

Übertragungssysteme und Vierpole

Symmetrieeigenschaften von linearen Vierpolen und Klemmenpaaren

DIN
40148
Blatt 2

Transmission systems and two-ports; symmetry in linear four- and two-poles

1. Symmetrieeigenschaften von linearen Vierpolen

1.1. Kopplungssymmetrie (Kernsymmetrie, Übertragungssymmetrie)

Kopplungssymmetrisch (kernsymmetrisch, übertragungssymmetrisch) wird ein Vierpol genannt, für den der Reziprozitätssatz gilt, d.h. der Betriebsübertragungsfaktor ist bei beliebigen Abschlußwiderständen unabhängig von der Betriebsrichtung. Sind Z_1 und Z_2 die beiden Abschlußwiderstände des Vierpols und wirkt eine Quellenspannung U_0 in dem Abschlußwiderstand Z_1 , so ist nach Gleichung (15) in DIN 40 148 Blatt 1, Ausgabe September 1966, der Betriebsübertragungsfaktor

$$A_{B12} = \frac{2U_2}{U_0} \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}. \quad (1)$$

Bei der entgegengesetzten Betriebsrichtung wirkt eine Quellenspannung U_0 in dem Abschlußwiderstand Z_2 und es ist

$$A_{B21} = \frac{2U_1}{U_0} \sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}. \quad (2)$$

Der kopplungssymmetrische Vierpol ist dadurch gekennzeichnet, daß

$$A_{B21} = A_{B12}. \quad (3)$$

Falls die Vierpolgleichungen in der Widerstandsform

$$\begin{cases} U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2, \\ U_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2, \end{cases} \quad (4)$$

existieren, so ist bei symmetrischen Bezugspfeilen für die komplexen Spannungen und Ströme nach Bild 1

$$Z_{21} = Z_{12}. \quad (5)$$

Der Kopplungswiderstand (Kernwiderstand) ist bei Kopplungssymmetrie also unabhängig von der Betriebsrichtung.

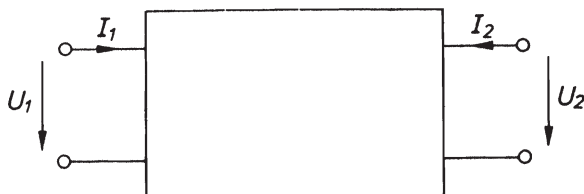


Bild 1

Existieren die Vierpolgleichungen in der Leitwertform:

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2, \\ I_2 = Y_{21}U_1 + Y_{22}U_2, \end{cases} \quad (6)$$

so drückt sich die Kopplungssymmetrie durch die Gleichheit der Kopplungsleitwerte (Kernleitwerte) aus:

$$Y_{21} = Y_{12}. \quad (7)$$

Bei den Vierpolgleichungen in der Kettenform

$$\begin{cases} U_1 = A_{11}U_2 + A_{12}I_2, \\ I_1 = A_{21}U_2 + A_{22}I_2, \end{cases} \quad (8)$$

werden meist Kettenbezugspfeile nach Bild 2 verwendet. Unter dieser Voraussetzung ist die Kopplungssymmetrie dadurch gekennzeichnet, daß die Determinante der vier Koeffizienten gleich 1 ist:

$$A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1. \quad (9)$$

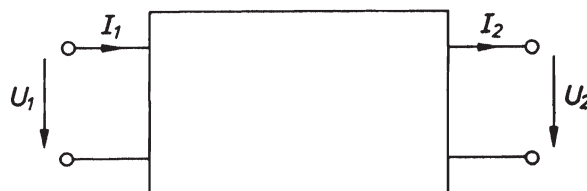


Bild 2

Anmerkung: Vierpole, bei denen der Reziprozitätssatz erfüllt ist, werden vielfach abgekürzt auch reziproke oder umkehrbare Vierpole genannt; diese Benennung ist nicht empfehlenswert.

1.2. Symmetrie

hinsichtlich des Betriebsdämpfungsmaßes

Ist bei einem Vierpol entgegen den Gleichungen (5), (7) und (9)

$$\begin{aligned} Z_{21} &= -Z_{12}, \quad Y_{21} = -Y_{12} \text{ und} \\ A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} &= -1, \end{aligned} \quad (10)$$

dann sind die Betriebsübertragungsfaktoren nur dem Betrage nach unabhängig von der Betriebsrichtung; sie unterscheiden sich für die beiden Richtungen im Vorzeichen.

Sowohl bei Vierpolen mit der Eigenschaft nach den Gleichungen (3), (5), (7) und (9) als auch bei Vierpolen mit der Eigenschaft nach Gleichung (10) ist das reelle Betriebsdämpfungsmaß unabhängig von der Betriebsrichtung; Vierpole mit der Ketten determinante -1 oder $+1$ haben also gemeinsam, daß sie „symmetrisch hinsichtlich des Betriebsdämpfungsmaßes“ sind. Solche Vierpole werden auch leistungssymmetrisch genannt, da der Betrag des Betriebsübertragungsfaktors auch durch das Verhältnis der Scheinleistung $|U_2 I_2|$ am Ausgang des Vierpols zu der angebotenen Scheinleistung $|U_0^2 / (4 Z_1)|$ der Quelle definiert werden kann (siehe DIN 40 148 Blatt 1).

Vierpole mit der Eigenschaft nach Gleichung (10) sind nicht kopplungssymmetrisch; sie lassen sich nicht wie ein kopplungssymmetrischer Vierpol durch einen Stern oder ein Dreieck aus drei Impedanzen beschreiben.

Fortsetzung Seite 2

1.3. Widerstandssymmetrie (Torsymmetrie)

Widerstandssymmetrisch wird ein Vierpol genannt, bei dem der Eingangswiderstand bei beliebigem Abschlußwiderstand des Vierpols unabhängig von der Betriebsrichtung ist. Daraus folgt beim Gleichungssystem (4)

$$Z_{22} = Z_{11}. \quad (11)$$

Bei den Vierpolgleichungen (6) in der Leitwertform lautet die entsprechende Bedingung

$$Y_{22} = Y_{11} \quad (12)$$

und bei den Vierpolgleichungen (8) in der Kettenform

$$A_{22} = A_{11}. \quad (13)$$

1.4. Kopplungs- und widerstandssymmetrische Vierpole (Längssymmetrie)

Ein Vierpol, bei dem alle Betriebseigenschaften unabhängig von der Betriebsrichtung sind, heißt kopplungs- und widerstandssymmetrisch (längssymmetrisch); hier ist

$$Z_{21} = Z_{12} \text{ und } Z_{22} = Z_{11}, \quad (14)$$

$$\text{bzw. } Y_{21} = Y_{12} \text{ und } Y_{22} = Y_{11}, \quad (15)$$

$$A_{11} A_{22} - A_{12} A_{21} = +1 \text{ und } A_{22} = A_{11}. \quad (16)$$

Anmerkung: Wegen der verschiedenen Möglichkeiten der Symmetrie sollte die Benennung „symmetrischer Vierpol“ ohne Zusatz nicht verwendet werden.

2. Symmetrieeigenschaften von Klemmenpaaren gegenüber Erde

2.1. Passives Klemmenpaar

Ein passives Klemmenpaar läßt sich bei Berücksichtigung der physikalischen Umgebung allgemein durch ein Dreieck aus drei Zweipolen mit den Impedanzen (Teilimpedanzen) Z_{ab} , Z_{aE} , Z_{bE} darstellen, siehe Bild 3. Die Klemmen des Klemmenpaares sind a und b; E bedeutet eine Anschlußklemme für die leitende Hülle oder für die leitende Umgebung des Klemmenpaares.

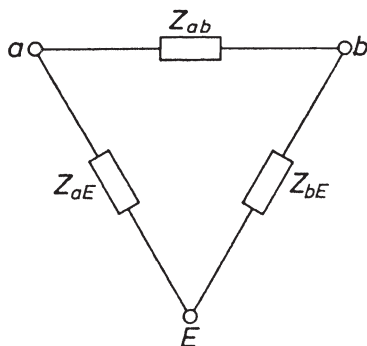


Bild 3

Die „wirksame Impedanz“ des Klemmenpaares ist

$$Z = \frac{Z_{ab}(Z_{aE} + Z_{bE})}{Z_{ab} + Z_{aE} + Z_{bE}}. \quad (17)$$

2.2. Erdfreies Klemmenpaar

Das Klemmenpaar wird erdfreies Klemmenpaar genannt, wenn die Beträge der Teilimpedanzen Z_{aE} und

Z_{bE} hinreichend groß gegen Z_{ab} sind:

$$|Z_{aE}| \gg |Z_{ab}|; \quad |Z_{bE}| \gg |Z_{ab}|. \quad (18)$$

2.3. Erdsymmetrisches Klemmenpaar

Das Klemmenpaar wird erdsymmetrisches Klemmenpaar genannt, wenn die Teilimpedanzen Z_{aE} und Z_{bE} einander gleich sind:

$$Z_{aE} = Z_{bE}. \quad (19)$$

2.4. Erdunsymmetrisches Klemmenpaar

Das Klemmenpaar wird erdunsymmetrisches Klemmenpaar genannt, wenn die Teilimpedanzen Z_{aE} und Z_{bE} voneinander verschieden sind:

$$Z_{aE} \neq Z_{bE}. \quad (20)$$

Über das „Erdunsymmetrie-Dämpfungsmaß“ siehe DIN 45 404.

2.5. Erdgebundenes Klemmenpaar

Das Klemmenpaar wird erdgebundenes Klemmenpaar genannt, wenn als Grenzfall der Erdunsymmetrie eine der Klemmen unmittelbar mit der Erdklemme E verbunden ist, wenn also entweder

$$Z_{aE} = 0 \text{ oder } Z_{bE} = 0. \quad (21)$$

2.6. Erdsymmetrie

bei Klemmenpaaren mit Störspannung

Störspannungen können allgemein durch Quellenspannungen U_{0a} , U_{0b} , U_{0ab} in den drei Zweigen veranschaulicht werden, siehe Bild 4. Das Klemmenpaar ab wird in diesem Fall dann erdsymmetrisch genannt, wenn die Bedingung (19) erfüllt ist und die Spannung U_{ab} zwischen den beiden Klemmen a und b verschwindet:

$$U_{ab} = 0. \quad (22)$$

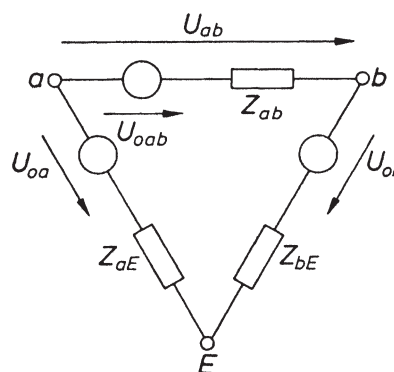


Bild 4

Für die Quellenspannungen gilt dann

$$U_{0a} - U_{0b} = 2 \frac{Z_{aE}}{Z_{ab}} U_{0ab}. \quad (23)$$

Für den Fall, daß die Quellenspannungen $U_{0ab} = 0$ ist, bedeutet Gleichung (22), daß die beiden Quellenspannungen U_{0a} und U_{0b} einander gleich sind:

$$U_{0a} = U_{0b}. \quad (24)$$