

Tragfähigkeitsberechnung von Kegelrädern ohne Achsversetzung

Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit

DIN
3991
Teil 3

Calculation of load capacity of bevel gears without pinion offset; calculation of tooth strength

Anwendungsbereich der vorliegenden Norm siehe DIN 3991 Teil 1, Ausgabe September 1988, Abschnitt 1.

Als Kriterium zur Beurteilung der Zahnfußbeanspruchung dient die maximale Zugspannung am Zahnfuß. Diese Spannung tritt am Fuß der Zahnflanke auf, an der die Kraft angreift. Beim Überschreiten der ertragbaren Beanspruchung brechen die Zähne ganz oder teilweise aus.

Bei der Berechnung der Zahnfußspannungen an Kegelrädern geht die vorliegende Norm vom Kraftangriff am Zahnkopf (der Ersatz-Stirnradverzahnung) aus. Mit dem Überdeckungsfaktor (Zahnfuß) Y_ϵ (siehe Abschnitt 5) wird dann auf den äußeren Einzeleingriffspunkt umgerechnet. Das Verfahren entspricht somit der Methode C der Berechnung der Zahnfußbeanspruchung von Stirnrädern nach DIN 3990 Teil 3. Diese vereinfachte Methode erscheint für die Anwendung auf die Ersatzstirnräder ausreichend genau.

Die zulässige Zahnfußspannung wird nach dieser Norm auf der Basis der an einem Zahnrad (Standardprüfrad) ermittelten Dauerfestigkeit $\sigma_{F\lim}$, σ_{FE} bestimmt. Entsprechend wird der Einfluß der Kerbempfindlichkeit durch die relative (d. h. auf die Verhältnisse am Standardprüfrad bezogene) Stützziffer $Y_{\delta\text{rel T}}$ und der Einfluß der Oberflächenbeschaffenheit in der Fußausrundung auf die Dauerfestigkeit durch den relativen (d. h. auf die Verhältnisse am Standardprüfrad bezogenen) Oberflächenfaktor $Y_{R\text{rel T}}$ berücksichtigt (Methode B). Diese Methode ist (gegenüber den in DIN 3990 Teil 3 zusätzlich erwähnten Methoden C und D) vorzuziehen, weil die Bezugsgröße bezüglich geometrischer Ähnlichkeit, Bewegungsablauf und Herstellung eher im Anwendungsbereich liegt.

Daneben ist zur Ermittlung der auftretenden und der zulässigen Zahnfußspannung prinzipiell Methode A zulässig (vergleiche DIN 3991 Teil 1, Ausgabe September 1988, Abschnitt 1.3). — Allgemeine Hinweise zu dieser und anderen Methoden siehe DIN 3990 Teil 3. Die bei Kegelrädern übliche Breitenballigkeit wird beim Ansatz von $K_{F\beta}$ berücksichtigt.

Der Bruch eines Zahnes bedeutet im allgemeinen das Ende der Lebensdauer des Getriebes. Vielfach wird als Folge eines Zahnbruchs die gesamte Verzahnung des Getriebes zerstört. Deshalb ist S_F , der Sicherheitsfaktor gegen Zahnbruch, im allgemeinen größer zu wählen als die Sicherheitsfaktoren gegen Schäden durch Grübchenbildung.

Mindestwerte und allgemeine Gesichtspunkte, die bei der Wahl des Sicherheitsfaktors S_F zu beachten sind, siehe DIN 3991 Teil 1, Ausgabe September 1988, Abschnitt 1.2. Weitere Erläuterungen zum Sicherheitsfaktor gegen Zahnbruch siehe DIN 3990 Teil 3.

Erläuterungen siehe DIN 3991 Teil 1.

Inhalt

	Seite		Seite
1 Zeichen, Benennungen und Einheiten	2	5 Überdeckungsfaktor (Zahnfuß) Y_ϵ und Schrägenfaktor (Zahnfuß) Y_β	11
2 Grundgleichungen	2	5.1 Überdeckungsfaktor (Zahnfuß) Y_ϵ	11
2.1 Zahnfußspannung	2	5.2 Schrägenfaktor (Zahnfuß) Y_β	11
2.2 Zulässige Zahnfußspannung (für Dauergetriebe) ...	3	6 Relative Stützziffer $Y_{\delta\text{rel T}}$ für die Dauerfestigkeit	11
2.3 Rechnerischer Sicherheitsfaktor für Zahnfußspannung	3	6.1 Methode B1	12
2.4 Vereinfachte Berechnung (Hinweis)	3	6.2 Methode B2	12
3 Formfaktor Y_{Fa}, Kopffaktor Y_{FS}	3	7 Zahnfuß-Dauerfestigkeit $\sigma_{F\lim}$, Zahnfuß-Grundfestigkeit σ_{FE}	12
3.1 Formfaktor Y_{Fa} für Verzahnungen, die im Wälzverfahren erzeugt werden	3	8 Relativer Oberflächenfaktor $Y_{R\text{rel T}}$	12
3.2 Formfaktor Y_{Fa} für Verzahnungen, die im Formschneideverfahren erzeugt werden	5	8.1 Methode B1	12
3.3 Kopffaktor Y_{FS}	5	8.2 Methode B2	14
4 Spannungskorrekturfaktor Y_{Sa}	5	9 Größenfaktor (Zahnfuß) Y_X	14
4.1 Berechnungsgleichungen	5	9.1 Grafische Darstellung	14
4.2 Grafische Bestimmung	5	9.2 Berechnungsgleichungen (für die Dauerfestigkeit)	15

Fortsetzung Seite 2 bis 15

Normenausschuß Antriebstechnik (NAN) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V.

Jede Art der Vervielfältigung, auch auszugsweise, nur mit Genehmigung des DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin, gestattet.

1 Zeichen, Benennungen und Einheiten

b_{eF}	Effektive Zahnbreite bezüglich Fußbeanspruchung	mm
d_{van}	Kopfkreisdurchmesser der Ersatz-Stirnradverzahnung im Normalschnitt	mm
d_{vbn}	Grundkreisdurchmesser der Ersatz-Stirnradverzahnung im Normalschnitt	mm
h_{am}	Zahnkopfhöhe in Mitte Zahnbreite	mm
h_{aP}	Kopfhöhe des Bezugsprofils der Verzahnung	mm
h_{fP}	Fußhöhe des Bezugsprofils der Verzahnung	mm
h_{Fa}	Biegehebelarm für Zahnfußbeanspruchung (Kraftangriff am Zahnkopf)	mm
k	Kopfkürzungsfaktor	—
m_{mn}	Normalmodul in Mitte Zahnbreite	mm
pr	Protuberanzbetrag am Werkzeug	mm
q	Schleifzugabe	mm
q_s	Kerbparameter	—
q_{sT}	Kerbparameter des Prüfrades	—
s_{pr}	Fußfreischnitt am Bezugsprofil ($s_{pr} = pr - q$)	mm
s_{Fn}	Zahnfußdickensehne im Berechnungsquerschnitt	mm
u	Zähnezahlverhältnis der Kegelradverzahnung	—
x_{hm}	Profilverschiebungsfaktor in Mitte Zahnbreite	—
x_{hmE}	Erzeugungs-Profilverschiebungsfaktor in Mitte Zahnbreite	—
x_{sm}	Zahndickenänderungsfaktor in Mitte Zahnbreite	—
x_{smE}	Erzeugungs-Zahndickenänderungsfaktor in Mitte Zahnbreite	—
z_v	Zähnezahl der Ersatz-Stirnradverzahnung	—
z_{vn}	Zähnezahl der Ersatz-Stirnradverzahnung im Normalschnitt	—
F_{bn}	(Nenn)-Zahnnormalkraft senkrecht zur Berührlinie	N
F_{bt}	(Nenn)-Zahnnormalkraft im Stirnschnitt	N
F_{mt}	Nenn-Umfangskraft am Teilkegel in Mitte Zahnbreite	N
K_v	Dynamikfaktor	—
K_A	Anwendungsfaktor	—
$K_{F\alpha}$	Stirnfaktor (Fuß); berücksichtigt die Kraftaufteilung auf mehrere Zähne	—
$K_{F\beta}$	Breitenfaktor (Fuß); berücksichtigt die Kraftverteilung über die Zahnbreite	—
R_z	Gemittelte Rauhtiefe nach DIN 4768 Teil 1	μm
R_{zT}	Gemittelte Rauhtiefe des Prüfrades	μm
S_F	Sicherheitsfaktor für Fußbeanspruchung (gegen Bruch)	—
Y_{Fa}	Formfaktor für Kraftangriff am Zahnkopf	—
Y_{FS}	Kopffaktor für gewälzte Verzahnungen	—
Y_K	Kegelradfaktor (Fuß)	—
Y_R	Oberflächenfaktor der glatten Probe	—
Y_{RT}	Oberflächenfaktor des Prüfrades bei einer Rauhtiefe von $R_{zT} = 10 \mu\text{m}$	—
$Y_{R \text{ rel } T}$	Relativer Oberflächenfaktor	—
Y_{Sa}	Spannungskorrekturfaktor für Kraftangriff am Zahnkopf	—
Y_{ST}	Spannungskorrekturfaktor für die Abmessungen des Standardprüfrades	—
Y_X	Größenfaktor (Zahnfuß)	—

Y_{β}	Schrägenfaktor (Zahnfuß)	—
Y_{δ}	Dynamische Stützziffer des zu berechnenden Rades	—
$Y_{\delta T}$	Dynamische Stützziffer des Standardprüfrades	—
$Y_{\delta \text{ rel } T}$	Relative Stützziffer	—
Y_{ε}	Überdeckungsfaktor (Zahnfuß)	—
α_{an}	Profilwinkel am Kopfzylinder der Ersatz-Stirnrad-Geradverzahnung	°
α_n	Normaleingriffswinkel	°
α_{Fan}	Kraftangriffswinkel am Kopfzylinder der Ersatz-Stirnrad-Geradverzahnung	°
β_m	Schrägungswinkel am Teilkegel in Mitte Zahnbreite	°
γ_a	Zahndicken-Halbwinkel am Kopf	°
$\varepsilon_{v\alpha}$	Profilüberdeckung der Ersatz-Stirnradverzahnung	—
ε_{van}	Profilüberdeckung der Ersatz-Stirnradverzahnung im Normalschnitt	—
$\varepsilon_{v\beta}$	Sprungüberdeckung der Ersatz-Stirnradverzahnung	—
q_{fP}	Fußrundungsradius am Bezugsprofil der Verzahnung	mm
q_F	Fußrundungsradius am Berührungspunkt der 30°-Tangente	mm
q'	Gleitschichtbreite	mm
σ_B	Zugfestigkeit	N/mm ²
σ_F	Zahnfußspannung	N/mm ²
$\sigma_{F \text{ lim}}$	Dauerfestigkeitswert für Zahnfuß-Biegenennspannung	N/mm ²
σ_{FE}	Zahnfuß-Grundfestigkeit	N/mm ²
σ_{FG}	Zahnfuß-Grenzfestigkeit	N/mm ²
σ_{FP}	Zulässige Zahnfußspannung	N/mm ²
σ_{F0}	Zahnfuß-Nennspannung	N/mm ²
σ_S	Streckgrenze	N/mm ²
$\sigma_{0,2}$	Spannung bei 0,2% bleibender Dehnung	N/mm ²
χ^x	Bezogenes Spannungsgefälle im Kerbgrund	mm ⁻¹
χ_T^x	Bezogenes Spannungsgefälle im Kerbgrund des Prüfrades	mm ⁻¹

2 Grundgleichungen

Die maßgebende Zahnfußspannung σ_F muß gleich oder kleiner als die zulässige Zahnfußspannung σ_{FP} sein.

2.1 Zahnfußspannung

Die Zahnfußspannung ist getrennt für Ritzel und Rad zu ermitteln.

$$\sigma_F = \sigma_{F0} \cdot K_A \cdot K_v \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha} \leq \sigma_{FP} \quad (2.01)$$

σ_{F0} ist die örtliche Zahnfußspannung, definiert als die bei Belastung einer fehlerfreien Verzahnung durch das statische Nennmoment am Zahnfuß auftretende maximale Zugspannung.

Die örtliche Zahnfußspannung aus Biegenennspannung und Spannungskorrekturfaktor, beide für Kraftangriff am Kopf, wird mit dem Überdeckungsfaktor Y_{ε} näherungsweise auf die Verhältnisse am äußeren Einzeleingriffspunkt umgerechnet (Hinweis zu der hier gewählten Methode C siehe Vorbemerkung):

$$\sigma_{F0} = \frac{F_{mt}}{b_{eF} \cdot m_{mn}} \cdot Y_{Fa} \cdot Y_{Sa} \cdot Y_{\varepsilon} \cdot Y_{\beta} \cdot Y_K \quad (2.02)$$

K_A , K_v , $K_{F\beta}$, $K_{F\alpha}$, F_{mt} und Reihenfolge der Faktoren im Berechnungsablauf siehe DIN 3991 Teil 1.

Für b_{eF} gilt mit den Definitionen nach DIN 3991 Teil 1, Ausgabe September 1988, Abschnitte 5.2.1 und 5.2.2, im allgemeinen: $b_{eF} = b_{eH} = 0,85 \cdot b$.

- Y_{Fa} Formfaktor (siehe Abschnitt 3)
(berücksichtigt den Einfluß der Zahnform auf die Biegeennspannung für Kraftangriff am Zahnkopf)
- Y_{Sa} Spannungskorrekturfaktor (siehe Abschnitt 4)
(berücksichtigt die Umrechnung der Biegeennspannung bei Kraftangriff am Zahnkopf auf die entsprechende örtliche Zahnfußspannung. Y_{Sa} erfaßt damit die spannungserhöhende Wirkung der Kerbe (= Fußrundung) und die Tatsache, daß im kritischen Fußquerschnitt ein komplexerer Spannungszustand herrscht, berücksichtigt jedoch **nicht** den Einfluß des Biegehebelarmes)
- Y_ε Überdeckungsfaktor (siehe Abschnitt 5)
(berücksichtigt die Umrechnung der für Kraftangriff am Zahnkopf ermittelten örtlichen Spannung auf die Verhältnisse bei Kraftangriff im äußeren Eingriffspunkt)
- Y_β Schrägenfaktor (siehe Abschnitt 5)
(berücksichtigt den Einfluß der bei Schräg- und Bogenverzahnung schräg verlaufenden Berührlinien auf die Fußbeanspruchung)
- Y_K Kegelradfaktor
(berücksichtigt den Einfluß der von Stirnrädern abweichenden Zahnform bei Kegelrädern, z.B. Zahnlangskrümmung, Einspannbedingungen, Zahnsteifigkeit). Beim derzeitigen Kenntnisstand kann man $Y_K = 1$ setzen.

2.2 Zulässige Zahnfußspannung (für Dauergetriebe)

Die zulässige Zahnfußspannung σ_{FP} ist getrennt für Ritzel und Rad zu ermitteln. Man bestimmt sie vorzugsweise auf der Basis der an einem Zahnrad ermittelten Festigkeit, da für diesen Fall die Bezugsgröße bezüglich geometrischer Ähnlichkeit, Bewegungsablauf und Herstellung im Bereich des Anwendungsgebietes liegt.

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{FE}}{S_{F \min}} Y_{\delta \text{ rel T}} \cdot Y_{R \text{ rel T}} \cdot Y_X = \frac{\sigma_{FG}}{S_{F \min}} \quad (2.03)$$

- σ_{FE} Zahnfuß-Grundfestigkeit
 $\sigma_{FE} = \sigma_{F \lim} \cdot Y_{ST}$, Dauerfestigkeit der ungekerbten Probe unter der Annahme, daß der Werkstoff (einschließlich Wärmebehandlung) voll elastisch ist
- $\sigma_{F \lim}$ Zahnfuß-Biegeennndauerfestigkeit der Prüfräder
(berücksichtigt Werkstoff, Wärmebehandlung und Oberflächeneinfluß bei Prüfradabmessungen), (siehe Abschnitt 7)
- Y_{ST} Spannungskorrekturfaktor für die Abmessungen des Standardprüfrades (Es gilt: $Y_{ST} = 2,0$)
- $S_{F \min}$ Mindest-Sicherheitsfaktor für Zahnfußbeanspruchung (Hinweise siehe DIN 3991 Teil 1, Ausgabe September 1988, Abschnitt 1.2)
- $Y_{\delta \text{ rel T}}$ Relative Stützziffer (siehe Abschnitt 6)
(für die Dauerfestigkeit) bezogen auf die Verhältnisse am Standardprüfrad
 $Y_{\delta \text{ rel T}} = Y_{\delta} / Y_{\delta T}$, (berücksichtigt die Kerbempfindlichkeit des Werkstoffes)
- $Y_{R \text{ rel T}}$ Relativer Oberflächenfaktor (siehe Abschnitt 8) $Y_{R \text{ rel T}} = Y_R / Y_{RT}$
(berücksichtigt den Einfluß der Oberflächenbeschaffenheit in der Fußrundung, bezogen auf die Verhältnisse am Standardprüfrad)
- Y_X Größenfaktor für Zahnfußfestigkeit (siehe Abschnitt 9)
(berücksichtigt den Einfluß des Moduls auf die Zahnfußfestigkeit)

2.3 Rechnerischer Sicherheitsfaktor für Zahnfußspannung

Der rechnerische Sicherheitsfaktor gegen Zahnbruch ist getrennt für Ritzel und Rad zu ermitteln.

Auf der Basis der am Standardprüfrad ermittelten Dauerfestigkeit:

$$S_F = \frac{\sigma_{FG}}{\sigma_F} \geq S_{F \min} \quad (2.04)$$

Die Faktoren sind in den Abschnitten 2.1 und 2.2 erläutert.

Anmerkung: Dies ist die rechnerische Sicherheit hinsichtlich des übertragbaren Momentes.

Hinweise auf Mindestwerte für den Sicherheitsfaktor oder das Schadensrisiko (Schadenswahrscheinlichkeit) siehe DIN 3991 Teil 1, Ausgabe September 1988, Abschnitt 1.2.

2.4 Vereinfachte Berechnung (Hinweis)

Für den ersten Entwurf, für bestimmte Anwendungsgebiete oder für Überslagsrechnungen ist es mitunter zulässig, einige Faktoren mit 1 oder als Konstante anzunehmen oder Faktoren zusammenzufassen (vergleiche DIN 3991 Teil 1, Ausgabe September 1988, Abschnitt 1.3 c).

3 Formfaktor Y_{Fa} , Kopffaktor Y_{FS}

Der Formfaktor Y_{Fa} erfaßt den Einfluß der Zahnform auf die Biegeennspannung bei Kraftangriff am Zahnkopf (Methode C). Er ist getrennt für Ritzel und Rad zu bestimmen.

Als Berechnungsquerschnitt wird der Abstand zwischen den Berührungspunkten der 30°-Tangenten an die Fußrundungen des Zahnprofils der Ersatz-Stirnräderverzahnung zugrunde gelegt (siehe Bild 3.1) ¹⁾. Bei Schräg- oder Bogenverzahnung geht man von der Ersatz-Geradverzahnung (im Normalschnitt) aus. Die entsprechende (virtuelle) Zähnezahl im Normalschnitt z_{vN} kann nach DIN 3991 Teil 1, Ausgabe September 1988, Anhang A, oder mit dem Diagramm in Bild 3.3 ermittelt werden.

Der Kopffaktor $Y_{FS} = Y_{Fa} \cdot Y_{Sa}$ berücksichtigt den Einfluß der Zahngeometrie auf die wirkliche Zahnfußspannung bei Kraftangriff am Zahnkopf (Methode C). (Bei höhenballig ausgeführten Verzahnungen ist der tatsächliche Biegehebelarm geringfügig kleiner, die Rechnung liegt dann auf der sicheren Seite).

Zur Bestimmung von Y_{FS} , Y_{Fa} und Y_{Sa} kann man von der Nenn-Zahnform mit dem Profilverschiebungsfaktor x_{hm} und dem Zahndickenänderungsfaktor x_{sm} ausgehen. Bei fertig-geschnittenen Kegelrädern ist die Schwächung des Zahnes durch die Zahndickenabmaße im allgemeinen vernachlässigbar. Der Zahnfuß wird auch bei geschliffenen Kegelrädern meist vom Schneidwerkzeug (z.B. Messerkopf) erzeugt. Er entspricht in Form und Abmessungen dem Erzeugungs-Profilverschiebungsfaktor x_{hmE} und dem Erzeugungs-Zahndickenänderungsfaktor x_{smE} . Wegen der Schleifzugabe $q > 0$ ist in der Regel $|x_{hmE}| > |x_{hm}|$ und $|x_{smE}| > |x_{sm}|$. Man rechnet daher bezüglich der Zahnfußbeanspruchung auf der sicheren Seite.

3.1 Formfaktor Y_{Fa} für Verzahnungen, die im Wälzverfahren erzeugt werden

Gleichung (3.01) gilt für die geradverzahnten Ersatzstirnräder mit und ohne Profilverschiebung. Bei schrägverzahnten Ersatzstirnrädern wird der Formfaktor für die Ersatz-Geradverzahnung bestimmt.

¹⁾ Kegelräder haben im allgemeinen Oktoidenverzahnung und sind höhenballig. Die Abweichungen von einem Evolventenprofil sind jedoch insbesondere hinsichtlich Zahnfußsehne und Biegehebelarm gering. Man kann sie daher bei der Berechnung des Formfaktors vernachlässigen.

Die Berechnung gilt unter folgenden Voraussetzungen:

- Der Berührungspunkt der 30°-Tangenten liegt auf der Zahnfußkurve, die von der Werkzeugkopfabrundung erzeugt wird.
- Das Werkzeug wird mit einer endlichen Kopfabrundung ausgeführt.
- Profilüberdeckung $\varepsilon_{v\alpha} \leq 2$

Mit den Festlegungen nach Bild 3.1 gilt²⁾

$$Y_{Fa} = \frac{6 \cdot \frac{h_{Fa}}{m_{mn}} \cdot \cos \alpha_{Fan}}{\left(\frac{s_{Fn}}{m_{mn}}\right)^2 \cdot \cos \alpha_n} \quad (3.01)$$

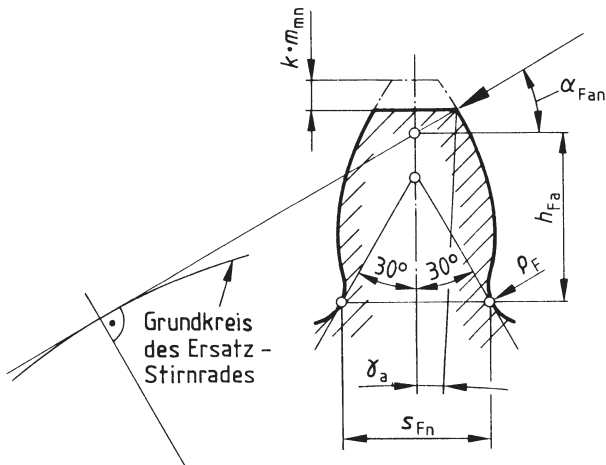


Bild 3.1. Festlegung des Berechnungsquerschnitts mit der Zahnfußdickensehne s_{Fn} und des Biegehebelarms h_{Fa} am Zahnprofil der Ersatzstirnräder

3.1.1 Hilfsgrößen

Zur Berechnung der Zahnfußsehne s_{Fn} und des Biegehebelarms h_{Fa} sind zunächst die Hilfsgrößen E , G , H und ϑ zu ermitteln.

$$E = \frac{\pi}{4} \cdot m_{mn} - x_{sm} \cdot m_{mn} - h_{fP} \cdot \tan \alpha_n + \frac{s_{pr}}{\cos \alpha_n} - (1 - \sin \alpha_n) \cdot \frac{q_{fP}}{\cos \alpha_n} \quad (3.02)$$

mit s_{pr} nach Bild 3.2.

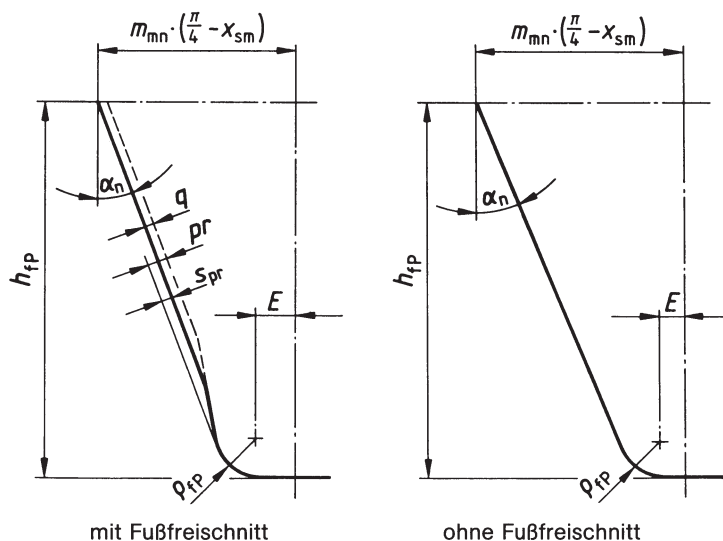


Bild 3.2. Maße am Bezugsprofil der Verzahnung.

Für die praktische Berechnung kann man $q_{fP} = q_{aP0}$ des Werkzeug-Bezugsprofils setzen

Für Bezugsprofile ohne Fußfreischnitt ist $s_{pr} = 0$.

$$G = \frac{q_{fP}}{m_{mn}} - \frac{h_{fP}}{m_{mn}} + x_{hm} \quad (3.03)$$

$$H = \frac{2}{z_{vn}} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{E}{m_{mn}} \right) - \frac{\pi}{3} \quad (3.04)$$

$$\vartheta = \frac{2G}{z_{vn}} \cdot \tan \vartheta - H \quad (3.05)$$

Für die Lösung der transzendenten Gleichung (3.05) kann als Anfangswert $\vartheta = \pi/6$ eingesetzt werden (Bogenmaß). Die Gleichung konvergiert meist bereits nach wenigen Iterationsschritten.

3.1.2 Zahnfußsehne s_{Fn}

$$\frac{s_{Fn}}{m_{mn}} = z_{vn} \cdot \sin \left(\frac{\pi}{3} - \vartheta \right) + \sqrt{3} \cdot \left(\frac{G}{\cos \vartheta} - \frac{q_{fP}}{m_{mn}} \right) \quad (3.06)$$

3.1.3 Fußrundungsradius q_F am Berührungspunkt der 30°-Tangente

$$\frac{q_F}{m_{mn}} = \frac{q_{fP}}{m_{mn}} + \frac{2 \cdot G^2}{\cos \vartheta \cdot (z_{vn} \cdot \cos^2 \vartheta - 2 \cdot G)} \quad (3.07)$$

3.1.4 Biegehebelarm h_{Fa}

$$\alpha_{an} = \arccos \left(\frac{d_{vbn}}{d_{van}} \right) \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \quad (3.08)$$

d_{van} und d_{vbn} siehe DIN 3991 Teil 1, Ausgabe September 1988, Anhang A 3)

2) Ableitung der maßgebenden Zahnnormalkraft und des Formfaktors siehe DIN 3990 Teil 3.

3) Bei Zahnrädern ohne Kopfkürzung gelten die Bilder 3.4 bis 3.6 genau. Bei Zahnrädern mit Kopfkürzung ist der tatsächliche Biegehebelarm geringfügig kleiner; die Berechnung mit den Diagrammwerten liegt dann auf der sicheren Seite, da man $\varepsilon_{v\alpha n}$ mit den maßgebenden Kopfkreisdurchmessern d_{vNa1} und d_{vNa2} bestimmt (siehe DIN 3991 Teil 1, Ausgabe September 1988, Anhang A).

$$\gamma_a = \left\{ \frac{1}{z_{vn}} \cdot \left[\frac{\pi}{2} + 2 (x_{hm} \cdot \tan \alpha_n + x_{sm}) \right] + \text{inv } \alpha_n - \text{inv } \alpha_{an} \right\} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \quad (3.09)$$

$$\alpha_{Fan} = \alpha_{an} - \gamma_a \quad (3.10)$$

$$\frac{h_{Fa}}{m_{mn}} = 0,5 \cdot z_{vn} \left[\frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_{Fan}} - \cos \left(\frac{\pi}{3} - \vartheta \right) \right] + 0,5 \cdot \left(\frac{q_{fP}}{m_{mn}} - \frac{G}{\cos \vartheta} \right) \quad (3.11)$$

Daten der Ersatz-Stirnradsverzahnung im Normalschnitt siehe DIN 3991 Teil 1, Ausgabe September 1988, Anhang A³⁾.

3.1.5 Grafische Bestimmung des Formfaktors Y_{Fa}

Für ein gegebenes Bezugsprofil kann man Y_{Fa} im voraus für alle Zähnezahlen und Profilverschiebungsfaktoren berechnen und in Diagrammen darstellen.

Für das Bezugsprofil der Verzahnung mit den Daten $\alpha_n = 20^\circ$, $h_{aP}/m_{mn} = 1,0$, $h_{fP}/m_{mn} = 1,25$, $q_{fP}/m_{mn} = 0,25$ und $x_{sm} = 0$ kann Y_{Fa} dem Bild 3.3 entnommen werden. Diagramme für andere Bezugsprofile sind in DIN 3990 Teil 3 angegeben. — Kopffaktor Y_{Fs} siehe Bilder 3.4, 3.5 und 3.6. — Hierin ist z_{vn} die Zähnezahl der virtuellen Ersatzstirnräder im Normalschnitt; Berechnung nach DIN 3991 Teil 1, Ausgabe September 1988, Anhang A; grafische Bestimmung für $\alpha_n = 20^\circ$ siehe Bild 3.3.

3.2 Formfaktor Y_{Fa} für Verzahnungen, die im Formschneideverfahren erzeugt werden

Insbesondere bei größeren Übersetzungen werden Tellerräder zum Teil nach dem Formschneideverfahren (ohne Abwälzen) gefertigt. Dabei ist das Profil der Zahnücke des Werkrades identisch mit dem Werkzeugprofil (Zahnstangenprofil). Der Zahnformfaktor für das Tellerrad kann deshalb direkt am Werkzeugprofil bestimmt werden.

Formfaktor des Tellerrades nach Gleichung (3.01) mit $\alpha_{Fan} = \alpha_n$:

$$Y_{Fa2} = \frac{6 h_{Fa2}/m_{mn}}{(s_{Fn2}/m_{mn})^2} \quad (3.12)$$

Da für formgeschnittene Tellerräder $Y_{Fa} = Y_{Fa\infty}$, kann Y_{Fa} für das dort angegebene Bezugsprofil unmittelbar bei $z_{vn} = \infty$ Bild 3.3 entnommen werden ($Y_{Fa\infty} = 2,07$).

Der Zahnformfaktor für das zugehörige, im Wälzverfahren erzeugte Kegelritzel kann bei Zähnezahlverhältnissen $u > 3$ näherungsweise nach Abschnitt 3.1 bestimmt werden.

3.2.1 Zahnfußdickensehne

$$s_{Fn} = \pi \cdot m_{mn} - 2 E - 1,732 \cdot q_{fP2} \quad (3.13)$$

mit E nach Gleichung (3.02).

3.2.2 Fußrundungsradius am Berührungspunkt der 30°-Tangente

$$q_{F2} = q_{fP2} \quad (3.14)$$

3.2.3 Biegehebelarm

$$h_{Fa2} = h_{fP2} - \frac{q_{fP2}}{2} + m_{mn} - \left(\frac{\pi}{4} + x_{sm2} - \tan \alpha_n \right) \cdot m_{mn} \cdot \tan \alpha_n \quad (3.15)$$

3.3 Kopffaktor Y_{Fs}

Der Kopffaktor ist das Produkt aus Formfaktor Y_{Fa} und Spannungskorrekturfaktor für Kraftangriff am Zahnkopf Y_{Sa} .

$$Y_{Fs} = Y_{Fa} \cdot Y_{Sa} \quad (3.16)$$

Da Y_{Fa} nach Gleichung (3.01) bzw. (3.12) und Y_{Sa} nach Gleichung (4.01) nur von den Bestimmungsgrößen eines Zahnprofils abhängen, kann Y_{Fs} für jedes Bezugsprofil in Abhängigkeit von der Zähnezahl im Normalschnitt und der Profilverschiebung bestimmt werden. Die Bilder 3.4, 3.5 und 3.6 zeigen Beispiele. (Diese Diagramme gelten für Zahnräder ohne Kopfkürzung. Erläuterungen hierzu siehe Fußnote 3).

Wie aus Gleichung (2.02) hervorgeht, ist Y_{Fs} die örtliche Spannung für $F_t = 1 \text{ N}$, $b = 1 \text{ mm}$ und $m_n = 1 \text{ mm}$ bei Kraftangriff am Zahnkopf.

Derartige Diagramme eignen sich für eine schnelle Spannungsberechnung. In dieser Norm wird jedoch die getrennte Darstellung von Y_{Fa} und Y_{Sa} beibehalten, da der Spannungskorrekturfaktor Y_{Sa} auch benötigt wird, um die Stützziffer Y_δ (siehe Abschnitt 6) zu ermitteln.

4 Spannungskorrekturfaktor Y_{Sa}

Mit dem Spannungskorrekturfaktor Y_{Sa} rechnet man die Biege-Nennspannung bei Kraftangriff am Zahnkopf (Formfaktor Y_{Fa}) auf die örtliche Zahnfußspannung um (Methode C). Y_{Sa} erfaßt damit die spannungserhöhende Wirkung der Kerbe (= Fußrundung)⁴⁾ und berücksichtigt ferner, daß am Zahnfuß neben der Biegespannung auch andere Spannungs-komponenten auftreten. — Bei Schräg- und Bogenverzahnung geht man von der Ersatz-Geradverzahnung (im Normalschnitt) aus. — Weitere Hinweise siehe DIN 3990 Teil 3.

4.1 Berechnungsgleichungen

$$Y_{Sa} = (1,2 + 0,13 \cdot L_a) \cdot q_s \left(\frac{1}{1,21 + 2,3/L_a} \right) \quad (4.01)$$

Hierin bedeuten:

$$L_a = \frac{s_{Fn}}{h_{Fa}} \quad (4.02)$$

$$q_s = \frac{s_{Fn}}{2 \cdot q_F} \quad (4.03)$$

mit s_{Fn} nach Gleichung (3.06) beziehungsweise (3.13)

h_{Fa} nach Gleichung (3.11) beziehungsweise (3.15)

q_F nach Gleichung (3.07) beziehungsweise (3.14)

Gültigkeitsbereich der Gleichung (4.01): $1 \leq q_s < 8$

4.2 Grafische Bestimmung

Für das Bezugsprofil mit $\alpha_n = 20^\circ$, $h_{aP}/m_{mn} = 1,0$, $h_{fP}/m_{mn} = 1,25$, $x_{sm} = 0$ und $q_{fP}/m_{mn} = 0,25$ kann Y_{Sa} Bild 4.1 entnommen werden. Hinweis zur virtuellen Zähnezahl z_{vn} siehe Abschnitt 3.1.5.

Für formgeschnittene Tellerräder ist $Y_{Sa} = Y_{Sa\infty}$ (für $z_{vn} = \infty$).

³⁾ Siehe Seite 4

⁴⁾ Über den Einfluß von Schleifkerben siehe DIN 3990 Teil 3.