen). Dazu gehören die Faktoren K_A , K_v , $K_{H\beta}$ oder $K_{F\beta}$, $K_{H\alpha}$ oder $K_{F\alpha}$ und die Faktoren, die die zulässige Spannung beeinflussen.

Diese Faktoren können mit verschiedenen Methoden bestimmt werden. Sie werden – wenn nötig – durch zusätzliche Indizes gekennzeichnet. Wenn immer möglich und sinnvoll, ist die genauere Methode anzuwenden.

Methode A: Hierbei wird der Faktor durch genaue Messung und/oder umfassende mathematische Analyse des zu betrachtenden Übertragungssystems und/oder gesicherte Betriebserfahrung bestimmt. Dazu müssen alle Getriebe- und Belastungsdaten bekannt sein.

So ermittelte Faktoren werden – wenn nötig – mit einem zusätzlichen Index A gekennzeichnet, z. B. $K_{H\beta-A}$, K_v-A . In diesem Fall ist das gewählte Verfahren eindeutig zu beschreiben; alle rechnerischen oder versuchstechnischen Voraussetzungen und Randbedingungen sowie verfahrensspezifische Eigenschaften, die das Rechnerergebnis beeinflussen, sind vollständig darzulegen. Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Methode müssen nachgewiesen werden, z. B. indem durch Vergleich mit anerkannten Messungen an anderen Verzahnungen die Treffsicherheit festgestellt wurde. – Es empfiehlt sich, diese Voraussetzungen für die Anerkennung der gewählten Methode mit dem Anwender zu vereinbaren.

Methode B: Bestimmung des Faktors nach einer Methode, die für die meisten Anwendungsfälle ausreichend genau ist. Die Annahmen, unter denen er ermittelt wurde, sind aufgeführt. Es ist jeweils zu prüfen, ob diese Annahmen für die vorliegenden Verhältnisse zutreffen. Falls nötig, Zusatzindex B einführen, z. B. K_v-B .

Methode C: Für einige Faktoren sind zusätzlich vereinfachte Näherungsverfahren angegeben. Die Annahmen, unter denen sie ermittelt wurden, sind angeführt. Es ist

jeweils zu prüfen, ob diese Annahmen für die vorliegenden Verhältnisse zutreffen. Wenn nötig, Zusatzindex C einführen, z. B. K_v-C .

Methoden D, E: Zur Bestimmung einiger Faktoren sind noch weitere Sonderverfahren angegeben. Diese gelten zum Teil für einen begrenzten Anwendungsbereich oder sind nur unter gewissen Voraussetzungen (z. B. hinsichtlich der Abnahmeprüfung) anwendbar. Derartige Faktoren werden, wenn nötig, durch den Zusatzindex D oder E usw. gekennzeichnet, z. B. $K_{H\beta-D}$ oder $K_{H\beta-E}$.

Anmerkung 1: Im allgemeinen wird man Methode A nur selten anwenden, weil entweder die betreffenden Zusammenhänge noch nicht weitergehend erforscht sind als in den Methoden B, C, D, E usw. bereits berücksichtigt wurde, oder die Betriebsdaten nicht vollständig bekannt sind oder die Kosten der Analyse ihren Wert übersteigen. Für vergleichende Betrachtungen und Überschlagsrechnungen genügen meist die nachgeordneten Methoden.

Anmerkung 2: Es wird empfohlen, die zusätzlichen Indizes immer dann zu benutzen, wenn ansonsten unklar wäre, welche Methode für die Ermittlung des Faktors gewählt wurde.

In manchen Anwendungsfällen kann es notwendig sein, zwischen Faktoren zu wählen, die mit Alternativ-Näherungsverfahren ermittelt worden sind (z. B. die Alternativen für die Ermittlung der effektiven Flankenlinienabweichung).

Wenn notwendig, kann die entsprechende Methode durch eine Ausweitung des Zusatzindex gekennzeichnet werden, z. B. $K_{H\beta-B1}$.

Anmerkung 3: Im Streitfall ist Methode A (wenn ihre Genauigkeit und Zuverlässigkeit nachgewiesen ist) maßgebend gegenüber B und diese gegenüber C, usw.

- c) Diese Norm ermöglicht in erster Linie die Berechnung von Zahnradern, für die die absolut notwendigen Daten in Form von Zeichnungsangaben oder in ähnlicher Form bekannt sind (Nachrechnung).

Im Vorentwurfsstadium ist meist nur eine beschränkte Anzahl von Daten bekannt. In diesem Stadium muß man für einige Faktoren Näherungs- oder Erfahrungswerte einsetzen. Für den ersten Entwurf, für bestimmte Anwendungsgebiete oder für Überschlagsrechnungen ist es mitunter zulässig, einige Faktoren mit 1 oder als Konstante anzunehmen oder Faktoren zusammenzufassen. Dabei ist zu prüfen, ob man damit auf der sicheren Seite rechnet oder ob der Sicherheitsfaktor entsprechend reichlich gewählt werden muß. Dies ist bei den Methoden B, C, D, ... angegeben.

Nach Herstellung und Kontrolle ist eine genauere Berechnung möglich, da dann Daten zur Verfügung stehen, die durch direkte Messung bestimmt worden sind. In dieser Norm wird jeweils dargelegt, wie diese Daten zu benutzen sind.

Vertragliche Vorschriften über die Art des rechnerischen Nachweises sollen rechtzeitig zwischen Hersteller und Auftraggeber vereinbart werden.

1.4 Berechnungsgrundlage

Zur Tragfähigkeitsberechnung werden die Kegelräder durch äquivalente Stirnräder angenähert (Ersatz-Stirnradvverzahnung, siehe Anhang A). Die in dieser Norm festgelegten Berechnungsverfahren entsprechen daher in ihrem Aufbau den Grundlagen „der Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern“ nach DIN 3990 Teil 1 bis Teil 4.

1.5 Hinweis auf Zahlenwertgleichungen

Die in dieser Norm angegebenen Zahlenwertgleichungen machen es erforderlich, daß alle Parameter mit den angegebenen Einheiten eingesetzt werden.

1.6 Reihenfolge der Faktoren im Berechnungsablauf

Die Faktoren K_v , $K_{H\beta}$ oder $K_{B\beta}$ oder $K_{F\beta}$ und $K_{H\alpha}$ oder $K_{F\alpha}$ hängen von der maßgebenden Umfangskraft ab. Sie sind auch bis zu einem bestimmten Grad voneinander abhängig und müssen daher nacheinander wie folgt berechnet werden:

- K_v mit der maßgebenden von außen eingeleiteten Umfangskraft $F_{mt} \cdot K_A$
- $K_{H\beta}$ oder $K_{B\beta}$ oder $K_{F\beta}$ mit der Kraft $F_{mt} \cdot K_A \cdot K_v$
- $K_{H\alpha}$ oder $K_{F\alpha}$ mit der Kraft $F_{mt} \cdot K_A \cdot K_v \cdot K_{H\beta}$ ³⁾

1.7 Hinweis zur Bestimmung der Toleranzwerte nach Normen der Reihe DIN 3965

Zur Bestimmung der Toleranzwerte ist vorzugsweise die entsprechende Toleranzgleichung und nicht der Tabellenwert zu verwenden.

2 Zeichen, Benennungen und Einheiten

a_v	Virtueller Achsabstand der Ersatz-Stirnradverzahnung	mm
b	Zahnbreite	mm
b_{cF}	Effektive Zahnbreite bezüglich Fußbeanspruchung	mm
b_{eH}	Effektive Zahnbreite bezüglich Flankenbeanspruchung	mm
c_γ	Eingriffsfedersteifigkeit	N/(mm · μ m)
c'	Einzelfedersteifigkeit	N/(mm · μ m)
d_e	Äußerer Teilkreisdurchmesser	mm
d_m	Mittlerer Teilkreisdurchmesser	mm
d_v	Teilkreisdurchmesser der Ersatz-Stirnradverzahnung	mm
d_{va}	Kopfkreisdurchmesser der Ersatz-Stirnradverzahnung	mm
d_{van}	Kopfkreisdurchmesser der Ersatz-Stirnradverzahnung im Normalschnitt	mm
d_{vb}	Grundkreisdurchmesser der Ersatz-Stirnradverzahnung	mm
d_{vbn}	Grundkreisdurchmesser der Ersatz-Stirnradverzahnung im Normalschnitt	mm
d_{vn}	Teilkreisdurchmesser der Ersatz-Stirnradverzahnung im Normalschnitt	mm
f_f	Profil-Formabweichung	μ m
f_p	Teilungs-Einzelabweichung	μ m
f_{pe}	Eingriffsteilungs-Abweichung	μ m
$f_{p\text{ eff}}$	Effektive Teilungs-Einzelabweichung	μ m
f_F	Lastkorrekturfaktor	—
$g_{v\alpha}$	Länge der Eingriffsstrecke der Ersatz-Stirnradverzahnung	mm
h_{ae}	Zahnkopfhöhe am äußeren Zahnende	mm
h_{am}	Zahnkopfhöhe in Mitte Zahnbreite	mm
h_{fe}	Zahnfußhöhe am äußeren Zahnende	mm
h_{fm}	Zahnfußhöhe in Mitte Zahnbreite	mm
h_{fp}	Fußhöhe des Bezugsprofils der Verzahnung	mm
j_{mt}	Stirnzahnspiel in Mitte Zahnbreite	mm
m_{et}	Stirnmodul am äußeren Zahnende	mm
m_{mn}	Normalmodul in Mitte Zahnbreite	mm

³⁾ Auch bei der Berechnung der Zahnfußbeanspruchung muß $K_{H\beta}$ zur Ermittlung von $K_{F\alpha}$ eingeführt werden, weil nur $K_{H\beta}$ den für die Verformung maßgebenden Belastungsanstieg durch die Breitenkraftverteilung darstellt.

m_{mt}	Stirnmodul in Mitte Zahnbreite	mm
m_{red}	Auf die Eingriffslinie der dynamisch äquivalenten Stirnräder reduzierte Masse des Radpaares je mm Zahnbreite	kg/mm
$m_{1,2}^*$	Reduzierte Masse des Ritzels, Rades je mm Zahnbreite	kg/mm
n_{v1}	Äquivalente Drehzahl des Ersatz-Stirnritzels	min ⁻¹
n_{E1}	Resonanzdrehzahl des Ritzels	min ⁻¹
$n_{1,2}$	Drehzahl des Ritzels, Rades	min ⁻¹
s_{et}	Stirnzahndicke, Bogen, außen	mm
s_{mt}	Stirnzahndicke, Bogen, Mitte	mm
s'_{mt}	Stirnzahndicke, Bogen, Mitte, bei spielfreiem Eingriff	mm
u	Zähnezahlverhältnis der Kegelradverzahnung	—
u_v	Zähnezahlverhältnis der Ersatz-Stirnradverzahnung	—
v_{mt}	Umfangsgeschwindigkeit am Teilkegel in Mitte Zahnbreite	m/s
w_{Bmt}	Auf die Zahnbreite bezogene Umfangskraft einschließlich Überlastfaktoren für die Freßbeanspruchung	N/mm
x_{hm}	Profilverschiebungsfaktor in Mitte Zahnbreite	—
x_{sm}	Zahndickenänderungsfaktor in Mitte Zahnbreite	—
y_α	Einlaufbetrag für Teilungsabweichung	μ m
z	Zähnezahl der Kegelradverzahnung	—
z_v	Zähnezahl der Ersatz-Stirnradverzahnung	—
z_{vn}	Zähnezahl der Ersatz-Stirnradverzahnung im Normalschnitt	—
C_a	Kopfrücknahme	μ m
C_v	Dimensionlose Parameter	—
F_{mt}	Nenn-Umfangskraft am Teilkegel in Mitte Zahnbreite	N
$F_{mt\text{ eq}}$	Äquivalente Umfangskraft	N
K_v	Dynamikfaktor	—
K_A	Anwendungsfaktor	—
$K_{B\alpha}$	Stirnfaktor (Fressen); berücksichtigt die Kraftaufteilung auf mehrere Zähne	—
$K_{B\beta}$	Breitenfaktor (Fressen); berücksichtigt die Kraftverteilung über die Zahnbreite	—
$K_{B\gamma}$	Schrägungsfaktor (Fressen); berücksichtigt die Kraftaufteilung auf mehrere Zähne	—
$K_{F\alpha}$	Stirnfaktor (Fuß); berücksichtigt die Kraftaufteilung auf mehrere Zähne	—
$K_{F\beta}$	Breitenfaktor (Fuß); berücksichtigt die Kraftverteilung über die Zahnbreite	—
$K_{H\alpha}$	Stirnfaktor (Flanke); berücksichtigt die Kraftaufteilung auf mehrere Zähne	—
$K_{H\beta}$	Breitenfaktor (Flanke); berücksichtigt die Kraftverteilung über die Zahnbreite	—
$K_{H\beta\text{ be}}$	Lagerungsfaktor	—
N	Bezugsdrehzahl für n_{E1}	—
P	Nenn-Leistung	kW
P_{eq}	Äquivalente Leistung	kW
R_e	Äußere Teilkegellänge	mm
R_m	Mittlere Teilkegellänge	mm
S_F	Sicherheitsfaktor für Fußbeanspruchung (gegen Bruch)	—

S_H	Sicherheitsfaktor für Flankenpressung (gegen Grübchenbildung)	—
S_S	Sicherheitsfaktor für Fressen (Integraltemperatur-Kriterium)	—
T_{eq}	Äquivalentes Drehmoment	Nm
$T_{1,2}$	Nenn-Drehmoment des Ritzels/Rades	Nm
Y_{Fa}	Formfaktor für Kraftangriff am Zahnkopf	—
Y_ϵ	Überdeckungsfaktor (Fuß)	—
Z_ϵ	Überdeckungsfaktor (Flanke)	—
α_{vn}	Normaleingriffswinkel der Ersatz-Stirnradverzahnung ($= \alpha_n$)	°
α_{vt}	Stirneingriffswinkel der Ersatz-Stirnradverzahnung	°
β_m	Schrägungswinkel am Teilkegel in Mitte Zahnbreite	°
β_{vb}	Schrägungswinkel am Grundkreis der Ersatz-Stirnradverzahnung	°
δ	Teilkegelwinkel	°
δ_a	Kopfkegelwinkel	°
$\epsilon_{v\alpha}$	Profilüberdeckung der Ersatz-Stirnradverzahnung	—
ϵ_{van}	Profilüberdeckung der Ersatz-Stirnradverzahnung im Normalschnitt	—
$\epsilon_{v\beta}$	Sprungüberdeckung der Ersatz-Stirnradverzahnung	—
ϵ_{vy}	Gesamtüberdeckung der Ersatz-Stirnradverzahnung	—
ϱ	Dichte	kg/mm ³
q_{ip}	Fußrundungsradius am Bezugsprofil der Verzahnung	mm
$\sigma_{H\lim}$	Dauerfestigkeitswert für Flankenpressung	N/mm ²
$\omega_{1,2}$	Winkelgeschwindigkeit Ritzel/Rad	rad/s
Σ	Achsenwinkel	°

3 Umfangskraft, Drehmoment, Leistung

3.1 Nenn-Umfangskraft, -Drehmoment, -Leistung

Bei Kegelrädern rechnet man mit der Umfangskraft am Teilkegel in Mitte Zahnbreite.

$$F_{mt} = \frac{2000 \cdot T_{1,2}}{d_{m1,2}} \quad (3.01)$$

$$T_{1,2} = \frac{F_{mt} \cdot d_{m1,2}}{2000} = \frac{P \cdot 1000}{\omega_{1,2}} = \frac{P \cdot 159,2}{n_{1,2} \text{ (in 1/s)}} = \frac{P \cdot 9549}{n_{1,2} \text{ (in 1/min)}} \quad (3.02)$$

$$P = \frac{F_{mt} \cdot v_{mt}}{1000} = \frac{T_{1,2} \cdot \omega_{1,2}}{1000} = \frac{T_{1,2} \cdot n_{1,2} \text{ (in 1/s)}}{159,2} = \frac{T_{1,2} \cdot n_{1,2} \text{ (in 1/min)}}{9549} \quad (3.03)$$

$$v_{mt} = \frac{d_{m1,2} \cdot \omega_{1,2}}{2000} = \frac{d_{m1,2} \cdot n_{1,2} \text{ (in 1/s)}}{318,3} = \frac{d_{m1,2} \cdot n_{1,2} \text{ (in 1/min)}}{19098} \quad (3.04)$$

Maßgebend für die Tragfähigkeitsberechnung ist das Nennmoment der Arbeitsmaschine. Dies ist das über längere Dauer zu übertragende Betriebsmoment für die schwersten, ordnungsgemäßen Arbeitsbedingungen.

Beispiele: Maximales Dauer-Walzmoment, Moment aus maximaler Betriebshublast.

Hilfsweise kann man vom Nennmoment des Antriebsmotors ausgehen, sofern dieses dem Momentbedarf der Arbeitsmaschine entspricht.

3.2 Äquivalente Umfangskraft, äquivalentes Drehmoment, äquivalente Leistung

Dies ist die konstante Umfangskraft $F_{mt\,eq}$ (konstantes Drehmoment, konstante Leistung), die der Wirkung des Lastkollektivs entspricht, d.h. bei Beaufschlagung des Zahnradpaares mit $F_{mt\,eq}$ (T_{eq} , P_{eq}) hat dieses die gleiche Lebensdauer bzw. Sicherheit gegen Dauerbruch wie bei Beaufschlagung mit dem Lastkollektiv.

$$F_{mt\,eq} = F_{mt} \cdot K_A; \quad T_{eq} = T \cdot K_A; \quad P_{eq} = P \cdot K_A \quad (3.05)$$

Man berücksichtigt damit auch die äußeren Zusatzkräfte. Diese sind abhängig von den Charakteristiken der Antriebs- und Abtriebsmaschinen, den Federsteifigkeiten und Massen (z.B. den Kupplungen) und den Betriebsverhältnissen.

Vorzugsweise soll die Berechnung auf der Basis von $F_{mt\,eq}$ (T_{eq} , P_{eq}) durchgeführt werden, ermittelt aus einem Lastkollektiv (Betriebsfestigkeitsrechnung). Vergleiche Schrifttumsangaben [3/2] und [3/3] in DIN 3990 Teil 1, Ausgabe Dezember 1987, Abschnitt 3.4.

3.3 Anwendungsfaktor K_A

Nach Abschnitt 3.2 erfaßt der Anwendungsfaktor K_A die Zusatzkräfte, die — über die Nenn-Umfangskraft hinaus — von außen auf das Getriebe wirken.

Nur wenn keine abgesicherten Erfahrungswerte oder zuverlässigen, durch Betriebsmessungen oder eine umfassende Systemanalyse ermittelten Lastkollektive zur Verfügung stehen, rechnet man mit der Nenn-Umfangskraft F_{mt} nach Abschnitt 3.1 und dem Anwendungsfaktor K_A nach Gleichung (3.05). Anhaltswerte K_A für Industriegetriebe siehe DIN 3990 Teil 11, für Schnellaufgetriebe siehe DIN 3990 Teil 21, für Fahrzeuggetriebe siehe DIN 3990 Teil 41 (z.Z. Entwurf).

4 Dynamikfaktor K_v

Der Dynamikfaktor K_v erfaßt die inneren dynamischen Kräfte, die durch Schwingungen von Ritzel und Rad gegeneinander bzw. durch Schwingungen der Radpaare anderer Stufen des Getriebes hervorgerufen werden.

K_v ist definiert als Verhältnis der am Zahneingriff eines Radpaares auftretenden maximalen Kraft zur entsprechenden, von außen aufgetragenen Kraft.

Grundsätzliche Hinweise zur Bestimmung des Dynamikfaktors und seine wesentlichen Einflußgrößen siehe DIN 3990 Teil 1.

4.1 Methoden zur Bestimmung des Dynamikfaktors

Die Genauigkeit der nachstehend beschriebenen Methoden zur Ermittlung des Dynamikfaktors K_v nimmt von Methode A (K_{v-A}) bis Methode C (K_{v-C}) ab.

Methode A besteht in einer umfassenden Analyse des Schwingungsverhaltens der Radpaare eines Getriebes. Weitere Hinweise siehe Abschnitt 4.2. — In vielen Fällen ist eine derartige umfassende Analyse nicht durchführbar, da die notwendigen Daten nicht zur Verfügung stehen. Auch eine Messung der Zahnkräfte im Betrieb ist nur in wenigen Fällen möglich. Deshalb wird gewöhnlich eine der folgenden Methoden gewählt.

Für Methode B benötigt man nur die Hauptabmessungen und die Verzahnungsdaten des Radpaares, die Umfangsgeschwindigkeit, die Genauigkeit des Getriebes, den Werkstoff und die Belastung des Getriebes. Diese Methode kann für alle Getriebearten angewendet werden. Wenn gilt:

$v \cdot z_1/100 \cdot \sqrt{u^2/(1+u^2)} \leq 3 \text{ m/s}$, lohnt sich der Aufwand für diese Methode kaum; in diesem Bereich ist die Methode C ausreichend genau. — Beschreibung siehe Abschnitt 4.3.

Methode C ist ein vereinfachtes, von Methode B abgeleitetes Verfahren. Sie kann für viele Arten von Industriegetrieben angewendet werden und ist für sämtliche Anwendungen ausreichend genau, wenn der Faktor $v \cdot z_1/100 \cdot \sqrt{u^2/(1+u^2)}$ kleiner als 3 m/s ist. Für die Berechnung benötigt man nur die Umfangsgeschwindigkeit v , die Zähnezah z_1 des Ritzels und das Zähnezahverhältnis sowie die Belastung des Radpaares. – Beschreibung siehe Abschnitt 4.4.

Methode D ist ein, von Methode C abgeleitetes Näherungsverfahren. Hierbei wird der Einfluß der Belastung vernachlässigt. Sie eignet sich daher für die Entwurfsrechnung. Beschreibung siehe Abschnitt 4.5.

Es ist also zweckmäßig, vorab den Faktor $v \cdot z_1/100 \cdot \sqrt{u^2/(1+u^2)}$ zu bestimmen und damit zu entscheiden, ob Methode C ausreichend genau ist und sich somit genauere Untersuchungen erübrigen.

4.2 Methode A – Faktor $K_V - A$

Hier sind zu unterscheiden

- Die maximalen Zahnkräfte (einschließlich der inneren dynamischen Kräfte) werden durch Messung oder eine umfassende Schwingungsanalyse ermittelt. In diesem Fall wird $K_V = 1$ angenommen.
- Der Faktor K_V , d.h. das Verhältnis der maximalen Zahnkräfte zur Nenn-Umfangskraft, wird durch eine umfassende Analyse bestimmt.

Bei a) und b) müssen alle Daten bekannt sein, die die Schwingungen des Systems beeinflussen, alle Getriebeabmessungen und Belastungsdaten. Die Genauigkeit der Methode muß nachgewiesen und die Voraussetzungen müssen klar dargelegt werden (vergleiche Abschnitt 1.3).

4.3 Methode B – Faktor $K_V - B$

Bei dieser Methode wird die vereinfachende Annahme getroffen, daß das Zahnradpaar ein einziges, elementares Massen- und Federsystem bildet, welches die kombinierten Massen des Ritzels und des Rades umfaßt, wobei die Federsteifigkeit gleich der Eingriffsfedersteifigkeit der im Eingriff stehenden Zähne ist.

Somit sind Belastungen aus den Drehschwingungen der Wellen und der angekoppelten Massen nicht in K_V enthalten, ebenso nicht der Einfluß der Federerregung der anderen Stufen des Getriebes. Diese Einflüsse müssen im Ansatz der äußeren Belastungen (z. B. mit dem Anwendungsfaktor) oder im Ansatz des Sicherheitsfaktors erfaßt werden.

Die Höhe der dynamischen Zusatzkräfte hängt u. a. ab von der Genauigkeit der Verzahnung, d.h. von den Flanken-Formabweichungen und den Teilungsabweichungen. Die Bestimmung der Profil-Formabweichungen bei Kegelrädern ist jedoch schwierig (keine Evolventen), entsprechende Toleranzangaben liegen nicht vor. Die Teilungsabweichungen sind dagegen leichter meßbar und in Normen der Reihe DIN 3965 für die jeweiligen Verzahnungsqualitäten festgelegt. Zur Bestimmung des Dynamikfaktors wird hier deshalb die Profil-Formabweichung vereinfachend gleich der Teilungs-Einzelabweichung angenommen und als repräsentativer Wert zur Erfassung des Einflusses der Verzahnungsgenauigkeit auf die dynamischen Zahnkräfte aufgefaßt.

Für die Berechnung von $K_V - B$ erforderliche Daten:

- Genauigkeit des Zahnradpaares (Teilungs-Einzelabweichung)
- Massenträgheitsmoment des Ritzels und des Rades (Abmessungen und Dichte des Werkstoffes)
- Zahnfedersteifigkeiten (Einzelfedersteifigkeit und Eingriffsfedersteifigkeit)
- Übertragene Umfangskraft

Als erstes bestimmt man den Parameter N (bezeichnet als dimensionslose Bezugsdrehzahl) nach Abschnitt 4.3.1 4).

4.3.1 Drehzahlbereiche

Dimensionslose Bezugsdrehzahl:

$$N = \frac{n_1}{n_{E1}} \quad (4.01)$$

Hierin ist n_{E1} die Resonanzdrehzahl nach Abschnitt 4.3.2.

Mit Hilfe der Bezugsdrehzahl N kann man den Gesamtdrehzahlbereich in vier Bereiche aufteilen; Unterkritischer Bereich, Bereich der Hauptresonanz und überkritischer Bereich sowie einen Zwischenbereich (Hauptresonanz/überkritisch).

Infolge des Einflusses der nicht mit einbezogenen Steifigkeiten, z.B. der Wellen, Lager, Gehäuse usw., und infolge der Dämpfung kann die Resonanzdrehzahl unterhalb oder oberhalb der mit Gleichung (4.02) berechneten Drehzahl liegen. Aus Sicherheitsgründen wird ein Resonanzbereich von $0,85 < N \leq 1,15$ definiert.

Für die Berechnung von K_V gibt es damit folgende Bereiche:

- Unterkritischer Bereich, $N \leq 0,85$; Abschnitt 4.3.3;
- Bereich der Hauptresonanz, $0,85 < N \leq 1,15$; Abschnitt 4.3.4;
- Zwischenbereich, $1,15 < N < 1,5$; Abschnitt 4.3.6;
- Überkritischer Bereich, $N \geq 1,5$; Abschnitt 4.3.5 4).

Weitere Hinweise zu den Drehzahlbereichen siehe DIN 3990 Teil 1.

4.3.2 Resonanzdrehzahl (Hauptresonanz)

$$n_{E1} = \frac{30 \cdot 10^3}{\pi \cdot z_1} \cdot \sqrt{\frac{c_y}{m_{\text{red}}}} \quad (4.02)$$

mit

$$m_{\text{red}} = \frac{m_1^* \cdot m_2^*}{m_1^* + m_2^*} \quad (4.03)$$

Für mittlere Verhältnisse kann man bei Kegelrädern die Eingriffsfedersteifigkeit $c_y = 20 \text{ N/(mm} \cdot \mu\text{m)}$ setzen 5).

Falls eine genaue Bestimmung der Massenträgheitsmomente der Kegelräder zu aufwendig oder nicht möglich ist (z. B. in der Entwurfsphase), können die Kegelräder bei üblicher Gestaltung der Radkörper (Vollscheiben) durch näherungsweise dynamisch äquivalente Stirnräder (Index x) ersetzt werden (siehe Bild 4.1).

$$m_{1,2}^* \approx m_{1x,2x}^* \\ m_{1x,2x}^* = \frac{1}{8} \cdot \varrho \cdot \pi \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha_n} \cdot d_{m1,2}^2 \quad (4.04)$$

4) Wenn im voraus bekannt ist, daß das Radpaar im überkritischen Bereich arbeitet (was für die meisten Turbogetriebe zutrifft), ist es nicht notwendig, den Parameter N zu bestimmen. In diesem Fall kann der Dynamikfaktor direkt nach Abschnitt 4.3.5 bestimmt werden.

5) Die angegebenen Werte für $c' = 14 \text{ N/(mm} \cdot \mu\text{m)}$ und $c_y = 20 \text{ N/(mm} \cdot \mu\text{m)}$ gelten zunächst für Geradverzahnung. Untersuchungen an schrägverzahnnten Stirnrädern ergaben, daß die Zahnfedersteifigkeiten mit zunehmenden Schrägungswinkel abnehmen. Andererseits führt die spiralförmige Aufwicklung eines Kegelradzahnes auf dem kegeligen Grundkörper bei Schräg- und Bogenverzahnung zu einer Versteifung. Beim derzeitigen Kenntnisstand können deshalb die Zahnfedersteifigkeiten der Geradverzahnung eingesetzt werden.

Bei kleinen Linienlasten fällt die Zahnfedersteifigkeit ab (Einfluß von Rauheit und Oberflächenstruktur). Bei $F_{mt}/b_{eH} \cdot K_A < 100 \text{ N/mm}$ berücksichtigt man dies dadurch, daß c' ersetzt wird durch $c' \cdot (F_{mt}/b_{eH} \cdot K_A)/(100 \text{ N/mm})$ und c_y durch $c_y \cdot (F_{mt}/b_{eH} \cdot K_A)/(100 \text{ N/mm})$.

$$m_{\text{red x}} = \frac{1}{8} \cdot \varrho \cdot \pi \cdot \frac{d_{m1}^2}{\cos^2 \alpha_n} \cdot \frac{u^2}{1 + u^2} \quad (4.05)$$

Bestimmung der reduzierten Masse für die Paarung von Zahnrädern unterschiedlicher Werkstoffe siehe DIN 3990 Teil 1.

Für Zahnräder aus Stahl ($\varrho = 7,86 \cdot 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$) mit $\alpha_n = 20^\circ$ gilt:

$$m_{\text{red x}} = 3,50 \cdot 10^{-6} \cdot d_{m1}^2 \cdot \frac{u^2}{1 + u^2} \quad (4.06)$$

Eingesetzt in (4.01) und (4.02) mit $c_y = 20 \text{ N/(mm} \cdot \mu\text{m)}^5$:

$$\begin{aligned} N &= 4,38 \cdot 10^{-8} n_1 z_1 d_{m1} \sqrt{u^2/(1 + u^2)} \\ &= 0,084 \frac{z_1 \cdot v_{mt}}{100} \sqrt{u^2/(1 + u^2)} \end{aligned} \quad (4.07)$$

Grafisches Verfahren zur Bestimmung der Resonanzdrehzahl siehe Bild 4.2.

4.3.3 Dynamikfaktor im unterkritischen Bereich, $N \leq 0,85$

Üblicher Betriebsbereich von Industrie- und Kfz-Getrieben.

$$K_v = N \cdot K + 1 \quad (4.08)$$

⁵⁾ Siehe Seite 5

Mit den vereinfachenden Annahmen der Methode B gilt:

$$K = \frac{f_{p \text{ eff}} \cdot c'}{F_{mt}/b_{eH} \cdot K_A} \cdot C_{v12} + C_{v3} \quad (4.09)$$

Hierin bedeuten:

$c' = 14 \text{ N/(mm} \cdot \mu\text{m)}^5$ Einzelfedersteifigkeit für mittlere Verhältnisse bei Kegelrädern

$F_{mt}/b_{eH} \cdot K_A$ für K_v maßgebende Linienlast

$f_{p \text{ eff}} = f_p - y_p$ mit $y_p \approx y_\alpha$

y_α siehe Abschnitt 6.5

f_p siehe Abschnitt 6.3

C_{v12}, C_{v3} siehe Tabelle 4.1 oder Tabelle 4.2.

4.3.4 Dynamikfaktor im Bereich der Hauptresonanz, $0,85 < N \leq 1,15$

Dieser Bereich soll im allgemeinen vermieden werden. Mit den vereinfachenden Annahmen der Methode B gilt:

$$K_v = \frac{f_{p \text{ eff}} \cdot c'}{F_{mt}/b_{eH} \cdot K_A} \cdot C_{v12} + C_{v4} + 1 \quad (4.10)$$

Bedeutung der Zeichen siehe Abschnitt 4.3.3.

C_{v12}, C_{v4} siehe Tabelle 4.1 oder Tabelle 4.2.

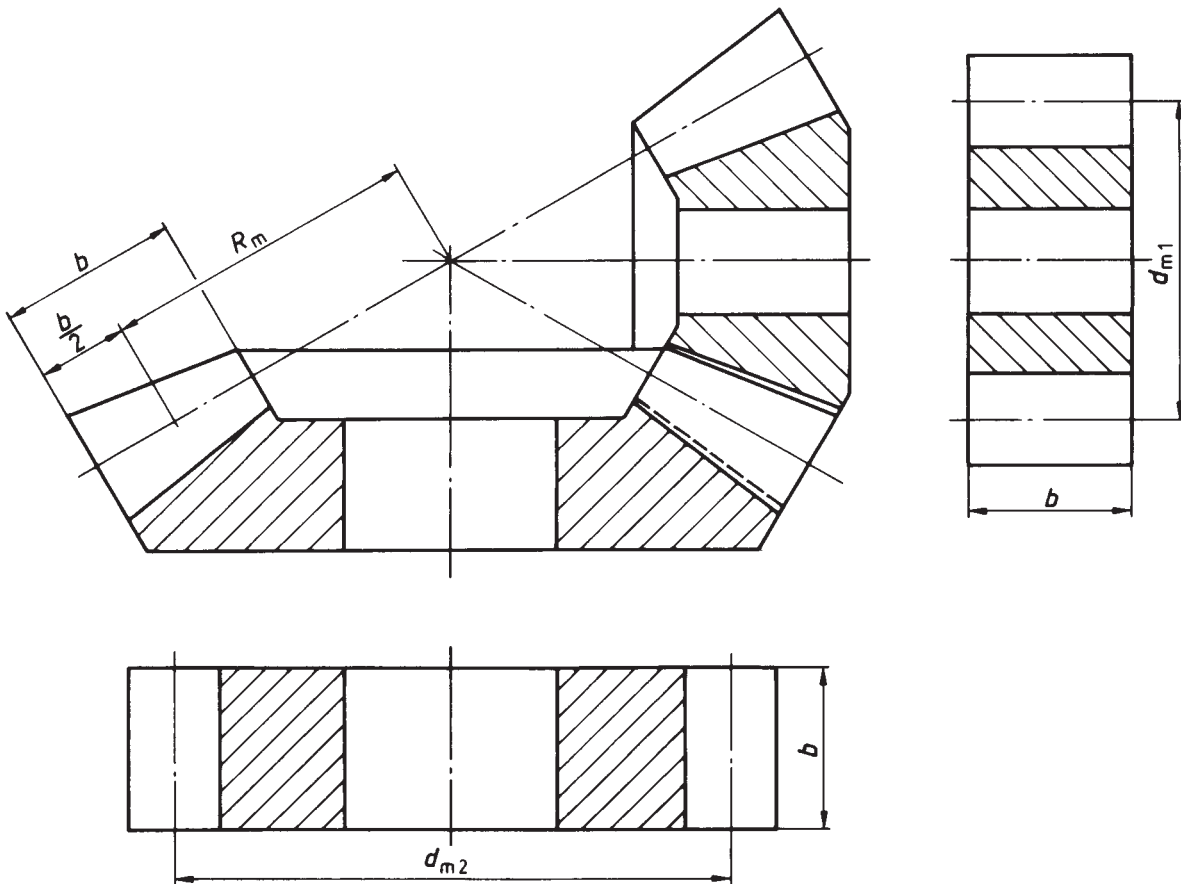


Bild 4.1. Näherungsweise dynamisch äquivalente Stirnräder zur Berechnung des Dynamikfaktors