

**Meßunsicherheit bei der Kalibrierung
und Anwendung von Durchflußmeßeinrichtungen**
Lineare Kennlinien
Identisch mit ISO 7066-1 : 1989

DIN
ISO 7066
Teil 1

Assessment of uncertainty in the calibration and use of flow measurement devices; Linear calibration relationships; Identical with ISO 7066-1 : 1989

Calcul de l'incertitude lors de l'étalonnage et de l'utilisation d'appareils de mesure de débit; Relations d'étalonnage linéaires; Identique à l'ISO 7066-1 : 1989

Die Internationale Norm ISO 7066 : 1989 – 10 – 01, „Assessment of uncertainty in the calibration and use of flow measurement devices – Part 1: Linear calibration relationships“, ist unverändert in diese Deutsche Norm übernommen worden.

Nationales Vorwort

Diese Norm ist die deutsche Übersetzung der Internationalen Norm ISO 7066-1, der zwei Internationale Norm-Entwürfe, nämlich ISO/DIS 7066-1 : 1984 und ISO/DIS 7066-1.2 : 1988, vorausgingen. Von deutscher Seite wurde beiden zugestimmt, und der zuständige Unterausschuß NPM 2.5 hatte sich zu einer unveränderten Veröffentlichung als DIN-ISO-Norm entschlossen, um für die Harmonisierung auf dem europäischen Markt gerüstet zu sein.

Hingegen bestehen von deutscher Seite Bedenken gegen ISO 7066 Teil 2, der die Unsicherheitsberechnung bei nichtlinearen Zusammenhängen zum Thema hat. Zu ISO 7066-2 sind vorerst keine nationalen Aktivitäten im NPM geplant.

Fortsetzung Seite 2 bis 35

Deutsche Übersetzung

Meßunsicherheit bei der Kalibrierung
und Anwendung von Durchflußmeßeinrichtungen
Teil 1: Lineare Kennlinien

Inhalt	
	Seite
Vorwort	2
Einleitung	2
1 Anwendungsbereich	3
2 Verweisungen auf andere Normen	3
3 Formelzeichen und Begriffe	3
4 Allgemeines	4
5 Meßunsicherheiten für einzelne Kalibrierpunkte ..	5
6 Linearität der Kennlinie	5
7 Ermitteln der Regressionsgeraden	7
8 Nachweis von Ausreißern	8
9 Meßunsicherheit bei der Kalibrierung	9
10 Meßunsicherheit bei der Verwendung einer Kennlinie für eine einzelne Durchflußmessung ..	11
11 Mittlere Meßunsicherheit bei mehreren Durchflußmessungen	12
Anhang A Beispiel für eine geschlossene Leitung ..	13
Anhang B Beispiel für einen offenen Kanal	19
Anhang C Meßunsicherheit, die dem Kalibrierfaktor bei Verwendung eines kalibrierten oder genormten Durchflußmeßgerätes zugeordnet ist	28
Anhang D Extrapolation der Kennlinie	30
Anhang E Ausreißer-Tests	31
Anhang F Richtlinien für die Anwendung von ISO 7066-1	33
Anhang G Verzeichnis der ISO-Normen	35

Vorwort

Die ISO (Internationale Organisation für Normung) ist die weltweite Vereinigung nationaler Normungsinstitute (ISO-Mitgliedskörperschaften). Die Erarbeitung Internationaler Normen obliegt den Technischen Komitees der ISO. Jede Mitgliedskörperschaft, die sich für ein Thema interessiert, für das ein Technisches Komitee eingesetzt wurde, ist berechtigt, in diesem Komitee mitzuarbeiten. Internationale (staatliche und nichtstaatliche) Organisationen, die mit der ISO in Verbindung stehen, sind an den Arbeiten ebenfalls beteiligt. Die ISO arbeitet eng mit der Internationalen Elektrotechnischen Kommission (IEC) auf allen Gebieten elektrotechnischer Normung zusammen.

Die von den Technischen Komitees verabschiedeten Entwürfe zu Internationalen Normen werden den Mitgliedskörperschaften zunächst zur Annahme vorgelegt, bevor sie vom Rat der ISO als Internationale Norm bestätigt werden. Sie werden nach den Verfahrensregeln der ISO angenommen, wenn mindestens 75 % der abstimmenden Mitgliedskörperschaften zugestimmt haben.

Die Internationale Norm ISO 7066-1 wurde vom Technischen Komitee ISO/TC 30 „Durchflußmessung in geschlossenen Leitungen“ ausgearbeitet.

ISO 7066 besteht aus folgenden Teilen, unter dem Haupttitel „Meßunsicherheit bei der Kalibrierung und Anwendung von Durchflußmeßgeräten“:

- Teil 1: Lineare Kennlinien
- Teil 2: Nichtlineare Kennlinien

Die Anhänge A, B und C sind ein wesentlicher Bestandteil dieser Norm. Die Anhänge D, E, F und G dienen nur zur Information.

Einleitung

Diese Internationale Norm wurde nach den in ISO 5168 enthaltenen Festlegungen erstellt und gibt eine Anleitung, wie die Meßunsicherheit einer Kennlinie oder des Mittelwerts einer Anzahl von Messungen mit demselben Durchfluß berechnet werden kann. Um das zu erreichen, wird vorausgesetzt, daß die Meßunsicherheit jeder einzelnen Durchflußmessung nach ISO 5168 berechnet wird.

Diese Norm gilt nur für Kennlinien, die linear sind oder linearisiert werden können. Nichtlineare Kennlinien werden in Teil 2 behandelt.

1 Anwendungsbereich

Diese Internationale Norm behandelt Verfahren zur Bestimmung der Meßunsicherheit der Kalibrierung nach beliebigen Durchflußmeßverfahren, sowohl in geschlossenen Leitungen als auch in offenen Kanälen. Außerdem wird die Bestimmung der Meßunsicherheit bei einer oder mehreren Messungen behandelt, wenn die so ermittelte Kennlinie angewendet wird.

In dieser Norm werden lediglich lineare Abhängigkeiten behandelt; nichtlineare Abhängigkeiten werden Thema von ISO 7066 Teil 2 sein. Ist eine Kennlinie nichtlinear, so ist diese Norm nur anwendbar, wenn

- die Variablen so transformiert werden können, daß (z. B. durch Logarithmieren) zwischen ihnen eine lineare Abhängigkeit entsteht,
- der Bereich, über den sich die Abhängigkeit erstreckt, so unterteilt werden kann, daß innerhalb jedes dieser Teilbereiche die abhängige Variable von der anderen linear abhängig ist, oder
- systematische Abweichungen von der Linearität der Kennlinie vernachlässigbar sind im Vergleich zur Meßunsicherheit der individuellen Meßpunkte, die die Kurve bilden ¹⁾.

Obgleich davon ausgegangen wird, daß die Meßunsicherheit der unabhängigen und abhängigen Variablen, für welche die Kennlinie erstellt wird, üblicherweise vor Festlegung der Kennlinie bestimmt wird, wird im Abschnitt 5.3 angegeben, wie diese Meßunsicherheiten gegebenenfalls während des Kalibriervorgangs selbst bestimmt werden können, wenn die Meßunsicherheit einer Einzelmessung nicht bekannt ist.

Für die meisten der in dieser Norm angegebenen Berechnungen gibt es bereits Computerprogramme, die unter der Bezeichnung „linear regression methods“ oder „linear curve fitting“ angeboten werden.

Beispiele für die Anwendung der in dieser Norm beschriebenen Verfahren werden in den Anhängen A und B beschrieben.

2 Verweisungen auf andere Normen

Die nachstehend aufgeführten Normen enthalten Bestimmungen, die durch Bezugnahme für diese Norm gelten. Zum Zeitpunkt der Veröffentlichung waren die angegebenen Ausgaben gültig. Alle Normen werden überarbeitet, und die Möglichkeit wäre zu prüfen, ob die auf dieser Norm basierenden Vereinbarungen durch die Festlegungen in den neuesten Ausgaben der nachstehend aufgeführten Normen zu modifizieren sind. IEC- und ISO-Mitglieder führen ein Verzeichnis der zur Zeit gültigen Internationalen Normen.

ISO 1100-2 : 1982	Fließmessung in offenen Gerinnen – Teil 2: Bestimmung der Wasserstands-Abfluß-Beziehung
ISO 5168 : 1978	Durchflußmessung von Fluiden – Ermittlung von Unsicherheiten der Durchflußmessung

3 Formelzeichen und Begriffe

Die in dieser Norm verwendeten Formelzeichen und Begriffe wurden ISO 772 und ISO 4006 entnommen.

Die in Abschnitt 3.3 aufgeführten Definitionen gelten nur für Benennungen, die in einem besonderen Sinne angewendet werden oder deren Bedeutung hervorzuheben ist.

3.1 Formelzeichen

<i>a</i>	Schnittpunkt der Kennlinie mit der Ordinatenachse
<i>b</i>	Steigung der Kennlinie
<i>C</i>	Durchflußkoeffizient

<i>d</i>	Durchmesser der Drosselöffnung eines Drosselgerätes, z. B. der Blende
<i>D</i>	innerer Rohrdurchmesser
<i>e</i> ()	Komponente der Meßunsicherheit der Variablen in Klammern ²⁾
<i>e_r</i> ()	zufällige Komponente der Meßunsicherheit der Variablen in Klammern ²⁾
<i>e_s</i> ()	systematische Komponente der Meßunsicherheit der Variablen in Klammern ²⁾
<i>K</i>	Kalibrierzahl
<i>M</i>	Anzahl der Wiederholungen der Durchflußmessungen
<i>n</i>	Anzahl der zur Ermittlung der Kennlinie verwendeten Meßpunkte
<i>N_p</i>	die von einem Turbinenzähler erzeugte Impulsrate
<i>Q</i>	Durchfluß
<i>Re_d</i>	Reynoldszahl, bezogen auf den Durchmesser der Drosselöffnung
<i>s</i> ()	empirische Standardabweichung der Variablen in Klammern
<i>s_R</i>	Standardabweichung der Meßpunkte von der Regressionsgeraden (siehe Gleichung [17])
<i>s</i> (<i>x</i> , <i>y</i>)	Kovarianz von <i>x</i> und <i>y</i> (siehe Gleichung [10])
<i>t</i>	Student- <i>t</i> -Faktor
<i>x</i>	Abszisse
<i>y</i>	Ordinate
<i>ŷ</i>	Wert der Ordinate auf der Kennlinie
<i>ν</i>	Anzahl der Freiheitsgrade

3.2 Indizes und Hochzeichen

<i>i</i>	<i>i</i> -ter Wert einer Variablen
<i>k</i>	spezieller Wert einer Variablen
–	arithmetischer Mittelwert einer Variablen
ˆ	durch Gleichung einer entsprechenden Kurve vorgegebener Wert der Variablen

3.3 Begriffe

3.3.1 Meßabweichung

Meßergebnis minus wahrer Wert der Meßgröße.

Anmerkung 1: Dieser Begriff bezieht sich gleichermaßen auf

- den Meßwert,
- das unberichtigte Ergebnis,
- das berichtigte Ergebnis.

Anmerkung 2: Die bekannten Anteile der systematischen Meßabweichung können durch Korrekturen kompensiert werden. Die Meßabweichung des berichtigten Meßergebnisses kann durch die Angabe der Meßunsicherheit beschrieben werden.

Anmerkung 3: (Betrifft nur die englischen und französischen Benennungen „absolute error of measurement“ bzw. „erreur absolue de mesure“.)

¹⁾ Z. B. kann die Kennlinie eines Turbinenradzählers nach dem „Höcker“ ein Minimum aufweisen, bevor sie asymptotisch in die Waagerechte übergeht, aber oft wird davon ausgegangen, daß sich der lineare Bereich der Kennlinie nach unten bis zu dem Durchflußwert erstreckt, bei dem die Gerade erstmals die Kurve schneidet, die an dieser Stelle abfällt.

²⁾ In einigen Internationalen Normen wurden die Formelzeichen *U* und *E* anstelle von *e* verwendet.

3.3.2 Zufällige Meßabweichung

Komponente der Meßabweichung, die im Verlauf einer Anzahl von Messungen derselben Meßgröße in einer unvorhersehbaren Weise schwankt.

Anmerkung: Es ist nicht möglich, die zufällige Meßabweichung durch eine Berichtigung auszuschalten.

3.3.3 Systematische Meßabweichung

Komponente der Meßabweichung, die im Verlauf einer Anzahl von Messungen derselben Meßgröße konstant bleibt oder sich in einer vorhersehbaren Weise ändert.

Anmerkung: Systematische Meßabweichungen und ihre Ursachen können bekannt oder unbekannt sein.

3.3.4 Grobe Meßabweichungen

Meßabweichungen, die eine Messung unbrauchbar machen. Sie haben im allgemeinen eine einzige Ursache, wie das unkorrekte Aufzeichnen eines oder mehrerer signifikanter Stellen oder Gerätestörungen.

3.3.5 Meßunsicherheit

Schätzwert zur Kennzeichnung eines Wertebereichs, innerhalb dessen der wahre Wert der Meßgröße liegt.

3.3.6 Zufällige Komponente der Meßunsicherheit

Komponente der Meßunsicherheit aufgrund einer zufälligen Meßabweichung. Ihre Auswirkung auf die Mittelwerte kann durch das Durchführen vieler Messungen verringert werden.

3.3.7 Systematische Komponente der Meßunsicherheit

Komponente der Meßunsicherheit aufgrund einer systematischen Meßabweichung. Ihre Auswirkung kann durch das Durchführen vieler Messungen nicht verringert werden.

3.3.8 Empirische Standardabweichung

Der Parameter s , der für eine Reihe von n Messungen derselben Meßgröße die Streuung der Ergebnisse anhand der Beziehung

$$s = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \right]^{1/2}$$

charakterisiert, wobei

x_i das Ergebnis der i -ten Messung und

$\bar{x}$ der arithmetische Mittelpunkt der n Ergebnisse ist.

Anmerkung 1: Die empirische Standardabweichung darf nicht verwechselt werden mit der Standardabweichung σ der (endlichen) Grundgesamtheit des Umfanges N mit dem Mittelwert m nach der Beziehung

$$\sigma = \left[\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - m)^2}{N} \right]^{1/2}$$

Anmerkung 2: Betrachtet man die Reihe von n Messungen als eine Stichprobe aus einer Grundgesamtheit, dann ist s ein Schätzwert für die Standardabweichung der Grundgesamtheit.

3.3.9 Varianz

Das Quadrat der Standardabweichung.

3.3.10 Vertrauensgrenzen

Die unteren und oberen Grenzen, zwischen denen der wahre Wert vermutet wird, mit einer festgelegten Wahrscheinlichkeit, die eine vernachlässigbare systematische Meßabweichung voraussetzt.

3.3.11 Kennlinie

Regressionsgerade, die durch die durch Aufzeichnen des Ausgangssignals des Durchflußmeßgerätes über dem Durchfluß erhaltenen Punkte gelegt ist.

4 Allgemeines

Damit eine Kalibrierung aussagefähig ist, muß die systematische Komponente der Meßunsicherheit des Normals sehr viel kleiner als die systematische Komponente der Meßunsicherheit des zu kalibrierenden Gerätes bzw. Systems sein. Dies trifft besonders auf die im Abschnitt 7.3 genannten Verfahren zu.

Bei der Kalibrierung eines Durchflußmeßgerätes oder -systems ergibt sich eine Kurve des Kalibrierfaktors, die später zur Bestimmung des Durchflusses benutzt wird. Da diese Bestimmung eine damit verbundene Meßunsicherheit haben muß, ist während der Kalibrierung nicht nur die funktionelle Abhängigkeit zwischen Kalibrierfaktor und Durchfluß zu ermitteln, sondern auch die Meßunsicherheit des Kalibrierfaktors.

Es gibt eine Anzahl von Wertepaaren (x, y) , bei denen die Meßunsicherheiten von x und y (also $e(x)$ und $e(y)$)³⁾ aus einem der in Abschnitt 5 aufgeführten Verfahren bekannt sind. Die Wahl des Verfahrens, mit dem die Faktoren und die Meßunsicherheit der Kalibriergleichung berechnet werden, wird aus dem Verhältnis der zufälligen Komponenten der Meßunsicherheiten $e_r(x)$ und $e_r(y)$ zueinander bestimmt, wie im Abschnitt 7 beschrieben.

Wenn $e_r(x)$ vernachlässigt werden kann (wie es z. B. die Regel beim Kalibrieren einer Blende ist), dann werden die Kalibriergleichung und die Meßunsicherheit des Kalibrierfaktors mit Hilfe der in den Abschnitten 7.2 und 9.3 aufgeführten Verfahren berechnet. Sind jedoch die zufälligen Komponenten der Meßunsicherheiten von x und y ähnlich, dann sollten die in den Abschnitten 7.3 und 9.4 beschriebenen Verfahren angewendet werden. Wenn beide Meßunsicherheiten von x und y signifikant sind, jedoch nicht als annähernd gleich angesehen werden können, dann liegt die Berechnung für die Meßunsicherheit der Kennlinie außerhalb des Bereichs dieser Norm.

Ein Sonderfall besteht dann, wenn y von x praktisch unabhängig ist; dies ist üblicherweise der Fall, wenn Durchflußmeßgeräte in geschlossenen Rohren verwendet werden, weil es dort von offensichtlichem Vorteil ist, über eine vom Durchfluß unabhängige Kalibrierung zu verfügen. In solchen Fällen kann das im Abschnitt 9.2 beschriebene Verfahren zur Berechnung der Meßunsicherheit herangezogen werden.

Neben der Bestimmung der Meßunsicherheit des Faktors oder der Kurve, die sich für die Kalibrierung eines Durchflußmeßgerätes oder einer Meßstation ergibt, ist es erforderlich, bei der Anwendung des kalibrierten Durchflußmeßgerätes die Meßunsicherheit bei dem speziellen Wert festzustellen, der als Koeffizient verwendet oder von der Kennlinie abgelesen wird. Wird der Wert des anzuwendenden Kalibrierfaktors vollkommen unabhängig von der

³⁾ Die für eine Kurve üblichen unabhängigen und abhängigen Variablen — Abszissen (waagrecht) sowie Ordinaten (senkrecht) — sind für lineare Regressionen in der Zuordnung unerheblich, wichtig ist der Unterschied zwischen Variablen mit signifikanten und Variablen mit vernachlässigbaren (oder Null) Meßunsicherheiten. Wenn die Meßunsicherheit einer Variablen erheblich größer ist als die der anderen, wie in Abschnitt 7 beschrieben, dann wird die erste mit y und die zweite mit x gekennzeichnet. Daher lauten alle untersuchten Regressionen y auf x , ganz gleich, ob eine Variable als unabhängig betrachtet wird und welche Variable „waagrecht“ eingezeichnet wird.

Messung bestimmt, aus der sich ein Durchfluß ergibt, dann sind diese beiden Größen gleich, vorausgesetzt, die Anwendungsbedingungen stimmen mit denen der Kalibrierung überein; ist jedoch irgendeine Information bezüglich der Prüfung der Durchflußmessung erforderlich, bevor der Kalibrierfaktor oder die Kurve verwendet werden können, dann wird eine zusätzliche Meßunsicherheit eingebracht. Im Anhang C wird diese zusätzliche Meßunsicherheit behandelt.

Die in diesen verschiedenen Fällen anzuwendenden Möglichkeiten sind im Abschnitt 10*) beschrieben, und im Abschnitt 11 werden Verfahren zur Bestimmung der Meßunsicherheit für das Mittel aus einer Anzahl von Messungen beschrieben.

5 Meßunsicherheiten für einzelne Kalibrierpunkte

5.1 Allgemeines

Wird ein Durchflußmeßgerät kalibriert, dann kann seine Ausgangsfunktion in Abhängigkeit entweder von einer Vergleichsmessung des Durchflusses oder einer anderen Funktion dieses Durchflusses, z. B. der Reynoldszahl, aufgezeichnet werden.

In jedem Fall ist es erforderlich, die Meßunsicherheit der Koordinaten an einem Einzelpunkt zu bestimmen, um die Meßunsicherheit der Kennlinie berechnen zu können.

Dazu gibt es zwei Möglichkeiten:

- Anwendung der ISO 5168;
- gelegentlich kann die Information auch den Kalibrierdaten direkt entnommen werden.

Es ist jedoch zu beachten, daß sich die Meßunsicherheit einer Koordinate mit dem Wert der Koordinate ändern kann. Z. B. ist dort, wo der Vergleichsdurchfluß mit einem System gemessen wird, bei dem die Masse in einem bestimmten Zeitabschnitt gewogen wird, die Meßunsicherheit infolge der Zeitmessung bei langen Zeitabschnitten gewöhnlich kleiner (und folglich auch bei kleinen Durchflüssen, falls das Gewicht im Wasser bei jedem Meßvorgang ungefähr gleich ist) als bei kurzen Zeitabschnitten.

Wenn davon ausgegangen wird, daß die Meßunsicherheit über den ganzen Bereich der Koordinate konstant ist, muß immer eine Justierung vorgenommen werden. Dort, wo die Meßunsicherheit nicht als konstant angesehen werden kann, muß sie für ausreichend viele Koordinatenwerte geschätzt werden, um eine klare Vorstellung zu vermitteln, inwieweit sie vom Wert der Koordinate abhängt.

5.2 Anwendung der ISO 5168

In ISO 5168 wird ausführlich beschrieben, wie eine Schätzung der Meßunsicherheit einer einzelnen Durchflußmessung vorgenommen werden kann. Die in ISO 5168 aufgeführten Verfahren können sowohl bei der Berechnung der Unsicherheit der unabhängigen als auch der abhängigen Variablen der Kennlinie angewendet werden.

Es ist wichtig, daß die zufälligen und systematischen Komponenten der Meßunsicherheit separat und nicht kombiniert berechnet werden. Die verschiedenen Gleichungen zur Berechnung der Meßunsicherheit einer Kennlinie werden zuerst nur zur Berechnung der zufälligen Komponente der Meßunsicherheit verwendet, es wird also zunächst nur die zufällige Komponente der Meßunsicherheit bei den einzelnen Punkten angewendet. Die systematische Komponente der Meßunsicherheit der einzelnen Punkte wird diesem Wert später mittels quadratischer Addition hinzugerechnet, um den endgültigen kombinierten Wert zu erhalten. In jedem Fall ist die zufällige Komponente der Meßunsicherheit separat erforderlich, solange das Verhält-

nis der zufälligen Komponenten der Meßunsicherheiten von x und y zueinander das anzuwendende Berechnungsverfahren bestimmen.

Das Verfahren zur Berechnung der Meßunsicherheit der Koordinaten eines einzelnen Meßpunktes kann nur angewendet werden, wenn vorhergehende Untersuchungen zur Abschätzung der Meßunsicherheiten stattgefunden haben oder Informationen aus anderer Quelle zur Verfügung stehen.

5.3 Anwendung der Kalibrierdaten

Können die Meßbedingungen konstant gehalten werden, ist es möglich, während der Kalibrierung durch wiederholte Messungen die zufälligen Komponenten der Meßunsicherheiten der Koordinaten der Kennlinie zu bestimmen. So ist es z. B. bei der Kalibrierung einer Blende möglich, die Reynoldszahl konstant zu halten und eine Reihe von Daten aufzunehmen, die zur Berechnung des Kalibrierfaktors erforderlich sind; umgekehrt ist es möglich, den Wirkdruck an der Blende konstant zu halten und eine Anzahl von Messungen zur Bestimmung des Durchflusses (und damit der Reynoldszahl) durchzuführen.

Die Meßunsicherheit (infolge zufälliger Einflüsse) des Kalibrierfaktors oder der Reynoldszahl kann dann aus den Standardabweichungen der Meßergebnisse errechnet werden.

Falls die Bestimmung der systematischen Komponente der Meßunsicherheit nach dieser Norm durchgeführt werden soll, gibt es zur Anwendung der in ISO 5168 genannten Verfahren keine Alternative.

6 Linearität der Kennlinie

6.1 Allgemeines

Bei der Betrachtung des Verlaufs einer Kennlinie sollten immer frühere Erfahrungen und Kenntnisse hinsichtlich des angewendeten Verfahrens zur Durchflußmessung berücksichtigt werden (ob z. B. eine entsprechende Norm veröffentlicht wurde), um die Annahme über den Verlauf der Kurve zu begründen. Ist die Verlaufsform der Kennlinie ungewöhnlich, sollte eine ausreichende Anzahl von Meßpunkten wiederholt werden, um den Verlauf der Kennlinie für das Durchflußmeßgerät zu überprüfen.

Fehlen solche Informationen oder besteht kein Grund, von vornherein davon auszugehen, daß die Kurve linear ist, dann stehen einfache technische Hilfsmittel zur Verfügung, um prüfen zu können, ob die Kurve als linear betrachtet werden kann oder nicht; das ist jedoch nur möglich, wenn die Meßpunkte in Gruppen aufgeteilt werden. Anderenfalls können nur visuelle Betrachtungen herangezogen werden, da die dann erforderlichen ausgedehnten statistischen Prüfungen außerhalb des Anwendungsbereiches dieser Norm liegen.

Wenn die Daten in Gruppen aufgeteilt werden, läßt sich nachfolgende Prüfung durchführen; die Gruppen müssen jedoch so aufgeteilt werden, daß jede aus einer Anzahl Messungen besteht, die für einen bestimmten Wert aus einer Anzahl fester Werte für jede der Koordinaten durchgeführt wurden. Bild 1 zeigt ein Beispiel, das aus fünf Gruppen besteht, wobei die Anzahl der Messungen innerhalb der Gruppen jeweils zwischen vier und sechs variiert.

Die Prüfung besteht darin, die Varianz des Mittelwerts der Gruppen um die konstruierte Regressionsgerade mit der Varianz innerhalb der Gruppen zu vergleichen.

*) Nationale Fußnote: Der in der englischen Übersetzung hier stehende Verweis auf Abschnitt 9 ist unzutreffend.

Tabelle 1. 95%-Quantile der F-Verteilung für gewählte Freiheitsgrade

$\nu_1 \backslash \nu_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	40	80	100
1	161,44	200	216	225	230	234	237	239	241	242	248	250	251	252	253
2	18,51	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5	19,5
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,66	8,62	8,59	8,56	8,55
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,80	5,75	5,72	5,67	5,66
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,56	4,50	4,46	4,41	4,41
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	3,87	3,81	3,77	3,72	3,71
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,44	3,38	3,34	3,29	3,27
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,15	3,08	3,04	2,99	2,97
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	2,94	2,86	2,83	2,77	2,76
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,77	2,70	2,66	2,60	2,59
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,12	2,04	1,99	1,92	1,91
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	1,93	1,84	1,79	1,71	1,70
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	1,84	1,74	1,69	1,61	1,59
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,13	2,06	2,00	1,95	1,70	1,60	1,54	1,45	1,43
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,10	2,03	1,97	1,93	1,68	1,57	1,52	1,41	1,39

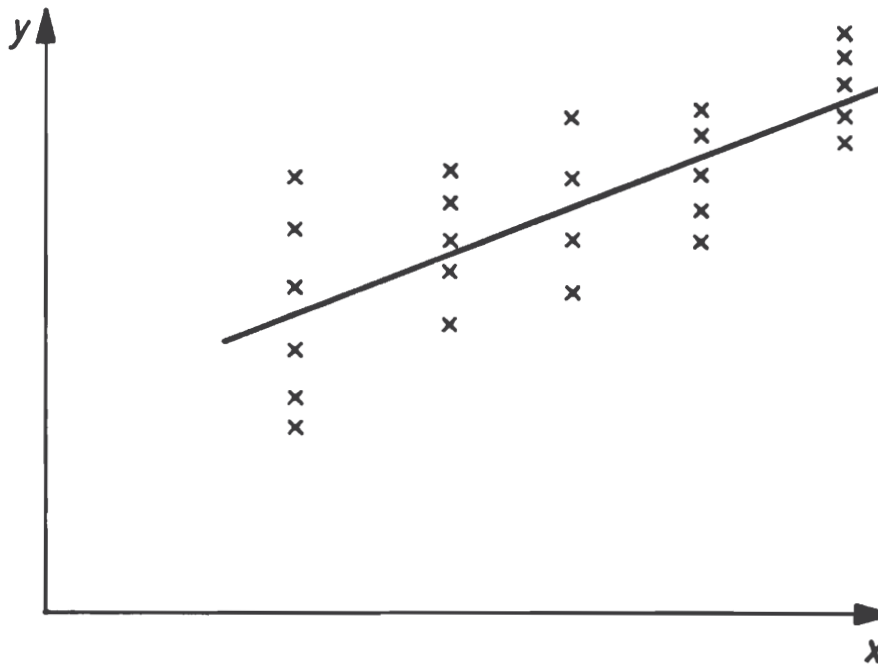


Bild 1. Beispiel von Datengruppen zur Festlegung der Linearität der Regressionsgeraden

Die Varianz innerhalb der Gruppen, $(s_g)^2$, wird nach der Gleichung

$$s_g^2 = \frac{\sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^{n_i} (y_{i,j} - \bar{y}_i)^2}{n - q} \quad (1)$$

berechnet.

n Gesamtzahl der Messungen

n_i Anzahl der Messungen in der Gruppe i

q Anzahl der Gruppen

y_{ij} j -tes Meßergebnis in der Gruppe i

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} y_{i,j}}{n_i}$$

Die Varianz der Mittelwerte der Gruppen um die konstruierte Regressionsgerade, $(s_m)^2$, wird nach der Gleichung

$$s_m^2 = \frac{\sum_{i=1}^q n_i (\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2}{q - 2} \quad (2)$$

berechnet.

n_i und q haben dieselbe Bedeutung wie in der Gleichung (1), $\hat{y}_i$ ist der aus der Regressionsgeraden für einen vorgegebenen Wert x erhaltene Wert y .

Der Prüfquotient ist s_m^2/s_g^2 , und falls diese Zahl dem in Tabelle 1 vorgegebenen Wert für $\nu_1 = q - 2$ und $\nu_2 = n - q$ Freiheitsgraden entspricht oder den Wert überschreitet, kann die Regressionsgleichung durch die Datenpunkte nicht als linear betrachtet werden. Falls der Prüfquotient jedoch kleiner als der in Tabelle 1 vorgegebene entsprechende Wert ist, kann die Regressionsgleichung als 95% Vertrauensniveau als linear betrachtet werden.

Ist die Abhängigkeit zwischen dem Kalibrierfaktor und der unabhängigen Variablen nicht linear, so gibt es zwei Möglichkeiten, die Daten für eine Analyse in Übereinstimmung mit dieser Norm anzupassen. Die erste Möglichkeit, die Kurve zu linearisieren, läßt sich jedoch nur auf der Basis eines physikalischen Modells durchführen.

6.2 Linearisierung der Kennlinie

Die Koordinaten können in zwei Variable umgewandelt werden, so daß die Linie eine Gerade bildet; auch kann statt der Koordinaten die Funktion selbst verwendet werden. Natürlich sollte die Transformation so durchgeführt werden, daß die ermittelte Kurve später beim Durchflußmeßgerät oder den Verfahren zur Durchflußmessung auch angewendet werden kann.

Ein Beispiel für die erste Möglichkeit wäre, „log y“ in Abhängigkeit von „log x“ aufzuzeichnen, wobei die Grundrelation die Form „ $y = ax^2$ “ aufweist („a“ ist hier eine Konstante).

Die zweite Möglichkeit wird im allgemeinen beim Kalibrieren einer Blende angewendet. Hier lehrt die Erfahrung, daß es günstiger ist, den Durchflußkoeffizienten C statt des Wirkdrucks in Abhängigkeit von der Reynoldszahl aufzuzeichnen; man erhält dann eine Kurve, die über einen großen Bereich linear verläuft. Sie verläuft jedoch bei kleineren Reynoldszahlen nicht linear; trägt man aber den Durchflußkoeffizienten über dem Reziprokwert einer Funktion der Reynoldszahl auf (z. B. $(Re_d)^{-0.5}$ oder $(Re_d)^{-0.75}$), dann läßt sich der lineare Bereich erweitern.

6.3 Unterteilung der Kurve

Ist eine Kennlinie nicht über den gesamten Bereich linear, so kann die Kurve in eine Anzahl von Teilen unterteilt werden, von denen jeder als linear betrachtet werden kann; in diesem Fall müssen für jeden Abschnitt der Kurve eine Kalibriergleichung und Vertrauensgrenzen berechnet werden. Wenn möglich, sollte die Anzahl der Punkte in jedem Unterabschnitt der Linie so sein, daß sie in etwa die gleichen Meßunsicherheiten für die Gerade des Unterabschnitts aufweisen. Da Kennlinien nicht über die äußersten Meßpunkte hinaus extrapoliert werden sollten – es sei denn, es gäbe dafür einen äußerst wichtigen Grund – müssen dort mindestens drei gemeinsame Punkte mit benachbarten Abschnitten der Kennlinie vorhanden sein.

7 Ermitteln der Regressionsgeraden

7.1 Allgemeines

Bevor die Regressionsgerade und ihre Meßunsicherheit berechnet wird, müssen zuerst die verfügbaren Daten überprüft werden, ob sie in verschiedene Klassen eingeteilt werden müssen, für die unterschiedliche Gleichungen gelten. Im Bild 2 sind einige Grundprinzipien dargestellt.

Die beste Regressionsgerade bei einer Auswahl von n Punkten (x_i, y_i) mit $1 \leq i < n$ ist für y auf x :

$$\hat{y}_i - \bar{y} = b(x_i - \bar{x}) \quad (3)$$

Dabei ist

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (4)$$

$\hat{y}_i$ ist auf der Geraden der y -Wert für den Wert x_i .

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \quad (5)$$

Die Gleichung (3) kann auch geschrieben werden:

$$\hat{y}_i = a + bx_i \quad (6)$$

Dabei ist

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad (7)$$

Das zur Berechnung der Koeffizienten a und b anzuwendende Verfahren hängt von der Größe der zufälligen Komponenten der Meßunsicherheiten von x und y ab.

Der häufigste Fall ist der, bei dem die zufälligen Komponenten der Meßunsicherheiten von x und y erheblich von Null abweichen.

In diesem Fall kann man davon ausgehen, daß entweder

- a) eine im Vergleich zur anderen vernachlässigbar ist oder
- b) beide etwa gleiche Größe haben.

Diese Voraussetzung führt zu der gleichen Gleichung, die in den Fällen anzuwenden ist, bei denen nur die eine Variable eine merklich von Null abweichende zufällige Komponente der Meßunsicherheit aufweist; das ist üblicherweise der Fall.

Um die Relation der zufälligen Komponenten der Meßunsicherheiten von x und y zu überprüfen, sind nach ISO 5168 zuerst $e_r(x)$ und $e_r(y)$ zu berechnen.

Dazu wird aus einer Kurve oder aus den Gleichungen (8) oder (11) näherungsweise die Steigung b bestimmt. Falls $be_r(x)$ kleiner ist als etwa ein Fünftel von $e_r(y)$, muß die im Abschnitt 7.2 aufgeführte Gleichung zum Erstellen einer Regressionsgeraden verwendet werden. Anderenfalls ist die im Abschnitt 7.3 angegebene Gleichung zu verwenden.

7.2 Vernachlässigbare oder geringe zufällige Komponente der Meßunsicherheit einer Variablen im Vergleich zur anderen

In diesem Fall ist die Steigung der Geraden vorgegeben:

$$b = \frac{s(x, y)}{s^2(x)} \quad (8)$$

Dabei ist

$$s^2(x) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (9)$$

$$s(x, y) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (10)$$

Der Schnittpunkt a wird nach Gleichung (7) berechnet:

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

7.3 Ähnliche Größe der zufälligen Komponente der Meßunsicherheit bei beiden Variablen

Die Steigung wird nach der Gleichung

$$b = \pm \left[\frac{s^2(y)}{s^2(x)} \right]^{1/2} \quad (11)$$

berechnet.

Dabei ist

$$s^2(y) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (12)$$

$s^2(x)$ ist nach Gleichung (9) und der Schnittpunkt a nach Gleichung (7) zu berechnen.

Das Vorzeichen für b ist dasselbe wie für $s(x, y)$.

Anmerkung: Folgende alternative Gleichungen für $s^2(x)$, $s^2(y)$ und $s(x, y)$ sind leichter anzuwenden, wenn die Berechnung manuell vorgenommen wird. Die Gleichungen sollten aber mit Vorsicht angewendet werden, da sie leicht durch Rundungsabweichungen zu falschen Ergebnissen führen.

$$s^2(x) = \frac{1}{n(n-1)} \left[n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right]$$

$$s^2(y) = \frac{1}{n(n-1)} \left[n \sum_{i=1}^n y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right]$$

$$s(x, y) = \frac{1}{n(n-1)} \left[n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \left(\sum_{i=1}^n y_i \right) \right]$$

8 Nachweis von Ausreißern

Grobe Meßabweichungen (siehe ISO 5168) sind durch menschliche Irrtümer oder Gerätestörungen hervorgerufene Meßabweichungen, die eine Messung unbrauchbar

machen, z. B. das Umsetzen von Zahlen in Aufzeichnungsdaten oder das Vorhandensein von Luftblasen in flüssigkeitsgefüllten Zuleitungen eines Druckmeßgerätes. Solche Meßabweichungen können nicht durch statistische Analysen erkannt werden; daher ist die Messung unbrauchbar. Ist die Meßabweichung nicht so groß, daß das Ergebnis offensichtlich falsch ist, dann sollten Ausscheidungskriterien hinzugezogen werden, um zu entscheiden, ob der Datenpunkt verworfen oder beibehalten werden sollte.

Immer wenn der Verdacht besteht, daß ein oder mehrere Ergebnisse durch Meßabweichungen dieser Art verfälscht worden sind, sollte ein statistischer Ausreißer-Test durchgeführt werden. In dieser Norm können die Ausreißer-Tests entweder nach Dixon oder Grubbs durchgeführt werden. Der Dixon-Test ist leicht von Hand durchzuführen; wenn jedoch ein Wertepaar vom Computer verarbeitet wird, ist der Grubbs-Test geeigneter, da er zuverlässiger ist, leichter zu programmieren und weniger Speicherkapazität in Anspruch nimmt.

Einzelheiten zu diesen Tests sind im Anhang E aufgeführt.

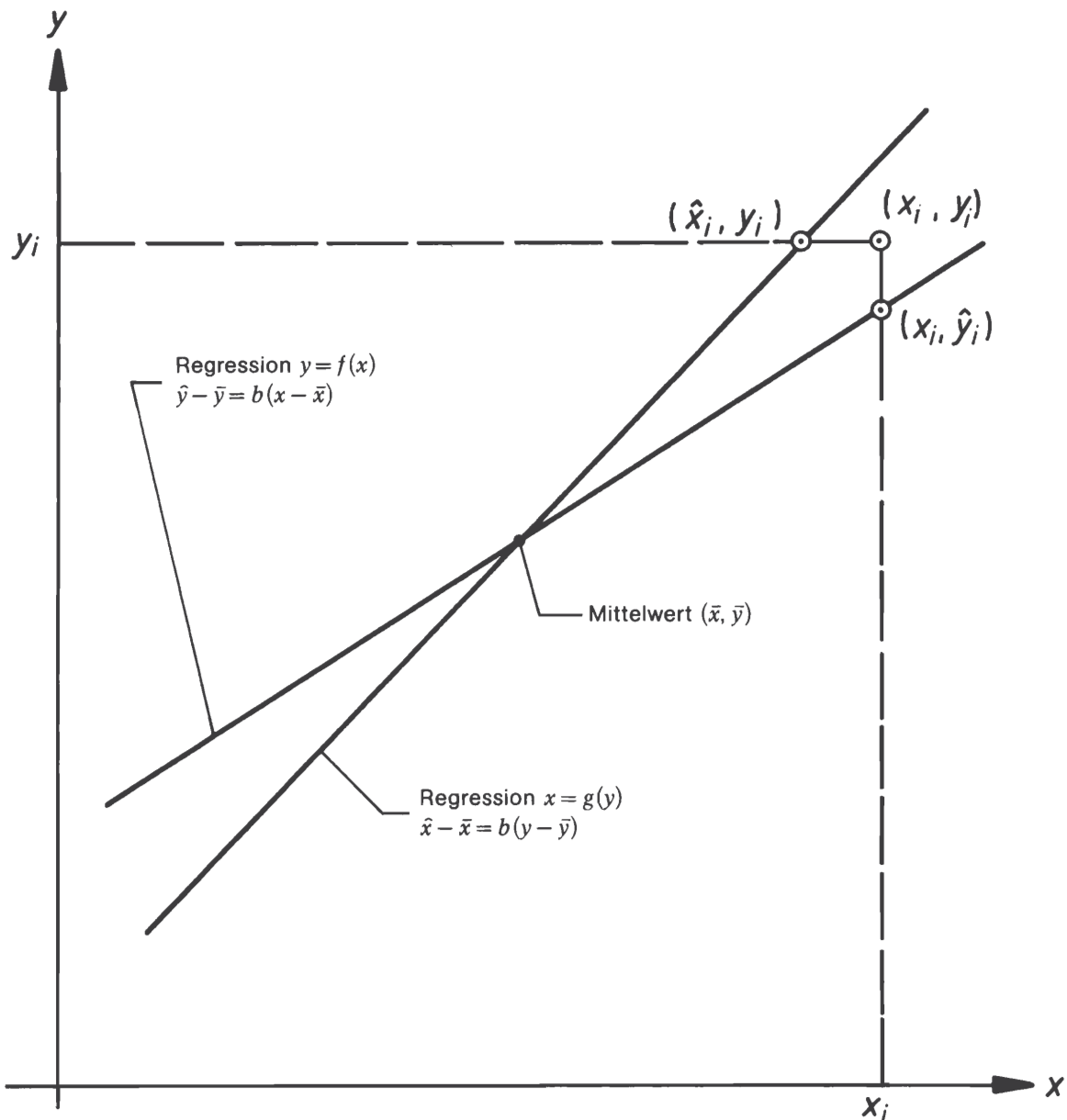


Bild 2. Grundprinzipien für die Regressionsgerade

9 Meßunsicherheit bei der Kalibrierung

9.1 Allgemeines

Im allgemeinen hängt die Meßunsicherheit der Regressionsgeraden von den Meßunsicherheiten der Werte für den Abschnitt a und die Steigung b ab.

Aus der Gleichung (3) ergibt sich

$$\hat{y}_i = \bar{y} + b(x_i - \bar{x}) \quad (13)$$

Aus der Kombination der Varianzen von $\bar{y}$, $\bar{x}$ und b mittels quadratischer Addition (siehe ISO 5168) ergibt sich

$$s^2(\bar{y}) = s^2(\bar{y}) + b^2 s^2(\bar{x}) + (x_k - \bar{x})^2 s^2(b) \quad (14)$$

wobei x_k der x -Wert ist, für den die Meßunsicherheit von $\hat{y}$ zu bestimmen ist.

Infolgedessen ist $s^2(\bar{y})$ die Varianz von $\bar{y}$, die sich aus der Streuung mehrerer verschiedener Bestimmungen von $\bar{y}$ für denselben Bereich und denselben x -Wert und mit derselben Anzahl Messungen von y ergeben hätte. Sie wird folgendermaßen ausgedrückt:

$$s^2(\bar{y}) = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

$s^2(\bar{x})$ wird ähnlich definiert.

Es ist zu beachten, daß sich $s^2(x)$ und $s^2(y)$ von den in den Gleichungen (9) und (12) definierten Ausdrücken $s^2(x)$ und $s^2(y)$ unterscheiden. Z. B. ist $s^2(y)$ die Varianz aller Werte von y über den Bereich der Kennlinie, bezogen auf ihren Mittelwert; $s^2(x)$ hat ähnliche Bedeutung, wogegen $s^2(\bar{y})$ lediglich mit der Streuung verschiedener Bestimmungen von $\bar{y}$ im Zusammenhang steht und hauptsächlich ein Merkmal für die zufällige Komponente der Meßunsicherheit von y ist. Der Gleichung (7) ist zu entnehmen, daß die Varianz von a ausgedrückt wird durch

$$s^2(\bar{y}) + b^2 s^2(\bar{x})$$

und der Beitrag der Varianz in b zur Varianz in $\hat{y}$ ist:

$$(x_k - \bar{x})^2 s^2(b).$$

Die zufällige Komponente der Meßunsicherheit von $\hat{y}$, $e_r(\hat{y})$, wird bei 95 % Vertrauensniveau nach der Gleichung

$$e_r(\hat{y}) = \pm t [s^2(\bar{y}) + b^2 s^2(\bar{x}) + (x_k - \bar{x})^2 s^2(b)]^{1/2} \quad (15)$$

berechnet, wobei t aus der Tabelle 2 für $n-2$ Freiheitsgrade entnommen wird.

Tabelle 2. Werte der Student- t -Faktoren bei 95 % Vertrauensniveau

Anzahl der Freiheitsgrade ν	t
1	12,7
2	4,3
3	3,2
4	2,8
5	2,6
6	2,4
7	2,4
10	2,2
15	2,1
20	2,1
30	2,0
60	2,0
∞	1,96

Die Gleichung (15) ist die Basisgleichung für die Meßunsicherheit; sie wird entweder direkt oder in abgeänderter Form in den verschiedenen folgenden Absätzen angewendet.

Wie im Abschnitt 4 erwähnt, hängt bei einer Kalibrierung das zur Berechnung der Meßunsicherheit anzuwendende Verfahren von der Größe der zufälligen Komponente der Meßunsicherheit der Variablen x ab und auch davon, ob der Wert für y vom Wert für x unabhängig ist oder nicht, d. h. ob b Null ist. Als erstes wird deshalb festgelegt, ob die Steigung b der Regressionsgeraden wesentlich von Null abweicht oder nicht; dies geschieht folgendermaßen:

Die Standardabweichung von b , $s(b)$, wird nach der Gleichung

$$s^2(b) = \frac{(s_R)^2}{(n-1) s^2(x)} \quad (16)$$

berechnet; dabei ist s_R die Standardabweichung der Punkte um die Regressionsgerade. Diese ist

$$s_R = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2} \right]^{1/2} \quad (17)$$

Eine alternative Gleichung für $s(b)$ ist

$$s(b) = \left[\frac{s^2(y) s^2(x) - s^2(x, y)}{(n-2) s^4(x)} \right]^{1/2} \quad (18)$$

Diese Gleichung ist bequemer; bei der Berechnung des Zählers kommt es jedoch leicht zu Rundungsabweichungen. Deshalb ist darauf zu achten, daß bei der Berechnung genügend Stellen verwendet werden.

Die Grenzen des Vertrauensbereiches mit 95 % Vertrauensniveau sind dann durch

$$\begin{aligned} b - t s(b) \\ b + t s(b) \end{aligned} \quad (19)$$

gegeben, wobei t der aus der Tabelle 2 für $n-2$ Freiheitsgrade entnommene Wert ist.

Wenn dieser Vertrauensbereich Null beinhaltet, dann kann davon ausgegangen werden, daß der Kalibrierfaktor einen konstanten Wert hat – vorausgesetzt, es gibt einen unabhängigen Beweis dafür, anzunehmen, daß dieses bestimmte Durchflußmeßgerät oder dieser bestimmte Typ eines Durchflußmeßgerätes einen konstanten Kalibrierfaktor hat (z. B. aufgrund der Information aus einer entsprechenden Norm oder einer früheren Kalibrierung). Falls kein unabhängiger Beweis dafür vorliegt, daß es sich aller Wahrscheinlichkeit nach um einen konstanten Kalibrierfaktor handelt, dann muß – ganz gleich, ob die Vertrauensgrenzen Null beinhalten oder nicht – die in Abschnitt 9,3 aufgeführte Gleichung (wenn die Meßunsicherheit von x vernachlässigt werden kann) oder die Gleichung aus Abschnitt 9.4 angewendet werden.

Bei der Berechnung der Meßunsicherheit des Kalibrierfaktors müssen zuerst die zufälligen und systematischen Komponenten separat berechnet werden. Zufällige Komponenten werden nach den in den Abschnitten 9.2 bis 9.4 aufgeführten Gleichungen errechnet und müssen die zufälligen Komponenten der Unsicherheit der bei der Kalibrierung verwendeten Geräte beinhalten, damit diese nicht separat angesetzt werden müssen. Insbesondere trägt die Hysterese der Geräte zu den zufälligen Komponenten der auf diese Weise erhaltenen Meßunsicherheit bei. Die systematischen Komponenten werden nach ISO 5168 berechnet.

Anmerkung: Die Gleichung (16) hat nur dann Gültigkeit, wenn die zufällige Komponente der Meßunsicherheit von x erheblich weniger als die zufällige Komponente der Kennlinie beiträgt.

der Meßunsicherheit von y , da dies die Vereinfachung einer mehr allgemeinen Gleichung ist. Davon wird auch bei der Gleichung (17) zur Entwicklung der Gleichung (18) ausgegangen. Bei Anwendung der Gleichungen (18) und (19) erhält man jedoch eine kleinere Meßunsicherheit für b als bei den genaueren Gleichungen; falls sie 0 beinhalten, würde die allgemeinere Gleichung zum selben Ergebnis führen. Falls sie 0 nicht beinhalten, ist es möglich, die Steigung zu behandeln, obgleich ihr Wert als Null angesehen werden könnte; dies wäre jedoch eine ungewöhnliche Situation, und der einzige Nachteil wäre, daß die im Abschnitt 9.4 aufgeführten komplizierteren Gleichungen angewendet werden müßten statt des im Abschnitt 9.2 genannten einfacheren Verfahrens. In dem Fall wären die erhaltenen Ergebnisse für die Meßunsicherheit der Regressionsgeraden virtuell identisch, ganz gleich, ob die Gleichungen aus Abschnitt 9.2 oder 9.4 angewendet werden.

9.2 Kennlinie mit der Steigung Null

In diesem Fall hat der Kalibrierfaktor einen einzigen Wert, und alle Bestimmungen dieses Wertes können unabhängig vom Wert der unabhängigen Variablen, dem sie entsprechen, zusammen ausgewertet werden. Ein Beispiel hierfür ist die Kalibrierung eines Turbinenradzählers für Wasser. Die beste Bestimmung des Wertes des Kalibrierfaktors wird mit der Gleichung (5) erreicht.

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

In diesem Fall ist $b = s(b) = 0$, und entsprechend der Gleichung (15) wird die zufällige Komponente der Meßunsicherheit von $\hat{y}$ bei 95 % Vertrauensniveau nach der Gleichung

$$e_r(\hat{y}) = \pm t s(\hat{y}) = \pm t \frac{s(y)}{n^{1/2}} \quad (20)$$

berechnet; dabei ist

$$s(y) = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1} \right]^{1/2} \quad (21)$$

t wird der Tabelle 2 für $n-1$ Freiheitsgrade entnommen.

Die systematische Komponente der Meßunsicherheit von $\hat{y}$, $e_s(\hat{y})$, wird nach Abschnitt 5 berechnet, und danach wird die Meßunsicherheit des Kalibrierfaktors, $e(\hat{y}_c)$, nach der Gleichung

$$e(\hat{y}_c) = [e_r^2(\hat{y}) + e_s^2(\hat{y})]^{1/2} \quad (22)$$

berechnet.

9.3 Vernachlässigbare zufällige Komponente der Meßunsicherheit einer Variablen im Vergleich zur anderen

Allgemein wird die zufällige Komponente der Meßunsicherheit von $\hat{y}$ nach der Gleichung (15) berechnet. Wenn die Steigung der Regressionsgeraden durch die Datenpunkte nicht Null ist, die Meßunsicherheit von x jedoch vernachlässigt werden kann, dann läßt sich die Varianz von $\hat{y}$ durch

$$s^2(\hat{y}) = \frac{(s_R)^2}{n} \quad (23)$$

berechnen. Um die Berechnung zu vereinfachen, kann $(s_r)^2$ auch folgendermaßen berechnet werden:

$$s_R^2 = \frac{n-1}{n-2} \left[s^2(y) - \frac{s^2(x, y)}{s^2(x)} \right] \quad (24)$$

Bei diesem Sonderfall kann $s^2(b)$ auch nach der Gleichung (16) berechnet werden:

$$s^2(b) = \frac{(s_R)^2}{(n-1) s^2(x)}$$

Da die Meßunsicherheit von x in diesem Fall vernachlässigt wird, ist $s^2(\bar{x}) = 0$, und aus den Gleichungen (15), (23) und (16) wird die zufällige Komponente der Meßunsicherheit von $\hat{y}$ nach folgender Gleichung berechnet:

$$e_r(\hat{y}) = \pm t s_R \left[\frac{1}{n} + \frac{(x_k - \bar{x})^2}{(n-1) s^2(x)} \right]^{1/2} \quad (25)$$

s_R kann entweder nach Gleichung (17) oder (24) berechnet werden,

t wird der Tabelle 2 für $n-2$ Freiheitsgrade entnommen, x_k ist der x -Wert, für den die Meßunsicherheit von $\hat{y}$ erforderlich ist.

Die Meßunsicherheit von $\hat{y}$ ist offensichtlich bei $x_k = \bar{x}$ minimal; daher sollte jede beliebige Gruppe von Kalibrierpunkten so angeordnet sein, daß der Wert von x , für den das Durchflußmeßgerät im allgemeinen verwendet wird, annähernd in der Mitte des Wertebereichs von x liegt, in dem die Messungen vorgenommen werden.

Wie im Abschnitt 9.2 wird die Meßunsicherheit des Kalibrierfaktors $e(\hat{y}_c)$ nach der Gleichung (22) berechnet:

$$e(\hat{y}_c) = [e_r^2(\hat{y}) + e_s^2(\hat{y})]^{1/2}$$

9.4 Zufällige Komponente der Meßunsicherheit bei zwei Variablen ähnlicher Größe

Wenn sich die Meßunsicherheiten von x und y gleichwertig auf die Meßunsicherheit der Kennlinie auswirken, ergibt sich die Gleichung

$$s^2(\hat{y}) + b^2 s^2(\hat{x}) = \frac{(s_R)^2}{n} \quad (26)$$

In diesem Fall wird $(s_R)^2$ nach der Gleichung

$$s_R^2 = \frac{n-1}{n-2} [s^2(y) - 2bs(x, y) + b^2 s^2(x)] \quad (27)$$

berechnet.

Ähnlich wird $s^2(b)$ nach einer Gleichung errechnet, die komplizierter ist als im Falle nach Abschnitt 9.3:

$$s^2(b) = \frac{4b}{n-2} \left[\frac{s^2(y) - bs(x, y)}{bs^2(x) + s(x, y)} \right] \quad (28)$$

In diesem Fall wird die zufällige Komponente der Meßunsicherheit von $\hat{y}$ folgendermaßen berechnet:

$$e_r(\hat{y}) = t \left[\frac{(s_R)^2}{n} + (x_k - \bar{x})^2 s^2(b) \right]^{1/2} \quad (29)$$

$(s_R)^2$ wird nach Gleichung (17) oder (27) und $s^2(b)$ nach Gleichung (28) berechnet,

$s(x)$, $s(x, y)$, $s(y)$ und b werden für die Anwendung in Gleichung (28) nach den Gleichungen (9), (10), (11) und (12) berechnet,

t wird der Tabelle 2 für $n-2$ Freiheitsgrade entnommen.

Die Meßunsicherheit des Kalibrierfaktors $e(\hat{y}_c)$ wird wiederum nach der Gleichung (22) berechnet:

$$e(\hat{y}_c) = [e_r^2(\hat{y}) + e_s^2(\hat{y})]^{1/2}$$

9.5 Extrapolation

Die Berechnung der Werte von Kalibrierzahlen und Meßunsicherheiten durch Extrapolieren einer Kennlinie kann nicht nach dieser Norm durchgeführt werden, weil diese Werte durch unberechenbare Auswirkungen bedeutungslos werden können.

Dennoch kann aufgrund von Grenzen der vorhandenen Kalibriermöglichkeiten die Notwendigkeit bestehen, die Kennlinie bis zu Durchflüssen zu extrapolieren, die größer sind als die bei der Kalibrierung möglichen. Im Anhang D ist eine Anleitung zur Extrapolation enthalten.

10 Meßunsicherheit bei der Verwendung einer Kennlinie für eine einzelne Durchflußmessung

10.1 Allgemeines

Die Meßunsicherheit einer Kennlinie hat eine systematische Auswirkung auf jede Schätzung des Durchflusses, für die die Kurve benutzt wird. Der Wert des verwendeten Kalibrierfaktors ist die beste Schätzung. Die bei der Kalibrierung vorhandene Meßunsicherheit gilt für jeden Wert des Durchflusses.

Wird ein Durchflußmeßgerät unter denselben Bedingungen wie bei der Kalibrierung verwendet und wird der Wert des Kalibrierfaktors oder der zu benutzenden Position auf der Kennlinie durch die Messung bestimmt, die wie im Abschnitt 10.3 während der Untersuchung zur Messung des Durchflusses vorgenommen wurde (unabhängig von den Messungen zur Festlegung der Kennlinie), dann ist die Meßunsicherheit des als Kalibrierfaktor verwendeten Wertes größer als die Meßunsicherheit der Kennlinie. Die Zunahme entsteht aufgrund der Meßunsicherheit bei der Bestimmung der Position auf der Kennlinie (siehe Anhang C).

Anmerkung: Wenn ein Durchflußmeßgerät unter Bedingungen verwendet wird, die sich von jenen unterscheiden, unter denen es kalibriert wurde (z. B. Einbauanordnung, verwendetes Fluid oder Datenverarbeitungsverfahren), dann ist eine zusätzliche Meßunsicherheit zu berücksichtigen. Es ist im allgemeinen unmöglich, die Größe der Meßunsicherheit vorherzubestimmen. Die Quelle der Meßunsicherheit ist in jedem besonderen Fall getrennt zu ermitteln.

Diese als $e(\hat{y}_0)$ bezeichnete zusätzliche Meßunsicherheit hat sowohl eine zufällige als auch eine systematische Komponente, und wenn streng nach den in ISO 5168 aufgeführten Verfahren vorgegangen wird, sollte nur die letztgenannte mit der systematischen Komponente der Meßunsicherheit der oben beschriebenen Kennlinie kombiniert werden.

In der Praxis ist jedoch die systematische Komponente mindestens so groß wie die zufällige, oft sogar viel größer; außerdem werden die komplizierten Berechnungen, die erforderlich sind, wenn die Meßunsicherheiten des als Kalibrierfaktor verwendeten Wertes in ihre zufälligen und systematischen Komponenten aufgeteilt werden, durch keine nennenswerte Verbesserung der Aussagefähigkeit des Ergebnisses gerechtfertigt. Deshalb werden die mit der Anwendung der Kennlinie oder des Kalibrierfaktors verbundenen Meßunsicherheiten alle als systematisch betrachtet. Im Anhang C wird genauer erläutert, wie sich in diesen Fällen die Unsicherheit des Kalibrierfaktors über den Wert, den sie während der ursprünglichen Kalibrierung hatte, vergrößert.

Im allgemeinen wird die Meßunsicherheit $e(\hat{y})$ des als Kalibrierfaktor verwendeten Wertes dadurch erhalten, daß durch quadratische Addition die Meßunsicherheit der

Kennlinie $e(\hat{y}_c)$ mit der zusätzlichen Meßunsicherheit $e(\hat{y}_0)$ kombiniert wird. Es ergibt sich die Gleichung

$$e(\hat{y}) = [e^2(\hat{y}_c) + e^2(\hat{y}_0)]^{1/2} \quad (30)$$

Die Art und Weise, in der die Kalibrierung zur Meßunsicherheit des Durchflusses beiträgt, hängt von der Art der Kennlinie ab. Es gibt zwei große Gruppen.

10.2 Kalibrierfaktor mit einem konstanten Wert

Wenn die Kennlinie, wie in Abschnitt 9.2 beschrieben, die Steigung Null hat, dann ergibt sich der Durchfluß durch Multiplizieren einiger Funktionen des Ausgangs eines Durchflußgerätes (z. B. könnte der Ausgang der Wirkdruck an einer Blende oder die Wasserhöhe über einem Wehr sein). Hier gibt es keine zusätzliche Komponente $e(\hat{y}_0)$, und deshalb ist die systematische Komponente des Kalibrierfaktors gleich der des Durchflusses.

$$e(\hat{y}) = e(\hat{y}_c) = \left[\frac{t^2 s^2(y)}{n} + e_s^2(\hat{y}) \right]^{1/2} \quad (31)$$

Beispiel:

Wird ein Turbinenradzähler im flachen Teil seiner Kurve verwendet, dann berechnet man den Durchfluß Q nach der Gleichung

$$Q = \frac{N_p}{K}$$

Dabei ist

K der Kalibrierfaktor,

N_p die vom Turbinenzähler erzeugte Impulsrate

Die systematische Komponente der Meßunsicherheit von Q wird nach der Gleichung

$$e_s^2(Q) = \left[\frac{Q}{N_p} \right]^2 e_s^2(N_p) + \left[\frac{Q}{K} \right]^2 e^2(K) \quad (32)$$

berechnet.

Um eine Bewertung der Meßunsicherheit von Q zu erhalten, ist es natürlich erforderlich, die sich aus N_p ergebende zufällige Komponente der Meßunsicherheit von Q zu bestimmen und mit $e_s(Q)$ zu kombinieren, wie in ISO 5168 beschrieben.

10.3 Mittels Iterationsverfahren bestimmter Kalibrierfaktor

Dieser Abschnitt gilt im allgemeinen nur für Durchflußmeßgeräte in geschlossenen Rohrleitungen, da die beschriebene Situation bei Verfahren zur Durchflußmessung in offenen Kanälen nicht entsteht.

Wenn sich der Durchfluß durch Multiplizieren des Ausgangssignals des Durchflußgerätes mit einem Faktor ergibt, wobei der Faktor selbst eine Funktion vom Durchfluß ist, muß auf ein Iterationsverfahren zurückgegriffen werden, um den Wert des anzuwendenden Kalibrierfaktors festlegen zu können. Man schätzt den Wert des Kalibrierfaktors, um einen Näherungswert für den Durchfluß zu erhalten, und dieser wird wiederum für einen genaueren Wert des Kalibrierfaktors verwendet.

Wie im Anhang C beschrieben, kommt in diesem Fall durch das Durchflußmeßgerät eine Meßunsicherheit $e(\hat{y}_0)$ zum Faktor hinzu. Die Meßunsicherheit $e(\hat{y})$ des verwendeten Kalibrierfaktors wird nach der Gleichung (30) berechnet:

$$e(\hat{y}) = [e^2(\hat{y}_c) + e^2(\hat{y}_0)]^{1/2}$$

Das Verfahren zur Bestimmung von $e^2(\hat{y}_c)$ hängt davon ab, ob der Faktor durch Kalibrierung erhalten oder aus einer entsprechenden Norm übernommen wurde. Wenn der Faktor einer Kennlinie entstammt, hängt das anzuwendende