

	DIN 3991-1	
ICS 21.200	Ersatz für DIN 3991-1:1988-09	
Tragfähigkeitsberechnung von Kegelrädern – Teil 1: Einführung und allgemeine Einflussfaktoren Calculation of load capacity of bevel gears – Part 1: Introduction and general influence factors Calcul de la capacité de charge des engrenages conique – Partie 1: Introduction et facteurs généraux d’influence		
Gesamtumfang 55 Seiten		
DIN-Normenausschuss Maschinenbau (NAM)		
		

Inhalt

	Seite
Vorwort	5
Einleitung	7
1 Anwendungsbereich	9
2 Normative Verweisungen	9
3 Begriffe	10
4 Symbole und Abkürzungen	10
5 Anwendung	14
5.1 Berechnungsmethoden	14
5.1.1 Allgemeines	14
5.1.2 Methode A	14
5.1.3 Methode B	14
5.1.4 Methode C	15
5.2 Sicherheitsfaktoren	15
5.3 Anwendungshinweise	15
5.3.1 Prüfung	15
5.3.2 Fertigungstoleranzen	16
5.4 Zu berücksichtigende Systemfaktoren	16
5.4.1 Allgemeines	16
5.4.2 Schmierung	16
5.4.3 Anforderung an umgebende Struktur	16
5.4.4 Verformung von Getriebekomponenten	16
5.4.5 Werkstoffe und Metallurgie	16
5.4.6 Eigenspannung	16
5.4.7 Systemdynamiken	17
5.4.8 Tragbild	17
5.4.9 Korrosion	17
5.5 Weitere Einflussfaktoren	17
6 Äußere Kraft und Anwendungsfaktor K_A	18
6.1 Nenn-Umfangskraft, -Drehmoment, -Leistung	18
6.2 Variable Lastbedingungen	18
6.3 Anwendungsfaktor K_A	19
6.3.1 Allgemeines	19
6.3.2 Einflüsse mit Auswirkung auf äußere dynamische Lasten	19
6.3.3 Bestimmung von Anwendungsfaktoren	19
7 Dynamikfaktor K_V	20
7.1 Allgemeines	20
7.2 Dimensionierung	20
7.3 Herstellung	20
7.4 Drehwegabweichung	20
7.5 Dynamische Antwort	21
7.6 Resonanz	21
7.6.1 Allgemeines	21
7.6.2 Radkörperresonanz	21
7.6.3 Systemresonanz	21
7.7 Berechnungsmethoden für K_V	22
7.7.1 Allgemeines	22
7.7.2 Methode A, K_{V-A}	22
7.7.3 Methode B, K_{V-B}^*	23
8 Breitenfaktoren $K_{H\beta}$, $K_{F\beta}$	27
8.1 Allgemeines	27
8.2 Methode A	28

8.3	Methode B	28
8.4	Methode C	28
8.4.1	Breitenfaktor (Flanke), $K_{H\beta-C}$	28
8.4.2	Breitenfaktor (Fuß) $K_{F\beta-C}$	29
8.4.3	Längskrümmungsfaktor K_{F0}	29
9	Stirnfaktoren $K_{H\alpha}$, $K_{F\alpha}$	30
9.1	Allgemeines	30
9.2	Methode A	31
9.3	Methode B	31
9.3.1	Ersatzstirnradverzahnungen mit einer Gesamtüberdeckung $\varepsilon_{v\gamma} \leq 2$	31
9.3.2	Ersatzstirnradverzahnungen mit einer Gesamtüberdeckung $\varepsilon_{v\gamma} > 2$	31
9.4	Methode C	31
9.4.1	Allgemeine Bemerkungen	31
9.4.2	Voraussetzungen, Annahmen	31
9.4.3	Bestimmung der Faktoren	32
9.5	Einlaufbetrag y_{α}	32
Anhang A (normativ) Berechnung der Ersatzstirnradverzahnung		34
A.1	Allgemeines	34
A.2	Geometrie der Ersatzstirnradverzahnung im Stirnschnitt (Index v)	34
A.2.1	Allgemeines	34
A.2.2	Bestimmung der Teilkreisdurchmesser der Ersatzstirnradverzahnung d_v	35
A.2.3	Bestimmung des Schrägungswinkels β_v	37
A.2.4	Bestimmung der Zahnbreite b_v der Ersatzstirnradverzahnung	38
A.2.5	Vergleich der Eingriffsbedingungen	40
A.2.6	Überdeckung ε_v	41
A.2.7	Bestimmung Berührlinienlänge l_b	41
A.2.8	Bestimmung des relativen Krümmungsradius ρ_{rel} für die Berechnung der Flankenpressung:	44
A.3	Daten der Ersatzstirnräder im Normalschnitt (Index vn)	45
A.4	Bestimmung der lokalen Größen der Ersatzstirnradverzahnung	45
A.4.1	Lokale Geometriegrößen	45
A.4.2	Länge der Berührlinien $l_{b,Y}$	47
A.4.3	Krümmungsradius $\rho_{rel,Y}$	48
A.4.4	Lastaufteilungsfaktor	49
Anhang B (informativ) Werte für den Anwendungsfaktor K_A		50
B.1	Bestimmung von Anwendungsfaktoren	50
B.2	Schätzwerte für Anwendungsfaktoren	50
Anhang C (informativ) Tragbilder		51
Literaturhinweise		55

Bilder

Bild 1	Struktur der Berechnungsverfahren in der Normenreihe DIN 3991	8
Bild 2	Näherungsweise dynamisch äquivalente Stirnräder für die Berechnung des Dynamikfaktors von Kegelrädern einschließlich Hypoidräder	25
Bild A.1	Schematische Skizze einer Hypoidverzahnung	35
Bild A.2	Kegelräder und ihre entsprechende Ersatzstirnradverzahnung	37
Bild A.3	Vereinfachtes Eingriffsfeld der Ersatzstirnradverzahnung	39
Bild A.4	Allgemeine Definition der Berührlänge	44
Bild A.5	Segmentierung der Eingriffsstrecke	46
Bild A.6	Allgemeine Definition der Länge der Berührlinien	47
Bild A.7	Lastaufteilung zwischen den Berührlinien im Punkt Y	49
Bild C.1	Tragbildnomenklatur an einem Kegelrad	52
Bild C.2	Akzeptable Tragbilder unter Last an einem Rad	53
Bild C.3	Nicht-zufriedenstellende Tragbilder unter Last an einem Rad	54

Tabellen

Tabelle 1 — Symbole und Einheiten 10

Tabelle 2 — Allgemeine Indizes 13

Tabelle 3 — Einflussfaktoren c_{v1} bis c_{v7} in Gleichung (16) bis (21) 26

Tabelle 4 — Lagerungsfaktor $K_{H\beta-be}$ 28

Tabelle 5 — Vorläufige Stirnfaktoren $K_{H\alpha-C}^*$ und $K_{F\alpha-C}^*$ 32

Tabelle A.1 — Exemplarischer Vergleich der sich ergebenden Eingriffsfelder für drei
unterschiedliche Verzahnungen 41

Tabelle A.2 — Abstand f der Kopf-, mittleren und Fußberührlinien im Eingriffsfeld 42

Tabelle B.1 — Empfohlene Werte für den Anwendungsfaktor K_A 50

Vorwort

Dieses Dokument wurde vom Arbeitsausschuss NA 060-34-13 AA „Kegelradverzahnungen (SpA ISO/TC 60/SC 2/WG 13)“ im Fachbereich „Antriebstechnik“ des DIN-Normenausschusses Maschinenbau (NAM) erarbeitet. Vertreter der Hersteller und Anwender von Kegelradverzahnungen und der Hochschulen waren an der Erarbeitung beteiligt.

Die Normenreihe DIN 3991 besteht seit 1988 in unveränderter Form. Im Rahmen der internationalen Normung wurden bereits zwei Ausgaben der Normenreihe ISO 10300, *Calculation of load capacity of bevel gears* erarbeitet und veröffentlicht. Die aktuelle Ausgabe unterliegt zum Zeitpunkt der Erarbeitung dieses Dokuments einer weiteren Überarbeitung.

Dieses Dokument ersetzt die erste Ausgabe (DIN 3991-1:1988-09), die technisch vollumfänglich überarbeitet wurde und die Elemente der ISO 10300-1 übernimmt, die auf Betreiben des DIN-Ausschusses in die internationale Norm übernommen wurden. Zudem wurden in dieses Dokument die neuesten Erkenntnisse und Forschungsergebnisse eingearbeitet.

Die Normenreihe DIN 3991 besteht aus den folgenden Teilen unter dem Haupttitel *Tragfähigkeitsberechnung von Kegelrädern*:

- Teil 1: Einführung und allgemeine Einflussfaktoren
- Teil 2: Berechnung der Grübchentragfähigkeit
- Teil 3: Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit

Ein weiterer Teil für die Berechnung der Fresstragfähigkeit befindet sich zum Zeitpunkt der Veröffentlichung der Normenreihe DIN 3991 in der Vorbereitung.

Es wird auf die Möglichkeit hingewiesen, dass einige Elemente dieses Dokuments Patentrechte berühren können. DIN ist nicht dafür verantwortlich, einige oder alle diesbezüglichen Patentrechte zu identifizieren.

Aktuelle Informationen zu diesem Dokument können über die Internetseiten von DIN (www.din.de) durch eine Suche nach der Dokumentennummer aufgerufen werden.

Änderungen

Gegenüber DIN 3991-1:1988-09 wurden folgende Änderungen vorgenommen:

- a) der Anwendungsbereich wurde um achsversetzte Kegelräder (Hypoidräder) erweitert, hierfür wurde das Berechnungsverfahren überarbeitet;
- b) für die Verwendung von Werkstoffkennwerten wird in diesem Dokument auf die aktuellere ISO 6336-5 verwiesen, was nicht ausschließt, dass in einer späteren Ausgabe auf eine überarbeitete DIN 3990-5 verwiesen werden kann;
- c) die Toleranzen in dieser Norm beziehen sich auf die überarbeitete Ausgabe der Toleranznorm DIN 3965;
- d) die Methoden D und E wurden grundsätzlich eliminiert;
- e) die grafischen Methoden zur Bestimmung von Berechnungsfaktoren, sowie Tabelle 4.1, Einflussfaktoren C_{v1} bis C_{v7} , wurden entfernt;

DIN 3991-1:2024-06

- f) der Abschnitt 7 zur Ermittlung des Schrägungsfaktors (Fressen) $K_{B\gamma}$ wurde entfernt;
- g) Überarbeitung des normativen Anhangs A zur Berechnung der Ersatzstirnrادverzahnung;
- h) Aufnahme von Werten für den Anwendungsfaktor K_A in einen neuen informativen Anhang B;
- i) Aufnahme von Tragbildern in einen neuen informativen Anhang C.

Frühere Ausgaben

DIN 3991-1: 1988-09

Einleitung

Diese Ausgabe der Normenreihe DIN 3991 stellt eine umfassende Überarbeitung der Berechnungsmethoden zur Kegelradtragfähigkeit dar und bezieht achsversetzte Kegelräder (Hypoidräder) ein. Diese Überarbeitung berücksichtigt die nationalen und internationalen Forschungsergebnisse seit Veröffentlichung der Erstausgabe der Normenreihe DIN 3991 von 1988 und übernimmt wesentliche Neuerungen aus der internationalen Normenreihe ISO 10300 (Ausgabe 2023). Eine Abweichung der Berechnungsergebnisse zu vorhergehenden Berechnungsverfahren ist daher nicht auszuschließen. Die einzelnen Teile der Normenreihe DIN 3991 gelten zusammen mit den Werkstoffangaben nach ISO 6336-5, die als Manuskriptübersetzung auch in deutscher Sprache verfügbar ist.

Die Berechnungsmethoden A, B und C stehen für abnehmende Genauigkeit und Zuverlässigkeit von A nach C aufgrund implementierter Vereinfachungen von Gleichungen und Faktoren. Die Methoden B und C erlauben eine vereinfachte Bestimmung der Tragfähigkeit von Kegelrädern. Die genaueren Berechnungsmethoden der Tragfähigkeit können angewendet werden, sobald alle hierzu notwendigen Radsatzdaten vorliegen.

In der Normenreihe DIN 3991 ist kein Berechnungsverfahren nach Methode A implementiert, wie etwa Finite-Elemente- oder Randelemente-Methode in Kombination mit verfeinerten Tragbildanalysen. Hier wird darauf verwiesen, dass es verschiedene bekannte Berechnungsprogramme gibt, die eine Zahnkontaktanalyse unter Last erlauben. Zur Anwendung der Methode A können Ergebnisse dieser Programme genutzt und in einem weiteren Schritt in die Tragfähigkeitsberechnung der Normenreihe DIN 3991 einbezogen werden. Die in der Normenreihe DIN 3991 behandelten Methoden basieren auf Tests an realen Zahnradern und auf theoretischen Studien. Es ist jedoch möglich, dass die Ergebnisse aus diesen Tragfähigkeitsberechnungen nicht exakt mit früher akzeptierten Berechnungsmethoden übereinstimmen.

Die Normenreihe DIN 3991 enthält Berechnungsverfahren, durch die verschiedene Auslegungen von Kegelrädern miteinander verglichen werden können (siehe Bild 1). Sie dient nicht dazu, die Leistungsfähigkeit kompletter Getriebesysteme nachzurechnen. Die Norm richtet sich an den erfahrenen Verzahnungsentwickler, der in der Lage ist, angemessene Werte für die Faktoren dieser Verfahren auf der Grundlage der Kenntnis vergleichbarer Auslegungen auszuwählen und sich dabei der Auswirkungen dieser auf die Endergebnisse bewusst ist.

ANMERKUNG Im Gegensatz zu Stirnrädern werden Kegelräder praktisch immer mit Profil- und Längsballigkeit hergestellt. Dies wird bei der Bestimmung der Lastfaktoren durch die Tatsache berücksichtigt, dass das rechtwinklige Eingriffsfeld (im Fall von gerad- und schrägverzahnten Stirnrädern) durch ein einbeschriebenes Parallelogramm ersetzt wird (siehe Anhang A). Die besonderen Bedingungen an Kegelrädern, die sich von Stirnrädern vor allem im Hinblick auf die Ausbildung der Tragbilder unterscheiden, werden somit durch die Stirn- und Breitenfaktoren berücksichtigt.

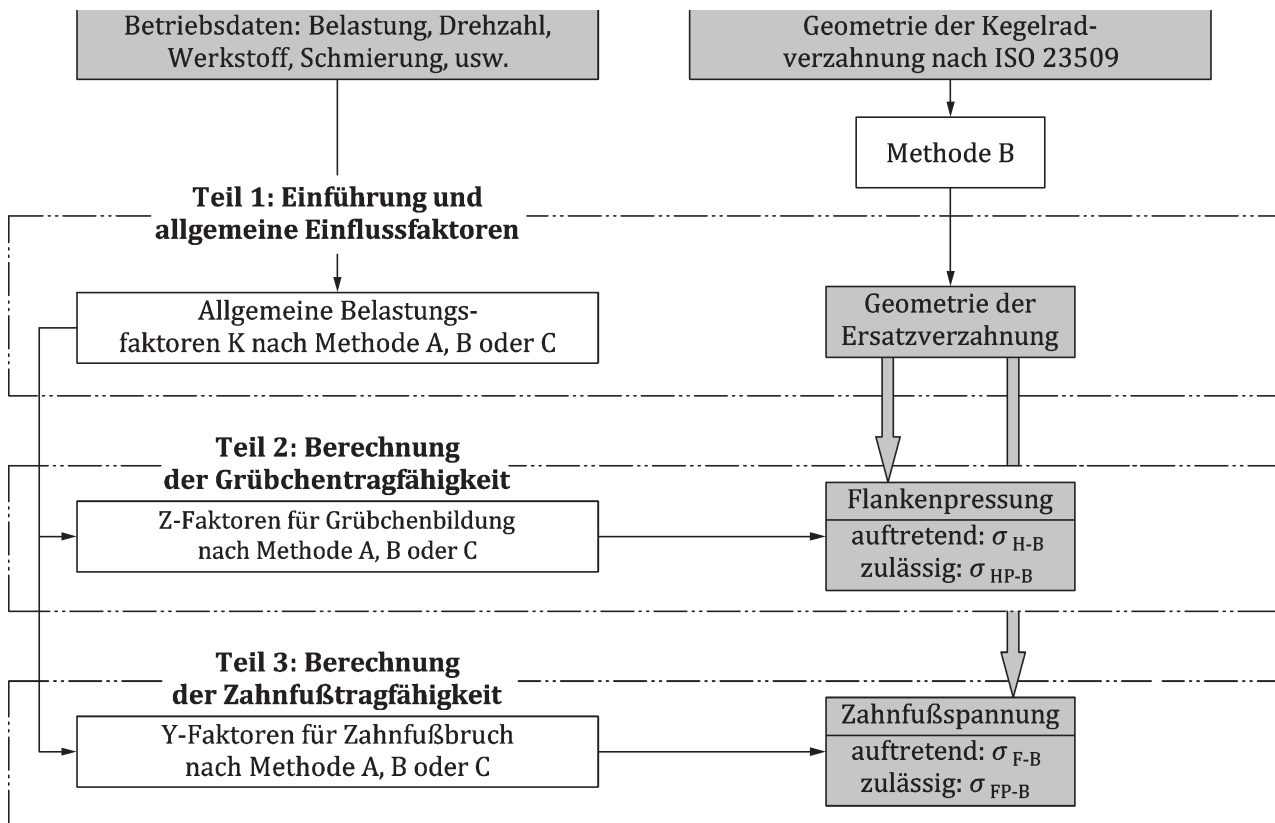


Bild 1 — Struktur der Berechnungsverfahren in der Normenreihe DIN 3991

1 Anwendungsbereich

Dieses Dokument legt die Verfahren zur Berechnung der Tragfähigkeit von Kegel- und Hypoidrädern, die für die Berechnung verwendeten Symbole und die allgemeinen Last-Einflussfaktoren fest.

Die Gleichungen der Normenreihe DIN 3991 bilden ein einheitlich akzeptiertes Verfahren zur Berechnung der Flanken- und Fußtragfähigkeit von gerad- und schrägverzahnten Kegelrädern, Spiralkegelrädern, Zerol- und Hypoidrädern. Diese Gleichungen sind gleichermaßen für Zahnräder mit konstanter oder konischer Zahnhöhe anwendbar. Im weiteren Verlauf bezieht sich der Begriff „Kegelrad“ auf alle diese Zahnradtypen. Beziehen sich einzelne Aussage oder Gleichungen nur auf einen bestimmten Typ, wird dieser explizit genannt.

Die Gleichungen berücksichtigen die bekannten wesentlichen Einflussfaktoren auf die Tragfähigkeit an den Zahnflanken und im Zahnfuß. Die Berechnungsgleichungen sind nicht für andere Schadensarten anwendbar wie etwa plastische Verformung, Ablösen der Härteschicht usw. Die Gleichungen zur Zahnfußtragfähigkeit sind anwendbar für Brüche in der Zahnfußausrundung, jedoch nicht für Risse an aktiven Zahnflanken oder am Radkörper durch Stege und Naben. Berechnungen für die Zahnflanken- und Zahnfußtragfähigkeit von Kegelrädern können durch die Auswahl geeigneter Werte für die in den allgemeinen Gleichungen verwendeten Faktoren erstellt werden. Falls notwendig, erlauben die Gleichungen die Einbindung neuer Faktoren zu einem späteren Zeitpunkt. Die Normenreihe DIN 3991 ist nicht anwendbar für Kegelräder mit unzureichenden Tragbildern unter Last (siehe Anhang C).

Das Berechnungssystem der Normenreihe DIN 3991 basiert auf einer Ersatzstirnradverzahnung und ist beschränkt auf Kegelräder, deren Ersatzstirnradverzahnung eine Profilüberdeckung von $\varepsilon_{v\alpha} < 2$ haben. Darüber hinaus sind die angegebenen Gleichungen nur für Kegelräder anwendbar, bei denen die Summe der Profilverschiebungsfaktoren von Ritzel und Rad null ist (siehe ISO 23509).

Wenn die Gleichungen für große mittlere Spiralwinkel $(\beta_{m1} + \beta_{m2})/2 > 45^\circ$, für effektive Eingriffswinkel $\alpha_e > 30^\circ$ und/oder für große Zahnbreiten $b > 13 m_{mn}$ verwendet werden, ist es sinnvoll, die mit dieser Normenreihe berechneten Ergebnisse durch Erfahrungswerte zu bestätigen.

2 Normative Verweisungen

Die folgenden Dokumente werden im Text in solcher Weise in Bezug genommen, dass einige Teile davon oder ihr gesamter Inhalt Anforderungen des vorliegenden Dokuments darstellen. Bei datierten Verweisungen gilt nur die in Bezug genommene Ausgabe. Bei undatierten Verweisungen gilt die letzte Ausgabe des in Bezug genommenen Dokuments (einschließlich aller Änderungen).

DIN 3965, *Toleranzen von Kegelradverzahnungen*

DIN 3991-2:2024-06, *Tragfähigkeitsberechnung von Kegelrädern — Teil 2: Berechnung der Grübchentragfähigkeit*

DIN 3991-3:2024-06, *Tragfähigkeitsberechnung von Kegelrädern — Teil 3: Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit*

ISO 701, *International gear notation — Symbols for geometrical data*

ISO 1122-1, *Vocabulary of gear terms — Part 1: Definitions related to geometry*

ISO 6336-5, *Calculation of load capacity of spur and helical gears — Part 5: Strength and quality of materials*

ISO 23509, *Bevel and hypoid gear geometry*

3 Begriffe

Für die Anwendung dieses Dokuments gelten die Begriffe nach ISO 1122-1 und ISO 23509.

DIN und DKE stellen terminologische Datenbanken für die Verwendung in der Normung unter den folgenden Adressen bereit:

- DIN-TERMinologieportal: verfügbar unter <https://www.din.de/go/din-term>
- DKE-IEV: verfügbar unter <https://www.dke.de/DKE-IEV>

ISO und IEC stellen terminologische Datenbanken für die Verwendung in der Normung unter den folgenden Adressen bereit:

- ISO Online Browsing Platform: verfügbar unter <https://www.iso.org/obp>
- IEC Electropedia: verfügbar unter <https://www.electropedia.org/>

4 Symbole und Abkürzungen

Für dieses Dokument gelten die in ISO 701, DIN 3965, ISO 23509 und in den Tabellen 1 und Tabelle 2 angegebenen Symbole, Einheiten und allgemeine Indizes.

Tabelle 1 — Symbole und Einheiten

Symbol	Bezeichnung	Einheit
A^*	Hilfswert: Fläche über der Berührlinie für die Berechnung des Lastaufteilungsfaktors Z_{LS}	mm
a	Achsversatz	mm
	Hilfswert	—
a_{rel}	relativer Achsversatz	mm
a_v	Achsabstand der Ersatzstirnradverzahnung	mm
B	Genauigkeitsklasse nach DIN 3965	—
b	Zahnbreite	mm
b_{eff}	effektive Tragbildbreite (z. B. gemessene Länge des Tragbilds)	mm
b_v	Zahnbreite der Ersatzstirnradverzahnung	mm
$b_{v,eff}$	effektive Tragbildbreite der Ersatzstirnradverzahnung	mm
b_Y	Hilfswert	mm^{-1}
C_F	Korrekturwert für die Zahnsteifigkeit	—
C_{lb}	Korrekturwert für die Länge der Berührlinien	—
c_v	empirische Größe zur Bestimmung des dynamischen Faktors	—
c_Y	Mittelwert der Eingriffsfedersteifigkeit je Einheitszahnbreite	$N/(mm \cdot \mu m)$
c_{Y0}	Eingriffsfedersteifigkeit für Durchschnittsbedingungen	$N/(mm \cdot \mu m)$
c'	Einzelzahnfedersteifigkeit	$N/(mm \cdot \mu m)$
c'_0	Einzelzahnfedersteifigkeit bei Durchschnittsbedingungen	$N/(mm \cdot \mu m)$
d_e	äußerer Teilkegeldurchmesser	mm
d_m	mittlerer Teilkegeldurchmesser	mm

Tabelle 1 (fortgesetzt)

Symbol	Bezeichnung	Einheit
d_v	Teilkreisdurchmesser der Ersatzstirnradverzahnung	mm
d_{va}	Kopfkreisdurchmesser der Ersatzstirnradverzahnung	mm
d_{van}	Kopfkreisdurchmesser der Ersatzstirnradverzahnung im Normalschnitt	mm
d_{vb}	Grundkreisdurchmesser der Ersatzstirnradverzahnung	mm
d_{vbn}	Grundkreisdurchmesser der Ersatzstirnradverzahnung im Normalschnitt	mm
d_{vf}	Fußkreisdurchmesser der Ersatzstirnradverzahnung	mm
d_{vn}	Teilkreisdurchmesser der Ersatzstirnradverzahnung im Normalschnitt	mm
e_{LS}	Lastverteilungsexponent	—
F_{mt}	Nenn-Umfangskraft am Teilkegel	N
F_{mtH}	maßgebende Umfangskraft an der mittleren Zahnbreite des Teilkegels	N
F_{vmt}	Mittlere Umfangskraft der Ersatzstirnradverzahnung	N
f	Abstand der Berührlinie vom Mittelpunkt M	mm
f_{max}	maximaler Abstand zur mittleren Berührlinie	mm
f_{pt}	Teilungseinzelabweichung	µm
$f_{p,eff}$	effektive Teilungsabweichung	µm
g_{va}	Länge des Kopfanteils der Eingriffsstrecke	mm
g_{vf}	Länge des Fußanteils der Eingriffsstrecke	mm
$g_{v\alpha}$	Länge der Eingriffsstrecke der Ersatzstirnradverzahnung im Stirnschnitt	mm
g_Y	Koordinate entlang der Eingriffsstrecke	mm
h_{am}	mittlere Zahnkopfhöhe	mm
h_{a0}	Werkzeugzahnkopfhöhe	mm
h_{Fa}	Biegehebelarm für die Zahnfußspannung (Kraftangriff am Zahnkopf)	mm
h_{fm}	mittlere Zahnfußhöhe	mm
K	Konstante; Faktor zur Berechnung des dynamischen Faktors K_{v-B}	—
K_A	Anwendungsfaktor	—
K_{F0}	Längskrümmungsfaktor für die Biegespannung	—
$K_{F\alpha}$	Stirnfaktor für die Zahnfußbeanspruchung	—
$K_{F\alpha}^*$	vorläufiger Stirnfaktor für die Zahnfußbeanspruchung für nicht achsversetzte Kegelräder	—
$K_{F\beta}$	Breitenfaktor für die Zahnfußbeanspruchung	—
$K_{H\alpha}$	Stirnfaktor für die Zahnflankenbeanspruchung	—
$K_{H\alpha}^*$	vorläufiger Stirnfaktor für die Zahnflankenbeanspruchung für nicht achsversetzte Kegelräder	—
$K_{H\beta}$	Breitenfaktor für die Zahnflankenbeanspruchung	—
$K_{H\beta-be}$	Lagerungsfaktor	—
K_v	Dynamikfaktor	—
K_v^*	vorläufiger Dynamikfaktor für nicht achsversetzte Kegelräder	—
l_b	Länge der Berührlinie	mm

Tabelle 1 (fortgesetzt)

Symbol	Bezeichnung	Einheit
l_{b0}	theoretische Länge der Berührlinie	mm
m_{mn}	mittlerer Normalmodul	mm
m_{red}	Masse je Einheitszahnbreite, reduziert auf die Wirklinie dynamisch äquivalenten Ersatzstirnradverzahnung	kg/mm
m_{vt}	Stirnmodul der Ersatzstirnradverzahnung	mm
m^*	relative individuelle Radmasse je Einheitszahnbreite, bezogen auf die Wirklinie	kg/mm
N	Bezugsdrehzahl in Verbindung mit der Resonanzdrehzahl n_{E1}	—
n	Drehzahl	min^{-1}
n_{E1}	Resonanzdrehzahl des Ritzels	min^{-1}
n_G	Kreuzungspunkt von senkrechter Normallinie zur Ebene T am Auslegungspunkt P und der Radachse	—
n_P	Kreuzungspunkt von senkrechter Normallinie zur Ebene T am Auslegungspunkt P und der Ritzelachse	—
P	Leistung	kW
p_{vet}	Grundkreis-Stirnteilung des Ersatzstirnradverzahnung	mm
p^*	relative Spitzenlast zur Berechnung des Lastaufteilungsfaktors (Methode B)	—
q	Exponent in der Gleichung für den Längskrümmungsfaktor	—
R_e	äußere Teilkegellänge	mm
R_m	mittlere Teilkegellänge	mm
r_{c0}	Werkzeugradius	mm
T	Drehmoment	Nm
u	Zähnezahlverhältnis	—
u_v	Zähnezahlverhältnis der Ersatzstirnradverzahnung	—
v_{mt}	Nennumfangsgeschwindigkeit in Zahnmitte	m/s
w_Y	Linienlast im Punkt Y auf der Berührlinie	N/mm
w_{max}	maximale Linienlast auf der Berührlinie	N/mm
X_Y	Krümmungsfaktor	—
x_{hm}	Profilverschiebungsfaktor	—
x_{sm}	Profilseitverschiebungsfaktor	—
$x_{1,2}$	Endkoordinaten der Berührlinie	mm
Y_{LS}	Lastverteilungsfaktor (Fuß)	—
y_p	Einlaufbetrag für die Teilungsabweichung	μm
$y_{1,2}$	Endkoordinaten der Berührlinie	mm
y_α	Einlaufbetrag für Teilungsfehler	μm
Z_{Hyp}	Hypoidfaktor	—
Z_{LS}	Lastverteilungsfaktor (Flanke)	—
z	Zähnezahl	—
z_v	Zähnezahl der Ersatzstirnradverzahnung	—

Tabelle 1 (fortgesetzt)

Symbol	Bezeichnung	Einheit
z_{vn}	Zähnezahl der Ersatzstirnradverzahnung im Normalschnitt	—
z_Y	Hilfswert	mm
z_0	Messergruppenzahl	—
α_e	Eingriffswinkel	°
α_{lim}	Grenzeingriffswinkel	°
$\alpha_{n,D,C}$	Erzeugungsrad-Flankenwinkel an der Zugflanke/Schubflanke	°
α_{vet}	Stirneingriffswinkel der Ersatzstirnradverzahnung	°
β_B	Winkel zwischen Flanken- und Berührlinie	°
β_m	mittlerer Spiralwinkel	°
β_v	Schrägungswinkel der Ersatzstirnradverzahnung	°
β_{vb}	Grundkreisschrägungswinkel der Ersatzstirnradverzahnung	°
γ	Hilfswinkel für die Berechnung der Länge der Berührlinie	°
γ'	projizierter Hilfswinkel für die Länge der Berührlinie	°
δ	Teilkegelwinkel	°
ε_v	Überdeckung	—
$\varepsilon_{v\alpha}$	Profilüberdeckung der Ersatzstirnradverzahnung	—
ε_{van}	Profilüberdeckung der Ersatzstirnradverzahnung im Normalschnitt	—
$\varepsilon_{v\beta}$	Sprungüberdeckung der Ersatzstirnradverzahnung	—
$\varepsilon_{v\gamma}$	Gesamtüberdeckung der Ersatzstirnradverzahnung	—
ζ_m	Achsversatzwinkel des Ritzels in der Axialebene	°
ζ_{mp}	Achsversatzwinkel des Ritzels in Teilebene	°
η	Hilfswinkel	°
ϑ_{mp}	Hilfswinkel für Zahnbreite der Ersatzstirnradverzahnung	°
ν_0	Steigungswinkel des Fräswerkzeuges	°
ρ	Dichte des Werkstoffs	kg/mm ³
$\rho_{m\beta}$	mittlerer Zahnkrümmungsradius in Zahnlängsrichtung	mm
ρ_{rel}	relativer Krümmungsradius senkrecht zur Berührlinie an der Ersatzstirnradverzahnung	mm
ρ_t	relativer Krümmungsradius im Normalschnitt	mm
$\sigma_{H,lim}$	Grübchen-Dauerfestigkeit	N/mm ²
Σ	Achswinkel	°
ω	Winkelgeschwindigkeit	rad/s

Tabelle 2 — Allgemeine Indizes

Indizes	Beschreibung
0	erzeugendes Werkzeug
1	Ritzel

Tabelle 2 (fortgesetzt)

Indizes	Beschreibung
2	Rad
A, B, C	Wert nach Methode A, B oder C
D	Zugflanke
C	Schubflanke
T	relativ zu den Abmessungen des genormten Prüfrads
m, r, t	Index für Differenzierung der Berührlinien in Kopf- („t“) und Fußberührlinie („r“) sowie mittlere Berührlinie („m“)
Y	Berührungspunkt entlang der Eingriffsstrecke

5 Anwendung

5.1 Berechnungsmethoden

5.1.1 Allgemeines

Die Normenreihe DIN 3991 enthält Methoden zur Bestimmung der Tragfähigkeit von Kegelrädern. Die am besten geeignete Methode ist die Prüfung des betreffenden Radsatzes im Maßstab 1:1 bei realen Betriebs- und Lastbedingungen. In der Konstruktionsphase oder in bestimmten Anwendungsbereichen werden jedoch verschiedene Berechnungsverfahren benötigt, um die Tragfähigkeit vorherzusagen. Aus diesem Grund werden in der Normenreihe DIN 3991 die Methoden A, B und C verwendet. Methode A ist, wenn ihre Genauigkeit und Zuverlässigkeit nachgewiesen ist, gegenüber der Methode B zu bevorzugen, die wiederum gegenüber Methode C zu bevorzugen ist.

Die Normenreihe DIN 3991 erlaubt die Verwendung von Berechnungsfaktoren nach verschiedenen Methoden innerhalb der Methode B. Beispiel: Die Methode B für den Dynamikfaktor K_{v-B} kann zusammen mit dem Breitenlastfaktor $K_{H\beta-C}$ nach Methode C verwendet werden.

5.1.2 Methode A

In Methode A werden die Faktoren anhand von genauen Messungen und/oder umfassenden mathematischen Analysen des zu betrachtenden Antriebssystems und/oder gesicherten Betriebserfahrungswerten unter Voraussetzung einer ausreichenden Expertise des Anwendenden bestimmt. Alle Rad- und Betriebsdaten sowie limitierende Faktoren der Methode, wie beispielsweise mathematische Annahmen oder messtechnische Einschränkungen, müssen für die Anwendung dieser Methode bekannt sein und bei der Analyse und/oder Messung berücksichtigt werden. Die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Methode muss beispielsweise durch einen Vergleich mit anderen anerkannten Methoden nachgewiesen werden und von dem Kunden und dem Lieferanten anerkannt sein.

5.1.3 Methode B

Die Methode B stellt Berechnungsgleichungen zur Vorhersage der Tragfähigkeit von Kegelrädern bereit, für die die wesentlichen Einflussparameter bekannt sind. Die Beurteilung bestimmter Faktoren erfordert bei dieser Methode ausreichende Betriebserfahrung mit anderen vergleichbaren Anwendungen. Die Gültigkeit der für die Anwendung der Berechnungsgleichung nach Methode B getroffenen Annahmen muss für die vorliegenden Betriebsbedingungen überprüft werden.

5.1.4 Methode C

Liegen geeignete Versuchsergebnisse oder praktische Erfahrungen aus vergleichbaren Konstruktionen zur Festlegung bestimmter Faktoren nicht vor, sollte Methode C als vereinfachte Berechnungsmethode angewendet werden.

5.2 Sicherheitsfaktoren

Die Sicherheitsfaktoren müssen durch Division der berechneten zulässigen Beanspruchung durch die berechnete Beanspruchung bestimmt werden. Wenn das Betriebsverhalten der Zahnräder durch Prüfung des Getriebes unter realen Lastbedingungen genau bewertet werden kann, sind geringere Sicherheitsfaktoren zulässig. Die zulässige Ausfallwahrscheinlichkeit muss bei der Wahl eines Sicherheitsfaktors unter Abwägung der Zuverlässigkeit gegenüber dem Aufwand sorgfältig betrachtet werden.

Zusätzlich zu dieser allgemeinen Anforderung und den besonderen Anforderungen an die Grübchen- und Zahnfußtragfähigkeit (siehe DIN 3991-2 und DIN 3991-3) dürfen Sicherheitsfaktoren nur nach sorgfältiger Betrachtung der Zuverlässigkeit der Werkstoffdaten und der für die Berechnung verwendeten Lastannahmen bestimmt werden. Die für die Berechnung verwendeten zulässigen Festigkeitswerte gelten für eine gegebene Ausfall- oder Schadenswahrscheinlichkeit (die Werkstoffkennwerte in ISO 6336-5 gelten beispielsweise für eine Schadenswahrscheinlichkeit von 1 %), wobei sich das Schadensrisiko bei größeren Sicherheitsfaktoren reduziert und umgekehrt. Wenn Lasten oder das Schwingungsverhalten geschätzt und nicht gemessen werden, sollte ein größerer Sicherheitsfaktor genutzt werden.

Die folgenden Abweichungen müssen ebenfalls bei der Bestimmung eines Sicherheitsfaktors berücksichtigt werden:

- Abweichungen der Radgeometrie aufgrund von Fertigungstoleranzen;
- Lageabweichungen beider Zahnräder;
- Schwankungen des Werkstoffs aufgrund von Prozessabweichungen in Bezug auf die chemische Zusammensetzung, die Reinheit und die Mikrostruktur (Werkstoffqualität und Wärmebehandlung);
- Abweichungen in der Schmierung und der Instandhaltung während der Lebensdauer der Räder.

Die Eignung der Sicherheitsfaktoren ist daher von der Zuverlässigkeit der Lastannahmen, auf der die Berechnungen basieren, sowie der erforderlichen Zuverlässigkeit der Räder im Hinblick auf mögliche Folgeschäden bei einem Ausfall abhängig.

Gelieferte Räder oder montierte Zahnradgetriebe sollten einen Sicherheitsfaktor bezüglich der Schadensart Grübchen von mindestens $S_{H,min} = 1,0$ haben. Die minimale Zahnfußsicherheit $S_{F,min}$ sollte $S_{F,min} = 1,3$ für Spiralkegel- und Hypoidräder und $S_{F,min} = 1,5$ für geradverzahnten Kegelräder oder Räder mit $\beta_m \leq 5^\circ$ betragen.

Der Mindestsicherheitsfaktor gegen Grübchen und Zahnfußbruch sollte zwischen dem Lieferanten und dem Kunden vereinbart werden.

5.3 Anwendungshinweise

5.3.1 Prüfung

Die umfassendste Bewertungsmethode von Zahnrädern in einer Neukonstruktion besteht in der Prüfung des Getriebes im Realmaßstab unter Volllast. Alternativ und wenn ausreichende Erfahrungen und Ergebnisse aus vergleichbaren Konstruktionen vorliegen, kann eine zufriedenstellende Lösung durch die Übertragung dieser Daten erzielt werden. Liegen keine geeigneten Prüfergebnisse oder Felddaten vor, sollten die Werte der Berechnungsfaktoren konservativ gewählt werden.

5.3.2 Fertigungstoleranzen

Berechnungsfaktoren sollten auf der Grundlage der mindestens zu erreichenden Qualität der Bauteile im Fertigungsprozess beurteilt werden. Die Genauigkeitsklasse B sollte vorzugsweise nach DIN 3965 bestimmt werden, z. B. die Teilungs-Einzelabweichung für die Berechnung des Dynamikfaktors K_{v-B} .

5.4 Zu berücksichtigende Systemfaktoren

5.4.1 Allgemeines

Außer den berücksichtigten Faktoren mit Einfluss auf die Grübchentragfähigkeit und die Zahnfußtragfähigkeit können andere, sich gegenseitig beeinflussende Systemfaktoren, eine wesentliche Auswirkung auf das Tragfähigkeitsverhalten haben. Ihre mögliche Auswirkung auf die Berechnungen sollte berücksichtigt werden.

5.4.2 Schmierung

Die nach den Gleichungen von DIN 3991-2 und DIN 3991-3 berechneten Tragfähigkeiten gelten nur, wenn die Zahnräder mit einer ausreichenden Menge an Schmiermittel geeigneter Viskosität und Additivierung für die jeweilige Betriebsbedingungen betrieben werden.

5.4.3 Anforderung an umgebende Struktur

Kegel- und Hypoidverzahnungen haben eine hohe Anforderung an die umgebende Struktur, um die exakte Ausrichtung des Zahnkontakts sicherzustellen. Eine unzureichende Dimensionierung, elastische oder thermische Verformungen oder andere Einflüsse, die auf die umgebenden Strukturen einwirken, können zu einem ungenügenden Zahnkontakt führen und damit die allgemeine Leistungsfähigkeit der Verzahnung beeinträchtigen.

5.4.4 Verformung von Getriebekomponenten

Die Verformungen von Gehäusen, Wellen und Lagern durch äußere Radial- und Axiallasten beeinflussen den Zahnkontakt im Zahneingriff. Da die Verformungen von der Last abhängig sind, ist die Realisierung eines guten Zahnkontakts unter variabler Last herausfordernd. Verformungen aufgrund äußerer Lasten am An- oder Abtrieb reduzieren grundsätzlich die Beanspruchbarkeit. Dieser Umstand und die durch innere Kräfte verursachte Verformung sollten bei der Bestimmung des tatsächlichen Zahnkontakts berücksichtigt werden.

5.4.5 Werkstoffe und Metallurgie

Die meisten Kegelräder bestehen aus einsatzgehärtetem Stahl. Die zulässigen Festigkeitswerte für diese und andere Werkstoffe müssen vorzugsweise aus ISO 6336-5¹ entnommen werden, da diese durch viele Prüfungen von geradverzahnten Stirnrädern ermittelt wurden, für die die Werkstoffbeanspruchungen sehr genau berechnet werden können. Darüber hinaus werden in ISO 6336-5 verschiedene Arten der Stahlherstellung und Wärmebehandlung berücksichtigt. Die Härte und Zugfestigkeit sowie die Werkstoffqualität müssen ebenfalls als Kriterien für die Auswahl zulässiger Festigkeitswerte berücksichtigt werden.

ANMERKUNG Stahlsorten mit höherer Qualität weisen auf höhere zulässige Dauerfestigkeit hin, während Sorten mit geringerer Qualität auf geringere zulässige Dauerfestigkeit hindeuten (siehe ISO 6336-5).

5.4.6 Eigenspannung

Durch Bauteilbehandlungen, mit dem Ziel einen Härteunterschied zwischen Kern und Oberfläche zu erzielen, entstehen bei eisenhaltigen Werkstoffen Eigenspannungen. Bei korrekter Wärme- oder Strahlbehandlung, wie Kugelstrahlen, Einsatz- oder Induktionshärten, entspricht diese Spannung an der Zahnoberfläche einer Druckspannung und erhöht somit die Biegefestigkeit der Verzahnung. Ungeeignete Schleiftechniken im Anschluss

¹ DIN 3990-5 [1] behandelt ebenfalls die Dauerfestigkeitswerte und Werkstoffqualitäten von Stirnrädern und befindet sich zur Zeit der Veröffentlichung dieses Dokuments in der Überarbeitung.

an die Wärme- bzw. Strahlbehandlung können die zuvor induzierten Druckeigenspannungen reduzieren oder sogar Zugeigenspannungen in den Fußrundungen der Zähne erzeugen und dadurch die zulässige Dauerfestigkeit der Verzahnung reduzieren.

5.4.7 Systemdynamiken

Die Berechnungsmethode der Normenreihe DIN 3991 beinhaltet einen Dynamikfaktor K_v , der die Tragfähigkeit der Verzahnung aufgrund von Lasterhöhungen hervorgerufen durch geometrische Verzahnungsungenauigkeiten reduziert. Der Dynamikfaktor K_v soll die Berücksichtigung derartiger Effekte vereinfachen.

Das dynamische Verhalten des Systems führt zu zusätzlichen Zahnradlasten aufgrund der relativen Bewegung der verbundenen Massen der antreibenden und der angetriebenen Maschine. Der Anwendungsfaktor, K_A , berücksichtigt die Betriebseigenschaften der antreibenden und angetriebenen Maschine. Ein kritisches dynamisches Verhalten des Gesamtsystems liegt vor, wenn eine Ungleichförmigkeit in der Anregung der Antriebsbeziehungswise Abtriebsmaschine vorliegt, die zu einer Frequenzanregung führt, die der natürlichen Resonanzfrequenz des Gesamtsystems ähnlich ist. Die möglichen Überlasten aufgrund der Resonanzschwingung des Gesamtsystems können um ein Vielfaches höher sein als die Nennlast. Daher sollte für diesen Fall eine Schwingungsanalyse des Gesamtsystems, einschließlich Antrieb, Getriebe, Abtrieb, Kupplungen und umgebende Strukturen beziehungsweise Einbaubedingungen, durchgeführt werden. Eigenfrequenzen, Schwingungsformen und die dynamischen Reaktionsamplituden sollten berechnet werden.

5.4.8 Tragbild

Die Zähne der meisten Kegelräder werden während des Fertigungsprozesses im Profil und in Längsrichtung ballig ausgeführt, um bei Verformungen der Wellen und Lager einen weiterhin ausreichenden Zahnkontakt sicherzustellen. Diese Balligkeit führt während der Abwälzprüfung unter leichter Last zu einem lokal begrenzten Tragbild. Sofern nicht anders angegeben, ist das Tragbild unter Auslegungslast ohne Kantenträger über die Zahnflanke verteilt.

Die Anwendung der Berechnungsgleichungen der Normenreihe DIN 3991 für Kegelräder, die keine Balligkeit und damit kein geeignetes Tragbild aufweisen, kann Änderungen der angegebenen Faktoren erfordern und werden daher nicht in dieser Normenreihe behandelt.

ANMERKUNG Die Gesamtlast bei der Tragbildanalyse kann Auswirkungen des Anwendungsfaktors enthalten (siehe Anhang C für eine ausführlichere Erläuterung der Tragbildentwicklung).

5.4.9 Korrosion

Korrosion auf der Zahnoberfläche kann eine sehr schädliche Auswirkung auf die Zahnfußtragfähigkeit und die Grübchentragfähigkeit des Zahns haben. Die Bewertung der Auswirkung von Korrosion auf die Verzahnung ist jedoch nicht Gegenstand der Normenreihe DIN 3991.

5.5 Weitere Einflussfaktoren

Die Grundgleichungen in DIN 3991-2 und DIN 3991-3 beinhalten Faktoren, die die Verzahnungsgeometrie wiedergeben oder auf Vereinbarungen basieren, und die entsprechend ihren Gleichungen berechnet werden müssen.

Darüber hinaus enthalten die Gleichungen in der Normenreihe DIN 3991 Einflussfaktoren, die Abweichungen in der Bearbeitung oder Schwankungen im Betriebszyklus des Getriebes wiedergeben. Diese Einflussfaktoren werden als unabhängige Faktoren betrachtet, dennoch kann eine gegenseitige Beeinflussung nicht ausgeschlossen werden. Hierzu zählen die Lastfaktoren K_A , K_v , $K_{H\beta}$, $K_{F\beta}$, $K_{H\alpha}$ und $K_{F\alpha}$ sowie die Faktoren, die die zulässige Beanspruchung beeinflussen.

Es gibt verschiedene Methoden zur Bestimmung der Einflussfaktoren, welche gegebenenfalls durch Hinzufügen der Indizes A bis C zu den Symbolen gekennzeichnet werden. Sofern nicht anders angegeben (zum Beispiel in einer Anwendungsnorm), sollte die Genauigkeit der zu verwendeten Methode an die Bedeutung des Getrie-