

DIN EN ISO 20501

ICS 81.060.30

Ersatz für
DIN EN 843-5:2007-03 und
DIN EN 843-5
Berichtigung 1:2007-06

**Hochleistungskeramik –
Weibullstatistik von Festigkeitswerten (ISO 20501:2019);
Deutsche Fassung EN ISO 20501:2022**

Fine ceramics (advanced ceramics, advanced technical ceramics) –
Weibull statistics for strength data (ISO 20501:2019);
German version EN ISO 20501:2022

Céramiques techniques –
Analyse statistique de Weibull des données de résistance à la rupture (ISO 20501:2019);
Version allemande EN ISO 20501:2022

Gesamtumfang 49 Seiten

DIN-Normenausschuss Materialprüfung (NMP)

Nationales Vorwort

Der Text von ISO 20501:2019 wurde vom Technischen Komitee ISO/TC 206 „Fine ceramics“ der Internationalen Organisation für Normung (ISO) erarbeitet und als EN ISO 20501:2022 vom Technischen Komitee CEN/TC 184 „Hochleistungskeramik“ übernommen, dessen Sekretariat von DIN (Deutschland) gehalten wird.

Das zuständige deutsche Normungsgremium ist der Arbeitsausschuss NA 062-02-91 AA „Terminologie von Hochleistungskeramik und Prüfung von monolithischen keramischen Werkstoffen und Pulvern“ im DIN-Normenausschuss Materialprüfung (NMP).

Aktuelle Informationen zu diesem Dokument können über die Internetseiten von DIN (www.din.de) durch eine Suche nach der Dokumentennummer aufgerufen werden.

Änderungen

Gegenüber DIN EN 843-5:2007-03 und DIN EN 843-5 Berichtigung 1:2007-06 wurden folgende Änderungen vorgenommen:

- a) identische Übernahme der aktuelleren ISO 20501;
- b) Dokument redaktionell überarbeitet.

Frühere Ausgaben

DIN 51110-3: 1993-09
DIN V ENV 843-5: 1997-01
DIN EN 843-5: 2007-03
DIN EN 843-5 Berichtigung 1: 2007-06

Deutsche Fassung

Hochleistungskeramik —
Weibullstatistik von Festigkeitswerten
(ISO 20501:2019)

Fine ceramics
(advanced ceramics, advanced technical ceramics) —
Weibull statistics for strength data (ISO 20501:2019)

Céramiques techniques —
Analyse statistique de Weibull des données de
résistance à la rupture (ISO 20501:2019)

Diese Europäische Norm wurde vom CEN am 20. Dezember 2022 angenommen.

Die CEN-Mitglieder sind gehalten, die CEN/CENELEC-Geschäftsordnung zu erfüllen, in der die Bedingungen festgelegt sind, unter denen dieser Europäischen Norm ohne jede Änderung der Status einer nationalen Norm zu geben ist. Auf dem letzten Stand befindliche Listen dieser nationalen Normen mit ihren bibliographischen Angaben sind beim CEN-CENELEC-Management-Zentrum oder bei jedem CEN-Mitglied auf Anfrage erhältlich.

Diese Europäische Norm besteht in drei offiziellen Fassungen (Deutsch, Englisch, Französisch). Eine Fassung in einer anderen Sprache, die von einem CEN-Mitglied in eigener Verantwortung durch Übersetzung in seine Landessprache gemacht und dem Management-Zentrum mitgeteilt worden ist, hat den gleichen Status wie die offiziellen Fassungen.

CEN-Mitglieder sind die nationalen Normungsinstitute von Belgien, Bulgarien, Dänemark, Deutschland, Estland, Finnland, Frankreich, Griechenland, Irland, Island, Italien, Kroatien, Lettland, Litauen, Luxemburg, Malta, den Niederlanden, Norwegen, Österreich, Polen, Portugal, der Republik Nordmazedonien, Rumänien, Schweden, der Schweiz, Serbien, der Slowakei, Slowenien, Spanien, der Tschechischen Republik, der Türkei, Ungarn, dem Vereinigten Königreich und Zypern.



EUROPÄISCHES KOMITEE FÜR NORMUNG
EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION
COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION

CEN-CENELEC Management-Zentrum: Rue de la Science 23, B-1040 Brüssel

Inhalt

	Seite
Europäisches Vorwort	3
Vorwort	4
Einleitung	5
1 Anwendungsbereich	6
2 Normative Verweisungen	6
3 Begriffe	6
3.1 Fehler-Grundgesamtheiten	6
3.2 Mechanische Prüfung	8
3.3 Statistische Begriffe	8
3.4 Weibull-Verteilungen	9
4 Symbole	11
5 Bedeutung und Anwendung	12
6 Verfahren A: Maximum-Likelihood-Parameter-Schätzfunktionen für aus einer einzigen Grundgesamtheit stammende Fehler	13
6.1 Allgemeines	13
6.2 Zensierte Daten	13
6.3 Likelihood-Funktion	13
6.4 Berichtigung der systematischen Abweichung	14
6.5 Vertrauensbereiche	16
7 Verfahren B: Maximum-Likelihood-Parameter-Schätzfunktionen für konkurrierende Fehler-Grundgesamtheiten	20
7.1 Allgemeines	20
7.2 Zensierte Daten	21
7.3 Likelihood-Funktion	21
8 Durchführung	22
8.1 Ausreißer	22
8.2 Fraktographie	23
8.3 Graphische Darstellung	23
9 Prüfbericht	26
Anhang A (informativ) Umrechnung in werkstoffspezifische Parameter der Festigkeitsverteilung	27
Anhang B (informativ) Erläuternde Beispiele	29
Anhang C (informativ) Probekörper mit nicht identifiziertem Bruchursprung	36
Anhang D (informativ) Fortran-Programm	39
Literaturhinweise	46

Europäisches Vorwort

Der Text von ISO 20501:2019 wurde vom Technischen Komitee ISO/TC 206 „Fine ceramics“ der Internationalen Organisation für Normung (ISO) erarbeitet und als EN ISO 20501:2022 vom Technischen Komitee CEN/TC 184 „Hochleistungskeramik“ übernommen, dessen Sekretariat von DIN gehalten wird.

Diese Europäische Norm muss den Status einer nationalen Norm erhalten, entweder durch Veröffentlichung eines identischen Textes oder durch Anerkennung bis Juni 2023, und etwaige entgegenstehende nationale Normen müssen bis Juni 2023 zurückgezogen werden.

Es wird auf die Möglichkeit hingewiesen, dass einige Elemente dieses Dokuments Patentrechte berühren können. CEN ist nicht dafür verantwortlich, einige oder alle diesbezüglichen Patentrechte zu identifizieren.

Dieses Dokument ersetzt EN 843-5:2006.

Rückmeldungen oder Fragen zu diesem Dokument sollten an das jeweilige nationale Normungsinstitut des Anwenders gerichtet werden. Eine vollständige Liste dieser Institute ist auf den Internetseiten von CEN abrufbar.

Entsprechend der CEN-CENELEC-Geschäftsordnung sind die nationalen Normungsinstitute der folgenden Länder gehalten, diese Europäische Norm zu übernehmen: Belgien, Bulgarien, Dänemark, Deutschland, die Republik Nordmazedonien, Estland, Finnland, Frankreich, Griechenland, Irland, Island, Italien, Kroatien, Lettland, Litauen, Luxemburg, Malta, Niederlande, Norwegen, Österreich, Polen, Portugal, Rumänien, Schweden, Schweiz, Serbien, Slowakei, Slowenien, Spanien, Tschechische Republik, Türkei, Ungarn, Vereinigtes Königreich und Zypern.

Anerkennungsnotiz

Der Text von ISO 20501:2019 wurde von CEN als EN ISO 20501:2022 ohne irgendeine Abänderung genehmigt.

Vorwort

ISO (die Internationale Organisation für Normung) ist eine weltweite Vereinigung nationaler Normungsinstitute (ISO-Mitgliedsorganisationen). Die Erstellung von Internationalen Normen wird üblicherweise von Technischen Komitees von ISO durchgeführt. Jede Mitgliedsorganisation, die Interesse an einem Thema hat, für welches ein Technisches Komitee gegründet wurde, hat das Recht, in diesem Komitee vertreten zu sein. Internationale staatliche und nichtstaatliche Organisationen, die in engem Kontakt mit ISO stehen, nehmen ebenfalls an der Arbeit teil. ISO arbeitet bei allen elektrotechnischen Normungsthemen eng mit der Internationalen Elektrotechnischen Kommission (IEC) zusammen.

Die Verfahren, die bei der Entwicklung dieses Dokuments angewendet wurden und die für die weitere Pflege vorgesehen sind, werden in den ISO/IEC-Direktiven, Teil 1 beschrieben. Es sollten insbesondere die unterschiedlichen Annahmekriterien für die verschiedenen ISO-Dokumentenarten beachtet werden. Dieses Dokument wurde in Übereinstimmung mit den Gestaltungsregeln der ISO/IEC-Direktiven, Teil 2 erarbeitet (siehe www.iso.org/directives).

Es wird auf die Möglichkeit hingewiesen, dass einige Elemente dieses Dokuments Patentrechte berühren können. ISO ist nicht dafür verantwortlich, einige oder alle diesbezüglichen Patentrechte zu identifizieren. Details zu allen während der Entwicklung des Dokuments identifizierten Patentrechten finden sich in der Einleitung und/oder in der ISO-Liste der erhaltenen Patenterklärungen (siehe www.iso.org/patents).

Jeder in diesem Dokument verwendete Handelsname dient nur zur Unterrichtung der Anwender und bedeutet keine Anerkennung.

Für eine Erläuterung des freiwilligen Charakters von Normen, der Bedeutung ISO-spezifischer Begriffe und Ausdrücke in Bezug auf Konformitätsbewertungen sowie Informationen darüber, wie ISO die Grundsätze der Welthandelsorganisation (WTO, en: World Trade Organization) hinsichtlich technischer Handelshemmnisse (TBT, en: Technical Barriers to Trade) berücksichtigt, siehe www.iso.org/iso/foreword.html.

Dieses Dokument wurde vom Technischen Komitee ISO/TC 206, *Fine ceramics* erarbeitet.

Diese zweite Ausgabe ersetzt die erste Ausgabe (ISO 20501:2003), die technisch überarbeitet wurde. Sie enthält auch die Technische Berichtigung ISO 20501:2003/Cor.1:2009.

Die wesentlichen Änderungen im Vergleich zur Vorgängerausgabe sind folgende:

- die Begriffe in Abschnitt 3 wurden aktualisiert und geändert;
- ein Verfahren zur Behandlung einer höheren Anzahl von Probekörpern ($N > 120$) wurde für Verfahren A eingeführt: Maximum-Likelihood-Parameter-Schätzfunktionen für Fehler, die aus einer einzigen Grundgesamtheit stammen;
- in Anhang D wurden Beispiel-Codes für die Berechnung der Maximum-Likelihood-Parameter der Weibull-Verteilung mit moderner Analysesoftware hinzugefügt.

Rückmeldungen oder Fragen zu diesem Dokument sollten an das jeweilige nationale Normungsinstitut des Anwenders gerichtet werden. Eine vollständige Auflistung dieser Institute ist unter www.iso.org/members.html zu finden.

Einleitung

Messungen der Bruchfestigkeit werden aus einem von zwei Gründen durchgeführt: entweder für einen Vergleich der relativen Qualität von zwei Werkstoffen bezüglich der Bruchfestigkeit oder zur Vorhersage der Versagenswahrscheinlichkeit einer zu prüfenden Konstruktion. Dieses Dokument ermöglicht Schätzungen der Verteilungsparameter, die für beides benötigt werden. Darüber hinaus unterstützt dieses Dokument die Einbeziehung von Daten mechanischer Eigenschaften und der fraktographischen Analyse.

1 Anwendungsbereich

Dieses Dokument behandelt die Angabe von uniaxialen Festigkeitsdaten sowie die Schätzung von Wahrscheinlichkeitsverteilungsparametern für sprödbrechende Hochleistungskeramik. Die Bruchfestigkeit von Hochleistungskeramik wird als stetige Zufallsgröße behandelt. Üblicherweise wird eine Anzahl von Probekörpern mit wohldefinierter Geometrie unter wohldefinierten isothermen Belastungsbedingungen zum Versagen gebracht. Die Last, bei der jeder einzelne Probekörper versagt, wird dokumentiert. Die resultierenden Bruchspannungen werden verwendet, um, Parameterschätzwerte, die mit der zugrunde gelegten Verteilung einer Grundgesamtheit verbunden sind, zu erhalten.

Dieses Dokument ist auf die Annahme beschränkt, dass die den Bruchfestigkeiten zugrundeliegende Verteilung die zweiparametrische Weibull-Verteilung mit Größenskalierung ist. Des Weiteren ist dieses Dokument auf Probekörper (Zugprobe, Biegeprobe, auf Druck beanspruchter Ring usw.) beschränkt, die hauptsächlich uniaxialen Spannungszuständen unterzogen werden. In 6.4 und 6.5 werden Verfahren zur Berichtigung von systematischen Abweichungen in den geschätzten Weibull-Parametern behandelt sowie zur Berechnung von Vertrauensgrenzen derjenigen Schätzwerte aus Datensätzen, bei denen alle Fehler aus einer einzigen Fehler-Grundgesamtheit stammen (d. h. eine einzige Versagensart). Bei Stichproben, bei denen Fehler aus mehreren unabhängigen Fehler-Grundgesamtheiten stammen (z. B. konkurrierende Versagensarten), sind die in 6.4 und 6.5 behandelten Verfahren zur Berichtigung systematischer Abweichungen und für Vertrauensgrenzen nicht anwendbar.

2 Normative Verweisungen

Es gibt keine normativen Verweisungen in diesem Dokument.

3 Begriffe

Für die Anwendung dieses Dokuments gelten die folgenden Begriffe.

ISO und IEC stellen terminologische Datenbanken für die Verwendung in der Normung unter den folgenden Adressen bereit:

- ISO Online Browsing Platform: verfügbar unter <https://www.iso.org/obp>
- IEC Electropedia: verfügbar unter <http://www.electropedia.org/>

ANMERKUNG Siehe auch Literaturhinweis [1].

3.1 Fehler-Grundgesamtheiten

3.1.1

Fehler

Inhomogenität, Diskontinuität oder (Fehler)merkmal in einem Werkstoff, die/das aufgrund einer mechanischen Last als Spannungskonzentrator wirkt, und bei der/dem daher ein bestimmtes Risiko für mechanisches Versagen besteht

Anmerkung 1 zum Begriff: Der Fehler wird zum kritischen Fehler, wenn er in einem Probekörper, der versagt hat, den Bruch auslöst.

3.1.2

zensierte Daten

Festigkeitsmessungen (d. h. eine Stichprobe), die eingestellte Beobachtungen enthalten, wie beispielsweise diejenigen, die durch mehrere konkurrierende oder zusammenwirkende Fehler-Grundgesamtheiten hervorgerufen werden

Anmerkung 1 zum Begriff: Es wird eine Probe betrachtet, bei der durch Fraktographie eindeutig festgestellt wurde, dass drei zusammenwirkende Fehlerverteilungen vorliegen (wenngleich diese Diskussion für eine Stichprobe mit jeder beliebigen Anzahl zusammenwirkender Fehlerverteilungen anwendbar ist). Die drei zusammenwirkenden Fehlerverteilungen werden hier als Verteilung A, Verteilung B und Verteilung C bezeichnet. Auf der Grundlage fraktographischer Analysen wurde der Festigkeit jedes Probekörpers eine Fehlerverteilung zugeordnet, die das Versagen ausgelöst hat. Bei der Schätzung von Parametern, die die Festigkeitsverteilung im Zusammenhang mit der Fehlerverteilung A charakterisieren, sind alle Probekörper (und nicht nur diejenigen, die aufgrund von Fehlern vom Typ A versagt haben), in die Analyse einzubeziehen, um die Effizienz und Genauigkeit der resultierenden Parameterschätzwerte sicherzustellen. Die Festigkeit eines Probekörpers, der aufgrund eines Fehlers vom Typ B (oder Typ C) versagt hat, wird als *rechtszensierte* Beobachtung in Bezug auf die Fehlerverteilung A behandelt. Ein Versagen aufgrund eines Fehlers vom Typ B (oder Typ C) beschränkt oder zensiert die Informationen bezüglich der Fehler vom Typ A in einem Probekörper, indem die Prüfung eingestellt wird, bevor es aufgrund eines Fehlers vom Typ A zum Versagen kommt [2]. Die Festigkeit durch den schwerwiegendsten Fehler vom Typ A ist in denjenigen Probekörpern, die aufgrund von Fehlern vom Typ B (oder Typ C) versagt haben, höher als die beobachtete Festigkeit (und steht somit *rechts von* dieser). Jedoch werden keine Informationen bezüglich der Größenordnung dieses Unterschieds geliefert. Die in diesem Dokument enthaltenen Analyseverfahren zensierter Daten nutzen diese unvollständigen Informationen, um effiziente und relativ erwartungstreue Schätzwerte der Verteilungsparameter bereitzustellen.

3.1.3

konkurrierende Versagensarten

deutlich voneinander abweichende Arten von bruchauslösenden Ereignissen, die aus zusammenwirkenden (konkurrierenden) Fehlerverteilungen resultieren

3.1.4

zusammengesetzte Fehlerverteilung

jede Art des Vorliegens mehrerer Fehlerverteilungen, bei denen es sich weder um rein zusammenwirkende noch rein ausschließliche Fehlerverteilungen handelt

Anmerkung 1 zum Begriff: Ein einfaches Beispiel ist, wenn jeder Probekörper die Fehlerverteilung A enthält, während ein gewisser Anteil der Probekörper auch eine zweite unabhängige Fehlerverteilung B enthält.

3.1.5

zusammenwirkende Fehlerverteilung

konkurrierende Fehlerverteilung

Art des Vorliegens mehrerer Fehlerverteilungen in einem homogenen Werkstoff, bei der jeder Probekörper dieses Werkstoffs repräsentative Fehler aus jeder unabhängigen Fehler-Grundgesamtheit enthält

Anmerkung 1 zum Begriff: Innerhalb eines bestimmten Probekörpers sind alle Fehler-Grundgesamtheiten gleichzeitig vorhanden und konkurrieren untereinander, um das Versagen zu verursachen.

3.1.6

ausschließliche Fehlerverteilung

gemischte Fehlerverteilung

Art des Vorliegens mehrerer Fehlerverteilungen, die durch Mischen und zufälliges Auswählen von Probekörpern aus zwei oder mehr Ausführungen eines Werkstoffs erreicht wird, wobei jede Ausführung eine andere einzelne Fehler-Grundgesamtheit enthält

Anmerkung 1 zum Begriff: Demnach enthält jeder Probekörper Fehler ausschließlich aus einer einzigen Verteilung, die Gesamtdatenmenge jedoch spiegelt mehr als eine, die Festigkeit beeinflussende Fehlerart wider.

3.1.7

untypischer Fehler

die Festigkeit beeinflussender Fehler, der in einem bestimmten Anteil der Probekörper beobachtet wird, jedoch in dem konstruierten Bauteil nicht vorhanden sein kann

Anmerkung 1 zum Begriff: Ein Beispiel sind durch die maschinelle Bearbeitung auftretende Fehler in geschliffenen Biegeproben, die in gesinterten Bauteilen des gleichen Werkstoffs nicht vorkommen.

3.2 Mechanische Prüfung

3.2.1

wirksamer Messabschnitt

derjenige Teil der Probekörpergeometrie, der in den Integrationsgrenzen der Weibull-Verteilungsfunktion eingeschlossen ist (Volumen, Fläche oder Kantenlänge)

Anmerkung 1 zum Begriff: Bei Zugproben kann die Integration auf den gleichmäßig belasteten mittigen Messabschnitt beschränkt sein, oder sie kann so erweitert werden, dass Übergangs- und Schaftbereiche eingeschlossen sind.

3.2.2

Fraktographie

Analyse und Charakterisierung von Mustern, die auf der Bruchoberfläche eines Probekörpers erzeugt werden

Anmerkung 1 zum Begriff: Fraktographie kann angewendet werden, um die Art und Lage des Ursprungs eines kritischen Bruchs zu ermitteln, der zu einem katastrophalen Ausfall in einem Hochleistungskeramik-Probekörper oder -Bauteil führt.

3.3 Statistische Begriffe

3.3.1

Vertrauensbereich

Bereich, für den erwartet werden würde, dass darin der wahre Grundgesamtheitsparameter zu finden ist

Anmerkung 1 zum Begriff: Vertrauensbereiche sind funktionell abhängig von der Art der angewendeten Schätzfunktion und der Stichprobengröße. Das Erwartungsniveau ist mit einem bestimmten Vertrauensniveau verbunden. Wenn Vertrauensgrenzen mit dem Parameter-Schätzwert verglichen werden, kann die Unsicherheit quantifiziert werden, die mit einem Punkt-Schätzwert eines Grundgesamtheits-Parameters verbunden ist.

3.3.2

Vertrauensniveau

Wahrscheinlichkeit, dass der wahre Grundgesamtheits-Parameter in einen festgelegten Vertrauensbereich fällt

3.3.3

Schätzfunktion

Funktion zur Berechnung eines Schätzwerts einer bestimmten Größe auf der Grundlage beobachteter Daten

Anmerkung 1 zum Begriff: Der resultierende Wert für eine bestimmte Probe kann ein Schätzwert eines Verteilungsparameters (ein Punkt-Schätzwert) sein, der mit der zugrundeliegenden Grundgesamtheit verbunden ist, z. B. ist das arithmetische Mittel einer Stichprobe eine Schätzfunktion des Verteilungsmittelwerts.

3.3.4

Grundgesamtheit

Erhebung von Daten oder Objekten, die betrachtet werden

3.3.5

Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

pdf, en: probability density function

Funktion $f(x)$ für die stetige Zufallsgröße X , wenn

$$f(x) \geq 0 \tag{1}$$

und

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (2)$$

Anmerkung 1 zum Begriff: Die Wahrscheinlichkeit, dass die Zufallsgröße X einen Wert zwischen a und b annimmt, ist gegeben durch

$$Pr(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx \quad (3)$$

3.3.6

kumulative Verteilungsfunktion

Funktion $F(x)$, die die Wahrscheinlichkeit beschreibt, dass eine stetige Zufallsgröße X einen Wert von weniger oder gleich einer Zahl x annimmt

Anmerkung 1 zum Begriff: Daher steht die kumulative Verteilungsfunktion (cdf, en: cumulative distribution function) zur Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f(x)$ in Zusammenhang durch

$$F(x) = Pr(-\infty < X < x) = \int_{-\infty}^x f(x') dx' \quad (4)$$

Die Ableitung von Gleichung (4) nach x zeigt, dass die pdf einfach die Ableitung der cdf ist:

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} \quad (5)$$

Anmerkung 2 zum Begriff: Nach 3.3.5 ist $F(x)$ eine monoton steigende Funktion im Bereich zwischen 0 und 1.

3.3.7

Rangschätzfunktion

Funktion, die die Versagenswahrscheinlichkeit bei einem bestimmten Festigkeitsmesswert innerhalb einer in Rangzahlen eingeteilten Probe abschätzt

3.3.8

Stichprobe

Erfassung von Messungen oder Beobachtungen, die aus einer festgelegten Grundgesamtheit entnommen wurden

3.3.9

statistische systematische Abweichung

Art einer gleichbleibenden numerischen Abweichung eines Schätzwertes in Bezug auf den wahren zugrunde gelegten Wert, die den meisten Schätzwerten anhaftet

3.3.10

erwartungstreue Schätzfunktion

Schätzfunktion, die hinsichtlich der statistischen systematischen Abweichung berichtigt wurde

3.4 Weibull-Verteilungen

3.4.1

Weibull-Verteilung

stetige Verteilungsfunktion, die zur Beschreibung empirischer Daten aus Messungen genutzt werden kann, bei denen die stetige Zufallsgröße x eine zweiparametrische Weibull-Verteilung aufweist, wenn die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion gegeben ist durch

$$f(x) = \left(\frac{m}{\beta}\right) \left(\frac{x}{\beta}\right)^{m-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^m\right] \text{ wenn } x \geq 0 \quad (6)$$

oder

$$f(x) = 0 \text{ wenn } x < 0 \quad (7)$$

und die kumulative Verteilungsfunktion gegeben ist durch

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^m\right] \text{ wenn } x \geq 0 \quad (8)$$

oder

$$F(x) = 0 \text{ wenn } x < 0 \quad (9)$$

Dabei ist

m der Weibull-Modul (oder der Formparameter) (> 0);

β der Weibull-Skalenparameter (> 0).

Anmerkung 1 zum Begriff: Die Zufallsgröße, welche die uniaxiale Zugfestigkeit von Hochleistungskeramik repräsentiert, nimmt ausschließlich positive Werte an. Falls die Zufallsgröße, welche die uniaxiale Zugfestigkeit einer Hochleistungskeramik repräsentiert, durch Gleichung (6) bis Gleichung (9) charakterisiert wird, dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass diese Hochleistungskeramik unter einer aufgetragenen uniaxialen Zugspannung σ versagen wird, durch die kumulative Verteilungsfunktion gegeben.

$$P_f = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right] \text{ wenn } \sigma \geq 0 \quad (10)$$

$$P_f = 0 \text{ wenn } \sigma < 0 \quad (11)$$

Dabei ist

P_f die Versagenswahrscheinlichkeit;

σ_0 die charakteristische Weibull-Festigkeit.

Anmerkung 2 zum Begriff: Die charakteristische Weibull-Festigkeit hängt vom uniaxialen Probekörper (Zug-, Biegeprobekörper oder auf Druck beanspruchter Ring) ab und ändert sich mit der Geometrie des Probekörpers. Darüber hinaus hat die charakteristische Weibull-Festigkeit Einheiten der Spannung, und ist im Bericht mittels der SI-Einheiten Pa oder wie jeweils angemessen mittels MPa oder GPa anzugeben.

Anmerkung 3 zum Begriff: Ein alternativer Ausdruck für die Versagenswahrscheinlichkeit ist gegeben durch

$$P_f = 1 - \exp\left[-\frac{1}{V_0} \int_V \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m dV\right] \text{ wenn } \sigma > 0 \quad (12)$$

$$P_f = 0 \text{ wenn } \sigma \leq 0 \quad (13)$$

Die Integration in der Exponentialfunktion wird über alle zugbeanspruchten Bereiche des Probekörpervolumens (V) durchgeführt, sofern die Fehler, die die Festigkeit beeinflussen, zufällig über das Volumen des Werkstoffs verteilt sind, oder über alle zugbeanspruchten Bereiche der Fläche des Probekörpers, sofern die Fehler auf die Probekörper-Oberfläche beschränkt sind. Mitunter erfolgt die Integration über einen wirksamen Messabschnitt statt über das Gesamtvolumen oder die Gesamtfläche. In Gleichung (12) ist σ_0 der Weibull-Werkstoff-Skalenparameter und kann als charakteristische Weibull-Festigkeit eines Probekörpers mit Einheitsvolumen oder -fläche beschrieben werden, der einer gleichmäßigen uniaxialen Zugbelastung unterzogen wird. Bei einer gegebenen Probekörpergeometrie können Gleichung (10) und

Gleichung (12) kombiniert werden, so dass sich ein Ausdruck ergibt, der σ_0 zu σ_0 in Bezug setzt (dies bedeutet: $\sigma_0 V_0^{\frac{1}{m}} = \sigma_0$). Weitere Ausführungen diesbezüglich können Anhang A entnommen werden.

4 Symbole

A	Fläche des Probekörpers
b	Messabschnittsmaß, Grundfläche einer Biegeprobe
d	Messabschnittsmaß, Tiefe einer Biegeprobe
$f(x)$	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
$F(x)$	kumulative Verteilungsfunktion
L	Likelihood-Funktion
L_i	Länge der inneren Auflagerabstände bei einer Biegeprobe
L_o	Länge der äußeren Auflagerabstände bei einer Biegeprobe
m	Weibull-Modul
$\hat{m}$	Schätzwert des Weibull-Moduls
$\hat{m}_U$	erwartungstreuer Schätzwert des Weibull-Moduls
N	Anzahl der Probekörper in einer Stichprobe
P_f	Versagenswahrscheinlichkeit
q	in 6.5.1 festgelegte Zwischengröße, die zur Berechnung der Vertrauensgrenzen genutzt wird
r	Anzahl der Probekörper der Fehler-Grundgesamtheit, die versagt haben, für die die Weibull-Schätzfunktionen berechnet werden
t	in Gleichung (22) festgelegte Zwischengröße, die zur Berechnung der Vertrauensgrenzen genutzt wird
UF	Erwartungswert-Berichtigungsfaktor
V	zugbeanspruchter Bereich des Probekörpervolumens
V_0	Einheitsvolumen
V_{eff}	effektives Volumen
x	Realisierung einer Zufallsgröße X
X	Zufallsgröße
β	Weibull-Skalenparameter

σ	uniaxiale Zugspannung
$\hat{\sigma}$	Schätzwert der mittleren Festigkeit
σ_j	Höchstspannung im j -ten Probekörper beim Versagen
σ_0	Weibull-Werkstoff-Skalenparameter (Festigkeit in Bezug zur Einheitsgröße), festgelegt in Gleichung (12)
$\hat{\sigma}_0$	Schätzwert des Weibull-Werkstoff-Skalenparameters
σ_θ	charakteristische Weibull-Festigkeit (die mit einem Probekörper verbunden ist), festgelegt in Gleichung (10)
$\hat{\sigma}_\theta$	Schätzwert der charakteristischen Weibull-Festigkeit

5 Bedeutung und Anwendung

5.1 Dieses Dokument ermöglicht es dem Experimentator, Weibull-Verteilungsparameter anhand von Versagensdaten abzuschätzen. Diese Parameter erlauben eine Beschreibung der statistischen Beschaffenheit eines Bruchs von Hochleistungskeramik-Werkstoffen für eine Vielzahl von Zwecken, insbesondere als Maß für die Zuverlässigkeit, da sich diese auf Festigkeitsdaten bezieht, die für mechanische Auslegungszwecke genutzt werden. Die beobachteten Festigkeitswerte hängen von der Größe und Geometrie des Probekörpers ab. Parameter-Schätzwerte können für eine bestimmte Probekörper-Geometrie berechnet werden ($\hat{m}$, $\hat{\sigma}_\theta$), es wird jedoch empfohlen, die Parameter-Schätzwerte umzurechnen und als werkstoffspezifische Parameter ($\hat{m}$, $\hat{\sigma}_0$) anzugeben. Darüber hinaus können unterschiedliche Fehlerverteilungen (z. B. Versagen aufgrund von Einschlüssen oder Beschädigung durch maschinelle Bearbeitung) beobachtet werden, von denen jede ihre eigenen Festigkeitsverteilungsparameter aufweist. Das Verfahren zur Umrechnung von Parameter-Schätzwerten für typische Probekörper-Geometrien und Fehlerverteilungen ist in Anhang A dargestellt.

5.2 Dieses Dokument stellt zwei Ansätze bereit, Verfahren A und Verfahren B, die jeweils für unterschiedliche Zwecke geeignet sind.

Verfahren A liefert eine einfache Analyse der Umstände, unter denen die Art der die Festigkeit bestimmenden Fehler entweder bekannt ist oder unter denen angenommen wird, dass diese von einer einzigen Grundgesamtheit stammen. Fraktographie zur Feststellung und Einteilung von Prüfobjekten mit bestimmten Fehlerarten ist somit nicht erforderlich. Dieses Verfahren ist für die Anwendung zum einfachen Werkstoff-Screening geeignet.

Verfahren B liefert eine Analyse für den allgemeinen Fall, bei dem konkurrierende Fehler-Grundgesamtheiten vorhanden sind. Dieses Verfahren ist für die abschließende Auslegung und Analyse von Bauteilen geeignet. Bei dem Verfahren ist die Durchführung von Fraktographie erforderlich, um die Art von festigkeitsbeschränkenden Fehlern festzustellen und bestimmten Arten von Fehler-Grundgesamtheiten Versagensdaten zuzuordnen.

5.3 Mit Verfahren A können Festigkeitsdaten analysiert werden, und es werden Werte des Weibull-Moduls und der charakteristischen Festigkeit ($\hat{m}$, $\hat{\sigma}_0$) erzeugt, zusammen mit Vertrauensgrenzen bezüglich dieser Parameter. Sofern erforderlich kann der Schätzwert der mittleren Festigkeit berechnet werden. Schließlich kann eine graphische Darstellung der Versagensdaten zusammen mit einem Prüfbericht erstellt werden. Es sollte beachtet werden, dass die Vertrauensgrenzen häufig weit auseinander liegen, was darauf hindeutet, dass die Ergebnisse der Analyse nicht für eine Extrapolation weit über die vorhandenen Grenzen der Versagenswahrscheinlichkeit hinaus verwendet werden sollten. Eine notwendige Voraussetzung für eine gültige Extrapolation (hinsichtlich des geprüften effektiven Volumens V_{eff} und/oder geringer Versagenswahrscheinlichkeiten) besteht darin, dass die Fehler-Grundgesamtheiten bei allen betrachteten Festigkeitsprobekörpern der gleichen Art sind.

5.4 Verfahren B beginnt mit der Durchführung einer fraktographischen Untersuchung jedes Probekörpers, der versagt hat, um die Bruchursprünge zu charakterisieren. Die mit jeder Fehlerverteilung verbundenen Daten werden auf Ausreißer durchsucht. Falls alle Fehler von einer einzigen Fehlerverteilung stammen, wird ein erwartungstreuer Schätzwert des Weibull-Moduls berechnet, und es werden Vertrauensgrenzen sowohl für den abgeschätzten Weibull-Modul als auch die abgeschätzte charakteristische Weibull-Festigkeit berechnet. Falls die Brüche von mehr als einer Fehlerart stammen, werden die mit jeder Fehlerart verbundenen Datensätze getrennt und jeweils einzeln der zensierten Analyse unterzogen. Schließlich wird eine graphische Darstellung der Versagensdaten zusammen mit einem Prüfbericht erstellt. Wenn die Ergebnisse der Analyse für Auslegungszwecke genutzt werden, sollte beachtet werden, dass implizit davon ausgegangen wird, dass die Fehler-Grundgesamtheiten in den Festigkeitsprobekörpern und den Bauteilen jeweils gleicher Art sind.

6 Verfahren A: Maximum-Likelihood-Parameter-Schätzfunktionen für aus einer einzigen Grundgesamtheit stammende Fehler

6.1 Allgemeines

Dieses Dokument behandelt die Anwendung von Parameter-Schätzverfahren auf der Grundlage der Maximum-Likelihood-Methode (siehe auch Literaturhinweise [13], [14], [20] und [21]). Diese Methode hat bestimmte Vorteile. Die mit der Maximum-Likelihood-Methode erhaltenen Parameter-Schätzwerte sind (für eine zweiparametrische Weibull-Verteilung) eindeutig, und mit steigender Größe der Stichprobe nähern sich die Schätzwerte statistisch den wahren Werten der Grundgesamtheit effizienter an als bei anderen Parameter-Schätzverfahren.

6.2 Zensierte Daten

Die Anwendung der in diesem Dokument vorgestellten Verfahren kann dadurch erschwert werden, dass Probekörper vorhanden sind, die aufgrund von untypischen Fehlern, Brüchen, deren Ursprung außerhalb des wirksamen Messabschnitts liegt, und nicht identifizierten Bruchursprüngen versagen. Falls diese Komplikationen auftreten, sollten die Festigkeitsdaten dieser Probekörper grundsätzlich nicht verworfen werden. Festigkeitsdaten von Probekörpern mit Bruchursprüngen außerhalb des wirksamen Messabschnitts [3] und von Probekörpern mit Brüchen, die durch untypische Fehler initiiert werden, sollten zensiert werden, und die in Verfahren B (Abschnitt 7) vorgestellten Maximum-Likelihood-Methoden sind anwendbar. Es ist zwingend erforderlich, die Anzahl nicht identifizierter Bruchursprünge, und wie diese eingestuft wurden, im Prüfbericht anzugeben. Eine Diskussion hinsichtlich der Eignung jeder Option kann 7.2.2 entnommen werden.

Die Anwendung der zensierten Analyse setzt voraus, dass von zusammenwirkenden Fehler-Grundgesamtheiten ausgegangen wird. Diese Entscheidung sollte im Prüfbericht angegeben werden.

6.3 Likelihood-Funktion

Die Likelihood-Funktion für die zweiparametrische Weibull-Verteilung einer Stichprobe mit einer einzigen Fehler-Grundgesamtheit [4] ist durch Gleichung (14) festgelegt: