

Statistische Auswertungen

Teil 1: Kontinuierliche Merkmale

DIN

53804-1

ICS 03.120.30

Ersatz für
DIN 53804-1:1981-09

Statistical evaluation — Part 1: Continuous characteristics

Evaluation statistique — Partie 1: Caractères continus

Inhalt

	Seite		Seite
Vorwort	2	7.1 Vertrauensbereich für den Erwartungswert ...	8
1 Anwendungsbereich	3	7.2 Vertrauensbereich für die Standardabweichung	8
2 Normative Verweisungen	3	7.3 Vertrauensbereich für die Differenz zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben	8
3 Begriffe	3	7.4 Vertrauensbereich für die Differenz zweier Erwartungswerte bei paarweise verbundenen Stichproben	9
4 Häufigkeitsverteilungen und ihre graphischen Darstellungen	3	8 Testen von Erwartungswerten und Varianzen bei Normalverteilung	9
4.1 Graphische Darstellung bei Einzelwerten	4	8.1 Vergleich eines Erwartungswertes mit einem vorgegebenen Wert	9
4.2 Graphische Darstellung bei Klasseneinteilung .	4	8.2 Vergleich zweier Erwartungswerte bei unabhängigen Stichproben	9
5 Kennwerte von Stichproben	6	8.3 Vergleich zweier Erwartungswerte bei paarweise verbundenen Stichproben	10
5.1 Kennwerte zur Charakterisierung der mittleren Lage der Einzelwerte einer Stichprobe	6	8.4 Vergleich zweier Varianzen	10
5.1.1 Arithmetischer Mittelwert	6	9 Ausreißerverdächtige Einzelwerte und ihre Behandlung	10
5.1.2 Median	6	9.1 Ausreißertest nach Dixon	11
5.2 Kennwerte zur Charakterisierung der Streuung der Einzelwerte einer Stichprobe	6	9.2 Ausreißertest nach Grubbs	12
5.2.1 Varianz	6	Anhang A (normativ)	
5.2.2 Standardabweichung	6	Beispiele aus der Textiltechnik	13
5.2.3 Variationskoeffizient	6	Anhang B (normativ)	
5.2.4 Spannweite	7	Übersicht über die benutzten Formelzeichen	18
5.3 Berechnung von Mittelwert und Varianz aus Einzelwerten	7	Anhang C (informativ)	
5.4 Berechnung von Mittelwert und Varianz bei Klasseneinteilung	7	Literaturhinweise	19
6 Testen auf Normalverteilung	7		
7 Vertrauensbereiche für Parameter der Normalverteilung	7		

Fortsetzung Seite 2 bis 19

Normenausschuss Qualitätsmanagement, Statistik und Zertifizierungsgrundlagen (NQSZ)
im DIN Deutsches Institut für Normung e. V.

Vorwort

Diese Norm enthält in logisch aufbauender Reihenfolge eine Zusammenstellung einfacher grundlegender statistischer Auswertungsverfahren. Sie sind in vielen Anwendungsbereichen (Technik, Landwirtschaft, Medizin u. a.) von Bedeutung, wenn mit Hilfe von Ergebnissen, die an einer Stichprobe aus einer Gesamtheit ermittelt werden, Aussagen über Merkmale der Gesamtheit selbst gemacht werden sollen.

Die Norm enthält im Anhang A eine exemplarische Anwendung der Verfahren aus dem Bereich der Textiltechnik.

Beispiele aus der chemischen Analytik finden sich in DIN 53804-1 Bbl. 1.

Die Vorgängernorm DIN 53804-1:1981-09 wurde als Folgeausgabe von DIN 53804:1961-01 gemeinsam vom Arbeitsausschuss NMP 544 „Statistische Fragen in der Textilprüfung“ und vom Ausschuss „Qualitätssicherung und Angewandte Statistik“ (AQS) im DIN erarbeitet.

Die Reihe DIN 53804 „Statistische Auswertungen“ besteht aus:

- Teil 1: Kontinuierliche Merkmale
- Teil 1 Bbl. 1: Messbare (kontinuierliche) Merkmale — Beispiele aus der chemischen Analytik
- Teil 2: Zählbare (diskrete) Merkmale
- Teil 3: Ordinalmerkmale
- Teil 4: Attributmerkmale
- Teil 13: Visuelle Beurteilung von Textilien durch Ordinalskalen

ANMERKUNG: Die in den Untertiteln von Teil 1 Bbl. 1, Teil 2 und Teil 4 noch enthaltenen nicht mehr empfohlenen Benennungen werden bei zukünftigen Überarbeitungen nach Maßgabe von DIN 55350-12 geändert.

Eine vollständige Neufassung war seinerzeit (1981) erforderlich, um die Entwicklungen der internationalen Normung zu berücksichtigen. Insbesondere wurde der frühere Begriff „Statistische Sicherheit $S = 1 - \alpha$ “ ersetzt durch die Begriffe „Vertrauensniveau $1 - \alpha$ “ bei Vertrauensbereichen bzw. „Signifikanzniveau α “ bei statistischen Tests. Der Begriff „Irrtumswahrscheinlichkeit“ sollte aus Gründen der Vereinheitlichung ebenfalls vermieden werden und ist deshalb in die vorliegende Norm nicht aufgenommen worden. Die Quantile der t - und F -Verteilung, die zur Abgrenzung von Vertrauensbereichen und bei Tests als kritische Werte zur Anwendung kommen, wurden früher als „Schwellenwerte“ bezeichnet. Dieser Begriff, der nicht mehr verwendet werden sollte, wird durch den Begriff „Tabellenwert“ ersetzt.

In der vorliegenden Norm sind keine Begriffsdefinitionen enthalten, weil diese in DIN 55350-21, DIN 55350-22, DIN 55350-23 und DIN 55350-24 sowie in DIN 13303-1 und DIN 13303-2 durch die Normenausschüsse „Qualitätsmanagement, Statistik und Zertifizierungsgrundlagen“ (NQSZ, früher AQS) sowie Technische Grundlagen (NATG) — Fachbereich A: „Einheiten und Formelgrößen“ (AEF) erarbeitet und zusammengestellt wurden. Diese Neuausgabe dient abschließend der in der Vorgängernorm angekündigten Anpassung an die genannten Begriffsnormen, und zwar ohne Inhaltsänderung.

Änderungen

Gegenüber DIN 53804-1:1981-09 wurden folgende Änderungen vorgenommen:

- a) Titel wurde geändert.
- b) Begriffe wurden angepasst.

Frühere Ausgaben

DIN DVM 3801-1: 1937-01, 1938-04
DIN DVM 3801-1 = DIN 53801-1: 1940-12
DIN 53804: 1955x-02, 1961-01
DIN 53804-1: 1981-09

1 Anwendungsbereich

Die Eigenschaften von Produkten oder Tätigkeiten werden durch Merkmale erfasst. Den Merkmalsausprägungen werden Werte einer jeweils geeigneten Skala zugeordnet. Die möglichen Skalenwerte sind

- bei kontinuierlichen Merkmalen in der Regel alle reellen Zahlen aus einem (endlichen oder unendlichen) Intervall (z. B. als Zahlenwerte von physikalischen Größen),
- bei diskreten Merkmalen einzelne, in der Regel gleichabständige Zahlen,
- bei Ordinalmerkmalen Merkmalskategorien, die einer Rangordnung folgen (z. B. glatt, etwas verknittert, stark verknittert),
- bei Nominalmerkmalen beliebig anordenbare Merkmalskategorien (z. B. rot, gelb, blau).

Kontinuierliche und diskrete Merkmale werden als quantitative, Ordinal- und Nominalmerkmale als qualitative Merkmale bezeichnet. Diese Merkmalsarten entsprechen den Grundbegriffen der Messtechnik: Messung, Zählen, Sortierung und Klassierung (siehe DIN 1319-1).

Da es im Allgemeinen nicht sinnvoll ist, Merkmalswerte an allen Einheiten einer Gesamtheit zu ermitteln, werden Stichproben gezogen und Kennwerte der Stichproben ermittelt.

Parameter der Wahrscheinlichkeitsverteilung, die das Verhalten des Merkmals in der Gesamtheit beschreiben, werden mit Hilfe von Kennwerten der Stichprobe geschätzt. Die Schätzung ist mit einer angebbaren Unsicherheit behaftet. Hypothesen über die durch eine Stichprobe untersuchte Gesamtheit können mittels statistischer Tests geprüft werden.

Diese Norm beschreibt statistische Verfahren, mit denen Merkmalswerte aufbereitet und Parameter der zugrundeliegenden Wahrscheinlichkeitsverteilung geschätzt oder getestet werden können.

Die statistischen Verfahren richten sich nach der benutzten Skalenart. Die Normreihe erscheint deshalb in 4 Teilen. DIN 53804-1 befasst sich mit kontinuierlichen Merkmalen. Diskrete Merkmale, Ordinalmerkmale und Nominalmerkmale sind in weiteren Teilen behandelt.

2 Normative Verweisungen

Diese Norm enthält durch datierte oder undatierte Verweisungen Festlegungen aus anderen Publikationen. Diese normativen Verweisungen sind an den jeweiligen Stellen im Text zitiert, und die Publikationen sind nachstehend aufgeführt. Bei datierten Verweisungen gehören spätere Änderungen oder Überarbeitungen dieser Publikationen nur zu dieser Norm, falls sie durch Änderung oder Überarbeitung eingearbeitet sind. Bei undatierten Verweisungen gilt die letzte Ausgabe der in Bezug genommenen Publikation.

DIN 1313
Größen

DIN 1319-1
Grundlagen der Messtechnik — Teil 1: Grundbegriffe

DIN 13303-1
Stochastik — Wahrscheinlichkeitstheorie, Gemeinsame Grundbegriffe der mathematischen und beschreibenden Statistik — Begriffe und Zeichen

DIN 13303-2
Stochastik — Mathematische Statistik — Begriffe und Zeichen

DIN 55303-2

Statistische Auswertung von Daten — Testverfahren und Vertrauensbereiche für Erwartungswerte und Varianzen

DIN 55350-12

Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik — Merkmalsbezogene Begriffe

DIN 55350-21

Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik — Begriffe der Statistik — Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen

DIN 55350-22

Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik — Begriffe der Statistik — Spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilungen

DIN 55350-23

Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik — Begriffe der Statistik — Beschreibende Statistik

DIN 55350-24

Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik — Begriffe der Statistik — Schließende Statistik

3 Begriffe

Die in der vorliegenden Norm benutzten statistischen Begriffe sind den Normen DIN 13303-1 und DIN 13303-2 sowie DIN 55350-12 und DIN 55350-21, DIN 55350-22, DIN 55350-23 und DIN 55350-24 zu entnehmen.

4 Häufigkeitsverteilungen und ihre graphischen Darstellungen

Ein Einzelwert ist ein bei einer einzelnen Ermittlung (z. B. einer Messung) gefundener Merkmalswert. Bei den in der vorliegenden Norm behandelten kontinuierlichen Merkmalen werden die Merkmalswerte auf einer kontinuierlichen Skala gemessen; jeder Zwischenwert zwischen zwei Merkmalswerten ist wiederum Merkmalswert.

ANMERKUNG: Bei physikalischen Größen nach DIN 1313 sind die Merkmalswerte Größenwerte. Jeder Größenwert ist ein Produkt aus Zahlenwert und Einheit. In dieser Norm werden bei den Berechnungen die Einzelwerte als Zahlenwerte behandelt, denen im Ergebnis die Einheit zugefügt wird.

Der Stichprobenumfang n ist die Anzahl der Einzelwerte x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) einer Stichprobe. Anstelle des Symbols x kann das im Fachgebiet gebräuchliche Zeichen verwendet werden.

Die Einzelwerte sind in der Reihenfolge, in der sie anfallen (Urliste), oft unübersichtlich. Werden sie nach aufsteigender Größe geordnet (Rangierung), entsteht eine Folge $x_{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, n$). Die Klammer des Index weist darauf hin, dass es sich um die nach aufsteigender Größe geordneten Einzelwerte handelt. Die zum Einzelwert x_i gehörende Nummer in der geordneten Folge ist seine Rangzahl.

Die Rangierung ist eindeutig, wenn alle Einzelwerte verschieden sind. Kommt ein Wert k -mal vor, können die zugehörigen k Rangzahlen z. B. in der Reihenfolge des Ermitteln dieses Wertes angeordnet werden. Bei der Rangierung wird also deutlich, wie häufig die einzelnen Merkmalswerte vorkommen (absolute Häufigkeit). Der Zusammenhang zwischen den Merkmalswerten und ihren Häufigkeiten wird als Verteilung der absoluten Häufigkeiten oder Häufigkeitsverteilung bezeichnet. Werden die

absoluten Häufigkeiten durch die Gesamtanzahl der Einzelwerte geteilt, ergeben sich die relativen Häufigkeiten. Häufigkeitsverteilungen werden durch graphische Darstellungen anschaulich wiedergegeben.

4.1 Graphische Darstellung bei Einzelwerten

Werden die Einzelwerte als Punkte (oder mit anderen graphischen Zeichen) über einer geeignet geteilten Merkmalsachse dargestellt, so entsteht ein Punktdiagramm, z. B. in Bild 1 für die Einzelwerte (in einer beliebigen Einheit) 430, 405, 408, 437, 416, 426, 411, 416, 421, 408 mit den zugehörigen Rangzahlen 9, 1, 2, 10, 5, 8, 4, 6, 7, 3.

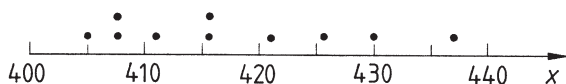


Bild 1: Punktdiagramm für Einzelwerte

Anschaulicher ist die Summentreppe, deren Sprünge bei den Einzelwerten liegen und deren Sprunghöhen gleich den Häufigkeiten (relativ oder absolut) der betreffenden Einzelwerte sind (siehe Bild 2). Die Summentreppe zeigt, wie viele oder wieviel Prozent der Einzelwerte kleiner als ein gewählter Wert oder ihm gleich sind. In Bild 2 sind z. B. 40 % der Werte kleiner oder gleich 411.

4.2 Graphische Darstellung bei Klasseneinteilung

Bei größerem Stichprobenumfang ($n > 30$) ist ein Zusammenfassen von Einzelwerten in Klassen (Intervallen) sinnvoll.

In dieser Norm wird nur der Fall behandelt, dass alle Klassen die gleiche Klassenweite haben.

Dabei sind die Klassengrenzen so festzulegen, dass jeder Einzelwert eindeutig zu einer Klasse gehört. Es wird emp-

fohlen, die Klassenweite w und damit die Anzahl der Klassen in Abhängigkeit von der Anzahl n der Einzelwerte und der Spannweite¹⁾ R_n nach

$$w \approx \frac{R_n}{\sqrt{n}} \quad \text{bei } 30 < n \leq 400 \quad (1)$$

und

$$w \approx \frac{R_n}{20} \quad \text{bei } n > 400 \quad (2)$$

zu wählen. Dabei sind die Klassengrenzen und die Rundung der Einzelwerte so aufeinander abzustimmen, dass möglichst wenige Einzelwerte auf die Klassengrenzen fallen.

Die Klassen werden in der vorliegenden Norm so festgelegt, dass die untere Klassengrenze zur Klasse gehört, die obere nicht; auch eine andere Festlegung kann zweckmäßig sein. Bei Übernahme fertiger Rechnerprogramme ist zu klären, wie die Klasseneinteilung erfolgt.

Die Anzahl n_j der in die Klasse j ($j = 1, 2, \dots, k$) fallenden Einzelwerte ist die absolute Häufigkeit in der betreffenden Klasse. Statt dieser kann die relative Häufigkeit

$$h_j = \frac{n_j}{n} \quad (3)$$

verwendet werden, die sich auch in % angeben lässt. Dabei ist die Gesamtanzahl n der Einzelwerte auszuweisen.

Werden über den Klassen Rechtecke mit den absoluten Häufigkeiten n_j oder den relativen Häufigkeiten h_j als Höhen aufgetragen, entsteht ein Histogramm (graphische Darstellung der Häufigkeitsverteilung). Das Histogramm liefert anschauliche Hinweise auf die Form der Verteilung (Symmetrie, Ausreißer usw.).

In Bild 3 sind die klassierten Einzelwerte der Tabelle 1 als Histogramm dargestellt. Die Gesamtanzahl n der Messwerte ist stets anzugeben.

¹⁾ siehe 5.2.4

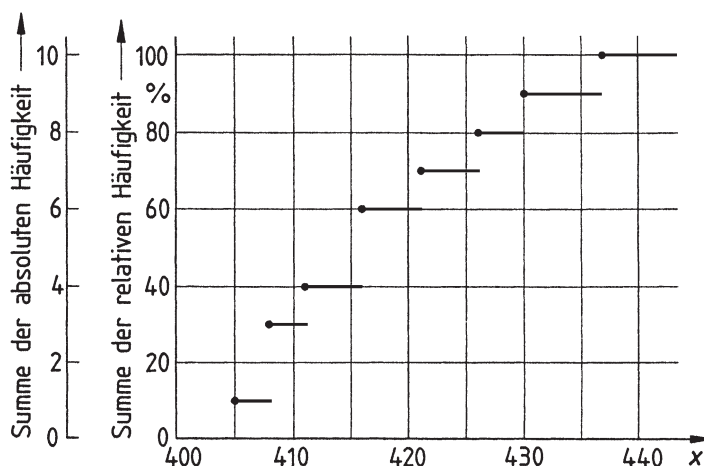


Bild 2: Summentreppe für Einzelwerte

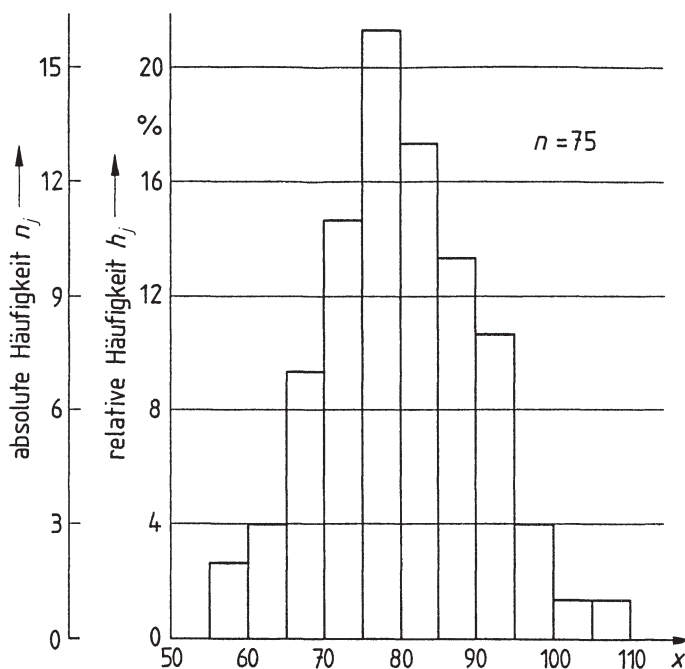


Bild 3: Histogramm für die klassierten Einzelwerte der Tabelle 1

Tabelle 1: Zahlenbeispiel für klassierte Einzelwerte (siehe auch Anhang A, A.2 und Tabelle A.2)

Klasse Nr. j	Klasse (Merkmal) (Einheit)	Obere Klassen- grenze x_j	absolute Häufigkeit n_j	relative Häufigkeit h_j %	Summe der	
					absoluten Häufigkeit $G_j = \sum_{i=1}^j n_i$	relativen Häufigkeit $F_j = \sum_{i=1}^j \frac{n_i}{n}$ %
1	55 bis unter 60	60	2	2,67	2	2,67
2	60 bis unter 65	65	3	4,00	5	6,67
3	65 bis unter 70	70	7	9,33	12	16,00
4	70 bis unter 75	75	11	14,67	23	30,67
5	75 bis unter 80	80	16	21,33	39	52,00
6	80 bis unter 85	85	13	17,33	52	69,33
7	85 bis unter 90	90	10	13,33	62	82,67
8	90 bis unter 95	95	8	10,67	70	93,33
9	95 bis unter 100	100	3	4,00	73	97,33
10	100 bis unter 105	105	1	1,33	74	98,67
11	105 bis unter 110	110	1	1,33	75	100,00
Summe			$n = 75$	100		

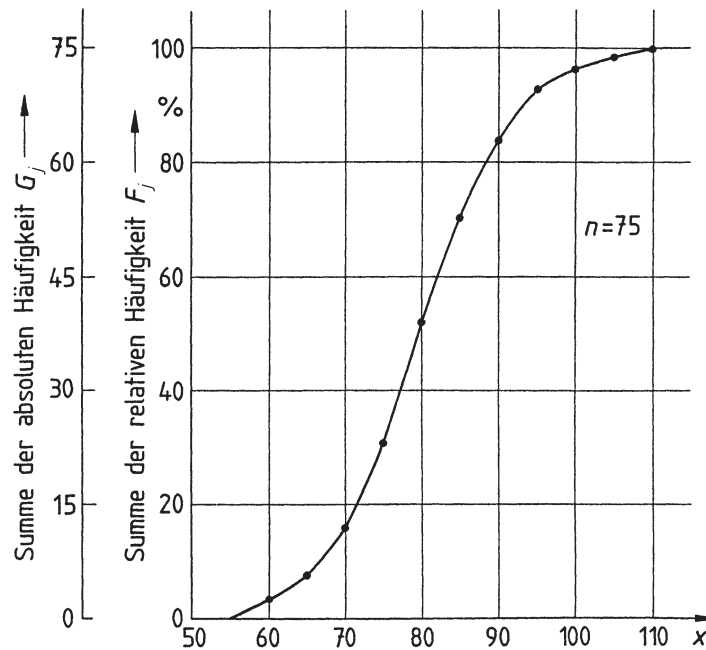


Bild 4: Summenlinie für die klassierten Einzelwerte der Tabelle 1

Die Summenlinie ist eine andere graphische Darstellung. Sie entsteht, wenn die Summen der Häufigkeiten (relativ F_j oder absolut G_j) über den oberen Klassengrenzen x_j aufgetragen und die Punkte durch Strecken verbunden werden (siehe Bild 4).

An der Summenlinie kann (relativ oder absolut) abgelesen werden, wie viele Einzelwerte kleiner oder gleich einem vorgegebenen Wert sind.

5 Kennwerte von Stichproben

Ein Kennwert der Stichprobe ist ein aus allen oder einigen Einzelwerten ermittelter Wert, der die Stichprobe charakterisiert.

Außer dem Stichprobenumfang n sind zwei Arten von Kennwerten gebräuchlich: die eine beschreibt die mittlere Lage, die andere die Streuung der Einzelwerte der Stichprobe.

5.1 Kennwerte zur Charakterisierung der mittleren Lage der Einzelwerte einer Stichprobe

5.1.1 Arithmetischer Mittelwert

Der arithmetische Mittelwert $\bar{x}$ (kurz: Mittelwert) ist die Summe der Einzelwerte x_i der Stichprobe geteilt durch ihre Anzahl n .

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (4)$$

5.1.2 Median²⁾

Der Median $\tilde{x}$ einer Stichprobe ist bei einer ungeraden Anzahl von Einzelwerten der Wert in der Mitte der Rangfolge:

$$\tilde{x} = x_{((n+1)/2)}; \quad n \text{ ungerade} \quad (5)$$

Bei einer geraden Anzahl n von Einzelwerten eines kontinuierlichen Merkmals wird der Median $\tilde{x}$ durch das arithmetische Mittel der beiden Werte in der Mitte der Rangfolge definiert:

$$\tilde{x} = \frac{1}{2} (x_{(n/2)} + x_{(n/2+1)}); \quad n \text{ gerade} \quad (6)$$

ANMERKUNG: Im Gegensatz zum arithmetischen Mittelwert hängt der Median von den Extremwerten der Stichprobe nicht ab.

5.2 Kennwerte zur Charakterisierung der Streuung der Einzelwerte einer Stichprobe

5.2.1 Varianz

Die Varianz s^2 einer Stichprobe ist die Summe der Quadrate der Abweichungen der Einzelwerte vom arithmetischen Mittelwert geteilt durch die Zahl der Freiheitsgrade $f = n - 1$.

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (7)$$

5.2.2 Standardabweichung

Die Standardabweichung s der Stichprobe ist die positive Wurzel aus der Varianz:

$$s = \sqrt{s^2} \quad (8)$$

Sie ist ein Maß für die Streuung der Einzelwerte x_i um den Mittelwert $\bar{x}$. Die Standardabweichung hat die Maßeinheit der Einzelwerte.

5.2.3 Variationskoeffizient

Unter der Voraussetzung, dass alle Einzelwerte der Stichprobe positiv sind, ist der Variationskoeffizient der Stichprobe der Quotient aus der Standardabweichung s und dem Mittelwert $\bar{x}$:

$$v = \frac{s}{\bar{x}} \quad (9)$$

Häufig wird der Variationskoeffizient in % angegeben.

ANMERKUNG: Bei zentrierten Zufallsgrößen (siehe DIN 55350-21) ist der Variationskoeffizient sinnlos.

2) Früher auch als Zentralwert bezeichnet.