

Bestimmung der Biegesteifigkeit nach der Balkenmethode

DIN
53 121

Testing of paper and board; determination of the bending stiffness by the beam method

Essai des papiers et cartons; détermination de la rigidité à la flexion par la méthode du bras de levier

1. Zweck und Anwendung

Die Norm beschreibt drei Verfahren zur Bestimmung der Biegesteifigkeit von Papier und Pappe. Jedoch sollten sie nicht für Wellpappe angewendet werden. Die Verfahren unterscheiden sich in der Art des Beanspruchungsprinzips; so erhält man das Zweipunkt-, Dreipunkt- und Vierpunkt-Verfahren des Biegeversuchs. Die Biegesteifigkeit wird bei niedriger und während des Versuchs konstanter Verformungsgeschwindigkeit bestimmt.

Die Meßbedingungen werden so festgelegt, daß die Probe beim Versuch keine wesentlichen bleibenden Verformungen erleidet und daß der Gültigkeitsbereich der zur Berechnung der Biegesteifigkeit angegebenen Formeln nicht überschritten wird.

Die Proben aus Papier und Pappe werden bei diesen Biegeversuchen als „Balken“ im Sinne der Festigkeitslehre angesehen, so daß die Formeln, die in der Festigkeitstheorie für die Durchbiegung eines Balkens gelten, auch hier angewendet werden können.

2. Begriffe

Die Biegesteifigkeit kennzeichnet den Widerstand, den eine Probe einem Biegen entgegensetzt; sie ist im elastischen Verformungsbereich das Produkt aus dem für die Biegung gültigen Elastizitätsmodul E und dem Flächenträgheitsmoment I der Probe.

Da die Biegesteifigkeit von der Breite der Probe abhängt, wird sie als Kennwert auf die Probenbreite b bezogen und als spezifische Biegesteifigkeit S angegeben,

$$S = \frac{E \cdot I}{b} \quad (1)$$

Unter Probenbreite b ist dabei die Erstreckung der Probe in Richtung der Biegeachse zu verstehen. Das Produkt $E \cdot I$ wird, ohne die Größen E und I einzeln zu bestimmen, beim Biegeversuch aus dem Quotienten aus Beanspruchung (Biegemoment oder Biegekraft) und der dazugehörigen maximalen Durchbiegung nach Formeln errechnet, die bei der folgenden Beschreibung der einzelnen Verfahren des Biegeversuchs angegeben werden.

3. Verfahren des Biegeversuchs

Es werden drei Verfahren zur Wahl gestellt, die sich in der Art des Beanspruchungsprinzips voneinander unterscheiden; es sind das Zweipunkt-, Dreipunkt- und Vierpunkt-Verfahren des Biegeversuchs.

3.1. Zweipunkt-Verfahren

3.1.1. Allgemeines

Die einseitig eingespannte balkenförmige Probe wird im Abstand l von der Einspannung durch eine senkrecht zur Probenoberfläche wirkende Kraft F beansprucht (siehe Bild 1 oder 2).

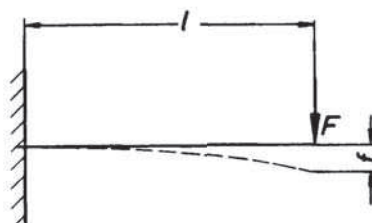


Bild 1. Zweipunkt-Verfahren, starre Einspannung

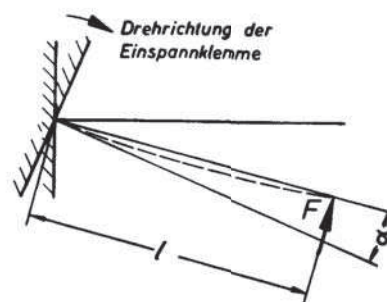


Bild 2. Zweipunkt-Verfahren, drehbare Einspannung

Fortsetzung Seite 2 bis 5
Erläuterungen Seite 5

3.1.2. Meßgrößen und Einheiten

Die Meßlänge l in mm ist der Abstand des Kraftangriffspunktes von der Einspannung.

Die maximale Durchbiegung der Probe f in mm ist die Verschiebung des Kraftangriffspunktes in Richtung der Wirkungslinie (siehe Bild 1).

Der Biegewinkel α ist der Winkel, gemessen in Grad, um den sich die Verbindungslinie zwischen dem Kraftangriffspunkt und dem Drehpunkt der Einspannklemme während des Versuchs verdreht (siehe Bild 2).

Die Probendicke d und die Probenbreite b sind in mm zu messen.

Die Kraft F ist in N zu messen.

3.1.3. Berechnung der spezifischen Biegesteifigkeit

3.1.3.1. Wird beim Biegeversuch die Durchbiegung f der Probe gemessen, so errechnet sich die spezifische Biegesteifigkeit S in N · mm nach der Formel

$$S = \frac{F}{f} \cdot \frac{l^3}{3b} \quad (2)$$

Größen und Einheiten nach Abschnitt 3.1.2.

3.1.3.2. Wird beim Biegeversuch der Biegewinkel α der Probe gemessen, so gelten folgende Formeln für die Berechnung der spezifischen Biegesteifigkeit S in N · mm. Wenn die Kraft F die Meßgröße für die Beanspruchung ist,

$$S = \frac{60}{\pi} \cdot \frac{F}{\alpha} \cdot \frac{l^2}{b} \quad (3)$$

Wenn das Biegemoment $M = F \cdot l$ die Meßgröße für die Beanspruchung ist,

$$S = \frac{60}{\pi} \cdot \frac{M}{\alpha} \cdot \frac{l}{b} \quad (4)$$

Bei den Formeln (3) und (4) wird vorausgesetzt, daß der Biegewinkel α so klein ist, daß

$$\tan \alpha = \frac{\pi}{180} \cdot \alpha \text{ gesetzt werden darf.}$$

Größen und Einheiten in den Formeln (3) und (4) nach Abschnitt 3.1.2.

3.1.4. Meßbedingungen

3.1.4.1. Beim Biegeversuch dürfen die Proben keine wesentlichen bleibenden Verformungen erleiden, was erfahrungsgemäß dann der Fall ist, wenn die Dehnung in den Außenschichten der Probe 0,2 % nicht überschreitet. Um diese Forderung einzuhalten, ist darauf zu achten, daß die maximale Durchbiegung f bzw. der maximale Biegewinkel α die durch die folgenden Formeln festgelegten Grenzwerte f_{zul}^* in mm bzw. α_{zul}^* in Grad nicht überschreitet,

$$f_{zul}^* = \frac{2}{3} \frac{\delta_{zul}}{100} \cdot \frac{l^2}{d} \quad (5)$$

$$\alpha_{zul}^* = \frac{120}{\pi} \frac{\delta_{zul}}{100} \cdot \frac{l}{d} \quad (6)$$

Hierin bedeuten:

l Meßlänge in mm
 d Probendicke in mm

Für δ_{zul} ist nach den Ausführungen zu Beginn dieses Abschnittes der Zahlenwert 0,2 einzusetzen.

Aus geometrischen Gründen soll außerdem dafür gesorgt werden, daß die maximale Durchbiegung f der Probe in mm den Zahlenwert

$$f_{zul}^{**} = 0,132 \cdot l \quad (7)$$

nicht überschreitet. Die Meßlänge l ist in mm einzusetzen. Wird statt der Durchbiegung f der Biegewinkel α gemessen, so soll der Biegewinkel den Zahlenwert

$$\alpha_{zul}^{**} = 7,5^\circ \quad (8)$$

nicht überschreiten.

Sind die nach Formel (5) bzw. (6) errechneten zulässigen Werte f_{zul}^* bzw. α_{zul}^* kleiner als die hier aufgeführten Werte f_{zul}^{**} bzw. α_{zul}^{**} , so sind die nach Formel (5) bzw. (6) errechneten Grenzwerte für die Versuchsdurchführung maßgebend.

Die Tabelle, in der für gebräuchliche Einspannlängen und verschiedene Probendicken die maximal zulässigen Dehnungen bzw. die maximal zulässigen Biegewinkel nach den Formeln (5) und (6) oder den Formeln (7) und (8) berechnet sind, trägt dem Rechnung.

Die Meßlänge ist in der Regel durch das verwendete Meßgerät vorgegeben. Sie darf jedoch, um den Einfluß der Schubspannungen auf das Meßergebnis gering zu halten, nicht kleiner sein als das 9,5fache der Probendicke.

Ist die Meßlänge einstellbar, werden folgende Meßlängen empfohlen:

$l = 20$ mm für Proben von d bis 0,1 mm
 $l = 50$ mm für Proben von d über 0,1 mm

3.1.4.2. Die Verformungsgeschwindigkeit der Probe, gemessen als Dehnungsgeschwindigkeit $\dot{\delta}$ in %/min der Probenoberseite, soll konstant sein und zwischen den Werten $\dot{\delta} = 0,2$ %/min und $\dot{\delta} = 1$ %/min liegen.

Wird bei der Bestimmung der Biegesteifigkeit die Durchbiegung f der Probe benutzt, so errechnet sich daraus die am Meßgerät einzustellende Vorschubgeschwindigkeit $\dot{f}$ in mm/min des Angriffspunktes der Kraft F nach der Formel

$$\dot{f} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\dot{\delta}}{100} \cdot \frac{l^2}{d} \quad (9)$$

Hierin bedeuten:

l Meßlänge in mm
 d Probendicke in mm
 $\dot{\delta}$ Dehnungsgeschwindigkeit der Probenaußenseiten in %/min

Wird bei der Bestimmung der Biegesteifigkeit der Biegewinkel benutzt, so errechnet sich die am Meßgerät einzustellende Winkelgeschwindigkeit $\dot{\alpha}$ in Grad/min, mit der die Einspannklemme relativ zum Auflager verdreht wird, nach der Formel

$$\dot{\alpha} = \frac{120}{\pi} \cdot \frac{\dot{\delta}}{100} \cdot \frac{l}{d} \quad (10)$$

Hierin bedeuten:

l Meßlänge in mm
 d Probendicke in mm
 $\dot{\delta}$ Dehnungsgeschwindigkeit der Probenaußenseiten in %/min