

Statistische Auswertung von Daten

Testverfahren und Vertrauensbereiche für
Erwartungswerte und Varianzen**DIN**
55 303
Teil 2Statistical interpretation of data; tests and confidence intervals relating to
expectations and variances

Ersatz für Ausgabe 06.82

Sachliche Übereinstimmung mit den von der International Organization for Standardization (ISO) herausgegebenen internationalen Normen

ISO 2854 – 1976 „Statistical interpretation of data – Techniques of estimation and tests relating to means and variances“

ISO 2602 – 1980 „Statistical interpretation of test results – Estimation of the mean – Confidence interval“

ISO 3301 – 1975 „Statistical interpretation of data – Comparison of two means in the case of paired observations“

Der Inhalt von ISO 3494 – 1976 „Statistical interpretation of data – Power of tests relating to means and variances“ mit den Operationscharakteristiken für die hier beschriebenen Testverfahren für Erwartungswerte und Varianzen wurde in Beiblatt 1 zu DIN 55 303 Teil 2 übernommen.

Die Formblätter dieser Norm (siehe Seite 6 bis 23) unterliegen nicht dem sonst üblichen Nachdruck-Randvermerk.

Inhalt

	Seite		Seite
1 Anwendungsbereich und Zweck	2	Erwartungswerte	Formblätter
2 Begriffe	2		Varianz(en)
3 Berechnung von $\bar{x}$ und s^2 als Schätzungen von Erwartungswert μ und Varianz σ^2 einer Zufallsgröße			be- unbekannt
3.1 Berechnung von $\bar{x}$ und s^2 aus n Beobachtungswerten x_i ; $i=1, \dots, n$	3	Vertrauensbereich für die Differenz von zwei Erwartungswerten bei nicht gepaarten Beobachtungen	D D'*) ... 13
3.2 Berechnung von $\bar{x}$ und s^2 aus einer Häufigkeitsverteilung	3		D'**) ... 15
3.3 Berechnung von $\bar{x}$ und s^2 aus klassierten Werten	3	Vergleich von zwei Erwartungswerten bei gepaarten Beobachtungen (Vergleich des Erwartungswertes der Differenz gepaarter Beobachtungen mit einem vorgegebenen Wert)	K K' ... 20
4 Testverfahren für Hypothesen über Erwartungswerte und Varianzen von normalverteilten Zufallsgrößen	3	Vertrauensbereich für die Differenz von zwei Erwartungswerten bei gepaarten Beobachtungen (Vertrauensbereich für den Erwartungswert der Differenz gepaarter Beobachtungen)	L L' ... 22
4.1 Allgemeine Bemerkungen	3		
4.2 Die Behandlung von Hypothesen über Erwartungswerte	4	Varianzen	Formblätter
4.3 Die Behandlung von Hypothesen über Varianzen	4	Vergleich der Varianz oder der Standardabweichung mit einem vorgegebenen Wert	E ... 16
5 Vertrauensbereiche für Erwartungswerte und Varianzen von normalverteilten Zufallsgrößen	4	Vertrauensbereich für die Varianz oder die Standardabweichung	F ... 17
6 Beispiele	4	Vergleich zweier Varianzen oder zweier Standardabweichungen	G ... 18
6.1 Beispiel für die Formblätter A, A'; B, B'; C, C', C''; D, D', D''; E, F, G, H siehe Abschnitt 7	4	Vertrauensbereich für den Quotienten zweier Varianzen oder Standardabweichungen	H ... 19
6.2 Beispiel für die Formblätter K, K'; L, L' siehe Abschnitt 7	4	*) Varianzen als gleich groß angenommen **) Varianzen verschieden (Näherungsverfahren)	
7 Formblätter		8 Statistische Tabellen	24
Erwartungswerte	Formblätter		
	Varianz(en)		
	be- unbekannt		
Vergleich des Erwartungswertes mit einem vorgegebenen Wert	A A' ... 6		
Vertrauensbereich für den Erwartungswert	B B' ... 8		
Vergleich von zwei Erwartungswerten bei nicht gepaarten Beobachtungen	C C'*) ... 10		
	C'**) ... 12		

Fortsetzung Seite 2 bis 31

Ausschuß Qualitätssicherung und angewandte Statistik (AQS) im DIN Deutsches Institut für Normung e.V.

1 Anwendungsbereich und Zweck

1.1 In dieser Norm werden Testverfahren und Verfahren zur Bestimmung von Vertrauensbereichen (Konfidenzbereichen) beschrieben, die Erwartungswert und Varianz von Zufallsgrößen betreffen.

1.2 Für die Anwendung der Verfahren müssen Beobachtungswerte als Ergebnis stochastisch unabhängiger Beobachtungen jeder der betrachteten Zufallsgrößen vorliegen.

Auf Beobachtungswerte aus Grundgesamtheiten endlichen Umfangs können die Verfahren dann angewendet werden, wenn die an den Stichprobeneinheiten gewonnenen Beobachtungswerte praktisch als stochastisch unabhängig angesehen werden können. Dies ist der Fall, wenn die Grundgesamtheiten ausreichend groß und im Verhältnis dazu die Stichproben ausreichend klein sind. Als Faustregel kann ein Verhältnis von kleiner 1 : 10 gelten.

1.3 Weitere Voraussetzung für die Anwendung der Verfahren dieser Norm ist, daß die betrachteten Zufallsgrößen normalverteilt sind. Sie können als normalverteilt angesehen werden, wenn sich das begründen läßt, z. B. aus umfangreicher Erfahrung mit einschlägigem Datenmaterial.

Mit Testverfahren auf Normalverteilung, wofür sich eine Norm in Vorbereitung befindet, läßt sich die Nullhypothese testen, daß die betrachtete Zufallsgröße einer Normalverteilung folgt. Bei Verwerfen der Nullhypothese dürfen die Verfahren dieser Norm nicht zur Anwendung kommen, jedoch ist auch bei Nichtverwerfen der Nullhypothese keineswegs sicher, daß eine Normalverteilung vorliegt.

Mit Hilfe des Wahrscheinlichkeitsnetzes (siehe Erläuterungen) ist eine visuelle Prüfung auf Normalverteilung möglich, mit der grobe Abweichungen von der Normalverteilung erkannt werden können. Da sich dabei oft auch die Art der Abweichung von der Normalverteilung erkennen läßt, bildet seine Anwendung eine Ergänzung der numerischen Testverfahren auf Normalverteilung.

In allen Zweifelsfällen sollten anstelle der Verfahren dieser Norm solche angewendet werden, welche die Voraussetzung der Normalverteilung nicht verlangen; vergleiche dazu beispielsweise [1], [2].

Für die Verwendung des (arithmetischen) Mittelwertes $\bar{x}$ bzw. der Varianz s^2 als erwartungstreue Schätzungen für den Erwartungswert μ bzw. die Varianz σ^2 ist die Voraussetzung Normalverteilung nicht erforderlich.

1.4 Für die Formblätter K, K' müssen die Voraussetzungen (siehe Abschnitte 1.2 und 1.3) auf die Differenzen der gepaarten Beobachtungswerte zutreffen. Gepaarte Beobachtungswerte sind gleichartige Beobachtungswerte, die an jeder Einheit oder an zwei einander zugeordneten, möglichst gleichen Einheiten paarweise gewonnen werden, z. B. je ein Beobachtungswert vor und nach einer bestimmten Behandlung der Einheiten.

2 Begriffe

In diesem Abschnitt werden die hier benutzten statistischen Begriffe in alphabetischer Ordnung aufgeführt. Bezüglich ihrer Definitionen wird auf die Normen der Reihen DIN 13303 und DIN 55350 verwiesen.

Begriff	Definitionen nach	
	DIN 55350	DIN 13303
Alternativhypothese	Teil 24	Teil 2
Arithmetischer Mittelwert	Teil 23	Teil 1
Beobachtungswert	Teil 12	
Einheit	Teil 14	
Erwartungstreu, erwartungstreue Schätz- funktion	Teil 24	Teil 2
Erwartungswert	Teil 21	Teil 1
Grundgesamtheit	Teil 14	
Merkmal	Teil 12	
Normalverteilung, normalverteilt	Teil 22	Teil 1
Nullhypothese	Teil 24	Teil 2
Operationscharakteristik	Teil 24	Teil 2
Quantil	Teil 21	Teil 1
Schätzung, Punktschätzung, Bereichsschätzung	Teil 24	Teil 2
Schätzwert	Teil 24	Teil 2

Begriff	Definitionen nach	
	DIN 55350	DIN 13303
Signifikanzniveau	Teil 24	Teil 2
Standardisierte Normalverteilung	Teil 22	Teil 1
Standardabweichung – theoretische – empirische	Teil 21 Teil 23	Teil 1 Teil 1
Stichprobeneinheit, Stichprobe	Teil 14	
Stochastisch unabhängig		Teil 1
Testverfahren, Test	Teil 24	Teil 2
Varianz – theoretische – empirische	Teil 21 Teil 23	Teil 1 Teil 1
Vertrauensbereich	Teil 24	Teil 2
Vertrauensniveau	Teil 24	Teil 2
Zufallsgröße	Teil 21	Teil 1
χ^2 -Verteilung	Teil 22	Teil 1
F-Verteilung	Teil 22	Teil 1
t-Verteilung	Teil 22	Teil 1

3 Berechnung von $\bar{x}$ und s^2 als Schätzungen von Erwartungswert μ und Varianz σ^2 einer Zufallsgröße

Der Mittelwert $\bar{x}$ / die Varianz s^2 ist ein aus theoretischen und praktischen Gründen brauchbarer Schätzwert für den gemeinsamen Erwartungswert μ / die gemeinsame Varianz σ^2 einer Reihe von Beobachtungen.

Die Standardabweichung s ist der gebräuchlichste Schätzwert für die Standardabweichung σ .

3.1 Berechnung von $\bar{x}$ und s^2 aus n Beobachtungswerten x_i ; $i = 1, \dots, n$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right]$$

3.2 Berechnung von $\bar{x}$ und s^2 aus einer Häufigkeitsverteilung

Bei Vorliegen einer Häufigkeitsverteilung gibt n_j die Anzahl der Werte an, die gleich dem Wert x_j sind ($j = 1, \dots, k$).

Dabei gilt

$$n = \sum_{j=1}^k n_j$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k n_j x_j$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{j=1}^k n_j x_j^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{j=1}^k n_j x_j \right)^2 \right]$$

3.3 Berechnung von $\bar{x}$ und s^2 aus klassierten Werten

Ist die Anzahl n der Beobachtungswerte hinreichend groß (z. B. über 50), so kann es vorteilhaft sein, sie in Klassen aufzuteilen. Gelegentlich können die Beobachtungswerte bereits klassiert vorliegen. Wird die Anzahl der Klassen mit k , die Klassenmitte der Klasse j ($j = 1, \dots, k$) mit x_j und die Anzahl der Werte in Klasse j (Besetzungszahl) mit n_j bezeichnet, dann ergeben sich $\bar{x}$ und s^2 aus den Formeln des Abschnitts 3.2 als Näherungen an die Werte, die sich aus den unklassierten Werten ergeben würden.

4 Testverfahren für Hypothesen über Erwartungswerte und Varianzen von normalverteilten Zufallsgrößen

4.1 Allgemeine Bemerkungen

Für die Praxis bieten die Formblätter (siehe Abschnitt 7) eine Zusammenstellung der wichtigsten Nullhypothesen über Erwartungswerte und Varianzen normalverteilter Zufallsgrößen sowie ein Rechenschema. Für die Anwendung der Verfahren ist es notwendig, die geeignete Nullhypothese H_0 auszuwählen (Hinweis siehe DIN 55350 Teil 24 und DIN 13303 Teil 2). Die Alternativhypothese H_1 ist in den Formblättern nicht aufgeführt, weil sie jeweils alle Werte von μ bzw. σ umfaßt, welche nicht Gegenstand der Nullhypothese sind.

Beispielsweise muß bei Anwendung von Formblatt A für den Vergleich des Erwartungswertes mit einem vorgegebenen Wert (Varianz bekannt) eine der drei folgenden Nullhypothesen H_0 (mit den daraus folgenden Alternativhypothesen H_1) gewählt werden:

- a) einseitiger Test mit $H_0: \mu \geq \mu_0$ $H_1: \mu < \mu_0$
- b) einseitiger Test mit $H_0: \mu \leq \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$
- c) zweiseitiger Test mit $H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$.

Als Testergebnis ist die jeweilige Nullhypothese zu verwerfen oder nicht zu verwerfen.

Verwerfung der Nullhypothese bedeutet Annahme der Alternativhypothese. Nicht-Verwerfung der Nullhypothese bedeutet nicht notwendigerweise Annahme der Nullhypothese.

Bei der Festlegung des Stichprobenumfangs n und des Signifikanzniveaus α sollte die Operationscharakteristik des Testverfahrens herangezogen werden. Dazu enthält Beiblatt 1 zu dieser Norm für jeden Test dieser Norm und die Signifikanzniveaus $\alpha = 0,05$ und $\alpha = 0,01$ eine graphische Darstellung der Operationscharakteristik und eine graphische Darstellung des Stichprobenumfangs n in Abhängigkeit von einem zu einer vorgegebenen Nichtverwerfswahrscheinlichkeit β ($\beta = 0,01; 0,05; 0,10; 0,30; 0,50$) vorgegebenen Parameterwert.

4.2 Die Behandlung von Hypothesen über Erwartungswerte

Die Formblätter A, A'; C, C' und K, K' sind nach bekannten und unbekannten Varianzen σ^2 getrennt. Bei bekannten Varianzen σ^2 werden in den Formblättern und Beispielen Quantile der standardisierten Normalverteilung benutzt, bei unbekannten Varianzen σ^2 werden Quantile einer t -Verteilung verwendet. Für die Signifikanzniveaus $\alpha = 0,05$ und $\alpha = 0,01$ siehe Tabellen 1 und 2.

4.3 Die Behandlung von Hypothesen über Varianzen

In den Formblättern E bis H werden Mittelwerte als Schätzwerte für die Erwartungswerte verwendet. Falls für einen Mittelwert ein bekannter Erwartungswert eingesetzt werden kann, erhöht sich die zugehörige Zahl von Freiheitsgraden um 1.

Die benötigten Quantile werden einer χ^2 -Verteilung bzw. einer F -Verteilung entnommen. Für die Signifikanzniveaus $\alpha = 0,05$ und $\alpha = 0,01$ siehe Tabellen 3 und 4.

5 Vertrauensbereiche für Erwartungswerte und Varianzen von normalverteilten Zufallsgrößen

Diese Norm enthält zu jedem der behandelten Testverfahren auch ein Formblatt zur Ermittlung entsprechender Vertrauensbereiche.

Vertrauensbereiche für σ bzw. σ_1/σ_2 können aus den Vertrauensbereichen für σ^2 bzw. $(\sigma_1/\sigma_2)^2$ gewonnen werden, indem jede Vertrauensgrenze durch deren Quadratwurzel ersetzt wird.

6 Beispiele

6.1 Beispiel für die Formblätter A, A'; B, B'; C, C', C''; D, D', D''; E, F, G, H siehe Abschnitt 7

Merkmal und Beobachtungsverfahren

Merkmal: Bruchkraft in Newton von Gewebestreifen

Beobachtungsverfahren: Zugversuch nach DIN 53857 Teil 1

Einheiten

Aus Fertigung 1 bzw. Fertigung 2 werden 10 bzw. 12 Prüfstücke entnommen.

Meßwerte der Bruchkraft

laufende Nr. des Prüfstückes	Bruchkraft in N	
	Fertigung 1	Fertigung 2
1	18,4	18,0
2	18,8	18,2
3	19,2	17,0
4	19,9	18,4
5	17,2	17,9
6	20,4	19,6
7	17,8	17,6
8	18,2	16,2
9	19,4	19,0
10	18,6	16,6
11		20,0
12		18,0

6.2 Beispiel für die Formblätter K, K'; L, L' siehe Abschnitt 7

Merkmal

Wassergehalt in % von textilen Materialien

Einheiten 1

Proben von $n = 9$ verschiedenen textilen Materialien, an denen der Wassergehalt mit Bestimmungsverfahren 1 (Textometer) bestimmt wird.

Einheiten 2

Dieselben Proben wie unter 1, wobei der Wassergehalt mit Bestimmungsverfahren 2 (Konditionierofen) bestimmt wird.

Meßwerte des Wassergehalts

Probe <i>i</i>	Wassergehalt in %, bestimmt mit Bestimmungsverfahren		Differenz in % $d_i = x_i - y_i$
	1 x_i	2 y_i	
1	18,2	17,0	1,2
2	20,1	19,1	1,0
3	16,4	17,0	-0,6
4	21,5	23,0	-1,5
5	16,5	16,0	0,5
6	17,4	18,1	-0,7
7	20,1	19,3	0,8
8	16,9	17,6	-0,7
9	19,2	17,3	1,9

7 Formblätter

Formblatt A

Vergleich des Erwartungswertes mit einem vorgegebenen Wert; Varianz bekannt

auszufüllendes Formblatt	
Merkmal und Beobachtungsverfahren:	
Einheiten:	
Bemerkungen:	
Gewählte Nullhypothese: a) einseitiger Test mit $H_0: \mu \geq \mu_0$ b) einseitiger Test mit $H_0: \mu \leq \mu_0$ c) zweiseitiger Test mit $H_0: \mu = \mu_0$	
Vorgegebener Wert:	$\mu_0 =$
Bekannter Wert	
der Varianz:	$\sigma^2 =$
der Standardabweichung:	$\sigma =$
Gewähltes Signifikanzniveau *):	$\alpha =$
Anzahl der Beobachtungswerte *): $n =$	
Tabellenwerte siehe Tabelle 1:	
zu a) und b)	$u_{1-\alpha} =$
zu c)	$u_{1-\alpha/2} =$
*) Operationscharakteristik und Kurvenblatt zur Festlegung von n siehe Beiblatt 1 zu DIN 55303 Teil 2	
Berechnungen $\bar{x} =$ $D = \bar{x} - \mu_0 =$ zu a) und b) $A = u_{1-\alpha} \sigma / \sqrt{n} =$ zu c) $B = u_{1-\alpha/2} \sigma / \sqrt{n} =$	
Testanweisung Die Nullhypothese H_0 wird verworfen, wenn gilt: bei a) $D < -A$ bei b) $D > A$ bei c) $ D > B$	
Testergebnis H_0 wird verworfen <input style="width: 40px; height: 20px;" type="checkbox"/> H_0 wird nicht verworfen <input style="width: 40px; height: 20px;" type="checkbox"/>	

Beispiel für ausgefülltes Formblatt	
Merkmal und Beobachtungsverfahren: Bruchkraft von Gewebestreifen Zugversuch nach DIN 53 857 Teil 1	
Einheiten: Prüfstücke aus Fertigung 1 (siehe Abschnitt 6.1)	
Bemerkungen: -	
Gewählte Nullhypothese: a) einseitiger Test mit $H_0: \mu \geq \mu_0$ b) einseitiger Test mit $H_0: \mu \leq \mu_0$ c) zweiseitiger Test mit $H_0: \mu = \mu_0$ X	
Vorgegebener Wert:	$\mu_0 = 19,4 \text{ N}$
Bekannter Wert	
der Varianz:	$\sigma^2 =$
der Standardabweichung:	$\sigma = 0,85 \text{ N}$
Gewähltes Signifikanzniveau *):	$\alpha = 0,05$
Anzahl der Beobachtungswerte *): $n = 10$	
Tabellenwerte siehe Tabelle 1:	
zu a) und b)	$u_{1-\alpha} =$
zu c)	$u_{1-\alpha/2} = u_{0,975} = 1,960$
*) Operationscharakteristik und Kurvenblatt zur Festlegung von n siehe Beiblatt 1 zu DIN 55303 Teil 2	
Berechnungen $\bar{x} = 18,79 \text{ N}$ $D = \bar{x} - \mu_0 = -0,61 \text{ N}$ zu a) und b) $A = u_{1-\alpha} \sigma / \sqrt{n} =$ zu c) $B = u_{1-\alpha/2} \sigma / \sqrt{n} = 0,5268 \text{ N}$	
Testanweisung Die Nullhypothese H_0 wird verworfen, wenn gilt: bei a) $D < -A$ bei b) $D > A$ bei c) $ D > B$	
Testergebnis H_0 wird verworfen <input checked="" style="width: 40px; height: 20px;" type="checkbox"/> H_0 wird nicht verworfen <input style="width: 40px; height: 20px;" type="checkbox"/> Zwischen dem Erwartungswert der Bruchkraft bei der Fertigung 1 und dem vorgegebenen Wert $\mu_0 = 19,4 \text{ N}$ wird auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$ ein Unterschied festgestellt.	

Formblatt A'

Vergleich des Erwartungswertes mit einem vorgegebenen Wert; Varianz unbekannt

auszufüllendes Formblatt	
Merkmal und Beobachtungsverfahren:	
Einheiten:	
Bemerkungen:	
Gewählte Nullhypothese: a) einseitiger Test mit $H_0: \mu \geq \mu_0$ b) einseitiger Test mit $H_0: \mu \leq \mu_0$ c) zweiseitiger Test mit $H_0: \mu = \mu_0$	
Vorgegebener Wert: $\mu_0 =$ Gewähltes Signifikanzniveau *): $\alpha =$ Anzahl der Beobachtungswerte *): $n =$ Zahl der Freiheitsgrade: $f = n - 1 =$ Tabellenwerte siehe Tabelle 2: zu a) und b) $t_{f; 1-\alpha} =$ zu c) $t_{f; 1-\alpha/2} =$	
*) Operationscharakteristik und Kurvenblatt zur Festlegung von n siehe Beiblatt 1 zu DIN 55303 Teil 2	
Berechnungen $\bar{x} =$ $s^2 =$ $s =$ $D = \bar{x} - \mu_0 =$ zu a) und b) $A = t_{f; 1-\alpha} \cdot s / \sqrt{n} =$ zu c) $B = t_{f; 1-\alpha/2} \cdot s / \sqrt{n} =$	
Testanweisung Die Nullhypothese H_0 wird verworfen, wenn gilt: bei a) $D < -A$ bei b) $D > A$ bei c) $ D > B$	
Testergebnis H_0 wird verworfen <input style="width: 30px; height: 30px;" type="checkbox"/> H_0 wird nicht verworfen <input style="width: 30px; height: 30px;" type="checkbox"/>	

Beispiel für ausgefülltes Formblatt	
Merkmal und Beobachtungsverfahren:	
Bruchkraft von Gewebestreifen Zugversuch nach DIN 53 857 Teil 1	
Einheiten: Prüfstücke aus Fertigung 1 (siehe Abschnitt 6.1)	
Bemerkungen: -	
Gewählte Nullhypothese: a) einseitiger Test mit $H_0: \mu \geq \mu_0$ b) einseitiger Test mit $H_0: \mu \leq \mu_0$ c) zweiseitiger Test mit $H_0: \mu = \mu_0$ X	
Vorgegebener Wert: $\mu_0 = 19,4 \text{ N}$ Gewähltes Signifikanzniveau *): $\alpha = 0,05$ Anzahl der Beobachtungswerte *): $n = 10$ Zahl der Freiheitsgrade: $f = n - 1 = 9$ Tabellenwerte siehe Tabelle 2: zu a) und b) $t_{f; 1-\alpha} =$ zu c) $t_{f; 1-\alpha/2} = t_{9; 0,975} = 2,262$	
*) Operationscharakteristik und Kurvenblatt zur Festlegung von n siehe Beiblatt 1 zu DIN 55303 Teil 2	
Berechnungen $\bar{x} = 18,79 \text{ N}$ $s^2 = 0,9343 \text{ N}^2$ $s = 0,9666 \text{ N}$ $D = \bar{x} - \mu_0 = -0,61 \text{ N}$ zu a) und b) $A = t_{f; 1-\alpha} \cdot s / \sqrt{n} =$ zu c) $B = t_{f; 1-\alpha/2} \cdot s / \sqrt{n} = 0,6914 \text{ N}$	
Testanweisung Die Nullhypothese H_0 wird verworfen, wenn gilt: bei a) $D < -A$ bei b) $D > A$ bei c) $ D > B$	
Testergebnis H_0 wird verworfen <input style="width: 30px; height: 30px;" type="checkbox"/> H_0 wird nicht verworfen <input checked="" style="width: 30px; height: 30px;" type="checkbox"/> Zwischen dem Erwartungswert der Bruchkraft bei der Fertigung 1 und dem vorgegebenen Wert $\mu_0 = 19,4 \text{ N}$ wird auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$ kein Unterschied festgestellt.	

Formblatt B

Vertrauensbereich für den Erwartungswert; Varianz bekannt

auszufüllendes Formblatt	
Merkmal und Beobachtungsverfahren:	
Einheiten:	
Bemerkungen:	
Abgrenzung des Vertrauensbereichs für μ : a) einseitig nach oben b) einseitig nach unten c) zweiseitig	
Bekannter Wert der Varianz: $\sigma^2 =$ der Standardabweichung: $\sigma =$ Gewähltes Vertrauensniveau: $1 - \alpha =$ Anzahl der Beobachtungswerte: $n =$ Tabellenwerte siehe Tabelle 1: zu a) und b) $u_{1-\alpha} =$ zu c) $u_{1-\alpha/2} =$	
Berechnungen $\bar{x} =$ zu a) $u_{1-\alpha} \cdot \sigma / \sqrt{n} =$ $A = \bar{x} + u_{1-\alpha} \cdot \sigma / \sqrt{n} =$ zu b) $u_{1-\alpha} \cdot \sigma / \sqrt{n} =$ $B = \bar{x} - u_{1-\alpha} \cdot \sigma / \sqrt{n} =$ zu c) $u_{1-\alpha/2} \cdot \sigma / \sqrt{n} =$ $C = \bar{x} - u_{1-\alpha/2} \cdot \sigma / \sqrt{n} =$ $D = \bar{x} + u_{1-\alpha/2} \cdot \sigma / \sqrt{n} =$	
Ermittlung des Vertrauensbereichs bei a) $\mu \leq A$ bei b) $\mu \geq B$ bei c) $C \leq \mu \leq D$	
Ergebnis bei a) $\mu \leq$ bei b) $\mu \geq$ bei c) $\leq \mu \leq$	

Beispiel für ausgefülltes Formblatt	
Merkmal und Beobachtungsverfahren: Bruchkraft von Gewebestreifen Zugversuch nach DIN 53 857 Teil 1	
Einheiten: Prüfstücke aus Fertigung 1 (siehe Abschnitt 6.1)	
Bemerkungen: -	
Abgrenzung des Vertrauensbereichs für μ : a) einseitig nach oben b) einseitig nach unten c) zweiseitig X	
Bekannter Wert der Varianz: $\sigma^2 =$ der Standardabweichung: $\sigma = \mathbf{0,85\,N}$ Gewähltes Vertrauensniveau: $1 - \alpha = \mathbf{0,95}$ Anzahl der Beobachtungswerte: $n = \mathbf{10}$ Tabellenwerte siehe Tabelle 1: zu a) und b) $u_{1-\alpha} =$ zu c) $u_{1-\alpha/2} = u_{0,975} = \mathbf{1,960}$	
Berechnungen $\bar{x} = \mathbf{18,79\,N}$ zu a) $u_{1-\alpha} \cdot \sigma / \sqrt{n} =$ $A = \bar{x} + u_{1-\alpha} \cdot \sigma / \sqrt{n} =$ zu b) $u_{1-\alpha} \cdot \sigma / \sqrt{n} =$ $B = \bar{x} - u_{1-\alpha} \cdot \sigma / \sqrt{n} =$ zu c) $u_{1-\alpha/2} \cdot \sigma / \sqrt{n} = \mathbf{0,5268\,N}$ $C = \bar{x} - u_{1-\alpha/2} \cdot \sigma / \sqrt{n} = \mathbf{18,263\,N}$ $D = \bar{x} + u_{1-\alpha/2} \cdot \sigma / \sqrt{n} = \mathbf{19,317\,N}$	
Ermittlung des Vertrauensbereichs bei a) $\mu \leq A$ bei b) $\mu \geq B$ bei c) $C \leq \mu \leq D$	
Ergebnis bei a) $\mu \leq$ bei b) $\mu \geq$ bei c) X $\mathbf{18,26\,N \leq \mu \leq 19,32\,N}$	
Der Erwartungswert der Bruchkraft bei der Fertigung 1 liegt auf dem Vertrauensniveau $1 - \alpha = 95\%$ zwischen 18,26 N und 19,32 N.	

Formblatt B'

Vertrauensbereich für den Erwartungswert; Varianz unbekannt

auszufüllendes Formblatt	
Merkmal und Beobachtungsverfahren:	
Einheiten:	
Bemerkungen:	
Abgrenzung des Vertrauensbereichs für μ : a) einseitig nach oben ☐ b) einseitig nach unten ☐ c) zweiseitig ☐	
Gewähltes Vertrauensniveau: $1 - \alpha =$ Anzahl der Beobachtungswerte: $n =$ Zahl der Freiheitsgrade: $f = n - 1 =$ Tabellenwerte siehe Tabelle 2: zu a) und b) $t_{f; 1-\alpha} =$ zu c) $t_{f; 1-\alpha/2} =$	
Berechnungen $\bar{x} =$ $s^2 =$ $s =$ zu a) $t_{f; 1-\alpha} \cdot s / \sqrt{n} =$ $A = \bar{x} + t_{f; 1-\alpha} \cdot s / \sqrt{n} =$ zu b) $t_{f; 1-\alpha} \cdot s / \sqrt{n} =$ $B = \bar{x} - t_{f; 1-\alpha} \cdot s / \sqrt{n} =$ zu c) $t_{f; 1-\alpha/2} \cdot s / \sqrt{n} =$ $C = \bar{x} - t_{f; 1-\alpha/2} \cdot s / \sqrt{n} =$ $D = \bar{x} + t_{f; 1-\alpha/2} \cdot s / \sqrt{n} =$	
Ermittlung des Vertrauensbereichs bei a) $\mu \leq A$ bei b) $\mu \geq B$ bei c) $C \leq \mu \leq D$	
Ergebnis bei a) ☐ $\mu \leq$ bei b) ☐ $\mu \geq$ bei c) ☐ $\leq \mu \leq$	

Beispiel für ausgefülltes Formblatt	
Merkmal und Beobachtungsverfahren: Bruchkraft von Gewebestreifen Zugversuch nach DIN 53857 Teil 1	
Einheiten: Prüfstücke aus Fertigung 1 (siehe Abschnitt 6.1)	
Bemerkungen: -	
Abgrenzung des Vertrauensbereichs für μ : a) einseitig nach oben ☐ b) einseitig nach unten ☐ c) zweiseitig ☒	
Gewähltes Vertrauensniveau: $1 - \alpha = 0,95$ Anzahl der Beobachtungswerte: $n = 10$ Zahl der Freiheitsgrade: $f = n - 1 = 9$ Tabellenwerte siehe Tabelle 2: zu a) und b) $t_{f; 1-\alpha} =$ zu c) $t_{f; 1-\alpha/2} = t_{9; 0,975} = 2,262$	
Berechnungen $\bar{x} = 18,79 \text{ N}$ $s^2 = 0,9343 \text{ N}^2$ $s = 0,9666 \text{ N}$ zu a) $t_{f; 1-\alpha} \cdot s / \sqrt{n} =$ $A = \bar{x} + t_{f; 1-\alpha} \cdot s / \sqrt{n} =$ zu b) $t_{f; 1-\alpha} \cdot s / \sqrt{n} =$ $B = \bar{x} - t_{f; 1-\alpha} \cdot s / \sqrt{n} =$ zu c) $t_{f; 1-\alpha/2} \cdot s / \sqrt{n} = 0,6914 \text{ N}$ $C = \bar{x} - t_{f; 1-\alpha/2} \cdot s / \sqrt{n} = 18,099 \text{ N}$ $D = \bar{x} + t_{f; 1-\alpha/2} \cdot s / \sqrt{n} = 19,481 \text{ N}$	
Ermittlung des Vertrauensbereichs bei a) $\mu \leq A$ bei b) $\mu \geq B$ bei c) $C \leq \mu \leq D$	
Ergebnis bei a) ☐ $\mu \leq$ bei b) ☐ $\mu \geq$ bei c) ☒ $18,10 \text{ N} \leq \mu \leq 19,48 \text{ N}$	
Der Erwartungswert der Bruchkraft bei der Fertigung 1 liegt auf dem Vertrauensniveau $1 - \alpha = 95\%$ zwischen 18,10 N und 19,48 N.	

Formblatt C

Vergleich von zwei Erwartungswerten bei nicht gepaarten Beobachtungen; Varianz bekannt

auszufüllendes Formblatt	
Merkmal und Beobachtungsverfahren:	
Einheiten:	
Bemerkungen:	
Gewählte Nullhypothese: a) einseitiger Test mit $H_0: \mu_1 \geq \mu_2$ ☐ b) einseitiger Test mit $H_0: \mu_1 \leq \mu_2$ ☐ c) zweiseitiger Test mit $H_0: \mu_1 = \mu_2$ ☐	
Bekannte Werte der Varianzen: $\sigma_1^2 =$ $\sigma_2^2 =$ Gewähltes Signifikanzniveau *): $\alpha =$ Anzahl der Beobachtungswerte *): $n_1 =$ $n_2 =$ Tabellenwerte siehe Tabelle 1: zu a) und b) $u_{1-\alpha} =$ zu c) $u_{1-\alpha/2} =$	
*) Operationscharakteristik und Kurvenblatt zur Festlegung von n_1 und n_2 siehe Beiblatt 1 zu DIN 55303 Teil 2	
Berechnungen $\bar{x}_1 =$ $\bar{x}_2 =$ $D = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 =$ $\sigma_d = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} =$ zu a) und b) $A = u_{1-\alpha} \cdot \sigma_d =$ zu c) $B = u_{1-\alpha/2} \cdot \sigma_d =$	
Testanweisung Die Nullhypothese H_0 wird verworfen, wenn gilt: bei a) $D < -A$ bei b) $D > A$ bei c) $ D > B$	
Testergebnis H_0 wird verworfen ☐ H_0 wird nicht verworfen ☐	

Beispiel für ausgefülltes Formblatt	
Merkmal und Beobachtungsverfahren:	
Bruchkraft von Gewebestreifen 1. Zugversuch nach DIN 53 857 Teil 1 2. Zugversuch nach DIN 53 857 Teil 1	
Einheiten:	
1. Prüfstücke aus Fertigung 1 2. Prüfstücke aus Fertigung 2 (siehe Abschnitt 6.1)	
Bemerkungen: -	
Gewählte Nullhypothese: a) einseitiger Test mit $H_0: \mu_1 \geq \mu_2$ ☐ b) einseitiger Test mit $H_0: \mu_1 \leq \mu_2$ ☐ c) zweiseitiger Test mit $H_0: \mu_1 = \mu_2$ ☒	
Bekannte Werte der Varianzen: $\sigma_1^2 = 0,7225 \text{ N}^2$ $\sigma_2^2 = 1,0000 \text{ N}^2$ Gewähltes Signifikanzniveau *): $\alpha = 0,05$ Anzahl der Beobachtungswerte *): $n_1 = 10$ $n_2 = 12$ Tabellenwerte siehe Tabelle 1: zu a) und b) $u_{1-\alpha} =$ zu c) $u_{1-\alpha/2} = u_{0,975} = 1,960$	
*) Operationscharakteristik und Kurvenblatt zur Festlegung von n_1 und n_2 siehe Beiblatt 1 zu DIN 55303 Teil 2	
Berechnungen $\bar{x}_1 = 18,79 \text{ N}$ $\bar{x}_2 = 18,04 \text{ N}$ $D = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 0,75 \text{ N}$ $\sigma_d = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = 0,3944 \text{ N}$ zu a) und b) $A = u_{1-\alpha} \cdot \sigma_d =$ zu c) $B = u_{1-\alpha/2} \cdot \sigma_d = 0,7731 \text{ N}$	
Testanweisung Die Nullhypothese H_0 wird verworfen, wenn gilt: bei a) $D < -A$ bei b) $D > A$ bei c) $ D > B$	
Testergebnis H_0 wird verworfen ☐ H_0 wird nicht verworfen ☒	
Zwischen den Erwartungswerten der Bruchkraft der Fertigungen 1 und 2 wird auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$ kein Unterschied festgestellt.	