

	DIN 3991-3	
ICS 21.200	Ersatz für DIN 3991-3:1988-09	
Tragfähigkeitsberechnung von Kegelrädern – Teil 3: Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit Calculation of load capacity of bevel gears – Part 3: Calculation of tooth root strength Calcul de la capacité de charge des engrenages coniques – Partie 3: Calcul de la résistance du pied de dent		
Gesamtumfang 27 Seiten		
DIN-Normenausschuss Maschinenbau (NAM)		
		

Inhalt

	Seite
Vorwort	3
Einleitung	5
1 Anwendungsbereich	6
2 Normative Verweisungen	6
3 Begriffe	6
4 Symbole und Abkürzungen	7
5 Allgemeine Bemessungsmethoden	10
6 Gleichungen zur Zahnfußtragfähigkeit — Methode B	11
6.1 Zahnfußspannung	11
6.2 Zulässige Zahnfußspannung	12
6.3 Berechneter Sicherheitsfaktor	12
6.4 Faktoren für die Zahnfußspannung	13
6.4.1 Zahnformfaktor Y_{Fa}	13
6.4.2 Spannungskonzentrationsfaktor Y_{Sa}	17
6.4.3 Überdeckungsfaktor Y_{ϵ}	18
6.4.4 Spiralwinkelfaktor $Y_{\beta S}$	18
6.4.5 Lastverteilungsfaktor Y_{LS}	20
6.5 Faktoren für die zulässige Zahnfußspannung	20
6.5.1 Relativer Oberflächenfaktor $Y_{R,relT-B}$	20
6.5.2 Relativer Kerbempfindlichkeitsfaktor $Y_{\delta,relT-B}$	21
6.5.3 Spannungskorrekturfaktor Y_{ST} für die Abmessungen der Standard-Referenz-Prüfverzahnung	22
6.5.4 Größenfaktor Y_X	23
6.5.5 Lebensdauerfaktor Y_{NT}	23
Literaturhinweise	27

Bilder

Bild 1 — Zahndickensehne s_{Fn} und Biegehebelarme $h_{FaD,C}$ Normalschnitt für Kraftangriff am Zahnkopf der Ersatzstirnradverzahnung	14
Bild 2 — Abmessungen am Bezugsprofil des Zahnes	16
Bild 3 — Definition der geometrischen Kenngrößen des Zahnmodells	19
Bild 4 — Lebensdauerfaktor Y_{NT} (Standard-Referenz-Prüfräder)	25

Tabellen

Tabelle 1 — Symbole und Einheiten	7
Tabelle 2 — Allgemeine Indizes	10
Tabelle 3 — Abkürzungen	10
Tabelle 4 — Gleitschichtdicke ρ'	21
Tabelle 5 — Lebensdauerfaktor Y_{NT} für statische und Dauerbeanspruchung	25

Vorwort

Dieses Dokument wurde vom Arbeitsausschuss NA 060-34-13 AA „Kegelradverzahnungen (SpA ISO/TC 60/SC 2/WG 13)“ im Fachbereich „Antriebstechnik“ des DIN-Normenausschusses Maschinenbau (NAM) erarbeitet. Vertreter der Hersteller und Anwender von Kegelradverzahnungen und der Hochschulen waren an der Erarbeitung beteiligt.

Die Normenreihe DIN 3991 besteht seit 1988 in unveränderter Form. Im Rahmen der internationalen Normung wurden bereits zwei Ausgaben der Normenreihe ISO 10300, *Calculation of load capacity of bevel gears* erarbeitet und veröffentlicht. Die aktuelle Ausgabe unterliegt zum Zeitpunkt der Erarbeitung dieses Dokuments einer weiteren Überarbeitung.

Dieses Dokument ersetzt die erste Ausgabe (DIN 3991-3:1988-09), die technisch vollumfänglich überarbeitet wurde und die Elemente der ISO 10300-3 übernimmt, die auf Betreiben des DIN-Ausschusses in die internationale Norm übernommen wurden. Zudem wurden in dieses Dokument die neuesten Erkenntnisse und Forschungsergebnisse eingearbeitet.

Die Normenreihe DIN 3991 besteht aus den folgenden Teilen unter dem Haupttitel Tragfähigkeitsberechnung von Kegelrädern:

- Teil 1: Einführung und allgemeine Einflussfaktoren
- Teil 2: Berechnung der Grübchentragfähigkeit
- Teil 3: Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit

Ein weiterer Teil für die Berechnung der Fresstragfähigkeit befindet sich zum Zeitpunkt der Veröffentlichung der Normenreihe DIN 3991 in der Vorbereitung.

Es wird auf die Möglichkeit hingewiesen, dass einige Elemente dieses Dokuments Patentrechte berühren können. DIN ist nicht dafür verantwortlich, einige oder alle diesbezüglichen Patentrechte zu identifizieren.

Aktuelle Informationen zu diesem Dokument können über die Internetseiten von DIN (www.din.de) durch eine Suche nach der Dokumentennummer aufgerufen werden.

Änderungen

Gegenüber DIN 3991-3:1988-09 wurden folgende Änderungen vorgenommen:

- a) der Anwendungsbereich wurde um achsversetzte Kegelräder (Hypoidräder) erweitert, hierfür wurde das Berechnungsverfahren überarbeitet;
- b) für die Verwendung von Werkstoffkennwerten wird in diesem Dokument auf die aktuellere ISO 6336-5 verwiesen, was nicht ausschließt, dass in einer späteren Ausgabe auf eine überarbeitete DIN 3990-5 verwiesen werden kann;
- c) es wurde ein Spiralwinkelfaktor Y_{BS} eingeführt;
- d) es wurde ein Lastverteilungsfaktor Y_{LS} eingeführt;
- e) die grafischen Methoden zur Bestimmung von Berechnungsfaktoren wurden entfernt;
- f) die ursprüngliche Methode B2 zur Bestimmung des relativen Oberflächenfaktors Y_{RelT} wurde entfernt;

- g) die relative Stützziffer $Y_{\delta_{rel}T}$ wurde in relativer Kerbempfindlichkeitsfaktor umbenannt. Hierbei wurde die ursprüngliche Methode B2 entfernt;
- h) es wurde ein Lebensdauerfaktor Y_{NT} eingeführt.

Frühere Ausgaben

DIN 3991-3: 1988-09

Einleitung

Diese Ausgabe der Normenreihe DIN 3991 stellt eine umfassende Überarbeitung der Berechnungsmethoden zur Kegelradtragfähigkeit dar und bezieht achsversetzte Kegelräder (Hypoidräder) ein. Diese Überarbeitung berücksichtigt die nationalen und internationalen Forschungsergebnisse seit Veröffentlichung der Erstausgabe der Normenreihe DIN 3991 von 1988 und übernimmt wesentliche Neuerungen aus der internationalen Normenreihe ISO 10300 (Ausgabe 2023). Eine Abweichung der Berechnungsergebnisse zu vorhergehenden Berechnungsverfahren ist daher nicht auszuschließen. Die einzelnen Teile der Normenreihe DIN 3991 gelten zusammen mit den Werkstoffangaben nach ISO 6336-5, die als Manuskriptübersetzung auch in deutscher Sprache verfügbar ist.

Ein Schaden durch Zahnbruch kann verschiedene Ursachen haben. Dabei sind hohe kurzzeitige Überlasten, starke Grübchenschädigung, Abplatzungen der einsatzgehärteten Randschicht und Ermüdung infolge Biegung nur einige Möglichkeiten. In diesem Dokument wird nur die Schadensart Zahnfußbruch behandelt. Die Festigkeitswerte basieren auf einer modifizierten Balkentheorie, um folgende Einflüsse zu berücksichtigen:

- Druckspannungen im Zahnfuß durch die radiale Komponente der Zahnnormalkraft;
- ungleichförmige Lastverteilung infolge der geneigten Kontaktlinien;
- Spannungskonzentration in der Zahnfußausrundung;
- Lastverteilung zwischen benachbarten Zähnen im Eingriff;
- mangelnde Laufruhe aufgrund einer geringen Überdeckung.

Es wird eine maximal ertragbare Zahnfußspannung bestimmt, die Zahnfußbruch während der geforderten Lebensdauer des Kegelrads verhindert. Bei Werkstoffungängen im Radkörper unter den Zähnen kann ein Riss vom Zahnfuß bis zur Radbohrung auftreten (ein Ausfallkriterium, welches nicht von der Normenreihe DIN 3991 behandelt wird). Darüber hinaus können spezielle Anwendungen zusätzliches Material im Radkörper hinter der Verzahnung zur Abstützung der Last erfordern.

Oberflächenschäden (Grübchen oder Verschleiß) können auch die Zahnfußtragfähigkeit durch die Spannungskonzentration um große Ausbrüche und aufgrund von Verschleiß auf der Flankenoberfläche begrenzen. Keiner dieser Einflüsse wird von der Normenreihe DIN 3991 behandelt.

In den meisten Fällen kann die maximale Zugspannung (die durch die Beanspruchung des Zahnfußes bei Lastaufbringung auf die Flanke entsteht) als maßgebendes Kriterium für die Bewertung der Zahnfußtragfähigkeit angewendet werden. Wird die zulässige Zahnfußspannung überschritten, so können die Zähne brechen.

Bei der Berechnung der Zahnfußspannungen für geradverzahnte Kegelräder geht dieses Dokument von der Annahme aus, dass der Kraftangriff am Zahnkopf des Ersatzstirnrads erfolgt. Die Last wird anschließend auf den äußeren Einzeleingriffspunkt umgewertet. Das Verfahren entspricht daher der Methode C für die Zahnfußspannung von Stirnrädern (siehe ISO 6336-3 [1]).

Für Spiralkegel- und Hypoidräder mit einer hohen Sprungüberdeckung $\varepsilon_{v\beta} > 1$ (Methode B) gilt der Mittelpunkt der Eingriffsstrecke als kritischer Punkt des Kraftangriffs.

Der Bruch eines Zahns bedeutet im Allgemeinen das Ende der Lebensdauer des Getriebes. Vielfach wird als Folge eines Zahnbruchs die gesamte Verzahnung des Getriebes zerstört. Deshalb ist der Sicherheitsfaktor S_F gegen Zahnfußbruch im Allgemeinen größer zu wählen als die Sicherheitsfaktoren gegen Schäden durch Grübchenbildung (siehe DIN 3991-1).

1 Anwendungsbereich

Dieses Dokument legt die grundlegenden Gleichungen zur Bestimmung der Zahnfußtragfähigkeit von gerad- und schrägverzahnten Kegelrädern, Zerol-, Spiralkegel- und Hypoidrädern mit einer Mindestmaterialdicke unter dem Zahnfuß von $3,5 \times m_{mn}$ fest und umfasst alle Einflüsse auf die Zahnfußtragfähigkeit, die aus der vom Getriebe übertragenen Last resultieren und quantitativ beurteilt werden können. Beanspruchungen, etwa durch Aufschrumpfen des Radkörpers, welche sich mit den Beanspruchungen infolge der Last überlagern, sollen in der Berechnung der Zahnfußspannung σ_F oder der zulässigen Zahnfußspannung σ_{FP} berücksichtigt werden. Dieses Dokument ist nicht anwendbar für die Beurteilung von Flankenbruch, einem Ermüdungsbruch im Inneren des Zahns.

Die Gleichungen in diesem Dokument basieren auf Ersatzstirnradverzahnungen mit einer Profilüberdeckung $\varepsilon_{v\alpha} < 2$.

Dieses Dokument ist nicht für Zahnfußspannungen oberhalb der für 10^3 Lastwechsel zulässigen Werte hinaus anwendbar, da Beanspruchungen in diesem Bereich die Elastizitätsgrenze des Zahns überschreiten könnten.

Wenn die Gleichungen für große mittlere Spiralwinkel $(\beta_{m1} + \beta_{m2})/2 > 45^\circ$, für effektive Eingriffswinkel $\alpha_e > 30^\circ$ und/oder für große Zahnbreiten $b > 13 m_{mn}$ verwendet werden, ist es sinnvoll die mit dieser Normenreihe berechneten Ergebnisse durch Erfahrungswerte zu bestätigen.

2 Normative Verweisungen

Die folgenden Dokumente werden im Text in solcher Weise in Bezug genommen, dass einige Teile davon oder ihr gesamter Inhalt Anforderungen des vorliegenden Dokuments darstellen. Bei datierten Verweisungen gilt nur die in Bezug genommene Ausgabe. Bei undatierten Verweisungen gilt die letzte Ausgabe des in Bezug genommenen Dokuments (einschließlich aller Änderungen).

DIN 3965, *Toleranzen von Kegelradverzahnungen*

DIN 3991-1:2024-06, *Tragfähigkeitsberechnung von Kegelrädern — Teil 1: Einführung und allgemeine Einflussfaktoren*

ISO 701, *International gear notation — Symbols for geometrical data*

ISO 1122-1, *Vocabulary of gear terms — Part 1: Definitions related to geometry*

ISO 6336-5, *Calculation of load capacity of spur and helical gears — Part 5: Strength and quality of materials*

ISO 23509, *Bevel and hypoid gear geometry*

3 Begriffe

Für die Anwendung dieses Dokuments gelten die Begriffe nach ISO 1122-1 und ISO 23509 und die folgenden Begriffe.

DIN und DKE stellen terminologische Datenbanken für die Verwendung in der Normung unter den folgenden Adressen bereit:

- DIN-TERMinologieportal: verfügbar unter <https://www.din.de/go/din-term>
- DKE-IEV: verfügbar unter <https://www.dke.de/DKE-IEV>

ISO und IEC stellen terminologische Datenbanken für die Verwendung in der Normung unter den folgenden Adressen bereit:

- ISO Online Browsing Platform: verfügbar unter <https://www.iso.org/obp>

— IEC Electropedia: verfügbar unter <https://www.electropedia.org/>

3.1
Zahnfußbruch

Ausfall eines Zahns infolge Bruchs am Zahnfuß durch statische oder dynamische Überlastung

3.2
örtliche Zahnfußspannung

σ_{F0}
Biegebeanspruchung im kritischen Zahnfußquerschnitt, berechnet für den kritischen Kraftangriffspunkt einer abweichungsfreien Verzahnung durch das konstante Nenndrehmoment

3.3
Zahnfußspannung

σ_F
maßgebende Biegebeanspruchung im kritischen Zahnfußquerschnitt, berechnet für den kritischen Kraftangriffspunkt einschließlich der Faktoren zur Berücksichtigung der statischen und dynamischen Lasten sowie der Lastverteilung

3.4
Dauerfestigkeitswert für Zahnfuß-Biegenennspannung

$\sigma_{F,lim}$
Biegenenndauerfestigkeit im Zahnfuß der Prüfräder, bestimmt unter genormten Betriebsbedingungen nach ISO 6336-5

3.5
Zahnfuß-Grundfestigkeit

σ_{FE}
Dauerfestigkeit der ungekerbten Probe unter der Annahme eines vollelastischen Werkstoffs

3.6
zulässige Zahnfußspannung

σ_{FP}
zulässige Zahnfußspannung des zu bewertenden Rades einschließlich aller Einflussfaktoren

4 Symbole und Abkürzungen

Für dieses Dokument gelten die in ISO 701, DIN 3965, ISO 23509 und die in Tabelle 1 bis Tabelle 3 angegebenen Symbole, Einheiten, allgemeine Indizes und Abkürzungen (siehe ISO 6336-5).

Tabelle 1 — Symbole und Einheiten

Symbol	Bezeichnung	Einheit
A_{Sn}	Zahndickenabmaß	mm
a_{BS}	Hilfsgröße	—
B	Qualitätsstufe nach DIN 3965	—
b	Zahnbreite	mm
b_a	abgewinkelte Länge eines Zahnes	mm
b_{BS}	Hilfsgröße	—
b_v	Zahnbreite der Ersatzstirnradverzahnung	mm
c_{BS}	Hilfsgröße	—
d_e	äußerer Teilkegeldurchmesser	mm

Tabelle 1 (fortgesetzt)

Symbol	Bezeichnung	Einheit
d_{va}	Kopfkreisdurchmesser der Ersatzstirnradverzahnung	mm
d_{van}	Kopfkreisdurchmesser der Ersatzstirnradverzahnung im Normalschnitt	mm
d_{vb}	Grundkreisdurchmesser der Ersatzstirnradverzahnung	mm
d_{vbn}	Grundkreisdurchmesser der Ersatzstirnradverzahnung im Normalschnitt	mm
E, G, H	Hilfsgrößen für den Zahnformfaktor	—
F_n	Nenn-Normalkraft	N
F_{vmt}	Mittlere Umfangskraft der Ersatzstirnradverzahnung	N
h	mittlere Zahnhöhe	mm
h_{a0}	Werkzeugkopfhöhe	mm
h_{Fa}	Biegehebelarm für die Zahnfußspannung (Kraftangriff am Zahnkopf)	mm
h_m	mittlere Zahnhöhe	mm
h_w	gemeinsame Zahnhöhe	mm
K_A	Anwendungsfaktor	—
$K_{F\alpha}$	Stirnfaktor für die Zahnfußspannung	—
$K_{F\beta}$	Breitenfaktor für die Zahnfußspannung	—
K_v	Dynamikfaktor	—
L_a	Hilfsgröße	—
l_{bb}	Zahnbreitenanteil der mittleren Kontaktlinie	mm
l_{bm}	Länge der mittleren Berührlinie	mm
m_{mn}	mittlerer Normalmodul	mm
N_L	Lastwechselzahl	—
q_s	Kerbparameter	—
R_e	äußere Teilkegellänge	mm
R_z	gemittelte Rautiefe	μm
S_F	Sicherheitsfaktor gegen Zahnfußbruch	—
S_{Fmin}	Mindestsicherheitsfaktor gegen Zahnfußbruch	—
s_{Fn}	Zahnfußdickensehne an der 30°-Tangente	mm
s_{mn}	mittlere Normalzahndicke (im Bogen gemessen)	mm
s_{pr}	Protuberanzbetrag	mm
w_m	Linienlast auf der Berührlinie	N/mm
w_{max}	maximale Linienlast auf der Berührlinie	N/mm
x_{hm}	Profilverschiebungsfaktor	—
x_{sm}	Profilseitverschiebungsfaktor	—
Y_{BS}	Spiralwinkelfaktor	—
Y_{Fa}	Formfaktor für Kraftangriff am Zahnkopf	—
Y_{LS}	Lastverteilungsfaktor (Fuß)	—
Y_{NT}	Lebensdauerfaktor (Fuß)	—
Y_R	Oberflächenflächenbedingungen in der Fußausrundung	—

Tabelle 1 (fortgesetzt)

Symbol	Bezeichnung	Einheit
Y_{RT}	Oberflächenbedingungen an der Standard-Referenz-Prüfverzahnung	—
$Y_{R,rel T}$	relativer Oberflächenfaktor	—
Y_{Sa}	Spannungskorrekturfaktor für Kraftangriff am Zahnkopf	—
Y_{ST}	Spannungskorrekturfaktor für die Abmessungen des Standard-Referenz-Prüfrades	—
Y_X	Größenfaktor	—
Y_δ	dynamischer Kerbempfindlichkeitsfaktor	—
$Y_{\delta T}$	dynamischer Kerbempfindlichkeitsfaktor an der Standard-Referenz-Prüfverzahnung	—
$Y_{\delta,rel T}$	relativer Kerbempfindlichkeitsfaktor	—
Y_ε	Überdeckungsfaktor	—
Z_{LS}	Lastverteilungsfaktor (Flanke)	—
z_{vn}	Zähnezahl der Ersatzstirnradverzahnung im Normalschnitt	—
α_{an}	Kopfeingriffswinkel im Normalschnitt	°
α_e	Eingriffswinkel	°
α_{Fan}	Kraftangriffswinkel am Zahnkopf der Ersatzstirnradverzahnung	°
$\alpha_{n,D,C}$	Erzeugungsrad-Flankenwinkel an der Zugflanke/Schubflanke	°
β_m	mittlerer Spiralwinkel	°
β_v	Schrägungswinkel der Ersatzstirnradverzahnung	°
γ_a	Hilfswinkel für die Zahnform und den Zahnkorrekturwert	°
$\varepsilon_{v\alpha}$	Profilüberdeckung der Ersatzstirnradverzahnung	—
$\varepsilon_{v\beta}$	Sprungüberdeckung der Ersatzstirnradverzahnung	—
ϑ	Hilfswinkel für den Zahnformfaktor	°
ρ_{a0}	Werkzeug-Kopfrundungsradius	mm
ρ_F	Fußrundungsradius	mm
ρ_{FP}	Fußübergangsradius der Bezugs-Zahnstange für Zylinderräder	mm
ρ'	Gleitschichtdicke	mm
σ_B	Bruchgrenze	N/mm ²
σ_F	Zahnfußspannung	N/mm ²
σ_{FE}	Zahnfuß-Grundfestigkeit	N/mm ²
σ_{FP}	zulässige Zahnfußspannung	N/mm ²
$\sigma_{F,lim}$	Dauerfestigkeitswert für Zahnfuß-Biegenennspannung	N/mm ²
σ_{F0}	örtliche Zahnfußspannung	N/mm ²
σ_S	Streckgrenze	N/mm ²
$\sigma_{0,2}$	0,2 %-Dehngrenze	N/mm ²
χ^X	relativer Spannungsgradient im Kerbgrund	mm ⁻¹
χ_T^X	relativer Spannungsgradient im Kerbgrund des Standard-Stirnrad-Referenz-Prüfrads	mm ⁻¹