

	DIN ISO 11929-4 (VDE 0493-9294)	DIN
	Diese Norm ist zugleich eine VDE-Bestimmung im Sinne von VDE 0022. Sie ist nach Durchführung des vom VDE-Präsidium beschlossenen Genehmigungsverfahrens unter der oben angeführten Nummer in das VDE-Vorschriftenwerk aufgenommen und in der „etz Elektrotechnik + Automation“ bekannt gegeben worden.	VDE
ICS 17.240 Bestimmung der charakteristischen Grenzen (Erkennungsgrenze, Nachweisgrenze und Grenzen des Überdeckungsintervalls) bei Messungen ionisierender Strahlung – Grundlagen und Anwendungen – Teil 4: Anwendungsleitfaden (ISO 11929-4:2020) Determination of the characteristic limits (decision threshold, detection limit and limits of the coverage interval) for measurements of ionizing radiation – Fundamentals and application – Part 4: Guideline to applications (ISO 11929-4:2020) Détermination des limites caractéristiques (seuil de décision, limite de détection et limites de l'intervalle élargi) pour le mesurage des rayonnements ionisants – Principes fondamentaux et applications – Partie 4: Lignes directrices relatives aux applications (ISO 11929-4:2020) Gesamtumfang 119 Seiten DKE Deutsche Kommission Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik in DIN und VDE DIN-Normenausschuss Radiologie (NAR) DIN-Normenausschuss Materialprüfung (NMP)		

Anwendungsbeginn

Anwendungsbeginn dieser Norm ist 2021-06-01.

Inhalt	Seite
Nationales Vorwort.....	5
Nationaler Anhang NA (informativ) Zusammenhang mit europäischen und internationalen Dokumenten	6
Nationaler Anhang NB (informativ) Literaturhinweise.....	8
Vorwort.....	10
Einleitung	11
1 Anwendungsbereich	13
2 Normative Verweisungen	14
3 Begriffe	14
4 Größen und Symbole	15
5 Zusammenfassung dieses Dokuments	17
5.1 Verfahren nach ISO 11929 (alle Teile).....	17
5.2 Überblick über die Beispiele	17
5.3 Allgemeine Festlegungen	20
6 Zählende Messungen mit geringen oder moderaten Unsicherheiten	21
6.1 Aufgabenstellung und allgemeine Aspekte	21
6.2 Modell der Auswertung und Standardunsicherheit	21
6.3 Verfügbare Information, Eingangsdaten und Spezifikationen	21
6.4 Auswertung der Messung und charakteristische Grenzen nach ISO 11929-1	22
6.5 Dokumentation der Ergebnisse nach ISO 11929-1 und ISO 11929-2	24
6.6 Bewertung und Erläuterungen.....	26
7 Zählende Messungen mit wenigen Zählereignissen	27
7.1 Aufgabenstellung und allgemeine Aspekte	27
7.2 Modell der Auswertung und Standardunsicherheit	27
7.3 Verfügbare Information, Eingangsdaten und Spezifikationen	27
7.4 Auswertung der Messung und charakteristische Grenzen nach ISO 11929-1	28
7.5 Dokumentation der Ergebnisse nach ISO 11929-1 und ISO 11929-2	30
7.6 Bewertung und Erläuterungen.....	32
7.7 Alternatives Beispiel einer Messung mit wenigen Zählereignissen	33
7.8 Dokumentation der Ergebnisse nach ISO 11929-1 und ISO 11929-2	36
7.9 Bewertung des alternativen Beispiels und Erläuterungen.....	37
8 Zählende Messungen mit großen Unsicherheiten im Zähler des Kalibrierfaktors	38
8.1 Aufgabenstellung und allgemeine Aspekte	38
8.2 Modell der Auswertung und Standardunsicherheit	38
8.3 Verfügbare Information, Eingangsdaten und Spezifikationen	39
8.4 Auswertung der Messung und charakteristische Grenzen nach ISO 11929-1	39

8.5	Dokumentation der Ergebnisse nach ISO 11929-1 und ISO 11929-2.....	42
8.6	Bewertung und Erläuterungen	43
9	Zählende Messungen mit großen Unsicherheiten im Nenner des Kalibrierfaktors	44
9.1	Aufgabenstellung und allgemeine Aspekte.....	44
9.2	Modell der Auswertung und Standardunsicherheit.....	44
9.3	Verfügbare Information, Eingangsdaten und Spezifikationen.....	45
9.4	Auswertung der Messung und charakteristische Grenzen nach ISO 11929-1	46
9.5	Dokumentation der Ergebnisse nach ISO 11929-1 und ISO 11929-2.....	48
9.6	Bewertung und Erläuterungen	49
10	Zählende Messungen mit Abschirmung des Untergrunds.....	50
10.1	Aufgabenstellung und allgemeine Aspekte.....	50
10.2	Modell der Auswertung und Standardunsicherheit.....	50
10.3	Verfügbare Information, Eingangsdaten und Spezifikationen.....	50
10.4	Auswertung der Messung und charakteristische Grenzen nach ISO 11929-1	51
10.5	Dokumentation der Ergebnisse nach ISO 11929-1 und ISO 11929-2.....	53
10.6	Bewertung und Erläuterungen	54
11	Zählende Freigabemessung	55
11.1	Aufgabenstellung und allgemeine Aspekte.....	55
11.2	Modell der Auswertung und Standardunsicherheit.....	56
11.3	Verfügbare Information, Eingangsdaten und Spezifikationen.....	56
11.4	Auswertung der Messung und charakteristische Grenzen nach ISO 11929-1	57
11.5	Dokumentation der Ergebnisse nach ISO 11929-1 und ISO 11929-2.....	59
11.6	Bewertung und Erläuterungen	61
12	Gammaspektrometrie von Uran-235 mit Interferenz durch Radium-226.....	61
12.1	Aufgabenstellung und allgemeine Aspekte.....	61
12.2	Modell der Auswertung und Standardunsicherheit.....	62
12.3	Verfügbare Information, Eingangsdaten und Spezifikationen.....	64
12.4	Auswertung der Messung und charakteristische Grenzen nach ISO 11929-1	65
12.5	Dokumentation der Ergebnisse nach ISO 11929-1 und ISO 11929-2.....	68
12.6	Bewertung und Erläuterungen	69
13	Black-Box-Messungen	70
13.1	Aufgabenstellung und allgemeine Aspekte.....	70
13.2	Modell der Auswertung und Standardunsicherheit.....	70
13.3	Verfügbare Information, Eingangsdaten und Spezifikationen.....	71
13.4	Auswertung der Messung und charakteristische Grenzen nach ISO 11929-1	71
13.5	Dokumentation der Ergebnisse nach ISO 11929-1 und ISO 11929-2.....	74
13.6	Bewertung und Erläuterungen	75
14	Zählende Messungen mit unbekanntem Einfluss des Probenbehandlungsverfahrens.....	76
14.1	Aufgabenstellung und allgemeine Aspekte.....	76

	Seite
14.2 Modell der Auswertung und Standardunsicherheit	76
14.3 Verfügbare Information, Eingangsdaten und Spezifikationen	77
14.4 Auswertung der Messung und charakteristische Grenzen nach ISO 11929-1	78
14.5 Dokumentation der Ergebnisse nach ISO 11929-1 und ISO 11929-2	80
14.6 Bewertung und Erläuterungen.....	82
15 Zählende Messungen mit bekanntem Einfluss des Probenbehandlungsverfahrens	83
15.1 Aufgabenstellung und allgemeine Aspekte	83
15.2 Modell der Auswertung und Standardunsicherheit	84
15.3 Verfügbare Information, Eingangsdaten und Spezifikationen	84
15.4 Auswertung der Messung und charakteristische Grenzen nach ISO 11929-1	85
15.5 Dokumentation der Ergebnisse nach ISO 11929-1 und ISO 11929-2	88
15.6 Bewertung und Erläuterungen.....	89
16 Messung der Dosis mit einem aktiven Personendosimeter	90
16.1 Aufgabenstellung und generelle Aspekte.....	90
16.2 Modell der Auswertung und Standardunsicherheit	90
16.3 Verfügbare Information, Eingangsdaten und Spezifikationen	91
16.4 Auswertung der Messung und charakteristischen Grenzen nach ISO 11929-1	92
16.5 Dokumentation der Ergebnisse nach ISO 11929-1 und ISO 11929-2	94
16.6 Bewertung und Erläuterungen.....	96
17 Messung der Dosisleistung mit einem Neutronen-Ortsdosimeter.....	96
17.1 Aufgabenstellung und generelle Aspekte.....	96
17.2 Modell der Auswertung und Standardunsicherheit	98
17.3 Verfügbare Information, Eingangsdaten und Spezifikationen	99
17.4 Auswertung der Messung und charakteristischen Grenzen nach ISO 11929-1	101
17.5 Dokumentation der Ergebnisse nach ISO 11929-1 und ISO 11929-2	104
17.6 Bewertung und Erläuterungen.....	105
Anhang A (informativ) Bestimmung eines Kalibrierfaktors	107
A.1 Allgemeines	107
A.2 Messung eines Kalibrierfaktors	107
A.3 Auswertung des Kalibrierfaktors nach ISO 11929-2:2019	109
A.3.1 Allgemeines	109
A.3.2 Inverse Wahrscheinlichkeitsdichte	109
A.3.3 Normalverteilungen versus inverse Normalverteilungen.....	109
A.3.4 Rechteckverteilungen versus inverse Rechteckverteilungen.....	110
A.3.5 Beta-Verteilung für die Wahrscheinlichkeitsdichte des Ansprechvermögens	111
A.3.6 Empirische Wahrscheinlichkeitsdichten	112
Anhang B (informativ) Berechnungen nach ISO 11929-2	113
Literaturhinweise.....	117

Nationales Vorwort

Vorausgegangener Norm-Entwurf: E DIN ISO 11929-4 (VDE 0493-9294):2019-01.

Für dieses Dokument ist das nationale Arbeitsgremium DKE/GK 851 „Aktivitätsmessgeräte für den Strahlenschutz“ der DKE Deutsche Kommission Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik in DIN und VDE (www.dke.de), Gemeinschaftsgremium mit dem DIN-Normenausschuss Radiologie (NAR), zuständig.

Inhaltlich erstellt wurde diese Norm durch den Arbeitskreis DKE/GAK 851.0.1 „Nachweis- und Erkennungsgrenzen bei Kernstrahlungsmessungen“ der DKE Deutsche Kommission Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik in DIN und VDE (www.dke.de).

Aktuelle Informationen zu diesem Dokument können über die Internetseiten von DKE (www.dke.de) und DIN (www.din.de) durch eine Suche nach der Dokumentennummer aufgerufen werden.

Die enthaltene ISO-Publikation wurde vom SC 2 „Radiological protection“ des ISO/TC 85 „Nuclear energy, nuclear technologies and radiological protection“ der Internationalen Organisation für Normung (ISO) erarbeitet und den nationalen Komitees zur Stellungnahme vorgelegt.

Das internationale Dokument ISO 11929-4:2020, *Determination of the characteristic limits (decision threshold, detection limit and limits of the coverage interval) for measurements of ionizing radiation – Fundamentals and application – Part 4: Guidelines to applications*, ist unverändert in diese Norm übernommen worden.

Das Original-Dokument enthält Bilder in Farbe, die in der Papierversion in einer Graustufen-Darstellung wiedergegeben werden. Elektronische Versionen dieses Dokuments enthalten die Bilder in der originalen Farbdarstellung.

Die Normenreihe DIN ISO 11929 (VDE 0493-929) besteht aus folgenden Teilen:

Teil 1: Elementare Anwendungen

Teil 2: Fortgeschrittene Anwendungen

Teil 3: Anwendung von Entfaltungstechniken

Teil 4: Anwendungsleitfaden

Nationaler Anhang NA (informativ)

Zusammenhang mit europäischen und internationalen Dokumenten

Für den Fall einer undatierten Verweisung im normativen Text (Verweisung auf ein Dokument ohne Angabe des Ausgabedatums und ohne Hinweis auf eine Abschnittsnummer, eine Tabelle, ein Bild usw.) bezieht sich die Verweisung auf die jeweils aktuellste Ausgabe des in Bezug genommenen Dokuments.

Für den Fall einer datierten Verweisung im normativen Text bezieht sich die Verweisung immer auf die in Bezug genommene Ausgabe des Dokuments.

Eine Information über den Zusammenhang der zitierten Dokumente mit den entsprechenden deutschen Dokumenten ist nachstehend wiedergegeben.

Tabelle NA.1

Europäisches Dokument	Internationales Dokument	Deutsches Dokument	Klassifikation im VDE-Vorschriftenwerk
CLC IEC/TR 62461:2019	IEC/TR 62461:2015	DIN IEC/TR 62461 (VDE 0493-1000):2015-07	VDE 0493-1000
–	ISO 3534-1	DIN ISO 3534-1	–
–	ISO 7503 (alle Teile)	DIN ISO 7503 (VDE 0493-2-503x) (alle Teile)	VDE 0493-2-503x
EN ISO 9696	ISO 9696	DIN EN ISO 9696	–
EN ISO 9697	ISO 9697	DIN EN ISO 9697	–
EN ISO 9698	ISO 9698	DIN EN ISO 9698	–
EN ISO 10703	ISO 10703	DIN EN ISO 10703	–
EN ISO 10704	ISO 10704	DIN EN ISO 10704	–
–	ISO 11483	–	–
EN ISO 11665 (alle Teile)	ISO 11665 (alle Teile)	DIN EN ISO 11665 (VDE 0493-1-665x) (alle Teile)	VDE 0493-1-665x
–	ISO 11929 (alle Teile)	DIN ISO 11929 (VDE 0493-929x) (alle Teile)	VDE 0493-929x
EN ISO 11929-1:2021	ISO 11929:2010 <i>Ersetzt durch:</i> ISO 11929-1:2019	DIN ISO 11929:2011-02 <i>Ersetzt durch:</i> DIN ISO 11929-1^a (VDE 0493-9291):2020-03	– VDE 0493-9291
EN ISO 11929-2:2021	ISO 11929-2:2019	DIN ISO 11929-2^a (VDE 0493-9292):2020-03	VDE 0493-9292
EN ISO 11929-3:2021	ISO 11929-3:2019	DIN ISO 11929-3^a (VDE 0493-9293):2020-03	VDE 0493-9293
–	–	DIN ISO 11929 Bbl 1:2014-09	–
EN ISO 13160	ISO 13160	DIN EN ISO 13160	–
EN ISO 13161	ISO 13161	DIN EN ISO 13161	–
EN ISO 13162	ISO 13162	DIN EN ISO 13162	–

Europäisches Dokument	Internationales Dokument	Deutsches Dokument	Klassifikation im VDE-Vorschriftenwerk
EN ISO 13163	ISO 13163	DIN EN ISO 13163	–
EN ISO 13164-1	ISO 13164-1	DIN EN ISO 13164-1	–
EN ISO 13165-1	ISO 13165-1	DIN EN ISO 13165-1	–
–	ISO 13166	–	–
–	ISO 13167	–	–
–	ISO 13168	–	–
EN ISO 18589 (alle Teile)	ISO 18589 (alle Teile)	DIN EN ISO 18589 (VDE 0493-4-589x) (alle Teile)	VDE 0493-4-589x
–	ISO 21847 (alle Teile)	–	–
–	ISO 28218	–	–
EN ISO 80000-1	ISO 80000-1	DIN EN ISO 80000-1	–
EN ISO 80000-10	ISO 80000-10	DIN EN ISO 80000-10	–
–	ISO/IEC Guide 98-3	–	–
–	ISO/IEC Guide 98-3: 2008/Supplement 1	–	–
–	ISO/IEC Guide 98-3: 2008/Supplement 2	–	–
–	ISO/IEC Guide 99: 2007	–	–
^a Veröffentlichung als DIN EN ISO 11929-x (VDE 0493-929x) in Vorbereitung.			

Nationaler Anhang NB (informativ)

Literaturhinweise

DIN EN ISO 9696, *Wasserbeschaffenheit – Gesamt-Alpha-Aktivität – Dickschichtverfahren*

DIN EN ISO 9697, *Wasserbeschaffenheit – Gesamt-Beta-Aktivität – Dickschichtverfahren*

DIN EN ISO 9698, *Wasserbeschaffenheit – Bestimmung der Aktivitätskonzentration von Tritium – Verfahren mit dem Flüssigszintillationszähler*

DIN EN ISO 10703, *Wasserbeschaffenheit – Bestimmung der Aktivitätskonzentration von Radionukliden – Verfahren mittels hochauflösender Gammaspektrometrie*

DIN EN ISO 10704, *Wasserbeschaffenheit – Gesamt-Alpha- und Gesamt-Beta-Aktivität – Dünnschichtverfahren*

DIN EN ISO 11665 (VDE 0493-1-665x) (alle Teile), *Ermittlung der Radioaktivität in der Umwelt – Luft: Radon-222*

DIN EN ISO 13160, *Wasserbeschaffenheit – Strontium 90 und Strontium 89 – Verfahren mittels Flüssigszintillationszählung oder Proportionalzählung*

DIN EN ISO 13161, *Wasserbeschaffenheit – Bestimmung der Aktivitätskonzentration von Polonium-210 in Wasser mittels Alphaspektrometrie*

DIN EN ISO 13162, *Wasserbeschaffenheit – Bestimmung der Aktivität von Kohlenstoff-14 – Verfahren mit dem Flüssigszintillationszähler*

DIN EN ISO 13163, *Wasserbeschaffenheit – Blei-210 – Verfahren mit dem Flüssigszintillationszähler*

DIN EN ISO 13164-1, *Wasserbeschaffenheit – Radon-222 – Teil 1: Grundlagen*

DIN EN ISO 13165-1, *Wasserbeschaffenheit – Radium-226 – Teil 1: Verfahren mit dem Flüssigszintillationszähler*

DIN EN ISO 18589 (VDE 0493-4-589x) (alle Teile), *Ermittlung der Radioaktivität in der Umwelt – Erdboden – Teil 2: Leitlinie für die Auswahl der Probenahme-strategie, Probenahme und Vorbehandlung der Proben*

DIN EN ISO 80000-1, *Größen und Einheiten – Teil 1: Allgemeines*

DIN EN ISO 80000-10, *Größen und Einheiten – Teil 10: Atom- und Kernphysik*

DIN IEC/TR 62461 (VDE 0493-1000):2015-07, *Strahlenschutz-Messgeräte – Bestimmung der Unsicherheit beim Messen (IEC/TR 62461:2015)*

DIN ISO 3534-1, *Statistik – Begriffe und Formelzeichen – Teil 1: Wahrscheinlichkeit und allgemeine statistische Begriffe*

DIN ISO 7503 (VDE 0493-2-503) (alle Teile), *Bestimmung der Radioaktivität – Messung und Bewertung der Oberflächenkontamination*

DIN ISO 11929 Beiblatt 1:2014-09, *Bestimmung der charakteristischen Grenzen (Erkennungsgrenze, Nachweisgrenze und Grenzen des Vertrauensbereichs) bei Messungen ionisierender Strahlung – Grundlagen und Anwendungen; Beiblatt 1: Beispiele*

DIN ISO 11929-1 (VDE 0493-9291):2020-03, *Bestimmung der charakteristischen Grenzen (Erkennungsgrenze, Nachweisgrenze und Grenzen des Überdeckungsintervalls) bei Messungen ionisierender Strahlung – Grundlagen und Anwendungen – Teil 1:Elementare Anwendungen (ISO 11929-1:2019)*

DIN ISO 11929-2 (VDE 0493-9292):2020-03, *Bestimmung der charakteristischen Grenzen (Erkennungsgrenze, Nachweisgrenze und Grenzen des Überdeckungsintervalls) bei Messungen ionisierender Strahlung – Grundlagen und Anwendungen – Teil 2: Fortgeschrittene Anwendungen (ISO 11929-2:2019)*

DIN ISO 11929-3 (VDE 0493-9293):2020-03, *Bestimmung der charakteristischen Grenzen (Erkennungsgrenze, Nachweisgrenze und Grenzen des Überdeckungsintervalls) bei Messungen ionisierender Strahlung – Grundlagen und Anwendungen – Teil 3: Anwendung von Entfaltungstechniken (ISO 11929-3:2019)*

Vorwort

ISO (die Internationale Organisation für Normung) ist eine weltweite Vereinigung nationaler Normungsorganisationen (ISO Mitgliedsorganisationen). Die Erstellung von internationalen Normen wird üblicherweise von Technischen Komitees von ISO durchgeführt. Jede Mitgliedsorganisation, die Interesse an einem Thema hat, für welches ein Technisches Komitee gegründet wurde, hat das Recht, in diesem Komitee vertreten zu sein. Internationale staatliche und nichtstaatliche Organisationen, die in engem Kontakt mit ISO stehen, nehmen ebenfalls an der Arbeit teil. ISO arbeitet bei allen elektrotechnischen Themen eng mit der Internationalen Elektrotechnischen Kommission (IEC) zusammen.

Die Verfahren, die bei der Entwicklung dieses Dokuments angewendet wurden und die für die weitere Pflege vorgesehen sind, werden in den ISO/IEC-Direktiven, Teil 1 beschrieben. Es sollten insbesondere die unterschiedlichen Annahmekriterien für die verschiedenen ISO Dokumentenarten beachtet werden. Dieses Dokument wurde in Übereinstimmung mit den Gestaltungsregeln der ISO/IEC-Direktiven, Teil 2 erarbeitet (siehe www.iso.org/directives).

Es wird auf die Möglichkeit hingewiesen, dass einige Elemente dieses Dokuments Patentrechte berühren können. ISO ist nicht dafür verantwortlich, einige oder alle diesbezüglichen Patentrechte zu identifizieren. Details zu allen während der Entwicklung des Dokuments identifizierten Patentrechten finden sich in der Einleitung und/oder in der ISO-Liste der empfangenen Patenterklärungen (siehe www.iso.org/patents).

Jeder in diesem Dokument verwendete Handelsname dient nur zur Unterrichtung der Anwender und bedeutet keine Anerkennung.

Eine Erläuterung zum freiwilligen Charakter von Normen, der Bedeutung ISO-spezifischer Begriffe und Ausdrücke in Bezug auf Konformitätsbewertungen, sowie Informationen darüber, wie ISO die Grundsätze der Welthandelsorganisation (WTO) hinsichtlich technischer Handelshemmnisse (TBT) berücksichtigt, enthält der folgende Link www.iso.org/iso/foreword.html.

Dieses Dokument wurde vom Technischen Komitee ISO/TC 85, *Nuclear energy, nuclear technologies, and radiological protection*, Unterkomitee SC 2, *Radiological protection*, erarbeitet.

Diese zweite Ausgabe der ISO 11929-4 ersetzt, zusammen mit **ISO 11929-1:2019**, **ISO 11929-2:2019** und **ISO 11929-3:2019**^{N1}, ISO 11929:2010, welche technisch überarbeitet wurde, insbesondere in Bezug auf die Art der statistischen Behandlung der Daten und erweitert entsprechend der Änderungen der Methode zur Unsicherheitsermittlung von ISO/IEC Guide 98-3 nach ISO/IEC Guide 98-3:2008/Supplement 1.

Eine Auflistung aller Teile der Normenreihe ISO 11929 ist auf der ISO-Internetseite abrufbar.

Rückmeldungen oder Fragen zu diesem Dokument sollten an das jeweilige nationale Normungsinstitut des Anwenders gerichtet werden. Eine vollständige Auflistung dieser Institute ist unter www.iso.org/members.html zu finden.

^{N1} Nationale Fußnote: Tatsächlich wurde ISO 11929:2010 durch **ISO 11929-1:2019** ersetzt; **ISO 11929-2:2019** und **ISO 11929-3:2019** erweiterten die Thematik um weitere Anwendungen (siehe Nationales Vorwort).

Einleitung

Messunsicherheiten und charakteristische Werte, d. h. charakteristische Grenzen wie die Erkennungsgrenze, die Nachweisgrenze und die Grenzen des Überdeckungsintervalls, sowie der beste Schätzwert und die ihm zugeordnete Standardunsicherheit, sind in der Metrologie allgemein und im Strahlenschutz von besonderer Bedeutung. Die Quantifizierung der Unsicherheit, die einem Messergebnis zuzuordnen ist, stellt eine Grundlage dar für das Vertrauen, das ein Individuum in das Messergebnis setzen kann.

ANMERKUNG 1 Konformität mit gesetzlichen Grenzwerten oder Referenzwerten kann nur unter Berücksichtigung aller Quellen der Unsicherheit gezeigt werden. Charakteristische Grenzen sind schlussendlich die Grundlage für Entscheidungen über die Annahme von Ergebnissen unter Unsicherheit.

Die Reihe ISO 11929 (alle Teile) behandelt charakteristische Grenzen für eine nicht-negative Messgröße bei der Messung ionisierender Strahlung. Sie ist jedoch für einen weiten Bereich von Messverfahren anwendbar, der weit über die Messung ionisierender Strahlung hinausgeht.

Die nach ISO 11929 (alle Teile) vorgegebenen Wahrscheinlichkeiten für falsche Entscheidungen gestatten es, Nachweismöglichkeiten für eine Messgröße und den durch diese Messgröße quantifizierten physikalischen Effekt wie folgt zu beurteilen:

- die „Erkennungsgrenze“ erlaubt eine Entscheidung darüber, ob der durch die Messgröße quantifizierte physikalische Effekt vorliegt oder nicht;
- die „Nachweisgrenze“ gibt an, welcher kleinste wahre Wert der Messgröße mit einem anzuwendenden Messverfahren noch nachgewiesen werden kann. Sie erlaubt damit eine Entscheidung darüber, ob das Messverfahren gestellten Anforderungen genügt und damit für den vorgesehenen Messzweck geeignet ist;
- die „Grenzen des Überdeckungsintervalls“ schließen im Fall, dass das Vorliegen des physikalischen Effekts erkannt wird, ein Überdeckungsintervall ein, das mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit den wahren Wert der Messgröße enthält.

Die genannten Grenzen werden im Folgenden zusammenfassend „charakteristische Grenzen“ genannt.

ANMERKUNG 2 Nach ISO/IEC Guide 99:2007, aktualisiert durch JCGM 200:2012, wird der Begriff „Überdeckungsintervall“ (en: coverage interval) anstatt „Konfidenzintervall“ (en: confidence interval) benutzt, um die Wortwahl der Bayes'schen Terminologie von der der konventionellen Statistik zu unterscheiden.

Alle diese charakteristischen Grenzen basieren auf der Bayes-Statistik und ISO/IEC Guide 98-3, sowie auf ISO/IEC Guide 98-3:2008/Supplement 1 und ISO/IEC Guide 98-3:2008/Supplement 2. Wie im Detail in **ISO 11929-2** beschrieben, werden die charakteristischen Grenzen mathematisch als Momente und Quantile von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (en: probability distributions) der möglichen Werte der Messgröße definiert.

Weil der Messunsicherheit in ISO 11929 eine wichtige Rolle zukommt, werden die Auswertung von Messungen und die Behandlung von Messunsicherheiten nach den allgemeinen Verfahren nach ISO/IEC Guide 98-3 und ISO/IEC Guide 98-3:2008/Supplement 1 durchgeführt; siehe auch Literaturhinweise [21] bis [25]. Dies ermöglicht die strikte Trennung der Auswertung der Messungen einerseits und der Festlegung und Berechnung der charakteristischen Grenzen andererseits. ISO 11929 (alle Teile) basiert auf einer Theorie der Messunsicherheiten ([26] bis [28]), die ihrerseits auf der Bayes-Statistik (z. B. [29] bis [36]) beruht und es erlaubt, auch solche unsichere Größen und Einflüsse zu berücksichtigen, die sich bei mehrmals wiederholten oder bei zählenden Messungen nicht zufällig verhalten. Die letztgenannten Unsicherheiten können mit der konventionellen oder frequentistischen Statistik nicht berücksichtigt werden.

Wegen der Entwicklungen der Metrologie in Bezug auf Messunsicherheiten, wie sie in ISO/IEC Guide 98-3 niedergelegt wurden, wurde ISO 11929:2010 auf der Grundlage des ISO/IEC Guide 98-3 entwickelt, jedoch wurde die Bayes-Statistik und eine Bayessche Theorie der Messunsicherheiten benutzt. Diese Theorie liefert eine Bayessche Begründung für den ISO/IEC Guide 98-3. Darüber hinaus basierte ISO 11929:2010 auf den Definitionen der charakteristischen Grenzen [21], einem Vorschlag für eine Norm [22], und einer einführenden Publikation [23]. ISO 11929:2010 fasste frühere Teile der ISO 11929 zusammen, ersetzte diese und war für eine Vielzahl von Messverfahren ionisierender Strahlung sowie, in analoger Weise, auch für andere Messverfahren anwendbar. Erläuternde Materialien bezüglich der Grundlagen der ISO 11929 (alle Teile) und deren Anwendung beim Zeigen der Konformität mit Anforderungen wurden anderweitig veröffentlicht [42], [43].

Danach wurde ISO/IEC Guide 98-3:2008/Supplement 1 veröffentlicht, in dem eine generellere Behandlung der Messunsicherheiten ausführlich beschrieben und Monte-Carlo-Methoden für komplexe Auswertungen von Messungen herangezogen wurden. Dieser war die Motivation, ein entsprechendes Monte-Carlo-Supplement [24] zu ISO 11929:2010 zu schreiben und ISO 11929:2010 zu überarbeiten. Die Revision von ISO 11929 (alle Teile) beruht weiterhin auf der Bayes-Statistik und kann als Brücke zwischen den Dokumenten ISO 11929:2010 und ISO/IEC Guide 98-3:2008/Supplement 1 dienen. Darüber hinaus erlauben eine generellere Definition der charakteristischen Grenzen (ISO 11929-2) und die Monte-Carlo-Berechnung der charakteristischen Grenzen einen Schritt über den gegenwärtigen Stand der Normung, wie er in ISO 11929:2010 niedergelegt ist, hinauszugehen, da Wahrscheinlichkeitsverteilungen anstatt von Unsicherheiten fortgepflanzt werden können. Die Revision ist daher umfassender und erweitert den Bereich der Anwendungen.

Die revidierte ISO 11929 (alle Teile) ist darüber hinaus expliziter bei der Berechnung der charakteristischen Grenzen. Literaturhinweis [25] gibt eine Übersicht über die Grundlagen dieser Überarbeitung. Außerdem werden in ISO 11929-3 detaillierte Anleitungen gegeben, wie charakteristische Grenzen im Falle multivariater Messungen und Entfaltungsverfahren zu berechnen sind. Für solche Messungen bietet ISO/IEC Guide 98-3:2008/Supplement 2 die Grundlage für die Auswertung der Messunsicherheiten.

Es werden Gleichungen für die Berechnung der charakteristischen Grenzen einer Messgröße der Messung ionisierender Strahlung angegeben, sowohl mittels der „Standardmessunsicherheit“ der Messgröße (im Folgenden „Standardunsicherheit“) nach ISO/IEC Guide 98-3 als auch mittels Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (en: probability density functions, PDFs) der Messgröße, die auf der Grundlage des ISO/IEC Guide 98-3:2008/Supplement 1 ermittelt werden. Die Standardunsicherheiten bzw. Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen berücksichtigen sowohl die Unsicherheiten der aktuellen Messung als auch solche der Probenbehandlung, der Kalibrierung von Messsystemen und andere Einflüsse. Bei letzteren wird angenommen, dass sie aus früheren Untersuchungen bekannt sind.

Bestimmung der charakteristischen Grenzen (Erkennungsgrenze, Nachweisgrenze und Grenzen des Überdeckungsintervalls) bei Messungen ionisierender Strahlung – Grundlagen und Anwendungen – Teil 4: Anwendungsleitfaden

1 Anwendungsbereich

Dieses Dokument legt im Bereich der Metrologie ionisierender Strahlung ein Verfahren zur Berechnung der „Erkennungsgrenze“, der „Nachweisgrenze“ und der „Grenzen des Überdeckungsintervalls“ für eine nicht-negative Messgröße der ionisierenden Strahlung bei Messungen mit Zeit- und Impulsvorwahl fest. Das Messergebnis ergibt sich aus den Ergebnissen von Messungen einer Bruttozählrate und einer Nulleffektzählrate sowie weiteren Größen auf der Grundlage eines Modells der Auswertung. Insbesondere kann die Messgröße die Nettozählrate als Differenz der Bruttozählrate und der Nulleffektzählrate oder die Nettoaktivität einer Probe sein. Sie kann auch durch Kalibrierung der Messeinrichtung, Probenbehandlung und andere Faktoren beeinflusst sein.

Die Reihe ISO 11929 ist in vier Teile gegliedert: elementare Anwendungen in **ISO 11929-1**, fortgeschrittene Anwendungen auf der Grundlage von ISO/IEC Guide 98-3:2008/Supplement 1 in **ISO 11929-2**, Anwendungen auf Entfaltungsverfahren in **ISO 11929-3** und Anleitungen zur Anwendung in ISO 11929-4.

ISO 11929-1 behandelt elementare Anwendungen zählender Messungen, wie sie häufig im Bereich der Metrologie ionisierender Strahlung vorkommen. Dieser Teil beschränkt sich auf Anwendungen, bei denen die Unsicherheiten auf der Grundlage des ISO/IEC Guide 98-3 (JCGM 2008) ermittelt werden können. In **ISO 11929-1:2019, Anhang A** wird der spezielle Fall wiederholter zählender Messungen mit zufälligen Einflüssen und in **ISO 11929-1:2019, Anhang B** Messungen mit linearen analogen Ratemetern behandelt.

ISO 11929-2 erweitert **ISO 11929-1** auf die Auswertung von Messungen, bei denen die Messunsicherheiten nach ISO/IEC Guide 98-3:2008/Supplement 1 ermittelt werden. **ISO 11929-2** enthält außerdem Erläuterungen zu allgemeinen Aspekten zählender Messungen und zur Anwendung der Bayes-Statistik auf Messungen.

ISO 11929-3 behandelt die Auswertung von Messungen mit Hilfe von Entfaltungsverfahren und zählende Vielkanalmessungen, insofern diese mit Entfaltungsmethoden ausgewertet werden, insbesondere alpha- und gammaspektrometrische Messungen. Außerdem gibt **ISO 11929-3** Anleitungen, wie mit Korrelationen und Kovarianzen zu verfahren ist.

ISO 11929-4 gibt nach einer kurzen Darstellung des Verfahrens mit einer Fülle von numerischen Beispielen Anleitungen zur Anwendungen von ISO 11929 (alle Teile). Die Beispiele decken elementare Anwendungen nach **ISO 11929-1** und **ISO 11929-2** ab.

ISO 11929 (alle Teile) ist auch bei anderen Messungen gleich welcher Art anwendbar, wenn dasselbe Modell der Auswertung anzuwenden ist. Weitere praktische Beispiele können in anderen Internationalen Normen gefunden werden, siehe [1] bis [20].

ANMERKUNG Ein Programmsystem namens UncertRadio ist verfügbar, das Berechnungen nach **ISO 11929-1** bis **ISO 11929-3** erlaubt. UncertRadio ([40], [41]) kann kostenlos herunter geladen werden unter <https://www.thuenen.de/de/fi/arbeitsbereiche/meeresumwelt/leitstelle-umweltradioaktivitaet-infisch/uncertradio/>. Der Download enthält eine Setup-Installationsdatei, die alle benötigten Dateien und Verzeichnisse in ein vom Nutzer gewähltes Verzeichnis kopiert. Nach der Installation muss ein Zusatz zum Windows PFAD nach einem sich während der Installation öffnenden Pop-up-Fenster vorgenommen werden. Auch die englische Sprache kann gewählt werden und umfangreiche „Hilfe“-Informationen sind verfügbar. Ein anderes Software-Werkzeug ist das Programmpaket 'metRology' [45], das in der Sprache R verfügbar ist. Es enthält die beiden R-Funktionen 'uncert' und 'uncertMC', die eine mit GUM konforme Fortpflanzung der Unsicherheiten, entweder analytisch oder mittels Monte-Carlo-Verfahren, vornehmen. Kovarianzen und Korrelationen von Eingangsgrößen werden berücksichtigt. Die Anwendung dieser zwei Funktionen in Verbindung mit Iterationsrechnungen erleichtert den Programmieraufwand für die Berechnung von Erkennungs- und Nachweisgrenzen beträchtlich. Es ist ebenfalls möglich, dieses Dokument in eine Tabellenkalkulation mit Monte-Carlo-Add-in oder in andere kommerzielle Software zu implementieren.

2 Normative Verweisungen

Die folgenden Dokumente werden im Text in solcher Weise in Bezug genommen, dass einige Teile davon oder ihr gesamter Inhalt Anforderungen des vorliegenden Dokuments darstellen. Bei datierten Verweisungen gilt nur die in Bezug genommene Ausgabe. Bei undatierten Verweisungen gilt die letzte Ausgabe des in Bezug genommenen Dokuments (einschließlich aller Änderungen).

ISO 3534-1, *Statistics – Vocabulary and symbols – Part 1: General statistical terms and terms used in probability*

ISO 11929-1, *Determination of the characteristic limits (decision threshold, detection limit and limits of the coverage interval) for measurements of ionizing radiation – Fundamentals and application – Part 1: Elementary applications*

ISO 11929-2, *Determination of the characteristic limits (decision threshold, detection limit and limits of the coverage interval) for measurements of ionizing radiation – Fundamentals and application – Part 2: Advanced applications*

ISO 80000-1, *Quantities and units – Part 1: General*

ISO 80000-10, *Quantities and units – Part 10: Atomic and nuclear physics*

ISO/IEC Guide 98-3, *Uncertainty of measurement – Part 1: Guide to the expression of uncertainty in measurement, JCGM 100:2008*

ISO/IEC Guide 98-3:2008/Supplement 1, *Evaluation of measurement data – Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” – a Propagation of distributions using a Monte Carlo method, JCGM 101:2008*

ISO/IEC Guide 98-3:2008/Supplement 2, *Evaluation of measurement data – Supplement 2 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” – Extension to any number of output quantities, JCGM 102:2011*

ISO/IEC Guide 99, *International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM)*

IEC/TR 62461, *Radiation protection instrumentation – Determination of uncertainty in measurement*, Ed. 2.0, IEC 23.1.2015

3 Begriffe

Für die Anwendung dieses Dokuments gelten die Begriffe nach ISO 80000-1, ISO 80000-10, ISO/IEC Guide 98-3, ISO/IEC Guide 98-3:2008/Supplement 1, ISO/IEC Guide 98-3:2008/Supplement 2, ISO/IEC Guide 99, ISO 3534-1, **ISO 11929-1** und **ISO 11929-2**.

ISO und IEC stellen terminologische Datenbanken für die Verwendung in der Normung unter den folgenden Adressen bereit:

- ISO Online Browsing Platform: verfügbar unter <https://www.iso.org/obp>
- IEC Electropedia: verfügbar unter <http://www.electropedia.org/>

4 Größen und Symbole

Die nachstehend aufgeführten Größen und Symbole gelten im gesamten Dokument. Zusätzliche Größen und Formelzeichen sind – soweit erforderlich – in den entsprechenden Beispielen aufgeführt.

m	Anzahl der Eingangsgrößen ^{N2}
n_M	Anzahl durchgeführter Monte-Carlo-Versuche
X_i	Eingangsgröße ($i = 1, \dots, m$)
Y	Messgröße, interessierende Größe
G	Modell der Auswertung, das die Eingangsgrößen mit der Messgröße verbindet: $Y = G(X_1, \dots, X_m)$
x_i	Schätzwert der Eingangsgröße X_i , möglicher wahrer Wert $\tilde{x}_i$ von X_i
$\tilde{x}_i$	möglicher oder angenommener wahrer Wert der Eingangsgröße X_i
$u(x_i)$	dem Schätzwert x_i der Eingangsgröße X_i zugeordnete Standardunsicherheit
Δx_i	Breite des Bereichs möglicher Werte der Eingangsgröße X_i
$u_{\text{rel}}(w)$	dem Schätzwert w einer Größe W zugeordnete relative Standardunsicherheit
$\tilde{y}$	möglicher oder angenommener wahrer Werte der Messgröße; wenn der interessierende physikalische Effekt nicht vorliegt, gilt $\tilde{y}=0$ anderenfalls $\tilde{y}>0$
y	primäres Messergebnis für die Messgröße, Schätzwert der Messgröße, bestimmter Wert eines Schätzers Y der Messgröße
y_j	Werte y aus unterschiedlichen Messungen ($j=0,1,2,\dots$)
$u(y)$	dem primären Messergebnis y zugeordnete Standardunsicherheit zur Messgröße Y
$\tilde{u}(\tilde{y})$	Standardunsicherheit eines Schätzers Y als Funktion eines angenommenen wahren Wertes $\tilde{y}$ der Messgröße
$\hat{y}$	bester Schätzwert der Messgröße
$u(\hat{y})$	dem besten Schätzwert $\hat{y}$ zugeordnete Standardunsicherheit
y^*	Erkennungsgrenze der Messgröße
$y^\#$	Nachweisgrenze der Messgröße
y_r	Richtwert der Messgröße
$y^{\triangleleft}, y^{\triangleright}$	untere bzw. obere Grenze des probabilistisch symmetrischen Überdeckungsintervalls der Messgröße
$y^{<}, y^{>}$	untere bzw. obere Grenze des kürzesten Überdeckungsintervalls der Messgröße
$f(\tilde{y} y)$	posteriore Wahrscheinlichkeitsdichte (en: probability density function, PDF) für den wahren Wert $\tilde{y}$, gegeben der Schätzwert y NICHT unter Berücksichtigung der Bedingung, dass die Messgröße Y nicht-negativ ist
$f(\tilde{y} y, Y \geq 0)$	posteriore Wahrscheinlichkeitsdichte (en: probability density function, PDF) für den wahren Wert $\tilde{y}$, gegeben der Schätzwert y unter Berücksichtigung der Bedingung, dass die Messgröße Y nicht-negativ ist

^{N2} Nationale Fußnote: Im ISO-Original fälschlicherweise als „Masse der Prüfprobe“ (en: mass of the test sample) bezeichnet.

$f(y \tilde{y}=0)$	prädiktive Wahrscheinlichkeitsdichte (PDF), einen gemessenen Schätzwert y zu erhalten, wenn ein wahrer Wert $\tilde{y}$ der Messgröße Y angenommen wird
$f(y \tilde{y}=y^\#)$	prädiktive Wahrscheinlichkeitsdichte (PDF), einen gemessenen Schätzwert y zu erhalten, wenn ein wahrer Wert $\tilde{y}$ der Messgröße Y gleich der Nachweisgrenze $y^\#$ angenommen wird
$Ga(\tilde{r}; n, 1/t)$	Gammafunktion als Wahrscheinlichkeitsdichte (PDF) des wahren Wertes $\tilde{r}$ einer Zählrate R , gegeben n Zählereignisse während der Messzeit t
$N(\tilde{x}; x, u(x))$	Normal- oder Gauß-Verteilung als Wahrscheinlichkeitsdichte (PDF) des wahren Wertes $\tilde{x}$ einer Größe X , gegeben ein Schätzwert x und seine zugeordnete Standardunsicherheit $u(x)$
$R(\tilde{x}; x_L, x_U)$	Rechteckverteilung als Wahrscheinlichkeitsdichte (PDF) des wahren Wertes $\tilde{x}$ einer Größe X , gegeben die untere und die obere Grenze x_L und x_U des möglichen Wertebereichs
$T(\tilde{x}; a, b)$	Dreiecksverteilung als Wahrscheinlichkeitsverteilung (PDF) für den wahren Wert $\tilde{x}$ einer Größe X , die sich als Summe von zwei Größen ergibt, A und B seien zugeordnete Rechteckverteilungen mit unteren und oberen Grenzen a_L und b_L bzw. a_U und b_U und mit $a = a_L + b_L$ und $b = a_U + b_U$.
$H(x)$	Heaviside-Stufenfunktion: $H(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ 1 & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$
r_g, r_0	Schätzwerte der Brutto- bzw. Untergrundzählraten
r_n	Schätzwert der Nettozählrate
n_i	Anzahl von Zählereignissen, die bei einer Messung der Zählrate R_i erhalten wurde
n_g, n_0	Anzahl von Zählereignissen bei der Messung des Bruttoeffekts bzw. des Nulleffekts
t_i	Dauer der Messung der Zählrate R_i
t_g, t_0	Dauer der Messung des Brutto- bzw. des Nulleffekts
r_i	Schätzwert der Zählrate R_i
A	Aktivität
a	Schätzwert der Aktivität
w	Kalibrierfaktor
a_m	massenbezogene Aktivität
a_s	oberflächenbezogene Aktivität
α, β	Wahrscheinlichkeiten für eine falsch positive bzw. falsch negative Entscheidung
$1 - \gamma$	Überdeckungswahrscheinlichkeit zum Überdeckungsintervall der Messgröße
q_p	Quantil einer Verteilung zur Wahrscheinlichkeit p
$\Phi(x)$	Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung
ω	$\omega = \Phi(y/u(y))$, Wert der Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung bei $y/u(y)$

5 Zusammenfassung dieses Dokuments

5.1 Verfahren nach ISO 11929 (alle Teile)

ISO 11929-1 standardisiert die Auswertung von Messungen ionisierender Strahlung für eine Vielfalt von Modellen der Auswertung sowie die Berechnung von charakteristischen Grenzen (Erkennungsgrenze, Nachweisgrenze und Grenzen von Überdeckungsintervallen) auf der Grundlage des ISO/IEC Guide 98-3. Es existieren jedoch wichtige Ausnahmen, in denen diese Verfahren keine zuverlässigen Ergebnisse liefern. Dann müssen andere Verfahren auf der Grundlage des ISO/IEC Guide 98-3:2008/Supplement 1 angewendet werden. Diese Verfahren sind Gegenstand von **ISO 11929-2**. Sowohl Grundlagen der Verfahren als auch die Werkzeuge zur Entscheidung, ob **ISO 11929-1** oder **ISO 11929-2** geeignet für eine spezielle Anwendung ist, sind in **ISO 11929-1** beschrieben.

Es ist ein Charakteristikum von Messungen ionisierender Strahlung, dass sie stets in Gegenwart einer Hintergrundstrahlung durchgeführt werden müssen, deren Beitrag (der Nulleffekt) von der Bruttomessgröße subtrahiert werden muss. Die in diesem Dokument beschriebenen Verfahren sind jedoch auf alle Messungen anwendbar, bei denen ein Beitrag eines Nulleffekts oder Blindwerts von einer Bruttomessgröße subtrahiert werden muss.

5.2 Überblick über die Beispiele

Dieses Dokument enthält numerische Beispiele für elementare Anwendungen von **ISO 11929-1** und **ISO 11929-2**. Die Zahlenwerte in den Tabellen sind häufig mit mehr Stellen als sinnvoll angegeben, um die Berechnungen besser nachvollziehbar und damit die Ergebnisse, z. B. bei Entwicklung und Test von Computerprogrammen, mit höherer Genauigkeit verifizierbar zu machen.

ANMERKUNG 1 Die Monte-Carlo-Berechnungen in diesem Dokument wurden mit jeweils 1 000 000 Versuchen durchgeführt. Dadurch bleiben die Ergebnisse für die charakteristischen Grenzen in der dritten signifikanten Stelle unsicher. Der Anwender muss sich zusätzlich darüber bewusst sein, dass die notwendige Anzahl von Versuchen signifikant vom Modell der Auswertung und den auf die Eingangsgrößen angewendeten Wahrscheinlichkeitsdichten abhängt. In praktischen Anwendungen ist oft eine Anzahl von 10 000 Versuchen ausreichend.

Ein Kriterium, ob **ISO 11929-1** oder **ISO 11929-2** in der Praxis zu bevorzugen ist, gibt **IEC/TR 62461**. Dort wird empfohlen, „die Ergebnisse beider Methoden sollten angegeben werden, um ihre Unterschiede zu zeigen. Wenn die 95%-Intervalle der Monte-Carlo-Methode und der analytischen Methode um nicht mehr als 10 % voneinander abweichen, kann die analytische Methode für die Bestimmung der Unsicherheiten in ähnlichen Fällen angewandt werden, d. h. mit einer ähnlichen Modellfunktion und ähnlichen oder geringeren Werten der Unsicherheit der Eingangsgrößen“. Siehe auch **ISO 11929-1:2019, 5.3**.

Die Beispiele, Modelle und Zahlenwerte sind exemplarisch und nicht normativ.

In **ISO 11929-1** ist das sehr allgemeine Modell nach Gleichung (1) angegeben:

$$y = (x_1 - x_2 \cdot x_3 - x_4) \cdot \frac{x_6 \cdot x_8 \cdots}{x_5 \cdot x_7 \cdots} = (x_1 - x_2 \cdot x_3 - x_4) \cdot w \quad (1)$$

mit

$$w = \frac{x_6 \cdot x_8 \cdots}{x_5 \cdot x_7 \cdots} \quad (2)$$

Dabei ist $x_1 = r_g$ die Bruttozählrate und $x_2 = r_0$ die Nulleffektzählrate. Die anderen Eingangsdaten, x_i , sind Kalibrier-, Korrektions- oder Einflussgrößen oder Konversionsfaktoren, wie z. B. Emissions- oder Nachweiswahrscheinlichkeiten. Insbesondere ist x_3 ein Abschirmfaktor und x_4 eine Größe für eine zusätzliche Nulleffektkorrektur. Wenn einige der Eingangsgrößen nicht benötigt werden, sind $x_i = 1$ ($i = 3; i > 4$), $x_4 = 0$ und $u(x_i) = 0$ anzunehmen.

ANMERKUNG 2 Generell werden physikalische Größen mit Großbuchstaben bezeichnet und müssen sorgfältig von ihren Werten unterschieden werden, die mit den entsprechenden Kleinbuchstaben bezeichnet werden. Aus Gründen der Vereinfachung wird jedoch in diesem Dokument kein Unterschied zwischen Großbuchstaben für Größen und Kleinbuchstaben für deren Werte gemacht. Es werden für die meisten Beispiele ausschließlich Kleinbuchstaben benutzt, da die Beispiele im Wesentlichen Werte und nicht Größen betreffen.

In diesem Dokument wird in den meisten Beispielen die einfachste Form des Modells nach [Gleichung \(1\)](#) benutzt, um das Verständnis zu erleichtern:

$$y = (x_1 - x_2) \cdot w = (r_g - r_0) \cdot w \quad (3)$$

Das einfache Modell einer **zählenden Messung mit geringen oder moderaten relativen Unsicherheiten** unter 25 % nach Gleichung (3), das in der überwiegenden Mehrheit der Labormessungen zum Einsatz kommt, wird in [Abschnitt 6](#) behandelt.

Geringe Anzahlen von Zählereignissen stellen ein besonderes Problem bei zählenden Messungen da, da nur wenige Informationen über die zugehörigen Zählraten verfügbar sind. Ein Beispiel der Messung von Alphateilchen mit wenigen Zählereignissen nach [ISO 11929-2, A.1](#), wird in [Abschnitt 7](#) behandelt.

[Abschnitt 8](#) enthält ein Beispiel für eine **zählende Messung mit unsicherer Messgeometrie**, bei dem die Unsicherheiten des Kalibrierfaktors im Allgemeinen groß sind und als Folge eine dominierende Unsicherheit im Zähler des Kalibrierfaktors nach [Gleichung \(2\)](#) auftritt.

[Abschnitt 9](#) enthält ein Beispiel für eine **zählende Messung in Form eines Wischtests**, bei dem die Unsicherheiten allgemein groß sind und eine dominierende Unsicherheit im Nenner des Kalibrierfaktors nach [Gleichung \(2\)](#) auftritt.

[Abschnitt 10](#) enthält ein Beispiel, **bei dem große Unsicherheiten als Folge einer Abschirmung des Nulleffekts** auftreten, wie es z. B. bei Messungen mit einem Portalmonitor der Fall ist.

[Abschnitt 11](#) enthält ein Beispiel für das **allgemeine Modell** nach [Gleichung \(1\)](#) bei einer Freigabemessung einer Sammelprobe von Beton mit einer speziellen Messeinrichtung unter Berücksichtigung der natürlichen Radioaktivität der Probe beim Nulleffektabzug.

[Abschnitt 12](#) enthält ein weiteres Beispiel für das **allgemeine Modell** nach [Gleichung \(1\)](#) für die Gamma-spektrometrie von ^{235}U unter Berücksichtigung einer Interferenz von ^{226}Ra .

[Abschnitt 13](#) beschreibt den Fall der Messung einer Umgebungs-Äquivalentdosisleistung mit einer Messanordnung unbekannter Funktionalität und Algorithmen, d. h. einer sogenannten **Black-Box-Messung** nach [ISO 11929-1, A.4](#), bei der keine technischen Details über das Messverfahren vorliegen und lediglich die abgelesenen Werte einer Anzeige verfügbar sind.

Der Fall **zählender Messungen mit unbekannten Einflüssen** der Probenbehandlung nach [ISO 11929-1, A.2](#), ist in [Abschnitt 14](#) dargestellt.

Der Fall einer **zählenden Messung mit bekanntem Einfluss** des Probenbehandlungsverfahrens nach [ISO 11929-1, A.3](#), ist in [Abschnitt 15](#) dargestellt.

Die Beispiele in den [Abschnitten 16](#) und [17^{N3}](#) zeigen die Anwendbarkeit von [ISO 11929-1](#) und [ISO 11929-2](#) auf nicht-zählende Messungen. Der Fall eines **aktiven Personendosimeters** ist nach [ISO 11929-1](#) und [ISO 1192-2](#) in [Abschnitt 16](#) dargestellt. Das Besondere an diesem Beispiel ist, dass die der Bruttogröße zugeordnete Standardunsicherheit konstant ist und damit die Berechnung der Standardunsicherheit als Funktion des wahren Werts der Messgröße erlaubt.

^{N3} Nationale Fußnote: An dieser Stelle wird im ISO-Original fälschlicherweise auf Abschnitt 18 verwiesen.

Der Fall einer **Messung der Dosisleistung mit einem Neutronen-Ortsdosimeter** wird nach **ISO 11929-1** und **ISO 11929-2** in **Abschnitt 17** behandelt. In diesem Beispiel ist bekannt, dass es sich um eine zählende Messung handelt. Jedoch sind die aktuellen Anzahlen der Brutto- und Untergrundmessung unbekannt. Dennoch kann die Standardunsicherheit als Funktion des wahren Werts der Messgröße berechnet werden, indem eine generelle Eigenschaft der relativen Unsicherheit der Brutto-Anzeige genutzt wird.

Ein einfaches Beispiel für die Berechnung des Kalibrierfaktors w ist in **Anhang A** angegeben.

Alle Beispiele sind generisch und es ist nicht beabsichtigt, Messverfahren für spezielle Anwendungen zu normen. Sie sollen lediglich zur Erklärung der Anwendung von **ISO 11929-1** und **ISO 11929-2** dienen.

Für jedes Beispiel werden Berechnungen nach **ISO 11929-1** und **ISO 11929-2** durchgeführt, um dem Leser die Beurteilung der Eignung der beiden Verfahren zu ermöglichen. Bei allen Beispielen werden sowohl die Grenzen des probabilistisch symmetrischen Überdeckungsintervalls als auch die des kürzesten Überdeckungsintervalls berechnet. Die Grenzen der Überdeckungsintervalle, der beste Schätzwert und die ihm zugeordnete Standardunsicherheit werden auch in den Fällen berechnet, in denen das primäre Messergebnis niedriger als die Erkennungsgrenze ist, obwohl ISO 11929 (alle Teile) deren Berechnung nur verlangt, wenn das primäre Messergebnis über der Erkennungsgrenze liegt.

Geringe Werte des Quotienten $y/u(y)$, d. h. große relative Unsicherheiten des primären Messergebnisses, können die Folge geringer Anzahlen gezählter Ereignisse (Beispiel in **Abschnitt 7**) oder großer relativer Unsicherheiten des Kalibrierfaktors sein. Letztere können in einer großen relativen Unsicherheit einer Größe im Zähler (Beispiel in **Abschnitt 8**) oder im Nenner (Beispiel in **Abschnitt 9**) des Kalibrierfaktors begründet sein.

Eine generelle Beurteilung der Bedeutung der Wahl des Überdeckungsintervalls im Fall geringer Werte des Quotienten $y/u(y)$, gegeben die jeweilige Erkennungsgrenze, ist nicht möglich. Daher werden in diesem Dokument in allen Beispielen alle charakteristischen Grenzen (d. h. die Erkennungsgrenze, die Nachweisgrenze sowie die Grenzen des probabilistisch symmetrischen und des kürzesten Überdeckungsintervalls) berechnet, um eine Diskussion und Beurteilung der Bedeutung der unterschiedlichen Überdeckungsintervalle zu ermöglichen.

In Modellen der Auswertung mit $x_3 = 1$, $u(x_3) = 0$ und $x_4 = 0$, $u(x_4) = 0$ hängt die Erkennungsgrenze nicht von der Unsicherheit des Kalibrierfaktors ab. Die Erkennungsgrenze hängt von den Unsicherheiten von x_3 und x_4 ab, falls $x_3 \neq 1$ oder $x_4 > 0$ gilt. Das Beispiel eines Portalmonitors ist einer dieser Fälle, da die Erkennungsgrenze von der Unsicherheit des Abschirmfaktors abhängt. Auch die Anwendungen des allgemeinen Modells der Gammaspektrometrie von ^{235}U mit einer Interferenz durch ^{226}Ra und der Freigabemessung mit Berücksichtigung der natürlichen Radioaktivität des Materials sind solche Fälle.

Aus didaktischen Gesichtspunkten sind vier Fälle zu unterscheiden, die häufig zu Missverständnissen führen und deshalb der Klarstellung bedürfen:

Ein Fall ist durch $y^* < y$ und $y^\# < y_r$ charakterisiert. Ein primäres Messergebnis ist größer als die Erkennungsgrenze. Man entscheidet sich, zu folgern, dass ein Beitrag der Probe erkannt wurde. Die Nachweisgrenze ist kleiner als der Richtwert. Also entscheidet man, zu folgern, dass das Messverfahren für den Messzweck geeignet ist.

Entsprechende Beispiele finden sich in den **Abschnitten 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16** und **17**.

Ein häufiges Missverständnis besteht darin, das primäre Messergebnis mit der Nachweisgrenze zu vergleichen. Ein solcher Vergleich entspricht nicht den Festlegungen von ISO 11929 (alle Teile). Die einzige charakteristische Grenze, die mit dem primären Messergebnis zu vergleichen ist, ist die Erkennungsgrenze. Wenn das primäre Messergebnis größer ist als die Erkennungsgrenze, entscheidet man, zu folgern, dass ein Beitrag der Probe erkannt wurde.

Diese Entscheidung hängt nicht davon ab, ob das primäre Messergebnis kleiner oder größer ist als die Nachweisgrenze. Der ausschließliche Zweck der Nachweisgrenze ist, durch Vergleich der Nachweisgrenze mit dem Richtwert die Qualität des Messverfahrens zu charakterisieren. Wenn die Nachweisgrenze kleiner ist als der Richtwert, entscheidet man, zu folgern, dass das Messverfahren für den Messzweck geeignet ist.

Ein Fall ist durch $y < y^*$ und $y_r^{\#} < y_r$ charakterisiert. Es wurde ein primäres Messergebnis unterhalb der Erkennungsgrenze erhalten. Man entscheidet sich, zu folgern, dass kein Beitrag der Probe erkannt wurde. Die Nachweisgrenze ist kleiner als der Richtwert. Man entscheidet sich, zu folgern, dass das Messverfahren für den Messzweck geeignet ist.

Ein entsprechendes Beispiel findet sich in [Abschnitt 7](#).

ANMERKUNG 3 Auch für den Fall, dass das primäre Messergebnis kleiner ist als die Erkennungsgrenze, werden alle charakteristischen Grenzen berechnet und in den Beispielen angegeben.

Ein Fall ist durch $y^* < y$ und $y_r < y_r^{\#}$ charakterisiert. Es wurde ein primäres Messergebnis oberhalb der Erkennungsgrenze erhalten. Man entscheidet sich, zu folgern, dass ein Beitrag der Probe erkannt wurde. Da jedoch die Nachweisgrenze größer ist als der Richtwert, entscheidet man sich, zu folgern, dass das Messverfahren für den Messzweck ungeeignet ist.

Da aber ein primäres Messergebnis oberhalb der Erkennungsgrenze, $y > y^*$, und auch die ihm zugeordnete Standardunsicherheit erhalten wurde, ist keine Rechtfertigung der Eignung des Messverfahrens erforderlich.

Ein entsprechendes Beispiel findet sich in [Abschnitt 14](#).

Ein Fall ist durch $y < y^*$ und $y_r < y_r^{\#}$ charakterisiert. Ein primäres Messergebnis unterhalb der Erkennungsgrenze wurde erhalten. Man entscheidet sich, zu folgern, dass kein Beitrag der Probe erkannt wurde. Die Nachweisgrenze ist größer als der Richtwert. Man entscheidet sich, zu folgern, dass das Messverfahren nicht für den Messzweck geeignet ist. Das Messverfahren ist ungeeignet und die Messung nicht erfolgreich.

Es gibt in diesem Dokument kein Beispiel für einen solchen pathologischen Fall.

ANMERKUNG 4 In diesem Dokument dient der Richtwert, y_r , im Vergleich zur Nachweisgrenze, $y_r^{\#}$, lediglich dazu, die Entscheidung darzustellen, ob das Messverfahren für den Messzweck geeignet ist. Dieses Dokument gibt keine Festlegungen, ob ein Messergebnis, y , konform mit Anforderungen aus gesetzlichen oder anderen Quellen ist. Solche Untersuchungen sind jenseits des Anwendungsbereichs dieses Dokuments. Eine Anwendung von [ISO 11929-1](#) auf solche Konformitätsbetrachtungen kann an anderer Stelle gefunden werden [\[45\]](#).

5.3 Allgemeine Festlegungen

Der Wert der Messgröße und die charakteristischen Grenzen werden nach [ISO 11929-1](#) und [ISO 11929-2](#) berechnet. Zuerst wird das Modell der Auswertung aufgestellt, danach werden die Eingabedaten und die für sie angenommenen PDFs angegeben. Die Auswertung der Messung und die Berechnung der charakteristischen Grenzen nach [ISO 11929-1](#) werden im Einzelnen dargestellt. Die Standardunsicherheiten wurden in diesem Fall nach ISO/IEC Guide 98-3 berechnet.

Die Monte-Carlo-Berechnungen nach [ISO 11929-2](#) werden mit dem Programm UncertRadio ([\[40\]](#), [\[41\]](#)) durchgeführt. Die Ergebnisse beider Berechnungen (nach [ISO 11929-1](#) und nach [ISO 11929-2](#)) werden zusammengefasst und abschließend wird ein Vergleich der Ergebnisse nach [ISO 11929-1](#) und [ISO 11929-2](#) sowie eine Dokumentation und eine Beurteilung der Messergebnisse vorgenommen.

Zum Zweck des Vergleichs werden sowohl die Grenzen des probabilistisch symmetrischen als auch des kürzesten Überdeckungsintervalls berechnet. Im realen Fall ist es Sache der Behörde oder des Auftraggebers, zu entscheiden, welches Überdeckungsintervall zu berechnen ist.

Soweit nicht anderweitig angegeben, gelten in diesem Dokument die folgenden Festlegungen:

- Die Wahrscheinlichkeiten α und β für die Berechnung der Erkennungs- und der Nachweisgrenze werden mit $\alpha = \beta = 5\%$ festgelegt. Es wird eine Überdeckungswahrscheinlichkeit $1 - \gamma = 95\%$ für die Überdeckungsintervalle gewählt.
- Die Standardunsicherheiten der Messzeiten werden vernachlässigt.

- Die verwendeten Kerndaten sind Literaturhinweis [38] entnommen.
- Vor der Messung einer Probe muss der Nulleffekt gemessen werden. Es wird angenommen, dass der Nulleffekt und der Kalibrierfaktor sowie die ihnen zugeordneten Standardunsicherheiten in unabhängigen Experimenten bestimmt werden. Die dem Kalibrierfaktor zugeordnete Standardunsicherheit wird nach ISO/IEC Guide 98-3 berechnet. Bezüglich eines Beispiels für die Bestimmung eines Kalibrierfaktors siehe [Anhang A](#).

6 Zählende Messungen mit geringen oder moderaten Unsicherheiten

6.1 Aufgabenstellung und allgemeine Aspekte

Die Aktivität eines Radionuklids wird mittels einer zählenden Messung bestimmt. Dies ist ein vereinfachtes Beispiel für das allgemeine Modell nach [ISO 11929-1](#).

Der Vergleich des primären Messergebnisses mit der Erkennungsgrenze erlaubt die Entscheidung, ob eine Aktivität der Probe erkannt wurde. Wenn das primäre Messergebnis größer ist als die Erkennungsgrenze, wird entschieden, zu folgern, dass eine Aktivität der Probe beobachtet wurde.

Als Richtwert wird eine Aktivität $a_r = 3 \text{ Bq}$ angenommen. Wenn die Nachweisgrenze kleiner ist als der Richtwert, gilt das Messverfahren als für den Messzweck geeignet.

6.2 Modell der Auswertung und Standardunsicherheit

Die Messgröße ist die Aktivität der Probe. Das primäre Messergebnis a der Messung als ein Schätzwert des wahren Werts der Messgröße wird mit dem Modell der Auswertung mit Vorwahl der Messzeit berechnet mit

$$a = \left(\frac{n_g}{t_g} - \frac{n_0}{t_0} \right) \cdot w = (r_g - r_0) \cdot w = r_n \cdot w \quad (4)$$

Die dem primären Messergebnis a zugeordnete Standardunsicherheit $u(a)$ wird berechnet mit

$$u^2(a) = r_n^2 \cdot u^2(w) + w^2 \cdot u^2(r_n) = w^2 \cdot \left(\frac{n_g}{t_g^2} + \frac{n_0}{t_0^2} \right) + a^2 \cdot u_{\text{rel}}^2(w) \quad (5)$$

6.3 Verfügbare Information, Eingangsdaten und Spezifikationen

Die Eingangsdaten und die ihnen zugeordneten Standardunsicherheiten sind in Tabelle 1 aufgeführt. Die den Eingangsdaten zugeordneten PDFs, die für die Anwendung von [ISO 11929-2](#) benötigt werden, sind ebenfalls in Tabelle 1 aufgeführt.

Tabelle 1 – Eingangsgrößen und ihre Daten (1 von 2)

Größe	Symbol	x_i	$u(x_i)$	PDF	Einheit
Anzahl der Zählereignisse der Bruttomessung	n_g	21 670	–	–	1
Messzeit der Bruttomessung	t_g	1 200	–	–	s
Anzahl der Zählereignisse der Nulleffektmessung	n_0	73 150	–	–	1
Messzeit der Nulleffektmessung	t_0	12 000	–	–	s

Tabelle 1 – Eingangsgrößen und ihre Daten (2 von 2)

Größe	Symbol	x_i	$u(x_i)$	PDF	Einheit
Kalibrierfaktor	w	4,1	0,6	$N(\tilde{w}; w, u(w))$	Bq s
Zwischenwerte					
Bruttozählrate	r_g	18,06	0,123	$Ga(\tilde{r}_g; n_g, 1/t_g)$	s^{-1}
Nulleffektzählrate	r_0	6,10	0,022 5	$Ga(\tilde{r}_0; n_0, 1/t_0)$	s^{-1}

Die PDFs des Kalibrierfaktors und der Zählraten wurden nach ISO/IEC Guide 98-3:2008/Supplement 1 gewählt; für eine detaillierte Beschreibung siehe auch [ISO 11929-2:2019, 6.3](#).

6.4 Auswertung der Messung und charakteristische Grenzen nach [ISO 11929-1](#)

6.4.1 Nulleffekt

Der Nulleffekt der Probe wurde gemessen. Die Anzahl der gezählten Ereignisse ist $n_0 = 73\,150$. Dies ergibt eine Nulleffektzählrate von

$$r_0 = \frac{n_0}{t_0} = 6,096 \text{ s}^{-1} \quad (6)$$

Die zugeordnete Standardunsicherheit der Nulleffektzählrate ist gegeben durch

$$u(r_0) = \sqrt{\frac{n_0}{t_0^2}} = 0,022\,5 \text{ s}^{-1} \quad (7)$$

6.4.2 Primäres Messergebnis und die ihm zugeordnete Standardunsicherheit

Die Aktivität der Probe wird nach [Gleichung \(4\)](#) berechnet. Diese Beziehung hängt vom Kalibrierfaktor w ab, welcher, wie die ihm zugeordnete Standardunsicherheit $u(w)$, zuerst bestimmt werden muss:

$$w = 4,1 \text{ Bq s} \quad u(w) = 0,6 \text{ Bq s} \quad u_{\text{rel}}(w) = 0,146 \quad (8)$$

Die Aktivität a der Probe ergibt sich zu

$$a = r_n \cdot w = \left(\frac{n_g}{t_g} - r_0 \right) \cdot w = 49,05 \text{ Bq} \quad (9)$$

mit der Standardunsicherheit

$$u(a) = \sqrt{r_n^2 \cdot u^2(w) + w^2 \cdot \left(\frac{n_g}{t_g^2} + \frac{n_0}{t_0^2} \right)} = 7,20 \text{ Bq} \quad (10)$$

6.4.3 Standardunsicherheit als Funktion eines angenommenen wahren Werts

Die Standardunsicherheit $\tilde{u}(\tilde{a})$ als eine Funktion des wahren Werts $\tilde{a}$ wird für die Berechnung der Erkennungs- und der Nachweisgrenze benötigt. Für einen wahren Wert $\tilde{a} = \tilde{r}_n w = \left(\tilde{r}_g - \frac{n_0}{t_0} \right) w$ der Messgröße erwartet man eine Bruttozählrate von $\tilde{r}_g = \frac{\tilde{a}}{w} + \frac{n_0}{t_0}$ und mit Gleichung (5) erhält man

$$\tilde{u}^2(\tilde{a}) = \tilde{r}_n^2 \cdot u^2(w) + w^2 \cdot u^2(\tilde{r}_n) = w^2 \cdot \left(\frac{\tilde{a}}{t_g w} + \frac{n_0}{t_g t_0} + \frac{n_0}{t_0^2} \right) + \tilde{a}^2 \cdot u_{\text{rel}}^2(w) \quad (11)$$

6.4.4 Erkennungsgrenze

Der Wert des Quantils $k_{1-\alpha}$ der Standardnormalverteilung $\Phi(k_{1-\alpha}) = 1 - \alpha$ ist 1,645 für eine Wahrscheinlichkeit α von 5 %. Die Erkennungsgrenze der Aktivität wird berechnet über

$$a^* = k_{1-\alpha} \cdot \tilde{u}(0) = k_{1-\alpha} \cdot \sqrt{w^2 \cdot \left(\frac{n_0}{t_g t_0} + \frac{n_0}{t_0^2} \right)} = 0,504 \text{ Bq} \quad (12)$$

Das primäre Messergebnis a ist größer als die Erkennungsgrenze a^* .

6.4.5 Nachweisgrenze

Die Wahrscheinlichkeit β ist mit 5 % festgelegt. Dann ist der Wert des zugehörigen Quantils $k_{1-\beta}$ der Standardnormalverteilung 1,645. Die Nachweisgrenze wird mittels Iteration berechnet, welche ergibt

$$\begin{aligned} a^\# &= a^* + k_{1-\beta} \cdot \tilde{u}(a^\#) \\ &= a^* + k_{1-\beta} \cdot \sqrt{a^{\#2} \cdot u_{\text{rel}}^2(w) + w^2 \cdot \left(\frac{a^\#}{t_g w} + \frac{n_0}{t_g t_0} + \frac{n_0}{t_0^2} \right)} = 1,08 \text{ Bq} \end{aligned} \quad (13)$$

Da $\alpha = \beta$ ist $k_{1-\alpha} = k_{1-\beta} = k$. Die Nachweisgrenze kann auch explizit berechnet werden über die Gleichung

$$a^\# = a^* + k_{1-\beta} \cdot \tilde{u}(a^\#) = \frac{2 \cdot a^* + (k^2 \cdot w) / t_g}{1 - k^2 \cdot u_{\text{rel}}^2(w)} = 1,08 \text{ Bq} \quad (14)$$

Der Richtwert a_r ist größer als die Nachweisgrenze $a^\#$.

6.4.6 Grenzen von Überdeckungsintervallen

Da das primäre Messergebnis a größer ist als die Erkennungsgrenze a^* , werden die untere und die obere Grenze des probabilistisch symmetrischen Überdeckungsintervalls berechnet. Mit $\omega = \Phi(a/u(a)) = 1,00$ und $\gamma = 0,05$ erhält man die Wahrscheinlichkeiten $p = \omega \cdot (1 - \gamma/2) = 0,975$ und $q = 1 - \omega \cdot \gamma/2 = 0,975$, womit die Quantile k_p und k_q gleich 1,960 sind. Dann sind die untere und die obere Grenze des probabilistisch symmetrischen Überdeckungsintervalls gegeben durch

$$a^\triangleleft = a - k_p \cdot u(a) = 34,94 \text{ Bq} \text{ und } a^\triangleright = a + k_q \cdot u(a) = 63,15 \text{ Bq} \quad (15)$$

Alternativ werden die untere und die obere Grenze des kürzesten Überdeckungsintervalls nach Gleichung (16) berechnet. Mit $\omega = \Phi(a/u(a)) = 1,00$ erhält man $p = (1 + \omega \cdot (1 - \gamma))/2 = 0,975$, und das Quantil k_p ist gleich 1,960. Damit sind die Grenzen des kürzesten Überdeckungsintervalls gegeben durch

$$a^< = a - k_p \cdot u(a) = 34,94 \text{ Bq} \text{ und } a^> = a + k_p \cdot u(a) = 63,15 \text{ Bq} \quad (16)$$

6.4.7 Bester Schätzwert und die ihm zugeordnete Standardunsicherheit

Der beste Schätzwert $\hat{a}$ der Aktivität der Probe und die ihm zugeordnete Standardunsicherheit $u(\hat{a})$ sind gegeben durch

$$\hat{a} = a + \frac{u(a) \cdot \exp\left\{-a^2 / \left[2u^2(a)\right]\right\}}{w\sqrt{2\pi}} = 49,05 \text{ Bq} \quad (17)$$

mit der zugeordneten Standardunsicherheit

$$u(\hat{a}) = \sqrt{u^2(a) - (\hat{a} - a) \cdot \hat{a}} = 7,20 \text{ Bq} \quad (18)$$

6.5 Dokumentation der Ergebnisse nach ISO 11929-1 und ISO 11929-2

Die verfügbare Information ist $a = \{n_g, t_g, n_0, t_0, w, u(w)\}$; siehe 6.3 und Tabelle 1. Die Ergebnisse und die charakteristischen Grenzen sind in Tabelle 2 aufgeführt.

Für die Anwendung von ISO 11929-2 ist der marginale Posterior für den wahren Wert der Messgröße unter Berücksichtigung der Nicht-Negativität der Messgröße gegeben durch

$$f_A(\tilde{a}|\mathbf{a}) = C \cdot H(\tilde{a}) \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Ga}(\tilde{r}_g; n_g, 1/t_g) \cdot \text{Ga}(\tilde{r}_0; n_0, 1/t_0) \cdot N(\tilde{w}; w, u(w)) \cdot \delta(\tilde{a} - (\tilde{r}_g - \tilde{r}_0) \cdot \tilde{w}) d\tilde{r}_g d\tilde{r}_0 d\tilde{w} \quad (19)$$

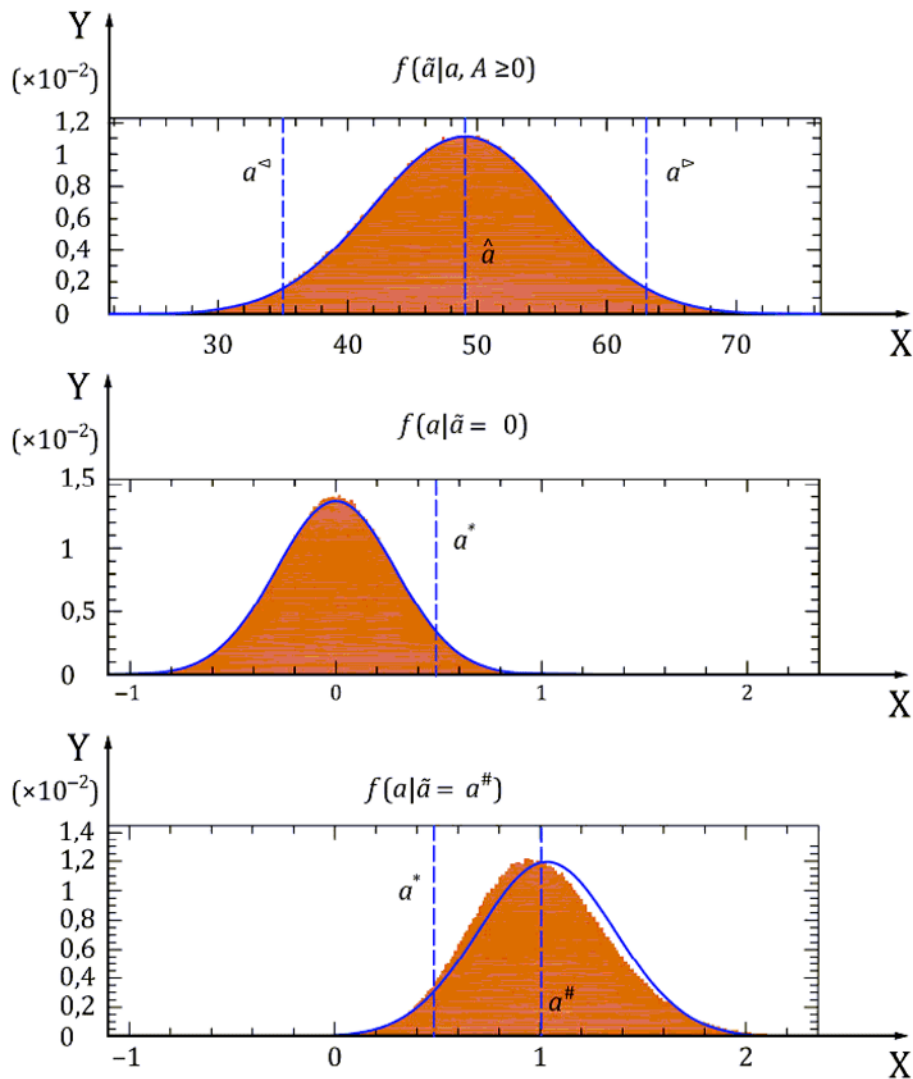
Analoge Gleichungen gelten für die marginalen Posterio ren der anderen Beispiele in diesem Dokument; wenn die PDFs in den Integralen durch diejenigen in den jeweiligen Tabellen in den Unterabschnitten „Verfügbare Information, Eingangsdaten und Spezifikationen“ ersetzt werden. Die entsprechenden Posterio ren werden in den Beispielen nicht wiederholt.

Das obige Integral wird mit Monte-Carlo-Methoden mit Hilfe des Programms UncertRadio [40] berechnet. Anhang B enthält eine exemplarische Beschreibung der Vorgehensweise nach ISO 11929-2. Der beste Schätzwert und die ihm zugeordnete Standardunsicherheit werden als Mittelwert bzw. Wurzel aus der Varianz der PDF nach Gleichung (19) berechnet; die Grenzen der Überdeckungsintervalle als entsprechende Quantile dieser PDF. Die für die Berechnung des primären Messergebnisses und der ihm zugeordneten Standardunsicherheit sowie der Erkennungs- und Nachweisgrenze benötigten PDFs sind ebenfalls in Anhang B beschrieben.

Die mittels der Monte-Carlo-Simulationen berechneten PDFs sind in Bild 1 dargestellt.

Tabelle 2 – Ergebnisse und charakteristische Grenzen

Ergebnisse	Symbol	Einheit	ISO 11929-1	ISO 11929-2
Primäres Messergebnis	a	Bq	49,05	49,05
Dem primären Messergebnis zugeordnete Standardunsicherheit	$u(a)$	Bq	7,20	7,19
Dem primären Messergebnis zugeordnete relative Standardunsicherheit	$u_{\text{rel}}(a)$	1	0,147	0,147
Erkennungsgrenze	a^*	Bq	0,504	0,510
Nachweisgrenze	$a^\#$	Bq	1,08	1,05
Bester Schätzwert	$\hat{a}$	Bq	49,05	49,05
Dem besten Schätzwert zugeordnete Standardunsicherheit	$u(\hat{a})$	Bq	7,20	7,19
Dem besten Schätzwert zugeordnete relative Standardunsicherheit	$u_{\text{rel}}(\hat{a})$	1	0,147	0,147
Untere Grenze des probabilistisch symmetrischen Überdeckungsintervalls	$a^\triangleleft$	Bq	34,94	34,98
Obere Grenze des probabilistisch symmetrischen Überdeckungsintervalls	$a^\triangleright$	Bq	63,15	63,17
Untere Grenze des kürzesten Überdeckungsintervalls	$a^<$	Bq	34,94	34,94
Obere Grenze des kürzesten Überdeckungsintervalls	$a^>$	Bq	63,15	63,13



ANMERKUNG Die blauen PDFs sind die jeweiligen Näherungen durch Normalverteilungen. Die blauen vertikalen Linien stellen in der oberen Grafik den besten Schätzwert und die Grenzen des probabilistisch symmetrischen Überdeckungsintervalls dar, in der mittleren Grafiken die Erkennungsgrenze, in der unteren Grafik die Erkennungsgrenze und die Nachweisgrenze.

Bild 1 – Mittels Monte-Carlo-Methoden berechnete PDFs nach ISO 11929-2 in rot

6.6 Bewertung und Erläuterungen

Die Bewertung nach ISO 11929-1 lautet:

- Das primäre Messergebnis $a = 49,05$ Bq ist größer als die Erkennungsgrenze $a^* = 0,504$ Bq. Es wird entschieden, zu folgern, dass ein Beitrag der Probe erkannt wurde.
- Die Nachweisgrenze $a^\# = 1,08$ Bq ist kleiner als der Richtwert $a_r = 3$ Bq. Es wird entschieden, zu folgern, dass das Messverfahren für den Messzweck geeignet ist.
- Die untere und die obere Grenze des probabilistisch symmetrischen Überdeckungsintervalls sind $a^< = 34,94$ Bq und $a^> = 63,15$ Bq.
- Die untere und die obere Grenze des kürzesten Überdeckungsintervalls sind $a^< = 34,94$ Bq und $a^> = 63,15$ Bq.
- Der beste Schätzwert ist $\hat{a} = 49,05$ Bq mit der ihm zugeordneten Standardunsicherheit $u(\hat{a}) = 7,20$ Bq.

Da das Modell der Auswertung linear und die relative Unsicherheit des primären Messergebnisses klein oder moderat ist, sind die Ergebnisse nach **ISO 11929-2** praktisch identisch mit denen nach **ISO 11929-1:2019**, Tabelle 2. Die Näherungen nach ISO/IEC Guide 98-3 mittels Normalverteilungen auf der Grundlage einer Taylor-Reihen-Entwicklung erster Ordnung und der Annahme normaler PDFs ist hinreichend.

Das probabilistisch symmetrische Überdeckungsintervall ist gleich dem kürzesten Überdeckungsintervall. Der beste Schätzwert und die ihm zugeordnete Standardunsicherheit sind gleich dem primären Messergebnis und der diesem zugeordneten Standardunsicherheit. Nach **ISO 11929-2:2019**, **Anhang B**, **Gleichung (B.3)** gilt dies für alle Messungen mit $y/u(y) \geq 4$, d. h. für Messungen mit relativen Unsicherheiten $u_{\text{rel}}(y) \leq 0,25$.

Für größere relative Unsicherheiten des primären Messergebnisses werden Unterschiede zwischen den Grenzen der beiden Überdeckungsintervalle sowie zwischen dem primären Messergebnis und dem besten Schätzwert sowie den ihnen jeweils zugeordneten Standardunsicherheiten auftreten. Dies kann der Fall sein aufgrund geringer Anzahlen von Zählereignissen (siehe Abschnitt 7) oder großer relativer Unsicherheiten des Kalibrierfaktors. Im Hinblick auf Unsicherheiten des Kalibrierfaktors ist zu unterscheiden, ob sie von Größen im Zähler oder im Nenner des Kalibrierfaktors nach **Gleichung (2)** herrühren. Solche Fälle werden in den **Abschnitten 9** und **10** behandelt. Eine weitere Ursache für große Unsicherheiten kann der Abschirmfaktor sein; ein Beispiel dafür ist in **Abschnitt 11** angegeben.

7 Zählende Messungen mit wenigen Zählereignissen

7.1 Aufgabenstellung und allgemeine Aspekte

Dies ist ein Beispiel für die Anwendung von **ISO 11929-2:2019**, **Anhang A**. Die Aktivität eines Radionuklids in einer Probe wird mittels zählender Messung bestimmt, bei der nur wenige Zählereignisse gemessen wurden, wie z. B. bei einigen Anwendungen der Zählung von Alphateilchen. Geringe Anzahlen von Zählereignissen stellen ein besonderes Problem bei zählenden Messungen dar, da die Näherung der PDFs durch Normalverteilungen nicht mehr hinreichend ist.

Der Vergleich des primären Messergebnisses mit der Erkennungsgrenze erlaubt die Entscheidung, ob eine Aktivität der Probe erkannt wurde. Wenn das primäre Messergebnis größer ist als die Erkennungsgrenze, wird entschieden, zu folgern, dass eine Aktivität der Probe beobachtet wurde.

Der Richtwert von $a_r = 0,1 \text{ Bq}$ ist mit der Nachweisgrenze zu vergleichen. Wenn die Nachweisgrenze kleiner ist als der Richtwert, gilt das Messverfahren als für den Messzweck geeignet.

7.2 Modell der Auswertung und Standardunsicherheit

Die Messgröße ist die Aktivität der Probe. Das primäre Messergebnis a der Messung als ein Schätzwert des wahren Werts der Messgröße wird mit dem Modell der Auswertung berechnet mit

$$a = \left(\frac{n_g}{t_g} - \frac{n_0}{t_0} \right) \cdot w = (r_g - r_0) \cdot w = r_n \cdot w \quad (20)$$

Die zugeordnete Standardunsicherheit wird berechnet mit

$$u^2(a) = w^2 \cdot u^2(r_n) + r_n^2 \cdot u^2(w) = w^2 \cdot \left(\frac{n_g}{t_g^2} + \frac{n_0}{t_0^2} \right) + a^2 \cdot u_{\text{rel}}^2(w) \quad (21)$$

7.3 Verfügbare Information, Eingangsdaten und Spezifikationen

Die Eingangsdaten und die ihnen zugeordneten Standardunsicherheiten sind in **Tabelle 3** aufgeführt. Die den Eingangsdaten zugeordneten PDFs, die für die Anwendung von **ISO 11929-2** benötigt werden, sind ebenfalls in **Tabelle 3** aufgeführt.

Tabelle 3 – Eingangsgrößen und ihre Daten

Größe	Symbol	x_i	$u(x_i)$	PDF	Einheit
Anzahl der Zählereignisse der Bruttomessung	n_g	6	–	–	1
Messzeit der Bruttomessung	t_g	1 200	–	–	s
Anzahl der Zählereignisse der Nulleffektmessung	n_0	3	–	–	1
Messzeit der Nulleffektmessung	t_0	1 200	–	–	s
Kalibrierfaktor	w	4,1	0,6	$N(\tilde{w}; w, u(w))$	Bq s
Zwischenwerte					
Bruttozählrate	r_g	5,00E–3	2,04E–3	$Ga(\tilde{r}_g; n_g, 1/t_g)$	s ^{–1}
Nulleffektzählrate	r_0	2,50E–3	1,44E–3	$Ga(\tilde{r}_0; n_0, 1/t_0)$	s ^{–1}

Die PDFs des Kalibrierfaktors und der Zählraten wurden nach ISO/IEC Guide 98-3:2008/Supplement 1 gewählt; für eine detaillierte Beschreibung siehe auch [ISO 11929-2:2019, 6.3](#).

7.4 Auswertung der Messung und charakteristische Grenzen nach [ISO 11929-1](#)

7.4.1 Nulleffekt

Der Nulleffekt der Probe wurde gemessen. Die Anzahl der gezählten Ereignisse ist $n_0 = 3$. Dies ergibt eine Zählrate von

$$r_0 = \frac{n_0}{t_0} = 0,002\,50\,\text{s}^{-1} \quad (22)$$

Die zugeordnete Standardunsicherheit der Zählrate ist gegeben durch

$$u(r_0) = \sqrt{\frac{n_0}{t_0^2}} = 0,001\,44\,\text{s}^{-1} \quad (23)$$

7.4.2 Primäres Messergebnis und die ihm zugeordnete Standardunsicherheit

Die Aktivität der Probe wird nach [Gleichung \(20\)](#) berechnet. Diese Beziehung hängt vom Kalibrierfaktor w ab, welcher, wie die ihm zugeordnete Standardunsicherheit $u(w)$, zuerst bestimmt werden muss.

Der Kalibrierfaktor ist gegeben durch^{N4}

$$w = 4,1\,\text{Bq s} \text{ mit } u(w) = 0,6\,\text{Bq s} \text{ und } u_{\text{rel}}(w) = 0,146 \quad (24)$$

^{N4} Nationale Fußnote: Im ISO-Original fehlt bei w und $u(w)$ die Angabe der Einheit: Bq s.

Die Aktivität a der Probe ist gegeben durch

$$a = r_n \cdot w = \left(\frac{n_g}{t_g} - r_0 \right) \cdot w = 0,010 \, 3 \, \text{Bq} \quad (25)$$

mit der Standardunsicherheit

$$u(a) = \sqrt{r_n^2 \cdot u^2(w) + w^2 \cdot \left(\frac{n_g}{t_g^2} + \frac{n_0}{t_0^2} \right)} = 0,010 \, 4 \, \text{Bq} \quad (26)$$

und

$$u_{\text{rel}}(a) = u(a)/a = 1,01 \quad (27)$$

7.4.3 Standardunsicherheit als Funktion eines angenommenen wahren Wertes

Die Standardunsicherheit $\tilde{u}(\tilde{a})$ als eine Funktion des wahren Wertes $\tilde{a}$ wird für die Berechnung der Erkennungs- und der Nachweisgrenze benötigt. Für einen wahren Wert $\tilde{a} = \tilde{r}_n \cdot w$ der Messgröße erwartet man eine Bruttozählrate $\tilde{r}_g = \frac{\tilde{a}}{w} + \frac{n_0}{t_0}$ und erhält mit Gleichung (21)

$$\tilde{u}^2(\tilde{a}) = \tilde{r}_n^2 \cdot u^2(w) + w^2 \cdot u^2(\tilde{r}_n) = w^2 \cdot \left(\frac{\tilde{a}}{t_g w} + \frac{n_0}{t_g t_0} + \frac{n_0}{t_0^2} \right) + \tilde{a}^2 \cdot u_{\text{rel}}^2(w) \quad (28)$$

7.4.4 Erkennungsgrenze

Für die angenommene Wahrscheinlichkeit α von 5 % ist der Wert des Quantils $k_{1-\alpha}$ der Standardnormalverteilung $\Phi(k_{1-\alpha}) = 1 - \alpha$ gleich 1,645. Die Erkennungsgrenze der Aktivität ist damit gegeben durch

$$a^* = k_{1-\alpha} \tilde{u}(0) = k_{1-\alpha} \cdot \sqrt{w^2 \cdot \left(\frac{n_0}{t_g t_0} + \frac{n_0}{t_0^2} \right)} = 0,013 \, 8 \, \text{Bq} \quad (29)$$

Das primäre Messergebnis a ist kleiner als die Erkennungsgrenze a^* .

7.4.5 Nachweisgrenze

Die Wahrscheinlichkeit β ist mit 5 % festgelegt. Der Wert des zugehörigen Quantils $k_{1-\beta}$ der Standardnormalverteilung ist 1,645. Die Nachweisgrenze wird mittels Iteration berechnet, welche ergibt

$$a^\# = a^* + k_{1-\beta} \cdot \sqrt{a^{\#2} \cdot u_{\text{rel}}^2(w) + w^2 \cdot \left(\frac{a^\#}{t_g w} + \frac{n_0}{t_g t_0} + \frac{n_0}{t_0^2} \right)} = 0,039 \, \text{Bq} \quad (30)$$

Da $\alpha = \beta$ ist $k_{1-\alpha} = k_{1-\beta} = k$. Die Nachweisgrenze kann auch über Gleichung (31) explizit berechnet werden

$$a^{\#} = a^* + k_{1-\beta} \cdot \tilde{u}(a^{\#}) = \frac{2 \cdot a^* + (k^2 \cdot w) / t_g}{1 - k^2 \cdot u_{\text{rel}}^2(w)} = 0,039 \text{ Bq} \quad (31)$$

Der Richtwert a_r ist größer als die Nachweisgrenze $a^{\#}$.

7.4.6 Grenzen von Überdeckungsintervallen

Obwohl das primäre Messergebnis a kleiner als die Erkennungsgrenze a^* ist, werden die obere und die untere Grenze des probabilistisch symmetrischen Überdeckungsintervalls berechnet. Mit $\omega = \Phi(a / u(a)) = 0,837$ und $\gamma = 0,05$ erhält man die Wahrscheinlichkeiten $p = \omega \cdot (1 - \gamma / 2) = 0,816$ und $q = 1 - \omega \cdot \gamma / 2 = 0,979$, womit die Quantile k_p und k_q gleich 0,908 bzw. 2,034 sind. Dann sind die untere und die obere Grenze des probabilistisch symmetrischen Überdeckungsintervalls gegeben durch

$$a^{\triangleleft} = a - k_p \cdot u(a) = 0,000\,854 \text{ Bq} \text{ und } a^{\triangleright} = a + k_q \cdot u(a) = 0,031\,3 \text{ Bq} \quad (32)$$

Alternativ werden die obere und die untere Grenze des kürzesten Überdeckungsintervalls berechnet. Mit $\omega = \Phi(a / u(a)) = 0,837$ erhält man $p = (1 + \omega \cdot (1 - \gamma)) / 2 = 0,897$ und das Quantil k_p ist gleich 1,27. Damit wären die Grenzen des kürzesten Überdeckungsintervalls nach Gleichung (33)

$$a^{\triangleleft} = -0,002\,91 \text{ und } a^{\triangleright} = a + k_q \cdot u(a) = 0,023\,4 \text{ Bq} \quad (33)$$

Da die untere Grenze des kürzesten Überdeckungsintervalls nach Gleichung (33) negativ ist, ist nach Gleichung (34) vorzugehen und man erhält mit $q = 1 - \omega \cdot \gamma = 0,958$ das Quantil $k_q = 1,728$ und damit

$$a^{\triangleleft} = 0 \text{ Bq} \text{ und } a^{\triangleright} = a + k_q \cdot u(a) = 0,028\,2 \text{ Bq} \quad (34)$$

7.4.7 Bester Schätzwert und die ihm zugeordnete Standardunsicherheit

Der beste Schätzwert $\hat{a}$ der Aktivität der Probe ist gegeben durch

$$\hat{a} = a + \frac{u(a) \cdot \exp\left(-a^2 / (2u^2(a))\right)}{\omega \sqrt{2\pi}} = 0,013\,3 \text{ Bq} \quad (35)$$

mit der zugeordneten Standardunsicherheit

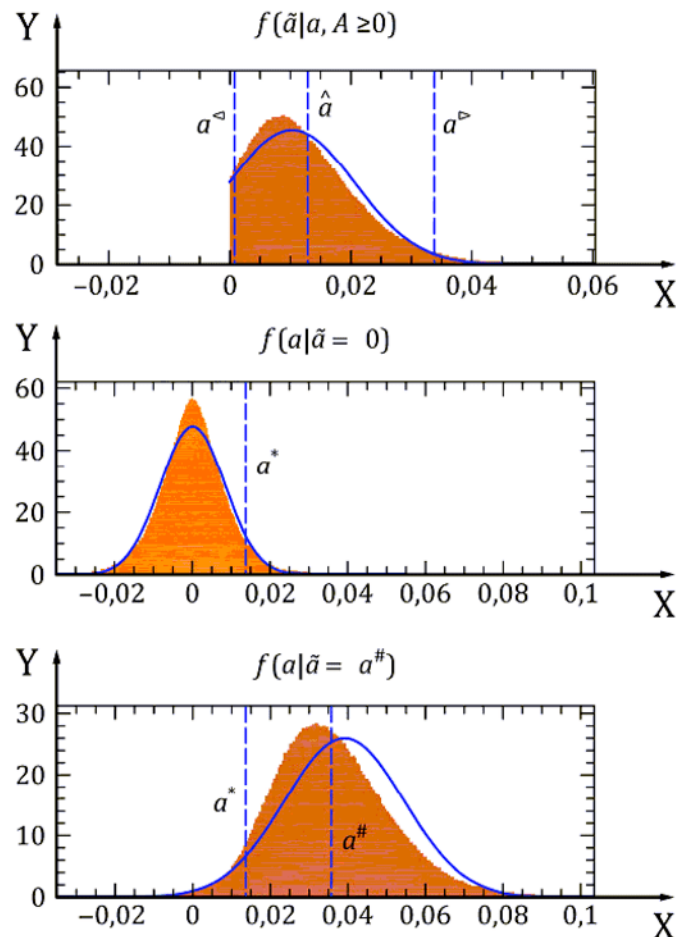
$$u(\hat{a}) = \sqrt{u^2(a) - (\hat{a} - a) \cdot \hat{a}} = 0,008\,20 \text{ Bq} \quad (36)$$

7.5 Dokumentation der Ergebnisse nach ISO 11929-1 und ISO 11929-2

Die Ergebnisse und die charakteristischen Grenzen sind in [Tabelle 4](#) zusammengefasst, die mit den Monte-Carlo-Berechnungen erhaltenen PDFs in [Bild 2](#) dargestellt.

Tabelle 4 – Ergebnisse und charakteristische Grenzen

Ergebnisse	Symbol	Einheit	ISO 11929-1	ISO 11929-2
Primäres Messergebnis	a	Bq	1,03E–2	1,02E–2
Dem primären Messergebnis zugeordnete Standardunsicherheit	$u(a)$	Bq	1,04E–2	1,05E–2
Dem primären Messergebnis zugeordnete relative Standardunsicherheit	$u_{\text{rel}}(a)$	1	1,01	1,03
Erkennungsgrenze	a^*	Bq	1,38E–2	1,38E–2
Nachweisgrenze	$a^\#$	Bq	3,90E–2	3,58E–2
Bester Schätzwert	$\hat{a}$	Bq	1,33E–2	1,29E–2
Dem besten Schätzwert zugeordnete Standardunsicherheit	$u(\hat{a})$	Bq	8,20E–3	8,75E–3
Dem besten Schätzwert zugeordnete relative Standardunsicherheit	$u_{\text{rel}}(\hat{a})$	1	0,62	0,68
Untere Grenze des probabilistisch symmetrischen Überdeckungsintervalls	$a^\triangleleft$	Bq	8,54E–4	8,24E–4
Obere Grenze des probabilistisch symmetrischen Überdeckungsintervalls	$a^\triangleright$	Bq	3,13E–2	3,38E–2
Untere Grenze des kürzesten Überdeckungsintervalls	$a^<$	Bq	0	0
Obere Grenze des kürzesten Überdeckungsintervalls	$a^>$	Bq	2,82E–2	2,93E–2



ANMERKUNG Die blauen PDFs sind die jeweiligen Näherungen durch Normalverteilungen. Die blauen vertikalen Linien stellen in der oberen Grafik den besten Schätzwert und die Grenzen des probabilistisch symmetrischen Überdeckungsintervalls dar, in der mittleren Grafiken die Erkennungsgrenze, in der unteren Grafik die Erkennungsgrenze und die Nachweisgrenze.

Bild 2 – Mittels Monte-Carlo-Methoden berechnete PDFs nach ISO 11929-2 in rot

7.6 Bewertung und Erläuterungen

Die Bewertung nach ISO 11929-1 lautet:

- Das primäre Messergebnis $a = 0,010\,3\text{ Bq}$ ist kleiner als die Erkennungsgrenze $a^* = 0,0138\text{ Bq}$. Es wird entschieden, zu folgern, dass kein Effekt der Probe erkannt wurde. Dennoch werden in diesem Beispiel alle charakteristischen Werte berechnet und dokumentiert.
- Die Nachweisgrenze $a^\# = 0,039\text{ Bq}$ ist kleiner als der Richtwert $a_r = 0,1\text{ Bq}$. Es wird entschieden, zu folgern, dass das Messverfahren für den Messzweck geeignet ist.
- Die untere und die obere Grenze des probabilistisch symmetrischen Überdeckungsintervalls sind $a^< = 0,000\,854\text{ Bq}$ und $a^> = 0,031\,3\text{ Bq}$.
- Die untere und die obere Grenze des kürzesten Überdeckungsintervalls sind $a^< = 0\text{ Bq}$ und $a^> = 0,028\,2\text{ Bq}$.
- Der beste Schätzwert ist $\hat{a} = 0,0133\text{ Bq}$ mit der zugeordneten Standardunsicherheit $u(\hat{a}) = 0,008\,2\text{ Bq}$.

Es treten nur geringe Unterschiede zwischen den Ergebnissen nach ISO 11929-1 und ISO 11929-2 aufgrund der Abweichungen zwischen den Normalverteilungen und den tatsächlichen Posterior-Wahrscheinlichkeitsverteilungen nach ISO 11929-2 auf; siehe Bild 2.

Wenn große relative Unsicherheiten des primären Messergebnisses aufgrund der Unsicherheiten der Zählraten auftreten, hindert dieses jedoch nicht daran, die Nachweisgrenze nach [ISO 11929-1](#) zu berechnen. Auch in diesem extremen Fall weniger Zählereignisse ist die Anwendung von [ISO 11929-1](#) gerechtfertigt.

7.7 Alternatives Beispiel einer Messung mit wenigen Zählereignissen

7.7.1 Allgemeines

Die Daten eines alternativen Beispiels mit wenigen Zählereignissen sind in Tabelle 5 dargestellt. Die Eingangsdaten unterscheiden sich von denen der [Tabelle 3](#) lediglich in Bezug auf die Anzahl der Zählereignisse, die nun mit $n_0 = 1$ und $n_g = 4$ angenommen werden.

Tabelle 5 – Eingangsgrößen und ihre Daten

Größe	Symbol	x_i	$u(x_i)$	PDF	Einheit
Anzahl der Zählereignisse der Bruttomessung	n_g	4	–	–	1
Messzeit der Bruttomessung	t_g	1 200	–	–	s
Anzahl der Zählereignisse der Nulleffektmessung	n_0	1	–	–	1
Messzeit der Nulleffektmessung	t_0	1 200	–	–	s
Kalibrierfaktor	w	4,1	0,6	$N(\tilde{w}; w, u^2(w))$	s Bq
Zwischenwerte					
Bruttozählrate	r_g	3,33E–3	1,67E–3	$Ga(\tilde{r}_g; n_g, 1/t_g)$	s ^{–1}
Nulleffektzählrate	r_0	8,33E–4	8,33E–4	$Ga(\tilde{r}_0; n_0, 1/t_0)$	s ^{–1}

ANMERKUNG Dieser Fall mit lediglich einem Untergrundzählereignis wird als Grenzfall betrachtet. Bei jeder vernünftigen zählenden Einkanal-Messung wird erwartet, dass wenigsten je 1 Zählereignis sowohl in der Brutto- als auch in der Untergrundmessung erhalten wird. Der Fall einer zählenden Einkanal-Messung mit null Untergrundzählereignissen wird als pathologischer Fall angesehen, bei dem die Messung oder sogar das Messverfahren ungeeignet ist.

Die PDFs des Kalibrierfaktors und der Zählraten wurden nach ISO/IEC Guide 98-3:2008/Supplement 1 gewählt; für eine detaillierte Beschreibung siehe auch [ISO 11929-2:2019, 6.3](#).

7.7.2 Nulleffekt

Der Nulleffekt der Probe wurde gemessen. Die Anzahl der Zählereignisse ist $n_0 = 1$. Dies ergibt eine Nulleffektzählrate von

$$r_0 = \frac{n_0}{t_0} = 0,000\,833\,\text{s}^{-1} \quad (37)$$

Die Standardunsicherheit der Nulleffektzählrate ist

$$u(r_0) = \sqrt{\frac{n_0}{t_0^2}} = 0,000\,833\text{ s}^{-1} \quad (38)$$

7.7.3 Primäres Messergebnis und die ihm zugeordnete Standardunsicherheit

Die Aktivität der Probe wird nach Gleichung (20) berechnet. Diese Beziehung hängt vom Kalibrierfaktor w ab, welcher, wie die ihm zugeordnete Standardunsicherheit $u(w)$, zuerst bestimmt werden muss.

Der Kalibrierfaktor ist gegeben durch^{N5}

$$w = 4,1\text{ Bq s mit } u(w) = 0,6\text{ Bq s und } u_{\text{rel}}(w) = 0,146 \quad (39)$$

Die Aktivität a der Probe ist gegeben durch

$$a = r_n \cdot w = \left(\frac{n_g}{t_g} - r_0 \right) \cdot w = 0,010\,3\text{ Bq} \quad (40)$$

mit der Standardunsicherheit

$$u(a) = \sqrt{r_n^2 \cdot u^2(w) + w^2 \cdot \left(\frac{n_g}{t_g^2} + \frac{n_0}{t_0^2} \right)} = 0,007\,79\text{ Bq} \quad (41)$$

und

$$u_{\text{rel}}(a) = u(a)/a = 0,756 \quad (42)$$

7.7.4 Standardunsicherheit als Funktion eines angenommenen wahren Werts

Die Standardunsicherheit $\tilde{u}(\tilde{a})$ als eine Funktion des wahren Werts $\tilde{a}$ wird für die Berechnung der Erkennungs- und der Nachweisgrenze benötigt. Für einen wahren Wert $\tilde{a} = \tilde{r}_n \cdot w$ der Messgröße erwartet man eine Bruttozählrate $r_g = \frac{\tilde{a}}{w} + \frac{n_0}{t_0}$ und erhält mit Gleichung (21)

$$\tilde{u}^2(\tilde{a}) = \tilde{r}_n^2 \cdot u^2(w) + w^2 \cdot u^2(\tilde{r}_n) = \tilde{a}^2 \cdot u_{\text{rel}}^2(w) + w^2 \cdot \left(\frac{\tilde{a}}{t_g w} + \frac{n_0}{t_g t_0} + \frac{n_0}{t_0^2} \right) \quad (43)$$

7.7.5 Erkennungsgrenze

Für die angenommene Wahrscheinlichkeit α von 5 % ist das Quantil $k_{1-\alpha}$ der Standardnormalverteilung $\Phi(k_{1-\alpha}) = 1 - \alpha$ gleich 1,645. Die Erkennungsgrenze der Aktivität wird berechnet über

$$a^* = k_{1-\alpha} \tilde{u}(0) = k_{1-\alpha} \cdot \sqrt{w^2 \cdot \left(\frac{n_0}{t_g t_0} + \frac{n_0}{t_0^2} \right)} = 0,007\,95\text{ Bq} \quad (44)$$

^{N5} Nationale Fußnote: Im ISO-Original fehlt bei w und $u(w)$ die Angabe der Einheit: Bq s.

Das primäre Messergebnis a ist größer als die Erkennungsgrenze a^* .

7.7.6 Nachweisgrenze

Für $\beta = 5\%$ ist das zugehörige Quantil $k_{1-\beta}$ der Standardnormalverteilung 1,645. Die Nachweisgrenze wird mittels Iteration berechnet, welche ergibt

$$a^\# = a^* + k_{1-\beta} \cdot \sqrt{a^{\#2} \cdot u_{\text{rel}}^2(w) + w^2 \left(\frac{a^\#}{t_g w} + \frac{n_0}{t_g t_0} + \frac{n_0}{t_0^2} \right)} = 0,0267 \text{ Bq} \quad (45)$$

Da $\alpha = \beta$ ist $k_{1-\alpha} = k_{1-\beta} = k$. Die Nachweisgrenze kann auch explizit berechnet werden über die Gleichung

$$a^\# = a^* + k_{1-\beta} \cdot \tilde{u}(a^\#) = \frac{2 \cdot a^* + (k^2 \cdot w) / t_g}{1 - k^2 \cdot u_{\text{rel}}^2(w)} = 0,0267 \text{ Bq} \quad (46)$$

Der Richtwert a_r ist größer als die Nachweisgrenze $a^\#$.

7.7.7 Grenzen von Überdeckungsintervallen

Da das primäre Messergebnis a größer ist als die Erkennungsgrenze a^* , werden die untere und die obere Grenze des probabilistisch symmetrischen Überdeckungsintervalls berechnet. Mit $\omega = \Phi(a / u(a)) = 0,907$ und $\gamma = 0,05$ erhält man die Wahrscheinlichkeiten $p = \omega \cdot (1 - \gamma / 2) = 0,884$ und $q = 1 - \omega \cdot \gamma / 2 = 0,977$ und damit die Quantile k_p und k_q gleich 1,20 bzw. 2,00. Dann sind die untere und die obere Grenze des probabilistisch symmetrischen Überdeckungsintervalls gegeben durch:

$$a^< = a - k_p \cdot u(a) = 0,00970 \text{ Bq} \quad \text{und} \quad a^> = a + k_q \cdot u(a) = 0,0258 \text{ Bq} \quad (47)$$

Alternativ werden die untere und die obere Grenze des kürzesten Überdeckungsintervalls berechnet. Mit $\omega = \Phi(a / u(a)) = 0,907$ erhält man $p = (1 + \omega \cdot (1 - \gamma)) / 2 = 0,931$ und damit ist das Quantil k_p gleich 1,48. Damit sind die Grenzen des kürzesten Überdeckungsintervall nach Gleichung (48):

$$a^< = a - k_p \cdot u(a) = -0,00124 \text{ Bq} \quad \text{und} \quad a^> = a + k_q \cdot u(a) = 0,0218 \text{ Bq} \quad (48)$$

Da die untere Grenze des kürzesten Überdeckungsintervalls nach Gleichung (48) negativ ist, ist nach Gleichung (49) vorzugehen und man erhält mit $q = 1 - \omega \cdot \gamma = 0,955$ das Quantil $k_q = 1,692$

$$a^< = 0 \text{ Bq} \quad \text{und} \quad a^> = a + k_q \cdot u(a) = 0,0234 \text{ Bq} \quad (49)$$

7.7.8 Bester Schätzwert und die ihm zugeordnete Standardunsicherheit

Der beste Schätzwert $\hat{a}$ der Aktivität der Probe ist gegeben durch

$$\hat{a} = a + \frac{u(a) \cdot \exp\left(-a^2 / (2u^2(a))\right)}{\omega \sqrt{2\pi}} = 0,0117 \text{ Bq} \quad (50)$$

mit der ihm zugeordneten Standardunsicherheit

$$u(\hat{a}) = \sqrt{u^2(a) - (\hat{a} - a) \cdot \hat{a}} = 0,00662 \text{ Bq} \quad (51)$$

7.8 Dokumentation der Ergebnisse nach ISO 11929-1 und ISO 11929-2

Die Ergebnisse und die charakteristischen Grenzen sind in Tabelle 6 zusammengefasst, die mit den Monte-Carlo-Berechnungen erhaltenen PDFs in Bild 3 dargestellt.

Tabelle 6 – Ergebnisse und charakteristische Grenzen

Ergebnisse	Symbol	Einheit	ISO 11929-1	ISO 11929-2
Primäres Messergebnis	a	Bq	1,03E–2	1,02E–2
Dem primären Messergebnis zugeordnete Standardunsicherheit	$u(a)$	Bq	7,79E–3	7,86E–3
Dem primären Messergebnis zugeordnete relative Standardunsicherheit	$u_{\text{rel}}(a)$	1	0,756	0,771
Erkennungsgrenze	a^*	Bq	7,95E–3	7,91E–3
Nachweisgrenze	$a^\#$	Bq	2,67E–2	2,30E–2
Bester Schätzwert	$\hat{a}$	Bq	1,17E–2	1,12E–2
Dem besten Schätzwert zugeordnete Standardunsicherheit	$u(\hat{a})$	Bq	6,62E–3	7,20E–3
Dem besten Schätzwert zugeordnete relative Standardunsicherheit	$u_{\text{rel}}(\hat{a})$	1	0,566	0,643
Untere Grenze des probabilistisch symmetrischen Überdeckungsintervalls	$a^{\triangleleft}$	Bq	9,70E–4	1,06E–3
Obere Grenze des probabilistisch symmetrischen Überdeckungsintervalls	$a^{\triangleright}$	Bq	2,58E–2	2,86E–2
Untere Grenze des kürzesten Überdeckungsintervalls	$a^{<}$	Bq	0	0
Obere Grenze des kürzesten Überdeckungsintervalls	$a^{>}$	Bq	2,34E–2	2,47E–2