

Logarithmische Größen und Einheiten

Logarithmierte Größenverhältnisse
Maße, Pegel in Neper und Dezibel

DIN**5493-2**

ICS 01.060.10

Ersatz für DIN 5493 : 1982-10

Deskriptoren: Größenverhältnis, Einheit, Nachrichtenübertragung

Logarithmic quantities and units;

Logarithmic ratios, levels in nepers and decibels

Inhalt

	Seite		Seite
1 Anwendungsbereich	1	4.3 Beziehungen zwischen Leistungsdämpfungsmaßen und Spannungsdämpfungsmaß bei sinusförmig zeitabhängiger Spannung	3
2 Allgemeines	1	4.3.1 Wechselleistungsdämpfungsmaß	3
2.1 Größenverhältnis	1	4.3.2 Scheinleistungsdämpfungsmaß	3
2.2 Leistungsgrößen	1	4.3.3 Wirkleistungsdämpfungsmaß	4
2.3 Feldgrößen	1	5 Logarithmierte Verhältnisse von Größen, die weder Feld- noch Leistungsgrößen sind	4
3 Logarithmierte Größenverhältnisse, Neper, Bel, Dezibel	1	6 Pegel, absoluter Pegel	5
3.1 Logarithmierte Größenverhältnisse von Feldgrößen	2	7 Pegeldifferenz, Pegelabstand	6
3.2 Logarithmierte Größenverhältnisse von Leistungsgrößen	2	7.1 Pegeldifferenz	6
3.3 Einheiten	2	7.2 Pegelabstand	6
4 Maß	3	8 Relativer Pegel	6
4.1 Gebrauch des Wortes -maß	3		
4.2 Umkehrbeziehungen	3		

1 Anwendungsbereich

Diese Norm befaßt sich mit der Logarithmierung von Größenverhältnissen, die Beziehungen zwischen Leistungs- oder Feldgrößen auf dem Gebiet der elektrischen Nachrichtenübertragung, Nachrichtenmeßtechnik und Akustik beschreiben. Angaben bezüglich logarithmierter Verhältnisse von Frequenzen (Frequenzmaßintervalle) siehe DIN 1320 und DIN 13 320, bezüglich logarithmisch definierter Größen der Informationstheorie siehe DIN 5493 Teil 1 und DIN 44 301.

2 Allgemeines**2.1 Größenverhältnis**

Unter einem Größenverhältnis wird der Quotient aus zwei Größen gleicher Dimension verstanden (siehe DIN 1313/04.78, Abschnitt 7). Diese Größen sind entweder ihrer Natur nach reell, oder es wird, wenn es sich um komplexe Größen (Zeiger, siehe DIN 5483 Teil 3) handelt, in dieser Norm vorwiegend das Verhältnis der Beträge betrachtet.

2.2 Leistungsgrößen

Größen, die der Leistung proportional sind, werden Leistungsgrößen genannt. Beispiele: elektrische oder akustische Wirkleistung, Scheinleistung oder Wechselleistung, zugehörige Leistungsdichten; in der Akustik auch Energie, Energiedichte.

Für sinusförmig zeitabhängige Größen kann anstatt der Wirkleistung oder Scheinleistung auch die (komplexe)

Wechselleistung verwendet werden. Die Scheinleistung ist der Betrag sowohl der komplexen (Schein-)Leistung als auch der Wechselleistung, siehe DIN 40 110 Teil 1. Bei nichtperiodischen Größen wird die Wirkleistung oder Scheinleistung als Mittelwert über eine zweckmäßig gewählte Mittelungszeitspanne bestimmt, die angegeben werden muß.

2.3 Feldgrößen

Größen, deren Quadrate der Leistung proportional sind (wenn diese Größen auf lineare Impedanzen wirken), werden Feldgrößen genannt. Beispiel: Spannung, Stromstärke, Schalldruck, Schallschnelle, Kraft, Wechselgeschwindigkeit (siehe auch DIN 1320).

Bei sinusförmig zeitabhängigen Größen können die komplexe Amplitude, der komplexe Effektivwert oder deren Beträge verwendet werden. Bei nichtperiodischen Größen wird als Effektivwert der quadratische Mittelwert über eine zweckmäßig gewählte Mittelungszeitspanne gebildet, die angegeben werden muß (DIN 40 110 Teil 1).

3 Logarithmierte Größenverhältnisse, Neper, Bel, Dezibel

In dieser Norm werden nur Größenverhältnisse (siehe Abschnitt 2.1, diese haben die Dimension 1) logarithmiert, das Argument des Logarithmus ist daher eine Zahl. Der jeweilige Funktionswert des Logarithmus ist auch eine Zahl. Diese kann als Zahlenwert einer Größe der Dimension 1 aufgefaßt werden (DIN 5493 Teil 1/02.93, Abschnitt 5).

Fortsetzung Seite 2 bis 7

Normenausschuß Einheiten und Formelgrößen (AEF) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V.
Deutsche Elektrotechnische Kommission im DIN und VDE (DKE)

In der Nachrichtentechnik und Akustik sind zwei Arten von Logarithmen gebräuchlich:

- natürlicher Logarithmus, $\ln$, und
- dekadischer Logarithmus, $\lg$.

Komplexe Größenverhältnisse logarithmiert man zweckmäßig nur mit dem natürlichen Logarithmus, siehe Abschnitt 3.3. Im folgenden werden (mit Ausnahme von Abschnitt 4.3.1) nur reelle Größenverhältnisse verwendet. Durch die in den folgenden Gleichungen verwendeten Betragstriche wird das Auftreten von negativen Werten, die z. B. durch Festlegung von Bezugsrichtungen (siehe DIN 5489) für Feld- und Leistungsgrößen entstanden sind, vermieden.

3.1 Logarithmierte Größenverhältnisse von Feldgrößen

Vom Verhältnis zweier Feldgrößen F_1 und F_2 wird bei Verwendung des natürlichen Logarithmus ein logarithmiertes Größenverhältnis

$$A_{(F)} = \left(\ln \left| \frac{F_1}{F_2} \right| \right) \text{ Np}, \quad (1)$$

bei Verwendung des dekadischen Logarithmus ein gleiches logarithmiertes Größenverhältnis

$$A_{(F)} = 2 \left(\lg \left| \frac{F_1}{F_2} \right| \right) \text{ B} = 20 \left(\lg \left| \frac{F_1}{F_2} \right| \right) \text{ dB} \quad (2)$$

abgeleitet (siehe Abschnitt 3.3).

3.2 Logarithmierte Größenverhältnisse von Leistungsgrößen

Vom Verhältnis zweier Leistungsgrößen P_1 und P_2 wird bei Verwendung des natürlichen Logarithmus ein logarithmiertes Größenverhältnis

$$A_{(P)} = \frac{1}{2} \left(\ln \left| \frac{P_1}{P_2} \right| \right) \text{ Np}, \quad (3)$$

bei Verwendung des dekadischen Logarithmus ein gleiches logarithmiertes Größenverhältnis

$$A_{(P)} = \left(\lg \left| \frac{P_1}{P_2} \right| \right) \text{ B} = 10 \left(\lg \left| \frac{P_1}{P_2} \right| \right) \text{ dB} \quad (4)$$

abgeleitet (siehe Abschnitt 3.3).

ANMERKUNG: Man beachte, daß historisch bei Verwendung des natürlichen Logarithmus die Feldgrößen direkt ins Verhältnis gesetzt wurden, bei Verwendung des dekadischen Logarithmus die Leistungsgrößen.

Durch die Faktoren 1/2 beim Übergang von Feldgrößen zu Leistungsgrößen wird der quadratische Zusammenhang zwischen diesen Größen berücksichtigt. Sofern die Feldgrößen an gleichen Impedanzen wirken, ergibt sich daher für ein logarithmiertes Feldgrößenverhältnis der gleiche Zahlenwert wie für das zugeordnete logarithmierte Leistungsgrößenverhältnis. Sind die Impedanzen verschieden, so tritt ein Zusatzglied auf, das nur vom Verhältnis der Impedanzen abhängt (siehe Abschnitt 4.3).

3.3 Einheiten

Die Gleichungen (1) und (2) geben jeweils dieselbe Größe $A_{(F)}$ an, die Gleichungen (3) und (4) dieselbe Größe $A_{(P)}$. Die Gleichsetzung wird ermöglicht durch die logarithmischen Einheiten (siehe auch DIN 5493 Teil 1/02.93, Abschnitt 5). Diese haben hier die Einheitennamen und Einheitenzeichen

Neper	Np,
Bel	B,
Dezibel	dB.

Es gelten die Beziehungen

$$1 \text{ dB} = \frac{1}{10} \text{ B} = \frac{\ln 10}{20} \text{ Np} = 0,115 \, 1292 \dots \text{ Np}, \quad (5)$$

$$1 \text{ Np} = (2 \lg e) \text{ B} = (20 \lg e) \text{ dB} = 8,685 \, 889 \dots \text{ dB}. \quad (8)$$

Diese Einheiten weisen auf die Basis des verwendeten Logarithmus hin, ferner sind die unterschiedlichen Definitionen bei logarithmierten Verhältnissen von Feld- und Leistungsgrößen berücksichtigt.

Diese Einheiten können in Gleichungen wie Einheiten der Dimension 1, also als Zahlen, behandelt werden. Dabei wird die Einheit Neper durch die Zahl 1 ersetzt. Sie ist damit kohärent zum Internationalen Einheitensystem (SI).

Diese Festlegung nimmt darauf Rücksicht, daß bei der natürlichen Logarithmierung eines komplexen Dämpfungsfaktors $\underline{F}_1/\underline{F}_2$ (siehe Gleichung (7)) sich als Realteil ein Dämpfungsmaß in Np und als Imaginärteil ein Phasenmaß in rad (siehe Gleichung (8)) ergibt, wobei aber die Einheiten sich nicht unmittelbar aus der Rechnung ergeben. Die Einheiten Np und rad können den Zahlenwerten zugesetzt werden (siehe das folgende Beispiel):

$$\frac{\underline{F}_1}{\underline{F}_2} = \frac{|\underline{F}_1| e^{j\varphi_1}}{|\underline{F}_2| e^{j\varphi_2}} = \left| \frac{\underline{F}_1}{\underline{F}_2} \right| e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} = \left| \frac{\underline{F}_1}{\underline{F}_2} \right| e^{j\varphi}, \quad (7)$$

$$\ln \frac{\underline{F}_1}{\underline{F}_2} = \ln \left| \frac{\underline{F}_1}{\underline{F}_2} \right| + j\varphi. \quad (8)$$

BEISPIEL:

$$\ln \frac{\underline{F}_1}{\underline{F}_2} = \ln (10 e^{j\pi/6}) = 2,3 + j\pi/6 = 2,3 \text{ Np} + j(\pi/6) \text{ rad}.$$

Will man umgekehrt aus gegebenem Dämpfungsmaß und Phasenmaß den komplexen Dämpfungsfaktor berechnen, so muß man Np und rad durch 1 ersetzen. Andere Einheiten wie dB, Grad (°) oder gon muß man vorher in Np bzw. rad umrechnen. Daß man rad durch 1 ersetzen kann, ist in DIN 1315/08.82, Abschnitte 1.2.1 und 1.3, festgelegt.

ANMERKUNG 1: Im technischen Schrifttum hat sich international die bevorzugte Verwendung des Dezibels gegenüber dem Neper durchgesetzt, insbesondere seit die UIT 1968 die ausschließliche Verwendung des Dezibels in CCITT- und CCIR-Empfehlungen beschlossen hat.

ANMERKUNG 2: Der Grund für die in der Praxis bevorzugte Anwendung des Dezibels anstatt des Bels ist historisch zu verstehen. In den USA wurde bis 1923 als Einheit für die Dämpfung von Fernspreverbindungen die Dämpfung eines bestimmten Kabels („19-gauge“) von der Länge einer englischen Meile bei der Frequenz 800 Hz verwendet. Diese als Mile Standard Cable bezeichnete Dämpfungseinheit entsprach etwa der Unterscheidungsschwelle beim subjektiven Lautstärkevergleich. Mit der Wahl der nach Gleichung (4) definierten Einheit Dezibel ergaben sich für diese Dämpfungsgröße etwa gleiche Zahlenwerte.

Die Einheiten Np, B und dB können auch mit anderen Einheiten kombiniert auftreten. Beispielsweise ist der Dämpfungskoeffizient α einer homogenen Leitung gleich dem Quotient aus Spannungsdämpfungsmaß (Gleichung (9), bei Abschluß mit der Wellenimpedanz $\underline{Z}_0$) durch die Länge der Leitung. Als Einheiten werden vorzugsweise Np/m, Np/km, dB/m und dB/km verwendet.

4 Maß

4.1 Gebrauch des Wortes -maß

Ein logarithmiertes Verhältnis von Leistungs- oder Feldgrößen, das zur Kennzeichnung der Eigenschaften eines Objektes (Zweitor, z. B. Übertragungsglied) dient, soll mit einem zusammengesetzten Wort benannt werden, das mit dem Grundwort „-maß“ endet (siehe auch DIN 5485/08.86, Tabelle 2, Nr 4.1).

BEISPIELE:

(siehe auch DIN 1320 und DIN 40 148 Teil 1)

Spannungsdämpfungsmaß

$$A_U = 20 \left(\lg \left| \frac{U_1}{U_2} \right| \right) \text{ dB} = \left(\ln \left| \frac{U_1}{U_2} \right| \right) \text{ Np} \quad (9)$$

Stromdämpfungsmaß

$$A_I = 20 \left(\lg \left| \frac{I_1}{I_2} \right| \right) \text{ dB} = \left(\ln \left| \frac{I_1}{I_2} \right| \right) \text{ Np} \quad (10)$$

Elektroakustisches Übertragungsmaß eines Schallstrahlers (z. B. Lautsprechers)

$$G_{pU} = 20 \left(\lg \left| \frac{T_{pU}}{T_0} \right| \right) \text{ dB} \quad (11)$$

Leistungsdämpfungsmaß

(in der Akustik auch Schalldämm-Maß R)

$$A_P = 10 \left(\lg \left| \frac{P_1}{P_2} \right| \right) \text{ dB} = \frac{1}{2} \left(\ln \left| \frac{P_1}{P_2} \right| \right) \text{ Np} \quad (12)$$

Leistungsverstärkungsmaß (Gewinnmaß)

$$G_P = -A_P = 10 \left(\lg \left| \frac{P_2}{P_1} \right| \right) \text{ dB} = \frac{1}{2} \left(\ln \left| \frac{P_2}{P_1} \right| \right) \text{ Np} \quad (13)$$

Hierbei bedeuten

Index 1 Eingangsgröße,

Index 2 Ausgangsgröße,

P Leistung,

U Spannung,

p Schalldruck.

$T_{pU} = \frac{P_2}{U_1}$ ist der elektroakustische Übertragungskoeffizient,

$T_0 = \frac{1 \text{ Pa}}{1 \text{ V}}$ ist der Bezugsübertragungskoeffizient.

4.2 Umkehrbeziehungen

Die Umkehrbeziehungen zwischen Dämpfungsmaßen und Spannungs- oder Leistungsverhältnissen lauten

$$\left| \frac{U_1}{U_2} \right| = 10^{A_U/(20 \text{ dB})} = e^{A_U/\text{Np}}, \quad (14)$$

$$\left| \frac{P_1}{P_2} \right| = 10^{A_P/(10 \text{ dB})} = e^{2A_P/\text{Np}}. \quad (15)$$

Tabelle 1 gibt für die Dämpfungsmaße Bel, Neper, Dezibel, Dezineper, Millibel und Millineper die entsprechenden Leistungs- und Spannungsverhältnisse.

Tabelle 1

A_P, A_U	P_1/P_2	U_1/U_2
1 B	10	$\sqrt{10} = 3,162\,277\,6 \dots$
1 Np	$e^2 = 7,389\,056\,0 \dots$	$e = 2,718\,281\,8 \dots$
1 dB	1,258\,925\,4 ..	1,122\,018\,4 ..
1 dNp	1,221\,402\,7 ..	1,105\,170\,9 ..
1 mB	1,002\,305\,2 ..	1,001\,151\,9 ..
1 mNp	1,002\,002\,0 ..	1,001\,000\,5 ..

4.3 Beziehung zwischen Leistungsdämpfungsmaßen und Spannungsdämpfungsmaß bei sinusförmig zeitabhängiger Spannung

Die in diesem Abschnitt gezeigten Beziehungen gelten, wenn $\underline{S}_{-1}, S_1, P_1$ die vom Zweitor am Tor 1 aufgenommene Wechsel-, Schein-, Wirkleistung ist. Sie gelten nicht für andere Definitionen von Dämpfungsmaßen wie z. B. das komplexe Betriebsdämpfungsmaß. Bei diesem tritt an die Stelle der vom Zweitor aufgenommenen Wechselleistung $\underline{S}_{-1}$ die Wechselleistung $\underline{S}_{-Q}$, die eine Quelle mit der Leerlaufspannung $\underline{U}_0$ und der Impedanz $\underline{Z}_i$ an einen Verbraucher mit der Impedanz $\underline{Z}_a = \underline{Z}_i$ abgibt ($\underline{S}_{-Q} = \underline{U}_0^2/4\underline{Z}_i$, siehe auch DIN 40 148 Teil 1).

Am Ausgang (Tor 2) eines Zweitores ist die Impedanz $\underline{Z}_2$ angeschlossen, am Eingang wird die (meist von $\underline{Z}_2$ abhängige) Impedanz $\underline{Z}_1$ gemessen.

4.3.1 Wechselleistungsdämpfungsmaß

Die (komplexe) Wechselleistung ist

am Eingang $\underline{S}_{-1} = \underline{U}_1 \underline{I}_1 = \underline{U}_1^2/\underline{Z}_1 = \underline{I}_1^2 \underline{Z}_1$,

am Ausgang $\underline{S}_{-2} = \underline{U}_2 \underline{I}_2 = \underline{U}_2^2/\underline{Z}_2 = \underline{I}_2^2 \underline{Z}_2$.

$\underline{U}_1, \underline{I}_1, \underline{U}_2, \underline{I}_2$ sind komplexe Effektivwerte.

Das (komplexe) Wechselleistungsdämpfungsmaß ist

$$\begin{aligned} \underline{\Gamma}_{S-} &= \frac{1}{2} \ln \frac{\underline{S}_{-1}}{\underline{S}_{-2}} = \ln \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} - \frac{1}{2} \ln \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} = \underline{\Gamma}_U - \Delta \underline{\Gamma} \\ &= \ln \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} + \frac{1}{2} \ln \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} = \underline{\Gamma}_I + \Delta \underline{\Gamma} \\ &= \frac{1}{2} \ln \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} + \frac{1}{2} \ln \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = \frac{1}{2} (\underline{\Gamma}_U + \underline{\Gamma}_I) \end{aligned} \quad (16)$$

mit

$$\Delta \underline{\Gamma} = \frac{1}{2} \ln \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}. \quad (17)$$

Ferner ist

$$\underline{\Gamma}_U - \underline{\Gamma}_I = 2 \Delta \underline{\Gamma}. \quad (18)$$

Wenn die Eingangsimpedanz $\underline{Z}_1$ gleich der am Ausgang angeschlossen Impedanz $\underline{Z}_2$ ist, sind die komplexen Dämpfungsmaße gleich:

$$\underline{\Gamma}_{S-} = \underline{\Gamma}_U = \underline{\Gamma}_I.$$

4.3.2 Scheinleistungsdämpfungsmaß

Wenn die Phasenmaße (Imaginärteile der komplexen Dämpfungsmaße) nicht benötigt werden, rechnet man zweckmäßig mit den Scheinleistungen

$$S_1 = |\underline{U}_1| |\underline{I}_1| = |\underline{U}_1|^2 / |\underline{Z}_1| = |\underline{I}_1|^2 |\underline{Z}_1|,$$

$$S_2 = |\underline{U}_2| |\underline{I}_2| = |\underline{U}_2|^2 / |\underline{Z}_2| = |\underline{I}_2|^2 |\underline{Z}_2|.$$