

DIN EN 843-5

ICS 81.060.30

Ersatz für
DIN 51110-3:1993-09 und
DIN V ENV 843-5:1997-01

**Hochleistungskeramik –
Mechanische Eigenschaften monolithischer Keramik bei
Raumtemperatur –
Teil 5: Statistische Auswertung;
Deutsche Fassung EN 843-5:2006**

Advanced technical ceramics –
Mechanical properties of monolithic ceramics at room temperature –
Part 5: Statistical analysis;
German version EN 843-5:2006

Céramiques techniques avancées –
Propriétés mécaniques des céramiques monolithiques à température ambiante –
Partie 5: Analyse statistique;
Version allemande EN 843-5:2006

Gesamtumfang 48 Seiten

Normenausschuss Materialprüfung (NMP) im DIN

Nationales Vorwort

Die Europäische Norm wurde vom CEN/TC 184 „Hochleistungskeramik“ erarbeitet, dessen Sekretariat vom BSI (Großbritannien) gehalten wird.

Das zuständige deutsche Gremium ist der Arbeitsausschuss NA 062-02-91 AA „Hochleistungskeramik — Monolithische Werkstoffe“ im Normenausschuss Materialprüfung (NA 062).

Für die in den Literaturhinweisen zitierten Internationalen Normen wird im Folgenden auf die entsprechenden Deutschen Normen hingewiesen:

ISO 3534-1	siehe DIN 55350-33
ISO 20501	siehe DIN EN 843-5

Änderungen

Gegenüber DIN 51110-3:1993-09 und DIN V ENV 843-5:1997-01 wurden folgende Änderungen vorgenommen:

- a) Gegenüber DIN V ENV 843-5:1997-01 wurde der Inhalt redaktionell überarbeitet;
- b) gegenüber DIN 51110-3:1993-09 wurde
 - der Anwendungsbereich auf alle Arten von Festigkeitsbestimmungen erweitert,
 - das BASIC-Programm als informativer Anhang zusätzlich aufgenommen,
 - der Inhalt umfassend redaktionell überarbeitet.

Frühere Ausgaben

DIN 51110-3: 1993-09
DIN V ENV 843-5: 1997-01

Nationaler Anhang NA (informativ)

Literaturhinweise

DIN 55350-33, *Begriffe zu Qualitätsmanagement und Statistik — Begriffe der statistischen Prozesslenkung (SPC)*

DIN EN 843-5, *Hochleistungskeramik — Monolithische Keramik — Mechanische Eigenschaften bei Raumtemperatur — Teil 5: Statistische Auswertung*

Deutsche Fassung

Hochleistungskeramik —
Mechanische Eigenschaften monolithischer Keramik
bei Raumtemperatur —
Teil 5: Statistische Auswertung

Advanced technical ceramics —
Mechanical properties of monolithic ceramics at
room temperature —
Part 5: Statistical analysis

Céramiques techniques avancées —
Propriétés mécaniques des céramiques monolithiques
à température ambiante —
Partie 5: Analyse statistique

Diese Europäische Norm wurde vom CEN am 11. November 2006 angenommen.

Die CEN-Mitglieder sind gehalten, die CEN/CENELEC-Geschäftsordnung zu erfüllen, in der die Bedingungen festgelegt sind, unter denen dieser Europäischen Norm ohne jede Änderung der Status einer nationalen Norm zu geben ist. Auf dem letzten Stand befindliche Listen dieser nationalen Normen mit ihren bibliographischen Angaben sind beim Management-Zentrum oder bei jedem CEN-Mitglied auf Anfrage erhältlich.

Diese Europäische Norm besteht in drei offiziellen Fassungen (Deutsch, Englisch, Französisch). Eine Fassung in einer anderen Sprache, die von einem CEN-Mitglied in eigener Verantwortung durch Übersetzung in seine Landessprache gemacht und dem Management-Zentrum mitgeteilt worden ist, hat den gleichen Status wie die offiziellen Fassungen.

CEN-Mitglieder sind die nationalen Normungsinstitute von Belgien, Dänemark, Deutschland, Estland, Finnland, Frankreich, Griechenland, Irland, Island, Italien, Lettland, Litauen, Luxemburg, Malta, den Niederlanden, Norwegen, Österreich, Polen, Portugal, Rumänien, Schweden, der Schweiz, der Slowakei, Slowenien, Spanien, der Tschechischen Republik, Ungarn, dem Vereinigten Königreich und Zypern.



EUROPÄISCHES KOMITEE FÜR NORMUNG
EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION
COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION

Management-Zentrum: rue de Stassart, 36 B- 1050 Brüssel

Inhalt

	Seite
Vorwort	3
1 Anwendungsbereich	4
2 Normative Verweisungen	4
3 Begriffe	4
3.1 Fehler	4
3.2 Fehlerverteilungen	5
3.3 Mechanische Bewertung	5
3.4 Statistische Begriffe	6
3.5 Weibull-Verteilung	7
4 Formelzeichen	9
5 Bedeutung und Anwendung	10
6 Grundlage der Berechnung	11
6.1 Maximum-Likelihood-Methode	11
6.2 Berichtigung der systematischen Abweichung	12
6.3 Vertrauensbereich	12
7 Durchführung	13
7.1 Graphische Darstellung der Daten	13
7.2 Bestimmung der Weibull-Parameter mit der Maximum-Likelihood-Methode	14
7.3 Bestimmung der Grenzen des Vertrauensbereiches	14
8 Prüfbericht	15
Anhang A (informativ) Beziehung zwischen der charakteristischen Festigkeit von Probekörpern oder Bauteilen verschiedener Größe oder Form oder mit unterschiedlich aufgetragenen Spannungsfeldern	16
Anhang B (informativ) FORTRAN-Programm für die Berechnung von Weibull-Parametern	18
Anhang C (informativ) PASCAL-Programm zur Berechnung der Weibull-Parameter	23
Anhang D (informativ) BASIC-Programm zur Berechnung der Weibull-Parameter	28
Anhang E (normativ) Berichtigungsfaktoren für die erwartungstreue Schätzung des Weibull- Modus	32
Anhang F (normativ) Vertrauensfaktoren für die charakteristische Festigkeit $\hat{\sigma}_0$	33
Anhang G (normativ) Vertrauensfaktoren für $\hat{m}$	36
Anhang H (informativ) Anwendungsbeispiele	39
Anhang I (informativ) Beispiel eines Prüfberichtes	44
Literaturhinweise	46

Vorwort

Dieses Dokument (EN 843-5:2006) wurde vom Technischen Komitee CEN/TC 184 „Hochleistungskeramik“ erarbeitet, dessen Sekretariat vom BSI gehalten wird.

Diese Europäische Norm muss den Status einer nationalen Norm erhalten, entweder durch Veröffentlichung eines identischen Textes oder durch Anerkennung bis Juni 2007, und etwaige entgegenstehende nationale Normen müssen bis Juni 2007 zurückgezogen werden.

Dieses Dokument ist Ersatz für ENV 843-5:1996.

EN 843 „Hochleistungskeramik — Mechanische Eigenschaften monolithischer Keramik bei Raumtemperatur“ besteht aus sechs Teilen:

- *Teil 1: Bestimmung der Biegefestigkeit*
- *Teil 2: Bestimmung des Elastizitätsmoduls, Schubmoduls und der Poissonzahl*
- *Teil 3: Bestimmung der Parameter des unterkritischen Risswachstums aus Biegefestigkeitsprüfungen mit konstanter Spannungsrate*
- *Teil 4: Härteprüfung nach Vickers, Knoop und Rockwell*
- *Teil 5: Statistische Auswertung*
- *Teil 6: Verfahren zur fraktographischen Untersuchung*

Zur Zeit der Veröffentlichung dieser Überarbeitung von Teil 5 lag Teil 6 als Technische Spezifikation vor.

Entsprechend der CEN/CENELEC-Geschäftsordnung sind die nationalen Normungsinstitute der folgenden Länder gehalten, diese Europäische Norm zu übernehmen: Belgien, Dänemark, Deutschland, Estland, Finnland, Frankreich, Griechenland, Irland, Island, Italien, Lettland, Litauen, Luxemburg, Malta, Niederlande, Norwegen, Österreich, Polen, Portugal, Rumänien, Schweden, Schweiz, Slowakei, Slowenien, Spanien, Tschechische Republik, Ungarn, Vereinigtes Königreich und Zypern.

1 Anwendungsbereich

Dieser Teil von EN 843 legt ein Verfahren für die statistische Auswertung von Festigkeitsdaten von Keramik in Form einer Zweiparameter-Weibull-Verteilung mit einem Schätzwert nach der Maximum-Likelihood-Methode fest. Es wird vorausgesetzt, dass der Datensatz aus einer Prüfreihe unter nominell identischen Bedingungen gewonnen wurde.

ANMERKUNG 1 Prinzipiell ist die Weibull-Analyse nur streng gültig bei linear-elastischem Bruchverhalten bis zum Punkt des Versagens, d. h. für einen vollkommen spröden Werkstoff, und unter Bedingungen, unter denen die Festigkeit begrenzende Fehler nicht in Wechselwirkung stehen und unter denen es nur eine einzige Festigkeit begrenzende Fehler-Grundgesamtheit gibt.

Tritt vor Brüchen subkritisches Risswachstum oder Kriechverformung auf, kann die Weibull-Analyse immer noch angewendet werden, wenn die Ergebnisse einer Weibull-Verteilung folgen, numerische Parameter können sich aber abhängig von der Größe dieser Effekte verändern. Da es unmöglich ist, mit Sicherheit das Ausmaß des Auftretens von subkritischem Risswachstum oder Kriechverformung anzugeben, lässt diese Europäische Norm die Analyse der allgemeinen Situation zu, in der Risswachstum oder Kriechen aufgetreten sein können, vorausgesetzt, dass berücksichtigt wird, dass die aus der Analyse abgeleiteten Parameter nicht die gleichen sein können wie die aus den Daten ohne subkritisches Risswachstum oder Kriechen abgeleiteten.

ANMERKUNG 2 Diese Europäische Norm wendet die gleichen Verfahrensweisen bei der Berechnung an wie Verfahren A von ISO 20501:2003 [1], liefert jedoch kein Verfahren, das sich mit zensierten Daten beschäftigt (Verfahren B von ISO 20501).

2 Normative Verweisungen

Die folgenden zitierten Dokumente sind für die Anwendung dieses Dokuments erforderlich. Bei datierten Verweisungen gilt nur die in Bezug genommene Ausgabe. Bei undatierten Verweisungen gilt die letzte Ausgabe des in Bezug genommenen Dokuments (einschließlich aller Änderungen).

EN 843-1:2006, *Hochleistungskeramik — Mechanische Eigenschaften monolithischer Keramik bei Raumtemperatur — Teil 1: Bestimmung der Biegefestigkeit*

EN ISO/IEC 17025, *Allgemeine Anforderungen an die Kompetenz von Prüf- und Kalibrierlaboratorien (ISO/IEC 17025:1999)*

3 Begriffe

Für die Anwendung dieses Dokuments gelten die Begriffe nach EN 843-1:2006 und die folgenden Begriffe.

ANMERKUNG Zusätzliche statistische Begriffe können aus ISO 2602 [2], ISO 3534-1 [3] oder weiterer Quellenliteratur zur Statistik entnommen werden.

3.1 Fehler

3.1.1

Fehler

Inhomogenität, Diskontinuität oder Gefügemerkmal in einem Werkstoff, wodurch bei Beanspruchung eine Spannungskonzentration aufgebaut und die Gefahr des mechanischen Versagens verursacht wird

ANMERKUNG 1 Das kann z. B. eine Korngrenze, ein großes Korn, eine Pore, eine Verunreinigung, ein Riss sein.

ANMERKUNG 2 Die Benennung „Fehler“ sollte in diesem Falle nicht bedeuten, dass der Werkstoff funktionell fehlerhaft ist, sondern eher, dass er eine nicht vermeidbare Inhomogenität des Mikrogefüges enthält.

3.1.2

kritischer Fehler

Fehler, der das Versagen auslöst

3.1.3**Fremdfehler**

Fehlerarten, die beim Bruchversagen von für die Zwecke einer Prüfreihe bearbeiteten Probekörpern beobachtet wurden, aber in den hergestellten Bauteilen nicht auftreten werden, z. B. Schädigung durch Bearbeitung, wenn dieser Arbeitsvorgang bei der Fertigung von Bauteilen nicht angewendet wird

3.2 Fehlerverteilungen**3.2.1****Fehlergrößenverteilung**

Verteilung von Fehlergrößen

3.2.2**kritische Fehlergrößenverteilung**

Verteilung von kritischen Fehlergrößen in einer Grundgesamtheit von geprüften Bauteilen

3.2.3**gemischte kritische Fehlerverteilung**

Fehlerverteilung mit mehreren, die Festigkeit beeinflussenden Fehlerarten, die nicht ausschließlich einander konkurrierend (siehe 3.2.4) auftreten

ANMERKUNG Ein Beispiel hierfür ist, wenn jeder Probekörper die Fehlerart A enthält und einige Probekörper zusätzlich eine unabhängig wirkende Art B.

3.2.4**Verteilung konkurrierender kritischer Fehler**

multiple Fehlerverteilung, wobei jeder Probekörper repräsentative Defekte von jeder unabhängigen Fehlerart enthält, die in konkurrierender Weise das Versagen herbeiführen

3.2.5**Verteilung von ausgewählten kritischen Fehlern**

multiple Fehlerverteilung, die durch Mischen und Auswahl von Probekörpern aus zwei oder mehreren Werkstoffausführungen oder Losen nach dem Zufallsprinzip geschaffen wird, wobei jede Art nur eine, die Festigkeit beeinflussende Fehler-Grundgesamtheit enthält

ANMERKUNG Z. B., wenn jeder Probekörper Defekte ausschließlich aus einer einzigen Verteilung enthält, die Gesamt-datenmenge jedoch mehr als eine, die Festigkeit beeinflussende Fehlerart widerspiegelt.

3.2.6**konkurrierende Versagensarten**

deutlich voneinander abweichende Arten von bruchauslösenden Ereignissen, die aus konkurrierenden Fehlerverteilungen resultieren (siehe 3.2.4)

3.3 Mechanische Bewertung**3.3.1****Bruchflächenanalyse**

für dieses Dokument die Auswertung von Mustern und Eigenschaften der Bruchfläche, gewöhnlich zum Zweck der Identifizierung des bruchauslösenden Defektes und damit der Fehlerart

3.3.2**Nachweisprüfung**

kurzzeitiges Aufbringen einer vorher festgelegten Spannung auf einen Probekörper oder ein Bauteil, um festzustellen, ob er/es einen ernsthaften, die Festigkeit begrenzenden Defekt enthält

ANMERKUNG Diese Prüfung ermöglicht die Entfernung von schwachen Probekörpern oder Bauteilen aus einem Los. Dieses Verfahren modifiziert die Versagensstatistik der verbleibenden Probekörper, so dass die Zweiparameter-Weibull-Verteilung nicht länger gültig ist.

3.3.3

Mittelwert der Grundgesamtheit

Durchschnitt aller Festigkeitswerte einer Grundgesamtheit

3.3.4

Stichprobenmittelwert

Durchschnitt aller Festigkeitswerte einer aus der Grundgesamtheit entnommenen Stichprobe

3.3.5

Festigkeits-Grundgesamtheit

Gesamtheit der Bruchfestigkeiten

3.4 Statistische Begriffe

3.4.1

systematische Abweichung

gleichbleibende numerische Abweichung eines Schätzwertes hinsichtlich des wahren zugrunde gelegten Wertes, die den meisten Schätzverfahren anhaftet

ANMERKUNG Bei der Maximum-Likelihood-Methode wird die Größe der systematischen Abweichung mit steigendem Stichprobenumfang kleiner.

3.4.2

Vertrauensbereich

Bereich, für den mit einem gegebenen Vertrauensniveau angegeben werden kann, dass er mindestens einen festgelegten Anteil der Grundgesamtheit der Ergebnisse enthält, oder Parameterschätzungen, die die Grundgesamtheit definieren

ANMERKUNG Z. B. Schätzungen des Weibull-Moduls und der charakteristischen Festigkeit eines Loses von Probekörpern.

3.4.3

Vertrauensniveau

erforderliche Wahrscheinlichkeit, dass irgendein Schätzwert in den Vertrauensbereich fällt

3.4.4

Schätzwert

wohldefinierter Wert, der von der Schwankung der Festigkeiten in der Grundgesamtheit abhängt

ANMERKUNG Der resultierende Wert für eine gegebene Grundgesamtheit kann als ein Schätzwert eines Verteilungsparameters betrachtet werden, der zu der Grundgesamtheit als Ganzes zugeordnet wird.

3.4.5

Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

Funktion $f(x)$ ist die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für die stetige Zufallsgröße x , falls:

$$f(x) \geq 0 \quad (1)$$

und

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1, \quad (2)$$

so dass die Wahrscheinlichkeit P , dass die Zufallsgröße x einen Wert zwischen a und b annimmt, gegeben ist durch:

$$P(a < x \leq b) = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \quad (3)$$

wobei F die kumulative Verteilungsfunktion ist

3.4.6

Rangschätzfunktion

Mittel der Zuweisung einer Versagenswahrscheinlichkeit zu einem Rangwert von erfassten Festigkeitswerten

3.4.7

Stichprobe

Erfassung von Messungen oder Beobachtungen an Probekörpern, die zufällig aus einer Grundgesamtheit entnommen wurden

ANMERKUNG Z. B. Festigkeitsmessungen an einem Los gleichartiger Probekörper.

3.4.8

Probenahme

Vorgang der Auswahl von Probekörpern für eine Prüfung

ANMERKUNG Für die Anwendung dieser Europäischen Norm sollte die in ENV 1006 gegebene Leitlinie berücksichtigt werden.

3.4.9

erwartungstreuer Schätzwert

Schätzwert eines Verteilungsparameters, der keine systematische Abweichung besitzt oder wegen einer systematischen Abweichung berichtigt wurde

3.5 Weibull-Verteilung

3.5.1

Weibull-Verteilung

die stetige Zufallsgröße x besitzt eine Zweiparameter-Weibull-Verteilung, wenn die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (3.4.5) gegeben ist durch:

$$f(x) = \left(\frac{m}{\beta}\right) \left(\frac{x}{\beta}\right)^{m-1} \exp \left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^m \right] \quad x > 0 \quad (4)$$

$$f(x) = 0 \quad x \leq 0 \quad (5)$$

ANMERKUNG 1 Das entspricht einer kumulativen Verteilungsfunktion wie folgt:

$$F(x) = 1 - \exp \left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^m \right] \quad x > 0 \quad (6)$$

$$F(x) = 0 \quad x \leq 0 \quad (7)$$

Dabei ist

m der Weibull-Modul oder Formparameter (> 0);

β der Skalenparameter (> 0).

ANMERKUNG 2 Die Zufallsgröße, die die Bruchfestigkeit eines keramischen Probekörpers darstellt, nimmt nur positive Werte an, und die Verteilung um den Mittelwert herum ist asymmetrisch. Diese Merkmale schließen unter anderem die Anwendung der Normalverteilung aus und weisen auf die Anwendung der Weibull-Verteilung oder ähnlicher schiefer Verteilungen hin. Die in dieser Norm vorausgesetzte Annahme ist, dass die Weibull-Verteilung sich der wahren Verteilung der untersuchten Festigkeiten nähert.

ANMERKUNG 3 Dieses Dokument ist auf die Anwendung der Zweiparameter-Weibull-Verteilung begrenzt. Andere Formen, wie die Dreiparameter-Darstellung, bei der das Vorhandensein eines von Null verschiedenen Minimalwertes für x angenommen wird, liegen nicht im Anwendungsbereich dieses Dokuments.

ANMERKUNG 4 Zwischen dem Mittelwert $\bar{x}$ der Grundgesamtheit und β besteht der Zusammenhang:

$$\bar{x} = \beta \Gamma \left(1 + \frac{1}{m} \right) \quad (8)$$

Dabei ist

Γ die Gamma-Funktion.

Die Gamma-Funktion wird manchmal dargestellt durch eine nicht ganzzahlige Fakultät:

$$\Gamma \left(1 + \frac{1}{m} \right) = \left(\frac{1}{m} \right) \quad (9)$$

3.5.2

Weibull-Modul

Maß der Breite der Weibull-Verteilung, definiert durch den Parameter m in Gleichung (4)

3.5.3

charakteristische Weibull-Festigkeit

Festigkeitswert bei einer Wahrscheinlichkeit des Versagens bei 0,632

ANMERKUNG 1 Wenn die Zufallsgröße, die die Festigkeit eines keramischen Probekörpers darstellt, durch die oben angegebenen Gleichungen charakterisiert wird, ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Probekörper bei der Nennspannung σ_{nom} versagt, d. h. eine Festigkeit von $\sigma_f = \sigma_{nom}$ besitzt, gegeben durch die kumulative Verteilungsfunktion:

$$P_f = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\sigma_f}{\sigma_0} \right)^m \right] \quad \sigma_f > 0 \quad (10)$$

$$P_f = 0 \quad \sigma_f \leq 0 \quad (11)$$

Dabei ist

P_f die Versagenswahrscheinlichkeit;

σ_0 die charakteristische Weibull-Festigkeit (bei $P_f = 0,6321$), als Skalenparameter wirkend.

ANMERKUNG 2 In der oben angegebenen Weise definiert, hängt die charakteristische Weibull-Festigkeit von der Geometrie des Probekörpers und der Mehrachsigkeit des angewendeten Spannungsfeldes ab.

ANMERKUNG 3 Wenn Drei-Punkt- und Vier-Punkt-Biege-Probekörper aus derselben Grundgesamtheit geprüft werden, werden verschiedene σ_0 -Werte abgeleitet, die verschieden beanspruchte Volumen- oder Oberflächenbereiche in den beiden Geometrien widerspiegeln. Zu Informationen über das theoretische Verhältnis zwischen Festigkeiten von Probekörpern verschieden beanspruchter Volumina oder Flächen siehe Anhang A.

ANMERKUNG 4 Statistische Weibull-Parameter, die über die Grundgesamtheit, aus der sie abgeleitet wurden, hinausgehen, erfordern umsichtige Anwendung.

4 Formelzeichen

Für die Anwendung dieses Dokuments gelten die folgenden Formelzeichen.

A	Oberfläche des Bauteils
A_{eff}	effektive Oberfläche des Bauteils
b	erwartungstreuer Berichtigungsfaktor für den Schätzwert des Weibull-Moduls
C_l	untere Grenze des Vertrauensbereiches für σ_0 , z. B. $C_l = \hat{\sigma}_0 \exp\left(-\frac{t_l}{\hat{m}}\right)$
C_u	obere Grenze des Vertrauensbereiches für σ_0 , z. B. $C_u = \hat{\sigma}_0 \exp\left(-\frac{t_u}{\hat{m}}\right)$
D_l	untere Grenze des Vertrauensbereiches für $\hat{m}$, z. B. $D_l = \hat{m} / l_l$
D_u	obere Grenze des Vertrauensbereiches für $\hat{m}$, z. B. $D_u = \hat{m} / l_u$
f	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
F	kumulative Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion
g	Funktion, die die dokumentierte Variation einer mechanischen Beanspruchung über das Volumen (oder die Fläche) eines Bauteils beschreibt
i	Nummer, die einem einzelnen Festigkeitswert der Stichprobe in aufsteigender Rangfolge zugeordnet wird
l_u, l_l	Faktoren zur Bestimmung der unteren bzw. oberen Grenze des Vertrauensbereiches von $\hat{m}$
m	Weibull-Modul für die Grundgesamtheit
$\hat{m}$	Schätzwert für m , der nach der Maximum-Likelihood-Methode bestimmt wird
$\hat{m}_{\text{cor}}$	mit dem Faktor b berichteter Wert $\hat{m}$ zur Angabe eines erwartungstreuen Schätzwertes für m
N	Anzahl der geprüften Probekörper
P_f	Versagenswahrscheinlichkeit des Probekörpers
t_u, t_l	Faktoren zur Bestimmung der unteren bzw. oberen Grenze des Vertrauensbereiches von $\hat{\sigma}_0$
V	Volumen
V_0	Einheitsvolumen
V_{eff}	effektives Volumen
x	Zufallsgröße
$\bar{x}$	Mittelwert der Grundgesamtheit für die Zufallsgröße x

α	Vertrauensniveau
β	Skalenparameter
ε	relative Genauigkeit, die zur Bestimmung der Maximum-Likelihood-Schätzwerte für m und σ_0 erforderlich ist
σ_f	Festigkeit des Probekörpers
σ_{fi}	Festigkeit des Probekörpers mit der Rangzahl i einer Grundgesamtheit
σ_{fj}	Festigkeit des j -ten Probekörpers einer Grundgesamtheit ohne Rangzahl
σ_{nom}	Nennspannung in einem Probekörper zum Zeitpunkt des Versagens, für die Festigkeitsbewertung üblicherweise als gleich der Bruchfestigkeit angenommen
σ_{max}	Höchstspannung in einem Bauteil, auf die sich die Spannungsverteilung bezieht
σ_0	charakteristische Weibull-Festigkeit von Probekörpern
$\hat{\sigma}_0$	Maximum-Likelihood-Schätzwert der charakteristischen Weibull-Festigkeit von Probekörpern

5 Bedeutung und Anwendung

Gewöhnlich ist die Festigkeit von Hochleistungskeramik kein deterministischer Parameter. Sie hängt von der Beschaffenheit, der Größe und der Lage der Fehler im Probekörper relativ zum angelegten Spannungsfeld ab. Diese Europäische Norm gilt für die meisten monolithischen Hochleistungskeramiken.

ANMERKUNG 1 Der Weibull-Formalismus kann in den meisten Fällen auch erfolgreich auf partikel- und Whisker verstärkte Keramiken mit katastrophalem Bruchversagen angewendet werden. In vielen Fällen schließen jedoch die Versagensmechanismen in faserverstärkten Verbundkeramiken seine Anwendung aus.

Der Zweck dieser Europäischen Norm ist die Lieferung erwartungstreuer Schätzwerte der Parameter der zugrunde gelegten Festigkeitsverteilung einer Grundgesamtheit keramischer Probekörper zur zahlenmäßigen Bewertung der Streuung der Festigkeiten in der Grundgesamtheit. Es gibt eine Reihe von Möglichkeiten der Bestimmung derartiger Schätzwerte einschließlich der Methode der kleinsten Quadrate, der Momentenmethode und der Maximum-Likelihood-Methode. Die Maximum-Likelihood-Methode wurde als die wirkungsvollste Schätzfunktion für eine kleine Probenanzahl erachtet, da sie einen kleineren Variationskoeffizienten des Weibull-Moduls m ergibt. Aus diesem Grunde wurde sie für diese Europäische Norm ausgewählt.

ANMERKUNG 2 Die Anwendung anderer Methoden zur Schätzung von m und σ_0 , wie beispielsweise die Methode der kleinsten Quadrate einer Gerade zu den nach Rang geordneten Datenpunkten, wie sie für die Sichtprüfung (siehe 7.1) durchgeführt wird, ist mit dieser Europäische Norm nicht zulässig, da sie weniger zuverlässige Schätzwerte für m liefern.

Die Zahlenwerte, die die Verteilung der Bruchfestigkeiten charakterisieren, werden von vielen Faktoren beeinflusst. Diese sind:

- 1) Die als Indikator für die Grundgesamtheit vorgenommene Anzahl der Prüfungen. Die Zuverlässigkeit der Schätzwerte wächst mit steigendem Stichprobenumfang, es bestehen aber praktische Grenzen für die Anzahl von Prüfungen, die aus Kostengründen angewendet werden könnten, die aber gegen die Verbesserung der Genauigkeit abzuwägen sind. Es wird empfohlen, den Stichprobenumfang nicht kleiner als 30 zu wählen.

- 2) Es wird von der Annahme ausgegangen, dass die Stichprobe von Probekörpern die Grundgesamtheit dadurch beschreiben kann, dass sie für die Grundgesamtheit repräsentative kritische Fehler besitzt. Es sollte berücksichtigt werden, dass die aus der Grundgesamtheit entnommene Stichprobe zufällig sein muss, um vollständig die wahre Verteilung widerzuspiegeln. So kann die Zurückweisung von Teilen der Grundgesamtheit, z. B. durch Nachweisprüfung, die Gültigkeit der Zweiparameter-Weibull-Statistik verändern.
- 3) Das Herstellungsverfahren der Probekörper für die Prüfung. Die meisten Probekörper enthalten mehr als eine Fehlerart, und die Vorbereitung der Flächen der Probekörper vor der Prüfung, z. B. Flatschleifen, kann eine weitere Fehlerart hinzufügen, die die Dominanz der schon vorhandenen Fehler verändern kann. Konkurrierende Fehlerverteilungen ergeben konkurrierende Versagensarten, die in ihrer Dominanz abhängig vom Herstellungsverfahren schwanken.
- 4) Unter identischen Prüfbedingungen ergeben zwei Datensätze aus derselben Grundgesamtheit aufgrund der natürlichen Streuung bei der Probennahme aus der Grundgesamtheit verschiedene Werte für $\hat{m}$ und σ_0 . Für die Anwendung dieser Europäischen Norm müssen die Werte von $\hat{m}$ und σ_0 für die beiden Datensätze bei dem gleichen Vertrauensniveau als äquivalent angenommen werden, wenn die Ergebnisse des einen Datensatzes innerhalb des Vertrauensbereiches des anderen Datensatzes liegen oder umgekehrt.

Es ist häufig der Fall, dass in einer Grundgesamtheit konkurrierende, gemischte oder ausgewählte Fehlerverteilungen existieren. Diese können zu einer bimodalen oder multimodalen Festigkeitsverteilung führen, möglicherweise mit einigen Probekörpern, die aufgrund einer Fehlerart, und anderen, die aufgrund einer zweiten Fehlerart versagen. In derartigen Fällen kann die Anpassung einer Zweiparameter-Weibull-Verteilung an die Daten nicht gültig sein. Diese Europäische Norm enthält ein Sichtprüfungsverfahren (siehe 7.1), das auf einer einfachen Datenauftragung zur Entscheidung darüber beruht, ob eine Weibull-Analyse nutzbringend durchgeführt werden kann.

ANMERKUNG 3 Verfahren B von ISO 20501 [1] enthält den Fall der „zensierten Statistik“, z. B. wo es möglich wurde, mehrere konkurrierende Fehlerverteilungen innerhalb eines Loses von Probekörpern fraktographisch zu identifizieren, so dass jede Prüfung einer gegebenen Fehlerart zugeordnet werden kann. Um die jeder Fehlerart zugeordneten Weibull-Parameter berechnen zu können, ist es wirklich notwendig, die Prüfungen einzustellen, die vorzeitig vor anderen Fehlerarten scheiterten, sie jedoch auf der Grundlage der nachgewiesenen Fehlerart, aber bei einem unbekannten Festigkeitsgrad, in die Berechnung einzubeziehen. Das ist unter der Bezeichnung „richtiges Zensieren“ (höhere Werte werden zu unbekannten Größen) bekannt. Eine alternative Annäherung wird bei der mathematischen Analyse benötigt.

6 Grundlage der Berechnung

6.1 Maximum-Likelihood-Methode

Sobald einmal festgelegt ist, dass eine gültige Zweiparameter-Weibull-Verteilung an die zu bewertende Datenmenge angepasst werden kann (siehe 7.1), können der Maximum-Likelihood-Schätzwert des Weibull-Moduls $\hat{m}$ und die charakteristische Festigkeit $\hat{\sigma}_0$ bestimmt werden.

Die Likelihood-Funktion L für eine einzelne kritische Fehlerverteilung ist durch den Ausdruck gegeben:

$$L = \prod_{j=1}^N \left(\frac{m}{\sigma_0} \right) \left(\frac{\sigma_{fj}}{\sigma_0} \right)^{m-1} \exp \left[- \left(\frac{\sigma_{fj}}{\sigma_0} \right)^m \right] \quad (12)$$

Dabei ist

N die Anzahl der Bruchfestigkeitswerte.

Die Funktionsmaxima werden durch Differenzieren des log-Likelihood ($\ln(L)$) nach m und σ_0 und das Gleichsetzen dieser Funktionen mit Null erhalten, was die Schätzwerte $\hat{m}$ und $\hat{\sigma}_0$ für m und σ_0 ergibt:

$$\frac{\sum_{j=1}^N \sigma_{fj}^{\hat{m}} \ln \sigma_{fj}}{\sum_{j=1}^N \sigma_{fj}^{\hat{m}}} - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \ln \sigma_{fj} - \frac{1}{\hat{m}} = 0 \quad (13)$$

und

$$\hat{\sigma}_0 = \left[\left(\sum_{j=1}^N \sigma_{fj}^{\hat{m}} \right) \frac{1}{N} \right]^{1/\hat{m}} \quad (14)$$

Gleichung (13) muss numerisch gelöst werden, um eine Lösung für $\hat{m}$ zu erhalten, die dann dazu benutzt werden kann, mit Gleichung (14) eine Lösung für $\hat{\sigma}_0$ zu erhalten. Die erforderliche relative Genauigkeit für die Lösung (ε) muss $\leq 0,001$ sein, angegeben auf drei signifikante Stellen im Wert von $\hat{m}$.

Für diese Aufgabe darf ein Computer benutzt werden.

ANMERKUNG 1 Die Computerprogramme in den Anhängen B bis D enthalten als Beispiele entsprechende Programmteile für die Intervall-Halbierungsmethode für eine numerische Lösung für $\hat{m}$ und $\hat{\sigma}_0$. Es kann möglich sein, dass sie zur Anpassung an verschiedene Computersysteme modifiziert werden müssen.

ANMERKUNG 2 Als Alternative zur Intervall-Halbierungsmethode kann die Newton-Raphsonsche Lösungsmethode angewendet werden. Diese beiden Methoden sind dafür bekannt, dass sie innerhalb der Genauigkeitsanforderungen dieser Europäischen Norm äquivalente Ergebnisse liefern.

6.2 Berichtigung der systematischen Abweichung

Der durch diese Methode erhaltene Schätzwert $\hat{m}$ besitzt eine systematische Abweichung, die eine Überbewertung des wahren Weibull-Moduls m ergibt. Es ist erforderlich, diesen mit einem Erwartungswert-Berichtigungsfaktor, der in Anhang E tabellarisch dargestellt ist, zu berichtigen. Dieser Erwartungswert-Berichtigungsfaktor wurde durch eine zufällige Probenahme nach der Monte-Carlo-Methode aus einer Grundgesamtheit mit einem vorgegebenen wahren Wert für m bestimmt und lässt eine Berichtigung des nicht erwartungstreuen Wertes $\hat{m}$ zum berichtigten Wert $\hat{m}_{\text{cor}}$ zu:

$$\hat{m}_{\text{cor}} = \hat{m} \times b \quad (15)$$

wobei der Erwartungswertkorrektionsfaktor b aus Tabelle E.1 abgelesen wird.

Die systematische Abweichung in $\hat{\sigma}_0$ ist verglichen mit der in $\hat{m}$ minimal, daher ist keine Berichtigung der systematischen Abweichung erforderlich.

6.3 Vertrauensbereich

Ein Maß für die Unsicherheit der Parameter, die aus den Daten nach dieser Methode bestimmt werden, ist durch den entsprechenden Vertrauensbereich angegeben, der für jede Datenmenge ermittelt wird.

Der erste Schritt ist die Bestimmung des erforderlichen Vertrauensniveaus, $1 - \alpha$. Es ist allgemein üblich, dieses nach den Anforderungen der an der Berechnung beteiligten Parteien auf 90 % oder 95 % festzulegen. Für eine gegebene Anzahl von Probekörpern N wird der obere Grenzfaktor des Vertrauensbereiches t_u für eine zweiseitige Prüfung zu $\alpha/2$ festgelegt und der untere Grenzfaktor des Vertrauensbereiches t_l zu $(1 - \alpha/2)$. Die Werte der Faktoren t_u und t_l werden aus Tabelle F.1 entnommen. Die oberen und unteren Werte von $\hat{\sigma}_0$, die den oberen und unteren Grenzen des Vertrauensbereiches entsprechen, werden dementsprechend ermittelt als:

$$C_u = \hat{\sigma}_0 \exp\left(-\frac{t_u}{\hat{m}}\right) \quad (16)$$

$$C_l = \hat{\sigma}_0 \exp\left(-\frac{t_l}{\hat{m}}\right) \quad (17)$$

wobei der für $\hat{m}$ verwendete Wert der nicht erwartungstreue Wert vor der Berichtigung ist.

Die obere und untere Grenze des Vertrauensbereiches für den Parameter $\hat{m}$ werden aus Tabelle G.1 in gleicher Weise wie für $\hat{\sigma}_0$ unter Verwendung desselben Wertes für α bestimmt. Für die vorgegebene Anzahl von Probekörpern N und das gleiche Vertrauensniveau $1 - \alpha$ wird der obere Grenzfaktor des Vertrauensbereiches l_u für eine zweiseitige Prüfung zu $\alpha/2$ bestimmt und der untere Grenzfaktor des Vertrauensbereiches l_l bei $(1 - \alpha/2)$. Die obere und untere Grenze des Vertrauensbereiches von $\hat{m}$ werden dementsprechend ermittelt als:

$$D_u = \frac{\hat{m}}{l_u} \quad (18)$$

$$D_l = \frac{\hat{m}}{l_l} \quad (19)$$

ANMERKUNG Die korrekte Ausführung eines für dieses Berechnungsprinzip erarbeiteten Computerprogramms kann durch Anwendung der Beispieldaten in Anhang H für das vorgegebene Genauigkeitsniveau ε geprüft werden.

7 Durchführung

7.1 Graphische Darstellung der Daten

Um die Verteilung der Festigkeiten für die Bestimmung der Relevanz dieser statistischen Auswertungsmethode sichtbar zu machen, wird wie folgt eine graphische Darstellung oder Weibull-Kurve erstellt:

- 1) Die Festigkeitsdaten sind in aufsteigender Reihenfolge geordnet mit einer Rangzahl zu versehen. Jedem Datenpunkt ist entsprechend der Rangschätzfunktion ein Wahrscheinlichkeitswert zuzuordnen:

$$P_{fi} = \frac{i - 0,5}{N} \quad (20)$$

für den Datenpunkt der Festigkeit σ_{fi} mit dem i -ten Rang.

- 2) Es ist eine Kurve für die nach Rang geordneten Datenpunkte zu zeichnen; dabei ist für die Ordinate

$$y_i = \ln [\ln (1/(1 - P_{fi}))] \quad (21)$$