

Tragfähigkeitsberechnung von Zahn- und Keilwellen-Verbindungen

Teil 1: Grundlagen

DIN
5466-1

ICS 21.120.10

Splined joints, calculation of load capacity – Part 1: General basis

Calcul de la capacité des arbres cannelés – Partie 1: Base

Inhalt

	Seite
Vorwort	2
1 Anwendungsbereich	2
2 Normative Verweisungen	2
3 Zeichen, Benennungen und Einheiten	2
4 Allgemeine Betriebszustände	3
4.1 Allgemeines	3
4.2 Ebene Betriebszustände flankenzentrierter Verbindungen	4
4.3 Allgemeine Betriebszustände durchmesserzentrierter Verbindungen	7
5 Berechnung der Betriebszustände	8
5.1 Reibungsverhältnisse auf den Flanken flankenzentrierter Verbindungen	8
5.2 Betriebszustände flankenzentrierter Verbindungen	8
5.3 Betriebszustände durchmesserzentrierter Verbindungen	9
5.4 Maximale Flankennormalkraft	9
5.5 Erforderliche Axialkraft zum Verschieben unter Last	10
6 Berechnung der Beanspruchungen	10
6.1 Flankenpressung	10
6.2 Beanspruchungen der Welle	11
6.3 Beanspruchungen der Nabe	14
7 Lebensdauer- und Verschleißabschätzung	18
8 Tragfähigkeitsnachweis	18
Anhang A (informativ) Literaturhinweise	19
Anhang B (informativ) Hinweise zur Gestaltung und zum Einsatz von Zahn- und Keilwellen-Verbindungen	19
Anhang C (informativ) Zusammenstellung der Gleichungen für den Berechnungsgang	20

Fortsetzung Seite 2 bis 23

Normenausschuss Maschinenbau (NAM) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V.

Vorwort

Diese Norm wurde vom Arbeitsausschuss 2.7 „Berechnung von Zahn- und Keilwellen-Verbindungen“ des Fachbereiches Antriebstechnik im NAM erarbeitet.

DIN 5466 „Tragfähigkeitsberechnung von Zahn- und Keilwellen“ besteht aus:

Teil 1: Grundlagen (z. Z. Entwurf)

Weitere Normen über Zahn- und Keilwellen-Verbindungen sind in Vorbereitung.

Die vorliegende Norm behandelt die Grundlagen zur Berechnung flanken- und durchmesserzentrierter Zahn- und Keilwellen-Verbindungen mit Spiel- und Übergangspassungen aus metallischen Werkstoffen.

Presspassungen werden nicht behandelt.

In dem hier vorliegenden Teil 1 dieser Norm werden die grundsätzlichen Gleichungen unabhängig von der jeweiligen Zahn- bzw. Keilgeometrie vorgestellt und erläutert. Die in den dargestellten Gleichungen auftretenden geometrieabhängigen Größen, wie z. B. Form- und Lastverteilungsfaktoren, werden in den weiteren, geometriespezifischen Teilen der DIN 5466 angegeben. Zur Berechnung der Tragfähigkeit und des Verschleißverhaltens einer Zahn- oder Keilwellen-Verbindung wird Teil 1 und der geometriespezifische Teil der Norm benötigt.

1 Anwendungsbereich

Zweck dieser Norm ist die einheitliche Berechnung des Tragfähigkeits- und Verschleißverhaltens von Zahn- und Keilwellen-Verbindungen. In dieser Norm werden folgende, auf Forschungsergebnissen und Betriebserfahrungen beruhende Einflussgrößen erfasst:

- Äußere Belastungen durch Drehmoment, Querkraft, Axialkraft und Biegemoment;
- Flankenspiel, Teilungs- und Zahndickenabweichungen durch Wahl der Toleranzen und Passungen;
- Elastisches Verhalten der Verbindung;
- Schmierung und Verschleiß in flankenzentrierten Verbindungen.

Diese Norm enthält Verfahren zur Abschätzung der wirkenden Lasten an den Flanken, der Flankenbeanspruchung, des Verschleißverhaltens sowie einen Ansatz zur Berechnung der Beanspruchungen im gekerbten Bereich (Fußrundung) von Welle und Nabe. Die Benutzung der Verfahren erfordert für jeden Anwendungsfall eine realistische Abschätzung aller Einflussfaktoren, insbesondere der zulässigen Beanspruchungen, des angemessenen Schadensrisikos und des entsprechenden Sicherheitsfaktors.

2 Normative Verweisungen

Diese Norm enthält durch datierte oder undatierte Verweisungen Festlegungen aus anderen Publikationen. Diese normativen Verweisungen sind an den jeweiligen Stellen im Text zitiert, und die Publikationen sind nachstehend aufgeführt. Bei datierten Verweisungen gehören spätere Änderungen oder Überarbeitungen dieser Publikationen nur zu dieser Norm, falls sie durch Änderung oder Überarbeitung eingearbeitet sind. Bei undatierten Verweisungen gilt die letzte Ausgabe der in Bezug genommenen Publikation.

DIN 5480-6

Zahnwellen-Verbindungen mit Evolventenflanken – Eingriffswinkel 30°; Nennmaße, Messgrößen; Modul 2

DIN ISO 14

Keilwellen-Verbindungen mit geraden Flanken und Innenzentrierung – Maße, Toleranzen, Prüfung; Identisch mit ISO 14, Ausgabe 1982

3 Zeichen, Benennungen und Einheiten

A_h	Querschnittsfläche mit dem Ersatzdurchmesser d_h	mm ²
A_z	tragende Zahnquerschnittsfläche	mm ²
b	gemeinsame Zahnbreite	mm
c_h	Geometriefaktor zur Berechnung des Ersatzdurchmessers d_h	–
d_a	Kopfkreisdurchmesser	mm
d_D	Druckdurchmesser	mm
d_{e2}	Außendurchmesser der Nabe bzw. Hülse	mm
d_{e2min}	kleinster zulässiger Naben-Außendurchmesser für den Geltungsbereich	mm
d_f	Fußkreisdurchmesser	mm
d_h	Ersatzdurchmesser zur Berechnung des Torsions-Trägheitsmoments	mm
d_{i1}	Wellen-Innendurchmesser	mm
d_{i1max}	größter zulässiger Wellen-Innendurchmesser für den Geltungsbereich	mm
d_{w2}	Innendurchmesser einer fliehkraftbeanspruchten Kreisringscheibe	mm
e_0	Mittenverlagerung der Achsen	mm
e_2	Lückenweite der Nabe	mm
F	Flankennormalkraft	N
F_{ax}	Axialkraft	N
F_j	Flankennormalkraft am Zahn j	N
F_{Mb}	äquivalente Querkraft aus den eingeleiteten Biegemomenten	N
F_{max}	maximale Flankennormalkraft	N
F_Q	Querkraft	N
F_R	Radialkomponente der Flankennormalkraft	N
F_U	Umfangskomponente der Flankennormalkraft	N
$F_{\mu ax}$	erforderliche Axialkraft zum Verschieben unter Last	N

f_G	Geometriefaktor	–
G	Reibkraft-Aufteilungsfaktor	–
H	ideeller Hebelarm	mm
H_{gr}	ideeller Grenz-Hebelarm	mm
h_w	wirksame Berührungshöhe der Flanken in radialer Richtung	mm
I_b	Biege-Trägheitsmoment	mm ⁴
I_h	Verschleißintensität	–
I_t	Torsions-Trägheitsmoment	mm ⁴
j	Drehflankenspiel, allgemein	mm
j_0	Anfangs-Drehflankenspiel	mm
j_{tm}	mittleres Drehflankenspiel	mm
j_{zul}	zulässiges Drehflankenspiel	mm
k_{ax}	Einflussfaktor für den Anteil der Axialkraft	–
k_b	Breitenfaktor	–
k_s	Einflussfaktor für den Anteil Zahnbiegung, Schub, Druck	–
k_t	Einflussfaktor für den Anteil der Torsion	–
k_{φ}	Umfangsfaktor	–
k_{ω}	Einflussfaktor für den Anteil der Fliehkraft	–
M_b	Biegemoment	Nmm
M_{ges}	Gesamtbiegemoment	Nmm
N	Lastspielzahl	–
N_{zul}	ertragbare Lastspielzahl	–
p_{max}	maximale Flankenpressung der Verbindung	N/mm ²
p_s	maximale Flankenpressung der Verbindungsscheibe	N/mm ²
Q	resultierende Querkraft	N
$Q_{\mu j}$	Reibkraft auf der Flanke in Richtung der Querkraft am Zahn j	N
r_b	Grundkreisradius	mm
r_m	Flankenmittenradius	mm
r_w	Wirkradius	mm
s_1	Wellenzahndicke	mm
T	Drehmoment	Nmm
W_b	Biege-Widerstandsmoment, allgemein	mm ³
W_t	Torsions-Widerstandsmoment, allgemein	mm ³
Y_{α}	Korrekturfaktor Tragverhalten Zahn/Gegenzahn	–
z	Zähnezahl	–
α	Profilwinkel	°
α_{kax}	Formzahl für Axialspannung	–
α_{kb}	Formzahl für axiale Biegung	–
α_{kk}	Formfaktor für den von d_{i1} bzw. d_{e2} unabhängigen Spannungsanteil	–
α_{kt}	Formzahl für Torsion	–
$\alpha_{k\varphi}$	Formfaktor für Tangentialspannung	–
$\alpha_{k\omega}$	Formzahl für Beanspruchung durch Fliehkraft	–
α_w	Wirkwinkel	°
φ_j	Positionswinkel des j -ten Zahns	°
μ	Haftreibungskoeffizient zwischen den Flanken	–
ϱ	Dichte	Ns ² /mm ⁴
σ_{ax}	maximale Beanspruchung durch Axialkraft	N/mm ²
σ_{bmax}	maximale Biegespannung	N/mm ²
σ_{bn}	Biege-Nennspannung	N/mm ²

σ_s	resultierende Kerbspannung der Zahnscheibe (Zahnbiegung, Schub, Druck)	N/mm ²
σ_v	resultierende Vergleichsspannung im Kerbbereich	N/mm ²
$\sigma_{\omega max}$	Maximalspannung bei Beanspruchung durch Fliehkraft	N/mm ²
$\sigma_{\omega n}$	Nennspannung bei Beanspruchung durch Fliehkraft	N/mm ²
τ_{sn}	Schub-Nennspannung	N/mm ²
τ_{tmax}	maximale Torsionsspannung	N/mm ²
τ_{tn}	Torsions-Nennspannung	N/mm ²
ω	Winkelgeschwindigkeit	s ⁻¹

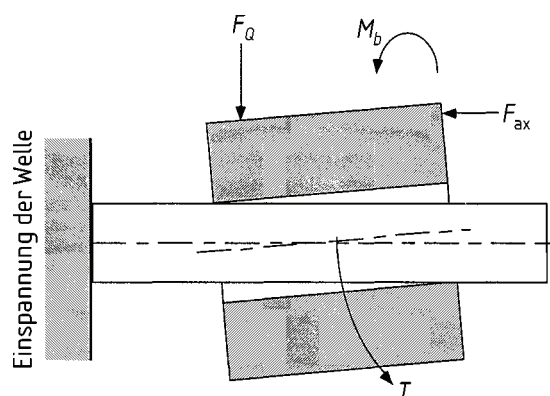
Allgemeine Indizes:

- 1 Welle
- 2 Nabe
- a Rand der Verbindung auf der Seite zur Welleneinspannung
- e Rand der Verbindung auf der freien Seite der Welle
- u ungestörter Bereich der Wellenverzahnung am Verzahnungsauslauf
- d Druckseite
- z Zugseite

4 Allgemeine Betriebszustände

4.1 Allgemeines

Die äußere Belastung hat einen wesentlichen Einfluss auf den Betriebszustand der Verbindung. Die Belastung einer flankenzentrierten Zahn- oder Keilwellen-Verbindung kann sich aus den folgenden, durch die Aufgabenstellung und Randbedingungen ihres Einsatzes vorgegebenen Komponenten zusammensetzen:



- T Drehmoment
- F_Q Querkraft
- F_{ax} Axialkraft
- M_b Biegemoment

Bild 1: Schematische Darstellung der auf die Verbindung wirkenden Belastungen

Biegemoment M_b und Axialkraft F_{ax} erzeugen ein resultierendes Moment M_{ges} , das mit der Querkraft F_Q zu einem vom Flankenspiel abhängigen Fluchtungsfehler zwischen Wellen- und Nabenachse führt. Die Berücksichtigung von Eigengewichtskräften ist bei der Festlegung der Querkraft vorzunehmen. Die höchsten Beanspruchungen treten in den Randbereichen der Verbindung auf. Die Ermittlung der maximalen Beanspruchungen wird näherungsweise an einem ebenen Scheibenmodell der

Verbindung durchgeführt, das den höchstbeanspruchten Bereich am Verbindungsrand darstellt. Das Gesamtbiegemoment M_{ges} wird im ebenen Verbindungsmodell durch eine das Moment erzeugende Querkraft F_{Mb} ersetzt, die mit der Querkraft F_Q nach Größe und Richtung zur resultierenden Querkraft Q zusammengesetzt wird.

$$\vec{Q} = \vec{F}_Q + \vec{F}_{\text{Mb}} \quad (1)$$

Die Belastungen des ebenen Verbindungsmodells reduzieren sich dadurch auf das Drehmoment T und die resultierende Querkraft Q . In 4.2 wird der Einfluss aus Drehmoment und resultierender Querkraft auf das Betriebsverhalten einer idealen flankenzentrierten Verbindung am ebenen Scheibenmodell dargestellt. In 4.3 wird auf die Besonderheiten der Betriebszustände durchmesserzentrierter Verbindungen im Vergleich zu den flankenzentrierten Verbindungen eingegangen. Die Berechnung der Flankenlast, die Auswirkungen der Verzahnungs-Abweichungen und die Einflüsse der Verbindungsbreite werden in den Abschnitten 5 und 6 berücksichtigt.

4.2 Ebene Betriebszustände flankenzentrierter Verbindungen

4.2.1 Allgemeines

Die durch die Belastungskombination von Drehmoment und Querkraft geprägten ebenen Betriebszustände einer

idealen Verbindung lassen sich mit Hilfe der charakteristischen Größe „ideeller Hebelarm der Querkraft“ H beschreiben [1].

$$H = \frac{T}{Q} \quad (2)$$

Diese Größe gibt an, an welchem Hebelarm die Querkraft Q angreifen müsste, um das Drehmoment T zu erzeugen. Der Wirkradius r_w gibt den wirksamen Abstand der Flankennormalkraft F zur Achse der Verbindung an, siehe Bilder 2 und 3. Damit ergeben sich in Abhängigkeit des Verhältnisses ideeller Hebelarm H zu Wirkradius r_w unterschiedliche Betriebszustände.

Der Radius der Flankenmitten r_m errechnet sich aus:

$$r_m = \frac{d_{a1} + |d_{a2}|}{4} \quad (3)$$

Bei Kopfkantenbruch werden in Gleichung (3) statt der Kopfkreisdurchmesser die entsprechenden Kopfkantenbruch-Durchmesser verwendet.

Der Wirkwinkel α_w kann aus dem geometrischen Zusammenhang zwischen Flankenmittenradius r_m und dem geometrieabhängigen Wirkradius r_w beschrieben werden:

$$\cos \alpha_w = \frac{r_w}{r_m} \quad (4)$$

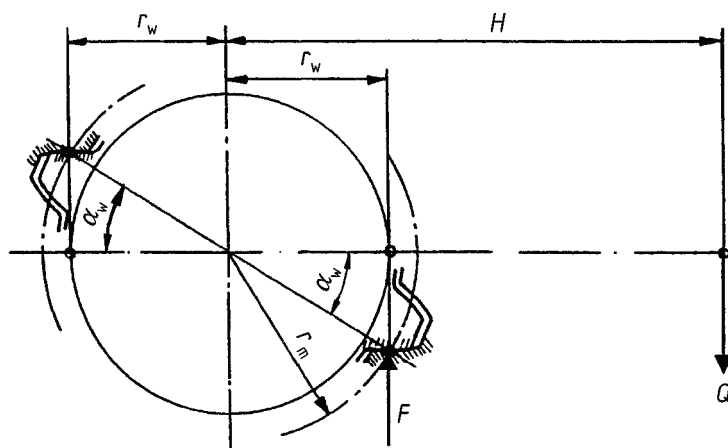


Bild 2: Kräftegleichgewicht am Beispiel einer starren Zahnwellen-Verbindung, [2]

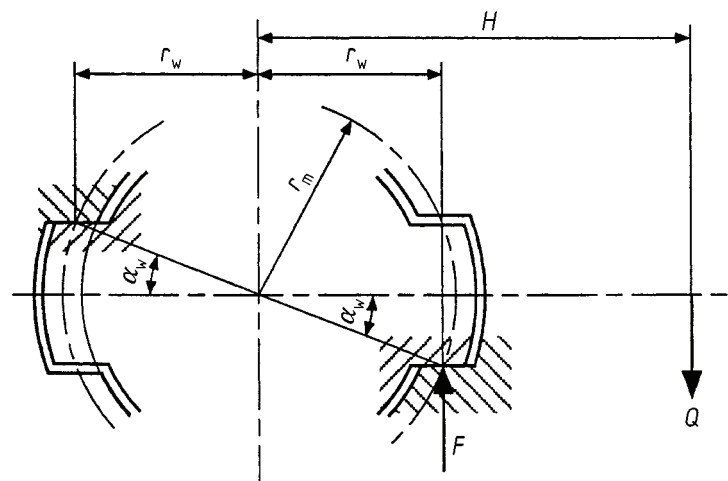


Bild 3: Kräftegleichgewicht am Beispiel einer starren Keilwellen-Verbindung, [2]

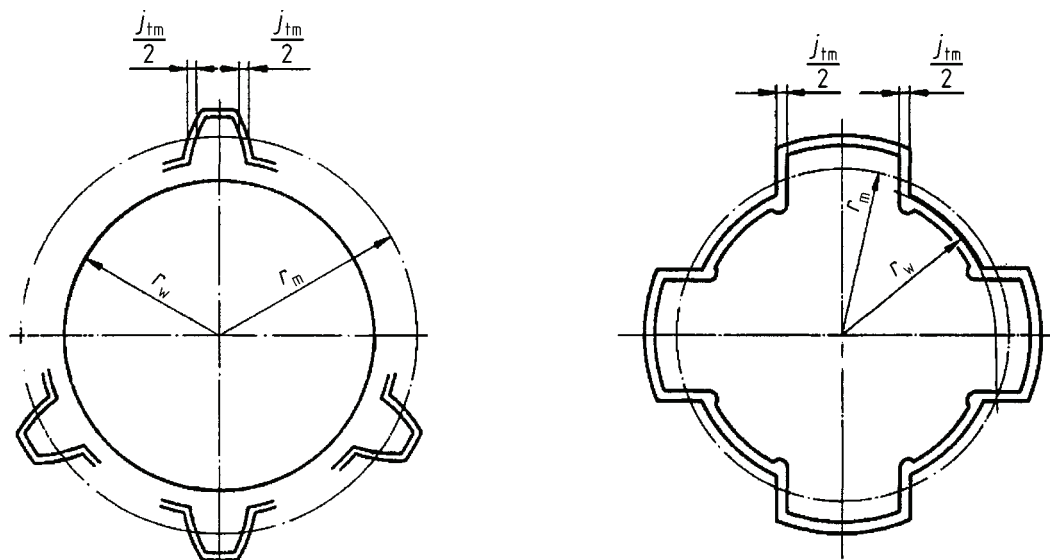


Bild 4: Theoretische Mittenlage einer Zahnwellen-Verbindung (links) und einer Keilwellen-Verbindung (rechts) mit Spiel, [2]

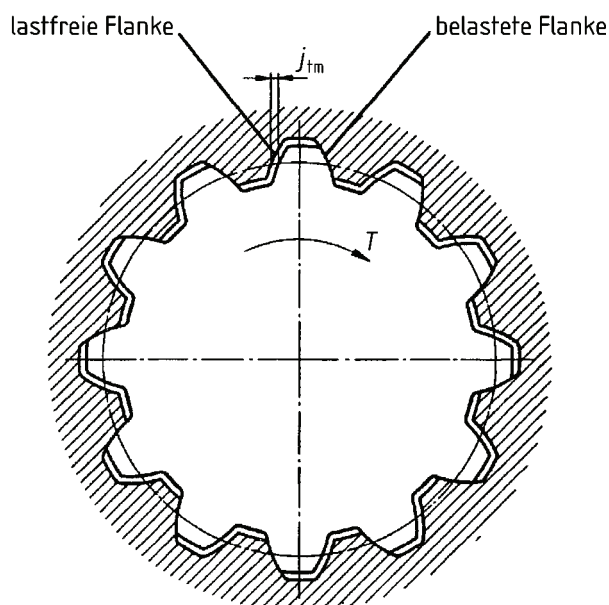


Bild 5: Stellung von Welle und Nabe bei der Übertragung eines reinen Drehmoments am Beispiel einer flankenzentrierten, theoretisch idealen Zahnwellen-Verbindung, [2]

Im Spezialfall der Evolventen-Flankenform entspricht der Wirkradius dem Grundkreisradius r_b .

$$r_w = r_b \quad (5)$$

4.2.2 Theoretische Mittenlage

Bei unbelasteten Verbindungen ohne Abweichungen decken sich die Zahn- bzw. Lückenmitten von Welle und Nabe. Das Drehflankenspiel j_{tm} wird gleichmäßig auf beide Flanken eines Zahns aufgeteilt (siehe Bild 4)

4.2.3 Belastung durch reines Drehmoment, Sonderfall

Überträgt eine flankenzentrierte ideale Verbindung ausschließlich Drehmoment, so bleiben Welle und Nabe zentrisch (siehe Bild 5). Dabei berühren sich in der Verbindung alle der Momentenrichtung zugeordneten Flanken und erfahren eine gleich große Belastung (siehe Bild 6). Gegenüber der in 4.2.2 beschriebenen theoretischen Mittenlage vergrößert sich entsprechend das Spiel der lastfreien Flanken.

Der Fall wechselnder Drehmomentbeanspruchung unter Berücksichtigung des Eigengewichts entspricht wegen der kontinuierlichen Änderung des ideellen Hebelarms $H = T/Q$ (mit Q hier = Eigengewicht der Verbindung) nicht dem Sonderfall der Belastung durch reines Drehmoment, sondern dem Fall der Mischbelastung (siehe 4.2.5).

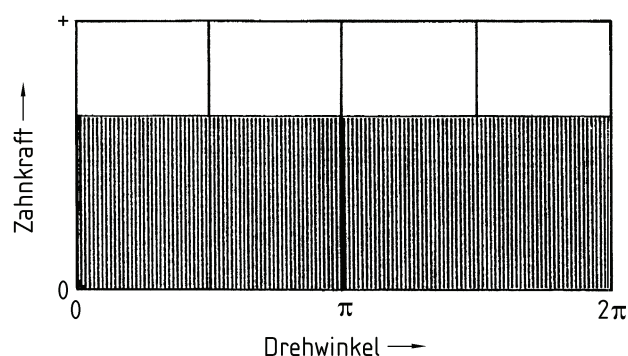
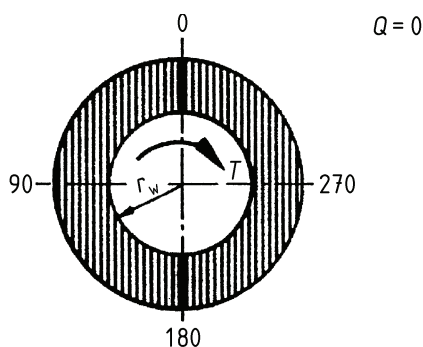


Bild 6: Lastaufteilung und Lastfunktion für reine Drehmomentbelastung ($H = T/Q \rightarrow \infty$), [3]

4.2.4 Belastung durch reine Querkraft, Sonderfall

Wird die Verbindung ausschließlich durch eine Querkraft belastet, so tritt bei flankenzentrierten spielbehafteten Verbindungen eine Mittenverlagerung zwischen Wellen- und Nabenachse auf. Die Mittenverlagerung setzt sich zusammen aus einem von der Kraftgröße unabhängigen Anteil zur Überbrückung des freien Weges aus der theoretischen Mittenlage und einem elastischen Anteil, der von der Größe der Kraft, dem Spiel, der Lage, den elastischen Eigenschaften und der Anzahl der im Eingriff befindlichen Flanken bestimmt wird (siehe Bild 7). Die Flanken erfahren eine Belastung nach Bild 8, wobei bei umlaufender Querkraft die belastete Flanke wechselt.

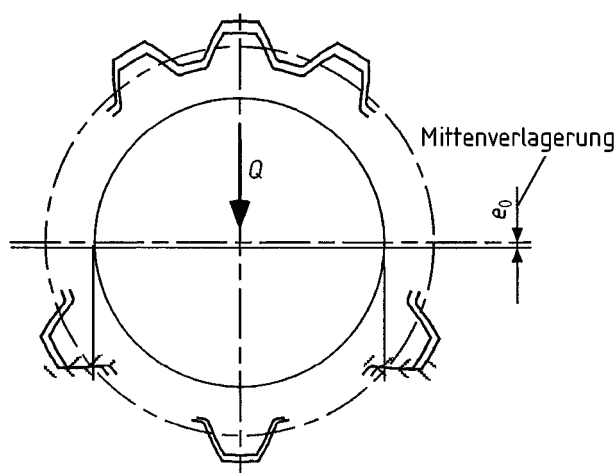


Bild 7: Stellung von Welle und Nabe bei Übertragung einer reinen Querkraft ($H = 0$) am Beispiel einer flankenzentrierten Zahnwellen-Verbindung mit Spiel, [2]

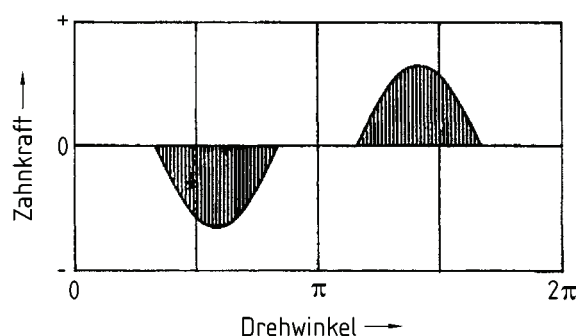
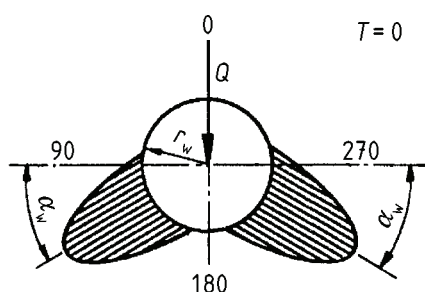


Bild 8: Lastaufteilung und Lastfunktion für reine Querkraftbelastung ($H = 0$) einer flankenzentrierten Verbindung mit Spiel, [3]

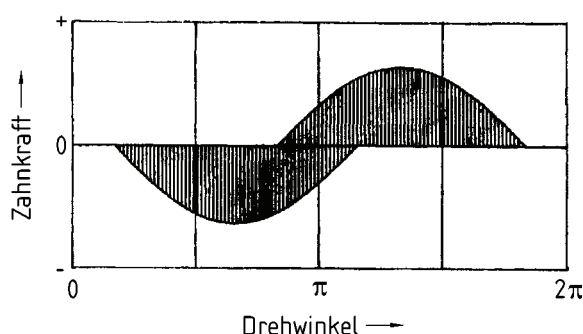
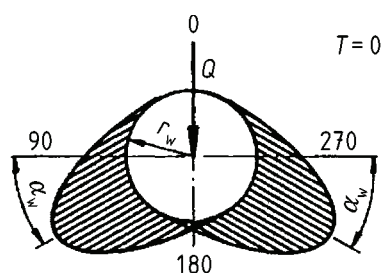


Bild 9: Lastaufteilung und Lastfunktion für reine Querkraftbelastung ($H = 0$) einer flankenzentrierten Verbindung ohne Spiel, [3]

Für den Fall der spielfreien flankenzentrierten Zahnwellen-Verbindung unter reiner Querkraftbeanspruchung reduziert sich die Mittenverlagerung in Bild 7 um den Anteil des Flankenspiels, so dass nur noch der elastische Verformungsanteil übrigbleibt. Während der in Bild 7 unten eingezeichnete, nun spielfreie Zahn mit beiden Flanken trägt, erhält der senkrecht darüberliegende Zahn durch die verformungsbedingte Mittenverlagerung beidseitig ein minimales Flankenspiel. Die Lastaufteilung und Lastfunktion für reine Querkraftbelastung einer spielfreien flankenzentrierten Verbindung sind in Bild 9 dargestellt.

4.2.5 Belastung durch Drehmoment und Querkraft (Mischbelastung)

Lastaufteilung und geometrische Stellung von Welle und Nabe zueinander werden durch das Verhältnis der aufgetragenen Lastgrößen bestimmt. Bei Belastung mit überwiegendem Drehmoment ($H > r_w$) stellt sich ein Zustand ähnlich Bild 5 ein. Eine Relativverschiebung zwischen Wellen- und Nabenflanken tritt nur dann auf, wenn die Größe der Querkraft die Summe der ihr entgegengerichteten Reibkräfte übersteigt, und hängt in diesem Fall von der elastischen Nachgiebigkeit der Zahnpaare sowie dem Reibwert zwischen den Flanken ab. Ist die Querkraft kleiner, so kommt es nur zur Mittenverlagerung durch elastische Nachgiebigkeiten der Zahn- oder Keilpaare. In diesem Fall gleiten die Wellen- und Nabenflanken nicht aufeinander. Die Lastaufteilung entspricht Bild 10.

Bei Belastung mit überwiegender Querkraft ($H < r_w$) erfolgen eine Mittenverlagerung nach Bild 7, ein Wechsel der belasteten Flankenpaare und eine Lastaufteilung nach Bild 11. Verbindungen, die derartigen Belastungen unterworfen sind, neigen durch gleichzeitiges Einwirken von Relativbewegungen und Wechsel der belasteten Flanken zu erhöhtem Verschleiß.

4.3 Allgemeine Betriebszustände durchmesserzentrierter Verbindungen

Die durchmesserzentrierte Verbindung ermöglicht die Aufgabentrennung der beiden Funktionen Drehmoment- und Querkraftübertragung. Die eigentliche Welle-Nabe-Verbindung wird dadurch querkraftentlastet.

4.3.1 Durchmesserzentrierung mit Flankenspiel

Die Belastungen auf die Flanken reduzieren sich für den Spezialfall der durchmesserzentrierten Verbindungen ohne Verzahnungs-Abweichungen mit Flankenspiel (siehe Bild 12 mit $s_1 < e_2$) auf das Drehmoment T und die Axialkraft F_{ax} . Der dazugehörige ebene Betriebszustand entspricht weitestgehend dem Fall reiner Drehmomentbean-

spruchung, siehe Bilder 5 und 6. Die Mittenverlagerung wird durch die Durchmesserzentrierung verhindert, wenn die Durchbiegung zwischen den Zentrierstellen vernachlässigt wird. Gleiches gilt für Verzahnungen mit Abweichungen, solange diese kleiner als das Flankenspiel sind. Ohne Drehmoment tritt bei der ideal starren Verbindung mit Verzahnungs-Abweichungen bei ausreichendem Flankenspiel selbst bei der größten möglichen Querkraft ($H = 0$) keine Flankenbelastung auf. Wird bei einer spielbehafteten durchmesserzentrierten Verbindung die Querkraft aufgrund elastischer Nachgiebigkeiten, die größer als das Flankenspiel sind, anteilig über die Flanken übertragen, so weicht der Betriebszustand vom Fall der reinen Drehmomentübertragung ab.

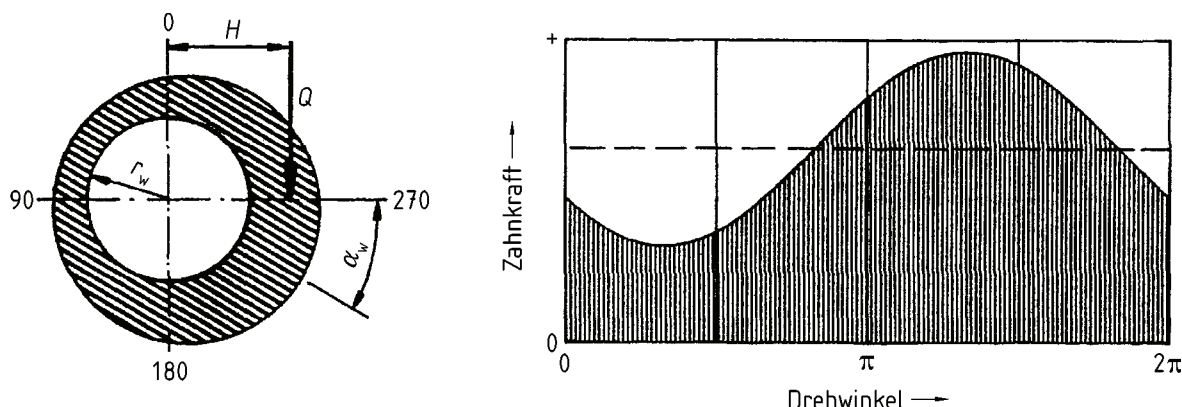


Bild 10: Lastaufteilung und Lastfunktion für Mischbelastung aus Querkraft und Drehmoment mit überwiegendem Drehmoment ($H > r_w$) einer flankenzentrierten Verbindung mit Spiel, [3]

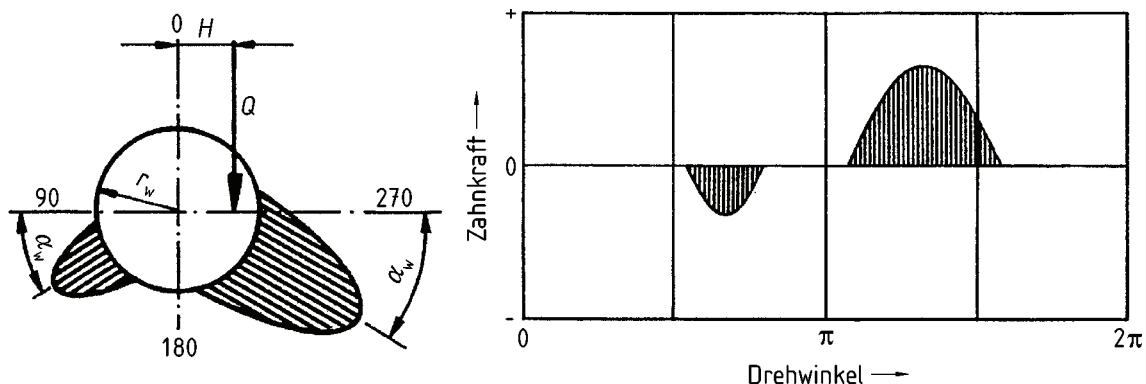


Bild 11: Lastaufteilung und Lastfunktion für Mischbelastung aus Querkraft und Drehmoment mit überwiegender Querkraft ($H < r_w$) einer flankenzentrierten Verbindung mit Spiel, [3]

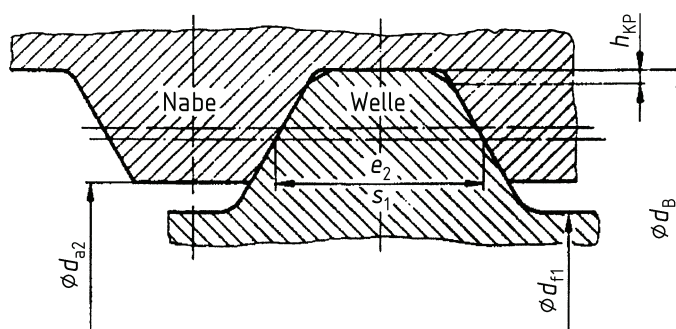


Bild 12: Zahnwellen-Verbindung mit Außenzentrierung, Nennmaß: Wellenzahndicke s_1 ; Nabenlückenweite e_2
(Bild 4 aus DIN 5480-1 : 1991-10)