

DIN V 19218

DIN

ICS 17.120.10

Vornorm**Durchflussmessung von Fluiden –
Verfahren zur Unsicherheitsermittlung (ISO 5168:2005, modifiziert)**

Measurement of fluid flow –

Procedures for the evaluation of uncertainties (ISO 5168:2005, modified)

Mesure de débit des fluides –

Procédures pour le calcul de l'incertitude (ISO 5168:2005, modifiée)

Gesamtumfang 74 Seiten

Normenausschuss Technische Grundlagen (NATG) im DIN

Vorwort

Diese Vornorm wurde vom Arbeitsausschuss NA 152-04-02 AA „Durchfluss und Menge“ im Normenausschuss Technische Grundlagen (NATG) im DIN erstellt.

Dieses Dokument wurde auf der Grundlage der ISO 5168:2005, des ISO/TC 30/SC 9 „Measurement of fluid flow in closed conduits — General topics“ erarbeitet.

DIN V 19218 folgt im Aufbau und in der Struktur der ISO 5168:2005, enthält aber für den Anwender erforderliche Klarstellungen in vielen Textpassagen, um damit die Nutzung der Vornorm deutlich zu erleichtern.

Gleichzeitig wurden die bei der Übersetzung erkannten Fehler in ISO 5168:2005 richtig gestellt, um fehlerhafte Berechnungen und Interpretationen zu vermeiden. Das Sekretariat von ISO/TC 30/SC 9 ist unterrichtet und wird geeignete Maßnahmen spätestens bei der erforderlichen Prüfung von ISO 5168 in 2010 ergreifen.

Der in Abschnitt 2 aufgeführte Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen (GUM) ist als DIN V ENV 13005 ins Deutsche übernommen worden.

Inhalt

	Seite
Vorwort	2
Einleitung	6
1 Anwendungsbereich	6
2 Normative Verweisungen.....	6
3 Begriffe	6
4 Formelzeichen und Abkürzungen.....	8
4.1 Formelzeichen	8
4.2 Indizes.....	12
5 Unsicherheitsermittlung in einem Messprozess.....	13
6 Ermittlungsmethode A der Messunsicherheit.....	14
6.1 Allgemeines	14
6.2 Rechenverfahren	14
7 Ermittlungsmethode B der Messunsicherheit.....	15
7.1 Allgemeines	15
7.2 Rechenverfahren	15
7.3 Rechteckverteilung	15
7.4 Normalverteilung	16
7.5 Dreieckverteilung	16
7.6 Bimodalverteilung	16
7.7 Zuweisen einer Wahrscheinlichkeitsverteilung	16
7.8 Unsymmetrische Wahrscheinlichkeitsverteilungen	17
8 Empfindlichkeiten.....	17
8.1 Allgemeines	17
8.2 Analytische Ermittlung	17
8.3 Numerische Ermittlung.....	18
9 Kombination von Unsicherheiten	19
10 Angabe von Ergebnissen	19
10.1 Erweiterte Unsicherheit	19
10.2 Unsicherheitsbilanz.....	20
Anhang A (normativ) Schrittweises Verfahren zur Unsicherheitsberechnung	22
A.1 Absolute oder relative Unsicherheit.....	22
A.2 Mathematische Beziehung	22
A.3 Standardunsicherheit.....	22
A.3.1 Allgemeines	22
A.3.2 Ermittlungsmethode A — Standardabweichung des Mittelwerts aus wiederholten Messungen.....	22
A.3.3 Ermittlungsmethode B — Subjektive Schätzung und Erfahrung	22
A.4 Empfindlichkeiten.....	23
A.4.1 Allgemeines	23
A.4.2 Absolut	23
A.4.3 Relativ	23
A.5 Kombinierte Standardunsicherheit	23
A.5.1 Allgemeines	23
A.5.2 Absolut	23
A.5.3 Relativ	23
A.6 Nicht verlässliche Eingangsgrößen	24
A.7 Erweiterte Unsicherheit	24
A.8 Angabe von Ergebnissen	24
Anhang B (normativ) Wahrscheinlichkeitsverteilungen	25

Anhang C (normativ) Erweiterungsfaktoren.....	27
Anhang D (informativ) Statistische Grundregeln für Ermittlungsmethode A der Unsicherheit.....	29
D.1 Mittelwert $\bar{x}$ eines Datensatzes.....	29
D.2 Empirische Standardabweichung s eines Datensatzes.....	29
D.3 Anzahl ν der einer Varianz oder Standardabweichung einer Stichprobe zu Grunde liegenden Freiheitsgrade	30
D.4 Auf der empirischen Standardabweichung basierende Standardunsicherheit u_x^- eines Stichprobenmittelwerts	30
D.5 Auf der Standardabweichung aus früher gewonnenen Kenntnissen basierende Standardunsicherheit u_x^- eines Stichprobenmittelwerts.....	30
D.6 Auf der Standardabweichung aus früher gewonnenen Kenntnissen basierende Standardunsicherheit u_{sm} eines Einzelwerts	30
D.7 Aus mehreren Datensätzen kombinierte Standardabweichung s_{po}	31
D.8 Anzahl ν_{po} der einer kombinierten Standardabweichung zu Grunde liegenden Freiheitsgrade	32
D.9 Auf der Standardabweichung eines Datensatzes basierende erweiterte Unsicherheit U_x^- eines Stichprobenmittelwerts.....	32
D.10 Auf der Standardabweichung aus früher gewonnenen Kenntnissen basierende erweiterte Unsicherheit U_x^- eines Stichprobenmittelwerts.....	32
D.11 Erweiterte Unsicherheit U_{sm} eines Einzelwerts für diesen Fall aus D.10	32
D.12 Statistischer Anteilbereich für Einzelmessungen	32
D.13 Erkennen von Ausreißern	34
D.14 Berechnungsbeispiele.....	35
D.14.1 Mittelwert, Varianz, Standardabweichung, Anzahl der Freiheitsgrade, Variationskoeffizient.....	35
D.14.2 Auf der Standardabweichung basierende Standard- und erweiterte Unsicherheit eines Mittelwerts	35
D.14.3 Standard- und erweiterte Unsicherheit eines Einzelwerts	36
D.14.4 Aus mehreren Datensätzen kombinierte Standardabweichung	36
D.14.5 Auf der Standardabweichung aus früher gewonnenen Kenntnissen basierende erweiterte Unsicherheit eines Stichprobenmittelwerts.....	37
D.14.6 Statistischer Anteilbereich für Einzelwerte	38
D.14.7 Verwerfen von Ausreißern	39
Anhang E (informativ) Messunsicherheitsquellen.....	41
E.1 Kategorien von Messunsicherheitsquellen.....	41
E.2 Kalibrierunsicherheit.....	41
E.3 Datenerfassungsunsicherheit	41
E.4 Datenverarbeitungsunsicherheit.....	42
E.5 Messmethodenbedingte Unsicherheit.....	42
Anhang F (informativ) Korrelierte Eingangsgrößen	43
Anhang G (informativ) Beispiele.....	45
G.1 Beispiel 1 — Eine kalibrierte Düse für kritische Strömung wird zur Messung des Massendurchflusses von Luft benutzt	45
G.1.1 Das mathematische Modell.....	45
G.1.2 Beitragende Varianzen	45
G.2 Beispiel 2 — Vergleich zweier mit demselben Messgerät gemessenen Durchflüsse	48
G.2.1 Allgemeines	48
G.2.2 Mathematisches Modell.....	48
G.2.3 Beitragende Varianzen	50
G.2.4 Messunsicherheit der Dichte	50
G.2.5 Unsicherheit der Messwerte des Druckmessgerätes	51
G.2.6 Kombinierte Unsicherheit des Durchflussverhältnisses Φ_F	52

G.3	Beispiel 3 — Berechnung der durch eine Blende verursachten Unsicherheit der Durchflussmessung	54
G.3.1	Allgemeines	54
G.3.2	Das mathematische Modell	55
G.3.3	Beitragende Varianzen	56
G.3.4	Unsicherheit des Rohrdurchmessers $d_{p,0}$	58
G.3.5	Unsicherheit des Durchmessers $d_{o,0}$ der Blendenöffnung	58
G.3.6	Unsicherheit der Temperatur $T_{0,x}$	58
G.3.7	Unsicherheit der Fluidtemperatur T_{op}	59
G.3.8	Unsicherheit der Dichte ρ	59
G.3.9	Unsicherheit der Druckdifferenz Δp	59
G.3.10	Unsicherheit des thermischen Längenausdehnungskoeffizienten λ	59
G.3.11	Unsicherheit der Viskosität μ des Fluids	59
G.3.12	Unsicherheit der Reader-Harris-Gallagher-Gleichung (1998)	60
G.3.13	Kombinierte Standardunsicherheit des Durchflusses	60
G.4	Beispiel 4 — Berechnung der Durchfluss-Messunsicherheit bei Netzmessungen mit einem Messflügel	61
G.4.1	Das mathematische Modell	61
G.4.2	Beitragende Varianzen	61
G.4.3	Kombinierte Unsicherheit	63
G.5	Beispiel 5 — Berechnung der Durchfluss-Messunsicherheit bei einer Rinne mit Wehr	63
G.5.1	Das mathematische Modell	63
G.5.2	Beitragende Varianzen	64
Anhang H (informativ)	Kalibrierung eines Durchflussmessgerätes in einer Kalibriereinrichtung	66
H.1	Allgemeines	66
H.2	Unsicherheit der Kalibriereinrichtung	66
H.3	Benutzung der Kalibriereinrichtung	66
H.3.1	Allgemeines	66
H.3.2	Kalibrierung bei verschiedenen Durchflüssen mit n Messungen je Durchfluss	67
Anhang I (informativ)	Unsicherheiten nach den Ermittlungsmethoden A und B, entsprechend den Unsicherheitsbeiträgen aus „zufälligen“ und „systematischen“ Quellen	70
Anhang J (informativ)	Besondere Bedingungen bei der Benutzung zweier oder mehrerer parallel geschalteter Durchflussmessgeräte	71
Anhang K (informativ)	Alternative Methoden zur Unsicherheitsberechnung	73
Literaturhinweise		74

Einleitung

Wenn eine Durchflussmessung durchgeführt wird, ist der Messwert prinzipiell der beste Schätzwert, der für den Durchfluss oder die Menge erhalten werden kann. Tatsächlich kann der Durchfluss oder die Menge etwas größer oder kleiner als dieser Wert sein. Die Messunsicherheit kennzeichnet einen Wertebereich, innerhalb dessen der wahre Durchfluss oder die Menge mit einem festgelegten Vertrauensniveau erwartet wird.

Der Leitfaden für die Angabe der Unsicherheit beim Messen DIN V ENV 13005 (GUM) ist das maßgebliche Dokument zu allen Aspekten der Terminologie und Ermittlung der Messunsicherheit und sollte immer dann zu Rate gezogen werden, wenn diese Internationale Norm nicht genug Einzelheiten liefert. Z. B. enthält Anhang F des GUM Leitlinien zur Ermittlung von Unsicherheitskomponenten.

1 Anwendungsbereich

Diese Vornorm enthält allgemeine Prinzipien zur Ermittlung der Unsicherheit eines Durchflusses oder einer Menge und beschreibt die anzuwendenden Verfahren.

Anhang A enthält ein schrittweises Verfahren zur Unsicherheitsberechnung.

2 Normative Verweisungen

Die folgenden zitierten Dokumente sind für die Anwendung dieses Dokuments erforderlich. Bei datierten Verweisungen gilt nur die in Bezug genommene Ausgabe. Bei undatierten Verweisungen gilt die letzte Ausgabe des in Bezug genommenen Dokuments (einschließlich aller Änderungen).

DIN EN ISO 9300, *Durchflussmessung von Gasen mit Venturidüsen bei kritischer Strömung*

DIN V ENV 13005, *Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen*

Internationales Wörterbuch der Metrologie (VIM), 1993¹⁾

3 Begriffe

Für die Anwendung dieses Dokuments gelten die Begriffe des VIM (1993) und die folgenden Begriffe.

3.1
Unsicherheit
dem Messergebnis zugeordneter Parameter, der die Streuung der Werte kennzeichnet, die vernünftigerweise der Messgröße zugeordnet werden könnte

ANMERKUNG Unsicherheiten werden als absoluter Betrag angegeben und haben kein positives oder negatives Vorzeichen.

3.2
Standardunsicherheit

$u(x)$
als Standardabweichung ausgedrückte Unsicherheit des Ergebnisses einer Messung

1) Zu beziehen bei: Beuth Verlag GmbH, 10772 Berlin

3.3

relative Standardunsicherheit

$$u^*(x)$$

Standardunsicherheit dividiert, durch den besten Schätzwert

ANMERKUNG 1 $u^*(x) = u(x) / \bar{x}$.

ANMERKUNG 2 $u^*(x)$ kann als reine Zahl, in Prozent oder als Vielfaches von 10^{-6} angegeben werden.

ANMERKUNG 3 Der beste Schätzwert ist in den meisten Fällen der arithmetische Mittelwert des zugehörigen Unsicherheitsintervalls.

3.4

kombinierte Standardunsicherheit

$$u_c(y)$$

Standardunsicherheit eines Messergebnisses, wenn dieses Ergebnis aus den Werten einer Anzahl anderer Größen gewonnen wird, in Form der positiven Quadratwurzel einer Summe von Gliedern, wobei die Glieder Varianzen oder Kovarianzen dieser anderen Größen sind, gewichtet danach, wie das Messergebnis mit Änderungen dieser Größen variiert

3.5

relative kombinierte Unsicherheit

$$u_c^*(y)$$

kombinierte Standardunsicherheit, dividiert durch den besten Schätzwert

ANMERKUNG 1 $u_c^*(y)$ kann als reine Zahl, in Prozent oder als Vielfaches von 10^{-6} angegeben werden.

ANMERKUNG 2 $u_c^*(y) = u_c(y) / y$.

ANMERKUNG 3 Der beste Schätzwert ist in den meisten Fällen der arithmetische Mittelwert des zugehörigen Unsicherheitsintervalls.

3.6

erweiterte Messunsicherheit

$$U$$

Kennwert, der einen Bereich um das Messergebnis kennzeichnet, von dem erwartet werden kann, dass er einen großen Anteil der Verteilung der Werte umfasst, die der Messgröße vernünftigerweise zugeordnet werden könnten

ANMERKUNG 1 Der Anteil kann als Überdeckungswahrscheinlichkeit oder Vertrauensniveau des Bereiches angesehen werden.

ANMERKUNG 2 $U = k u_c(y)$.

3.7

relative erweiterte Unsicherheit

$$U^*$$

erweiterte Messunsicherheit, dividiert durch den besten Schätzwert

ANMERKUNG 1 U^* kann als reine Zahl, in Prozent oder als Vielfaches von 10^{-6} angegeben werden.

ANMERKUNG 2 $U^* = k u_c^*(y)$.

ANMERKUNG 3 Der beste Schätzwert ist in den meisten Fällen der arithmetische Mittelwert des zugehörigen Unsicherheitsintervalls.

3.8**Erweiterungsfaktor** k

Zahlenfaktor, mit dem die kombinierte Standardunsicherheit multipliziert wird, um eine erweiterte Messunsicherheit zu erhalten

ANMERKUNG Ein Erweiterungsfaktor liegt typischerweise zwischen 2 und 3.

3.9**Ermittlungsmethode A**

<Messunsicherheit> Methode zur Berechnung der Messunsicherheit durch statistische Analyse von Reihen von Beobachtungen

3.10**Ermittlungsmethode B**

<Messunsicherheit> Methode zur Berechnung der Messunsicherheit mit anderen Mitteln als der statistischen Analyse von Reihen von Beobachtungen

3.11**Empfindlichkeit** c_i

Änderung des Wertes der Ausgangsgröße y , dividiert durch die sie verursachende Änderung des Wertes der Eingangsgröße x_i

3.12**relative Empfindlichkeit** c_i^*

relative Änderung des Wertes der Ausgangsgröße y , dividiert durch die sie verursachende relative Änderung des Wertes der Eingangsgröße x_i

4 Formelzeichen und Abkürzungen**4.1 Formelzeichen**

a_i	geschätzte halbe Spannweite einer der Eingangsgröße x_i anhaftenden symmetrischen Unsicherheitsverteilung, wie in Anhang B beschrieben;
A_t	Querschnittsfläche des Halsteils;
b_i	Breite des der Vertikalen zugeordneten Segments i ;
b'_i	obere Schranke einer unsymmetrischen Unsicherheitsverteilung, wie in Anhang B beschrieben;
c_i	Empfindlichkeit (oder auch Empfindlichkeitskoeffizient, siehe 8.1), mit der die Unsicherheit der Eingangsgröße x_i multipliziert wird, um die Auswirkung einer Änderung der Eingangsgröße auf die Unsicherheit der Ausgangsgröße y zu erhalten;
c_i^*	relative Empfindlichkeit, mit der die relative Standardunsicherheit der Eingangsgröße x_i multipliziert wird, um die Auswirkung einer relativen Änderung der Eingangsgröße auf die relative Unsicherheit der Ausgangsgröße y zu erhalten;
C_c	Kalibrierkoeffizient;
C	Durchflusskoeffizient;

C_V	Variationskoeffizient;
d_i	Höhe des der Vertikalen zugeordneten Segments i ;
d_o	Blendendurchmesser;
$d_{o,0}$	Blendendurchmesser bei der Temperatur $T_{0,x}$;
d_p	Rohrdurchmesser;
$d_{p,0}$	Rohrdurchmesser bei der Temperatur $T_{0,x}$;
$\overline{E}$	mittlere relative Messabweichung des Messgerätes bei vorgegebenem Durchfluss;
E_j	relative Messabweichung des j -ten Messung, bei vorgegebenem Durchfluss;
f	Funktion der Messgröße y von den Eingangsgrößen x_i ;
$\frac{\partial f}{\partial x_i}$	partielle Ableitung der Funktion f der Messgröße nach der Eingangsgröße x_i ;
F	Durchflussszahl $F = \frac{q}{\sqrt{\Delta p_r}}$;
F_{exp}	Durchflussszahl für eine Neuanfertigung;
$F_{Re_{dp}}$	$(19\,000 \cdot \beta / Re_{dp})^{0,8}$;
F_{ref}	Referenz-Durchflussszahl;
F_s	Faktor, als 1 angenommen, der die diskrete Summe über die endliche Anzahl von Vertikalen zum Integral der kontinuierlichen Funktion über den Querschnitt in Beziehung setzt;
k	Erweiterungsfaktor zur Berechnung der erweiterten Unsicherheit U ;
k_t	einer Tabelle entnommener Erweiterungsfaktor, siehe D.12;
K	Messgerätefaktor bei vorgegebenem Durchfluss;
$\overline{K}$	mittlerer Messgerätefaktor bei vorgegebenem Durchfluss;
K_j	Messgerätefaktor für die j -te Messung bei vorgegebenem Durchfluss;
l_b	Breite der Krone;
l_h	gemessene Höhe;
l_1	Abstand der Plus-Druckentnahme von der vorderen Stirnfläche der Blende;
L_1	l_1/d_p ;
l'_2	Abstand der Minus-Druckentnahme von der hinteren Stirnfläche der Blende;
L'_2	l'_2/d_p ;
m	spezielles Element in einer Datenmenge;
m'	Anzahl der zusammenzuwerfenden Datenmengen;

m''	Anzahl der Vertikalen;
M'_2	$2 L'_2 / (1 - \beta)$;
n	Anzahl der wiederholten Ablesungen oder Messungen;
n'	Exponent von I_h , üblicherweise gleich 1,5 für ein Wehr mit rechteckiger Öffnung und 2,5 für ein Wehr mit V-förmiger Öffnung;
n''	Anzahl der Geschwindigkeitsmesspunkte entlang einer Vertikalen;
N	Anzahl der Eingangsgrößen x_i , von denen die Ausgangsgröße y abhängt;
p_0	Druck in der Einlaufstrecke;
Δp_{mt}	Druckdifferenz über das Drosselgerät;
Δp_r	Druckdifferenz über das Gebläse;
$P(a_i)$	Wahrscheinlichkeit, dass eine Eingangsgröße x_i einen Wert von a_i hat;
q	Volumendurchfluss;
q_{ma}	Massendurchfluss;
Q	Durchfluss in Kubikmeter je Sekunde bei Strömungsbedingungen;
R	individuelle Gaskonstante;
Re_{dp}	auf d_p bezogene Reynoldszahl: $Re_{dp} = V d_p \rho / \mu$;
$s_{mt,po}$	kombinierte empirische Standardabweichung für die Blenden-Messwerte;
s_{pe}	für eine kleinere Datenmenge benutzte Standardabweichung einer früher gewonnenen größeren Datenmenge;
s_{po}	aus mehreren Datensätzen kombinierte Standardabweichung;
$s_{r,po}$	kombinierte Standardabweichung der Messwerte am Gebläse;
$s(x)$	empirische Standardabweichung einer Zufallsvariablen x , ermittelt aus n wiederholten Einzelbeobachtungen;
$s(\bar{x})$	empirische Standardabweichung des arithmetischen Mittelwerts $\bar{x}$;
t	Student- t -Faktor;
T_0	thermodynamische Temperatur in der Einlaufstrecke;
$T_{0,x}$	thermodynamische Temperatur, bei der x gemessen wird;
T_{op}	Betriebstemperatur;
$u_{c,corr}(y)$	kombinierte Unsicherheit von korrelierten Komponenten bei mehreren Messgeräten;
$u_{c,uncorr}(y)$	kombinierte Unsicherheit von unkorrelierten Komponenten bei mehreren Messgeräten;
u_{cal}^*	relative Geräte-Kalibrierunsicherheitskomponente;

$u_{cr\,i}^*$	relative Unsicherheit der lokalen Geschwindigkeitsmessung für die Vertikale i auf Grund des variierenden Ansprechverhaltens des Messflügels;
u_d^*	relative Unsicherheit des Durchflusskoeffizienten;
$u_{e\,i}^*$	relative Unsicherheit der lokalen Geschwindigkeitsmessung für die Vertikale i auf Grund von Pulsation in der Strömung;
u_{lb}^*	relative Standardunsicherheit der Messung der Breite der Krone des Wehrs;
u_{lh}^*	relative Standardunsicherheit der gemessenen Höhe;
$u_{m'}^*$	relative Unsicherheit auf Grund einer beschränkten Anzahl von Vertikalen;
$u_{p\,i}^*$	relative Unsicherheit der mittleren Geschwindigkeit V_i auf Grund einer beschränkten Anzahl von Geschwindigkeitsmesspunkten entlang der Vertikalen i ;
$u^*(Q)$	relative kombinierte Unsicherheit des Durchflusses;
u_{sm}	auf früher gewonnenen Kenntnissen basierende Unsicherheit eines einzelnen Messwertes;
$u(x_{i,corr})$	korrelierte Unsicherheitskomponente der durch ein einzelnes Durchflussmessgerät verursachten Unsicherheit;
$u(x_{i,uncorr})$	unkorrelierte Unsicherheitskomponente der durch ein einzelnes Durchflussmessgerät verursachten Unsicherheit;
$u^*(x_i)$	relative Standardunsicherheit für die Eingangsgröße x_i ;
$u_c^*(y)$	relative kombinierte Unsicherheit der Ausgangsgröße y ;
$U^*(y)$	relative erweiterte Unsicherheit der Ausgangsgröße y ;
$U(y)$	erweiterte Unsicherheit der Ausgangsgröße y ;
U_{CMC}	kombinierte Unsicherheit der Kalibriereinrichtung;
$U_{AS-overall-E}$	nach Methode A ermittelte Unsicherheit der Messabweichung;
$U_{AS-overall-K}^*$	nach Methode A ermittelte Unsicherheit der Messgerätefaktors;
V	mittlere Geschwindigkeit im Rohr;
V_i	mittlere Geschwindigkeit im Segment i ;
x_i	Schätzwert der Eingangsgröße X_i ;
x_m	m -ter Beobachtungswert der Zufallsgröße x ;
x_0	Maß bei der Temperatur $T_{0,x}$;
$\bar{x}$	arithmetischer Mittelwert von n Beobachtungswerten x_m der Zufallsgröße x ;
y	Schätzwert der Ausgangsgröße Y ;
Δx_i	infinitesimale Änderung von x_i zur numerischen Ermittlung der Empfindlichkeit;

Δy	bei der Ermittlung der Empfindlichkeit festgestellte infinitesimale Änderung von y ;
Z_n	Grubbs-Wert für Ausreißer-Test;
β	Blenden-Durchmesserverhältnis $\beta = d_o/d_p$;
φ_{cf}	Beiwert der kritischen Strömung;
Φ_F	Verhältnis des Koeffizienten F einer neuen Konstruktion zu dem der alten;
λ	thermischer Längenausdehnungskoeffizient;
μ	dynamische Viskosität;
ρ	Dichte des Fluids;
ν	Anzahl der Freiheitsgrade;
ν_{eff}	effektive Anzahl der Freiheitsgrade;
ν_{po}	Anzahl der Freiheitsgrade einer kombinierten Standardabweichung.

4.2 Indizes

c	kombiniert;
corr	korreliert;
do	Blendendurchmesser;
dp	effektiver Rohrdurchmesser;
ex	fremd;
i	vom i - ten Eingang;
j	vom j - ten Satz;
$k = 2$	mit dem Erweiterungsfaktor 2 ermittelt;
m	von der m - ten Beobachtung;
n	von der n - ten Beobachtung;
N	vom N - ten Eingang;
nom	Nennwert;
op	Betriebstemperatur;
pe	aus früher gewonnenen Kenntnissen;
po	zusammengeworfen;
sm	basierend auf einer Einzelmessung;
t	Hinweis auf den Streubereich;
uncorr	unkorreliert;

x	von Messung x ;
$\bar{x}$	Mittelwert von n Messwerten x_m der Eingangsgröße x ;
95	Vertrauensniveau 95 %.

5 Unsicherheitsermittlung in einem Messprozess

Der erste Schritt einer Unsicherheitsberechnung ist die Beschreibung des Messprozesses. Bei Durchflussmessungen ist es normalerweise notwendig, eine Anzahl von Eingangsgrößenwerten zu kombinieren, um den Ausgangsgrößenwert (Menge, Durchfluss) zu erhalten. Die Prozessbeschreibung sollte also die Auflistung aller relevanten Eingangsgrößen enthalten.

Anhang E enthält die Auflistung einer Anzahl Kategorien von Unsicherheitsquellen. Die Einteilung in Kategorien kann bei der Ermittlung aller Unsicherheitsquellen des Prozesses von Nutzen sein. In den folgenden Abschnitten wird angenommen, dass die Unsicherheitsquellen unkorreliert sind: Korrelierte Quellen erfordern besondere Behandlung (siehe Anhang F).

Beachtung sollte auch der Zeit, über die zu messen ist, geschenkt werden, um zu berücksichtigen, dass auch der Durchfluss zeitlich schwankt, und dass sich auch die Kalibrierung mit der Zeit ändern kann.

Wenn die Funktion zwischen den Eingangsgrößen $X_1, X_2, \dots, X_N$ und der Ausgangsgröße Y

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (1)$$

lautet, wird ein Wert y der Ausgangsgröße Y unter Verwendung der Eingangsgrößenwerte $x_1, x_2, \dots, x_N$ nach Gleichung (2) erhalten:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (2)$$

Unter der Voraussetzung, dass die Eingangsgrößen X_i unkorreliert sind, ergibt sich die Gesamtunsicherheit des Prozesses aus den Einzelunsicherheiten jeder zur Unsicherheit beitragenden Quelle nach:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N [c_i u(x_i)]^2} \quad (3)$$

Wo bekannt ist, dass gegenseitige Abhängigkeiten gering sind, darf Gleichung (3) benutzt werden, auch wenn die Eingangsgrößen korreliert sind; ISO 5167-1:2003 [1] gibt hierfür ein Beispiel.

Jede einzelne Unsicherheitskomponente $u(x_i)$ wird nach einer der folgenden Methoden berechnet:

- Ermittlungsmethode A: berechnet aus einer Reihe von Beobachtungen mit statistischen Methoden, beschrieben in Abschnitt 6;
- Ermittlungsmethode B: berechnet mit anderen Methoden, wie z. B. technische Beurteilung, beschrieben in Abschnitt 7.

Unsicherheitsquellen werden manchmal in „zufällige“ und „systematische“ eingeteilt. Die Zuordnung dieser Einteilung zu den Ermittlungsmethoden A und B ist im Anhang I beschrieben.

Die Empfindlichkeiten c_i stellen die Verbindung zwischen der Unsicherheit jeder Eingangsgröße und der resultierenden Unsicherheit der Ausgangsgröße her. Die Methoden zur Berechnung der einzelnen Empfindlichkeiten c_i sind detailliert in Abschnitt 8 beschrieben.

6 Ermittlungsmethode A der Messunsicherheit

6.1 Allgemeines

Ermittlungsmethoden A der Messunsicherheit sind solche, die sich statistischer Methoden bedienen, im Besonderen jene, die auf der Streuung der Ergebnisse wiederholter Messungen basieren.

Obwohl die zufälligen Komponenten der Unsicherheit durch keine Korrektur ausgeschaltet werden können, wird die zugehörige Unsicherheit mit steigender Anzahl der Messungen immer kleiner. Es ist der Zweck wiederholter Messungen, die zufälligen Veränderungen im Messprozess zu erfassen. Die Datenerfassung sollte deshalb den vermuteten Zeitrahmen dieser Veränderungen berücksichtigen. Z. B. wird die Datenaufnahme im Millisekundenabstand bei einem Messprozess, der sich in Minutengrößenordnung verändert, diese Veränderungen nur unzureichend erfassen.

In vielen Situationen ist es nicht durchführbar, eine große Anzahl wiederholter Messungen zu machen: In einem solchen Fall können die nach Methode A ermittelten Unsicherheitskomponenten aus einer früher schon einmal unter ähnlichen Umständen durchgeführten Messreihe übernommen werden. Dabei ist jedoch Vorsicht geboten, weil die Annahme der wirklich ähnlichen Bedingungen früherer Messungen ebenfalls unsicher ist (siehe Anhang D).

Die Methoden der Unsicherheitsberechnung eines Mittel- und eines Einzelwerts berücksichtigen die Verringerung der Unsicherheit durch Mittelwertbildung [Gleichungen (4) bis (8)] und sind detailliert in D.4 bis D.6 beschrieben.

6.2 Rechenverfahren

Weitere Erläuterungen der nachfolgenden Gleichungen sind in Anhang D zu finden.

Die Standardunsicherheit eines gemessenen Wertes x_i wird aus einer Messreihe, die die Werte $x_{i,m}$ liefert, mit den Gleichungen (4) bis (8) berechnet:

- a) Berechne den Mittelwert aus den Messungen nach Gleichung (4), siehe D.1:

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n x_{i,m} \quad (4)$$

- b) Berechne die Standardabweichung der Stichprobe nach Gleichung (5), siehe D.2:

$$s(x_i) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{m=1}^n (x_{i,m} - \bar{x}_i)^2} \quad (5)$$

Die Standardunsicherheit einer einzelnen Stichprobe ist nach Gleichung (6) gleich ihrer Standardabweichung:

$$u(x_i) = s(x_i) \quad (6)$$

- c) Berechne die Standardabweichung des Mittelwerts nach Gleichung (7), siehe D.4:

$$s(\bar{x}_i) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}} \quad (7)$$

Die Standardunsicherheit des Mittelwerts ist dann nach Gleichung (8):

$$u(\bar{x}_i) = s(\bar{x}_i) \quad (8)$$

Die Auswertung mehrerer Beobachtungen ist wesentlich für die Verringerung der Unsicherheit in Folge zufälliger Schwankungen. Zur Herleitung von Gleichung (7) siehe Dietrich [2].

ANMERKUNG Der hier beschriebene Ansatz ist eine Vereinfachung. Wenn die Funktion nach Gleichung (1) stark nichtlinear ist und die Unsicherheiten groß sind, kann der im GUM (1995), 4.1.4, beschriebene Ansatz zu besseren Ergebnissen führen.

7 Ermittlungsmethode B der Messunsicherheit

7.1 Allgemeines

Ermittlungsmethoden B der Messunsicherheit sind solche, die sich anderer Mittel als statistischer Analysen der Ergebnisse wiederholter Messungen bedienen.

Wie in D.9 erläutert, liefern Unsicherheiten nach Ermittlungsmethode A eine einfache Standardabweichung und damit einen Unsicherheitsbereich, der 68 % der möglichen Werte der gemessenen Größe umfasst. Für Ermittlungen nach Methode B ist es notwendig sicherzustellen, dass ein ähnliches Vertrauensniveau vorliegt, damit die nach den unterschiedlichen Methoden erhaltenen Unsicherheiten verglichen und kombiniert werden können.

Ermittlungen nach Methode B setzen nicht notwendigerweise Normalverteilung voraus, und die zugeordneten Grenzen können zu unterschiedlichen Vertrauensniveaus gehören. Z. B. kann der Kalibrierschein für einen Turbinenradzähler den Messgerädefaktor mit 95 % Vertrauensniveau angeben, wogegen die Unsicherheit der Auflösung eines Messgerätes mit 100 % Vertrauensniveau den Wertebereich liefert, der den Zahlenwert entsprechenden Mittelwert des Wertebereiches repräsentiert, und nicht den nächstgrößeren oder -kleineren. Die Formeln für die Standardunsicherheit häufig vorkommender Wahrscheinlichkeitsverteilungen sind nachfolgend in 7.3 bis 7.8 aufgeführt.

7.2 Rechenverfahren

Ermittlungen nach Methode B erfordern die Kenntnis der zu der Unsicherheit gehörenden Wahrscheinlichkeitsverteilung. Die am häufigsten vorkommenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen sind in 7.3 bis 7.8 aufgeführt; die Verteilungsformen sind in Anhang B dargestellt.

7.3 Rechteckverteilung

Typische Beispiele für Rechteckverteilungen sind

- maximale Drift eines Messgerätes im Zeitraum zwischen zwei aufeinander folgenden Kalibrierungen;
- Messabweichung, bedingt durch die beschränkte Auflösung einer Anzeigeeinrichtung;
- Toleranzen bei der Herstellung, Angabe des Herstellers.

Die Standardunsicherheit eines gemessenen Wertes x_i ist

$$u(x_i) = \frac{a_i}{\sqrt{3}} \quad (9)$$

wobei der Bereich der gemessenen Werte zwischen $x_i - a_i$ und $x_i + a_i$ liegt. Zur Herleitung von Gleichung (9) siehe Dietrich [2].

7.4 Normalverteilung

Ein typisches Beispiel ist ein Kalibrierschein, der ein Vertrauensniveau oder einen Erweiterungsfaktor für die erweiterte Unsicherheit angibt. Dann wird die Standardunsicherheit nach Gleichung (10) berechnet:

$$u(x_i) = \frac{U}{k} \quad (10)$$

Dabei ist

U die erweiterte Unsicherheit, z. B. aus dem Kalibrierschein;

k der angegebene Erweiterungsfaktor (siehe Anhang C).

Wo ein Erweiterungsfaktor bei einer angegebenen erweiterten Unsicherheit angewendet wurde, ist Sorgfalt walten zu lassen, um sicher zu gehen, dass der zutreffende Wert von k benutzt wird, um die zu Grunde liegende Standardunsicherheit zu erhalten. Wenn der Erweiterungsfaktor nicht angegeben ist oder das Vertrauensniveau von 95 % erwähnt ist, sollte der Erweiterungsfaktor k mit 2 angenommen werden.

7.5 Dreieckverteilung

Manche Unsicherheiten werden als Grenzen angegeben, zwischen denen alle Werte vermutet werden. Gibt es Gründe, zu vermuten, dass Werte nahe der Grenzen weniger wahrscheinlich sind als Werte nahe der Mitte des durch diese Grenzen festgelegten Bereichs, dann ist in diesem Fall die Annahme einer Rechteckverteilung zu pessimistisch, und die Annahme einer Dreieckverteilung nach Gleichung (11) kann als Kompromiss zwischen der Annahme einer Normalverteilung und einer Rechteckverteilung angesehen werden.

$$u(x_i) = \frac{a_i}{\sqrt{6}} \quad (11)$$

7.6 Bimodalverteilung

Wenn die Messabweichung immer an den Extremwerten liegt, ist eine Bimodalverteilung anwendbar. Nach Gleichung (12) ist deren Standardunsicherheit:

$$u(x_i) = a_i \quad (12)$$

Solche Verteilungen kommen in der Durchflussmessung selten vor.

7.7 Zuweisen einer Wahrscheinlichkeitsverteilung

Wenn die Quelle einer Unsicherheitsinformation verlässlich ist, wie z. B. ein Kalibrierschein oder eine Herstelltoleranz, wird es mit der Wahl der Wahrscheinlichkeitsverteilung keine Probleme geben. Wenn jedoch die Information weniger klar ist, wie z. B. bei der Beurteilung der Auswirkung des Unterschieds zwischen Referenz- und tatsächlichen Betriebsbedingungen, wird die Wahl der Wahrscheinlichkeitsverteilung zur Angelegenheit eines Messgeräte-Fachmanns.

7.8 Unsymmetrische Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Die oben genannten Fälle betreffen symmetrische Wahrscheinlichkeitsverteilungen. Es kommt jedoch vor, dass obere und untere Grenze für eine Eingangsgröße X_i nicht symmetrisch zum besten Wert x_i liegen. Bei fehlender Information über die Verteilung empfiehlt der GUM die Annahme einer Rechteckverteilung von der unteren bis zur oberen Grenze. Die Standardunsicherheit ist dann nach Gleichung (13):

$$u(x_i) = \frac{a_i + b'_i}{\sqrt{12}} \quad (13)$$

wobei $(x_i - a_i) < x_i < (x_i + b'_i)$.

Ein noch vorsichtigerer Ansatz wäre die Wahl einer Rechteckverteilung auf der Basis des größeren der Werte der beiden unsymmetrischen Grenzen.

$$u(x_i) = \max \left\{ \frac{a_i}{\sqrt{3}}, \frac{b'_i}{\sqrt{3}} \right\} \quad (14)$$

Wenn das unsymmetrische Element der Unsicherheit einen signifikanten Anteil der gesamten Unsicherheit ausmacht, könnte ein alternativer Ansatz, wie z. B. die Monte-Carlo-Simulation (Anhang K), besser geeignet sein.

Häufig vorkommende Ursachen für eine unsymmetrische Verteilung sind die Drift von Messgeräten auf Grund mechanischer Veränderungen, wie z. B. ansteigende Reibung in den Lagern eines Turbinenradzählers oder Erosion an den Kanten einer Blende.

8 Empfindlichkeiten

8.1 Allgemeines

Wenn man sich mit der Kombination von Unsicherheiten beschäftigt, ist es wichtig zu wissen, dass es nicht ausreicht, nur die Werte der Unsicherheitskomponenten der Eingangsgrößen zu betrachten. Es ist auch notwendig, die Auswirkung, die jede Eingangsgröße auf das Endergebnis hat, in Betracht zu ziehen. Z. B. ist eine Unsicherheit von 50 µm im Durchmesser oder von 5 % im thermischen Längenausdehnungskoeffizienten beim Durchfluss durch eine Blende nichts sagend ohne die Kenntnis der Auswirkungen des Durchmessers und des Ausdehnungskoeffizienten auf die Durchflussmessung. Es ist deshalb zweckmäßig, den Begriff der Empfindlichkeit einer Ausgangsgröße in Bezug auf eine Eingangsgröße einzuführen — die Empfindlichkeit, bisweilen auch Einflusskoeffizient genannt.

Die Empfindlichkeit für jede Eingangsgröße wird ermittelt über einen der beiden Wege:

- analytisch oder
- numerisch.

8.2 Analytische Ermittlung

Wenn die Funktion wie in Gleichung (1) feststeht, ist die Empfindlichkeit definiert als der partielle Differentialquotient nach Gleichung (15):

$$c_i = \frac{\partial y}{\partial x_i} \quad (15)$$

Wenn relative Standardunsicherheiten benutzt werden, müssen auch relative Empfindlichkeiten benutzt werden.

$$c_i^* = \frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot \frac{x_i}{y} \quad (16)$$

In Spezialfällen, in denen z. B. durch Kalibrierung eine einfache Funktion zwischen Eingang und Ausgang gefunden wurde, kann der Wert von c_i oder c_i^* gleich 1 sein. Beispiel 1 in Anhang G ist ein Beispiel für eine kalibrierte Düse.

8.3 Numerische Ermittlung

Wenn keine mathematische Funktion gefunden wird oder der Funktionszusammenhang sehr kompliziert ist, kann die Empfindlichkeit leichter numerisch ermittelt werden durch Berechnen der Auswirkung einer kleinen, infinitesimalen Änderung der Eingangsgröße x_i auf die Ausgangsgröße y .

Berechne zunächst y , ausgehend von x_i , und benutze dann $(x_i + \Delta x_i)$, wobei Δx_i eine kleine infinitesimale Änderung von x_i ist. Das Ergebnis der zweiten Berechnung kann als $(y + \Delta y)$ ausgedrückt werden, wobei Δy die durch Δx_i verursachte Änderung von y ist.

Die Empfindlichkeiten lassen sich dann nach Gleichung (17) wie folgt bestimmen:

$$c_i \approx \frac{\Delta y}{\Delta x_i} \quad (17)$$

oder in relativer Form nach Gleichung (18):

$$c_i^* \approx \frac{\Delta y}{\Delta x_i} \cdot \frac{x_i}{y} \quad (18)$$

Tabelle 1 zeigt, wie eine Wertetabelle aufgestellt werden kann, um für eine beliebige Funktion $y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$ eine einzelne Empfindlichkeit zu berechnen.

Tabelle 1 — Wertetabelle zur Berechnung von Empfindlichkeiten

Empfindlichkeit	Änderung	x_1	x_2	...	x_i	x_N	y	c	c^*
—	—	x_1	x_2	...	x_i	x_N	$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) = y_{\text{nom}}$	—	—
c_1	$\Delta x_1 \approx 10^{-6} \cdot x_1$	$(x_1 + \Delta x_1)$	x_2	...	x_i	x_N	$y_1 = f(x_1 + \Delta x_1, x_2, \dots, x_N)$	$\frac{(y_1 - y_{\text{nom}})}{\Delta x_1}$	$c \frac{x_1}{y_{\text{nom}}}$

Bei der analytischen Ermittlung wird die Steigung von y , bezogen auf x_i , beim Wert x_i berechnet, wogegen bei der numerischen Ermittlung der mittlere Anstieg im Intervall von x_i bis $(x_i + \Delta x_i)$ berechnet wird. Die benutzte Änderung Δx_i sollte deshalb so klein wie praktikabel und nicht größer als die Unsicherheit von x_i sein. Jedoch können Schwierigkeiten auftreten, wenn die Änderung so klein wird, dass die dadurch verursachte Änderung im berechneten Ergebnis von y in die Größenordnung der Auflösung des benutzten Rechners kommt. Unter diesen Umständen kann die Berechnung von c_i instabil werden. Diese Schwierigkeiten können vermieden werden, wenn man mit einem Wert von Δx_i beginnt, der so groß wie die Unsicherheit von x_i ist, und Δx_i dann schrittweise verkleinert, bis der Wert von c_i bis auf eine vertretbare

Abweichung mit dem vorherigen übereinstimmt. Diese Iteration kann durch die Erstellung der Wertetabelle per Computer automatisiert werden.

9 Kombination von Unsicherheiten

Wenn die Standardunsicherheiten der Eingangsgrößen entweder nach Methode A oder nach Methode B und ihre zugehörigen Empfindlichkeiten ermittelt worden sind, lässt sich die kombinierte Standardunsicherheit der Ausgangsgröße nach Gleichung (19) berechnen:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N [c_i u(x_i)]^2} \quad (19)$$

Wo mit relativen Unsicherheiten gearbeitet wurde, müssen auch relative Empfindlichkeiten nach Gleichung (20) benutzt werden.

$$u_c^*(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N [c_i^* u^*(x_i)]^2} \quad (20)$$

Gleichungen (19) und (20) setzen voraus, dass die einzelnen Eingangsgrößen unkorreliert sind. Die Behandlung korrelierter Unsicherheiten ist in C.6 beschrieben. Korrelationen liegen vor, wenn mit dem selben Messgerät mehrere Messungen gemacht werden oder wenn Messgeräte mit demselben Normal kalibriert worden sind.

Im Allgemeinen ist die Wahl, ob mit absoluten oder relativen Unsicherheiten gearbeitet wird, von geringer Bedeutung. Wenn dies jedoch einmal entschieden wurde, ist sicherzustellen, dass alle Unsicherheiten in der selben Weise ausgedrückt werden. Bei Messungen intervallskalierter Merkmale (mit willkürlichem Nullpunkt) treten Probleme mit relativen Unsicherheiten auf. Z. B. bleibt die relative Unsicherheit bei einer absoluten Unsicherheit von 1 mm bei einem Durchmesser von 500 mm mit 0,2 % auch bei Angaben in Inch (hier 0,039 4 Inch bei 19,69 Inch) unverändert. Wenn jedoch die Unsicherheit einer Temperatur von 20 °C 0,5 °C beträgt, ist die relative Unsicherheit 2,5 %, aber in Grad Fahrenheit ausgedrückt, werden daraus 68 °F mit einer Unsicherheit von 0,9 °F, was eine relative Unsicherheit von 1,3 % ergibt. Unter solchen Umständen können keine relativen Unsicherheiten, sondern nur absolute Unsicherheiten benutzt werden. Eine relative Unsicherheit kann nicht bei intervallskalierten, sondern nur bei verhältnisskalierten Merkmalen (Größen) benutzt werden.

10 Angabe von Ergebnissen

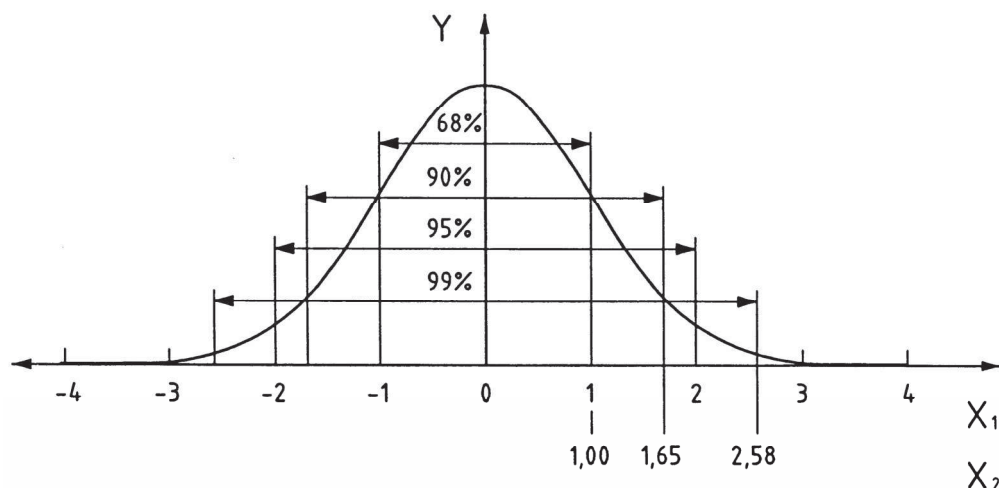
10.1 Erweiterte Unsicherheit

Nach Gleichungen (19) und (20) ergibt sich das vollständige Ergebnis durch Addition der Beiträge der Standardunsicherheiten einer jeden Eingangsquelle zur Unsicherheit des Ergebnisses. Die resultierende kombinierte Unsicherheit ist deshalb eine Standardunsicherheit, und nach Bild 1 wird deutlich, dass bei einem k -Faktor von 1 die durch diese Standardunsicherheit festgelegte Bandbreite nur ein Vertrauensniveau von 68 % hat. Mit anderen Worten: Die Chance ist 2:1, dass der wahre Wert innerhalb, oder 1:3, dass er außerhalb dieses Bandes liegt. Das ist nicht ausreichend für technische Belange, üblicherweise ist eine Unsicherheitsangabe mit einem Vertrauensniveau von 90 % oder 95 % erforderlich, in Sonderfällen 99 % oder noch höher. Um das gewünschte Vertrauensniveau zu erhalten, wird eine erweiterte Unsicherheit U nach Gleichung (21) benutzt:

$$U = k u_c(y) \quad (21)$$

oder bei relativen Unsicherheiten nach Gleichung (22):

$$U^* = k u_c^*(y) \quad (22)$$



Legende

X_1 Standardabweichung

X_2 Erweiterungsfaktor

Y Häufigkeit der Messwerte

Bild 1 — Erweiterungsfaktoren für verschiedene Vertrauensniveaus bei der Normal- oder Gauss-Verteilung

Es wird empfohlen, für die meisten Anwendungen den Erweiterungsfaktor $k = 2$ zu benutzen, der ein Vertrauensniveau von etwa 95 % liefert. Die Wahl des Erweiterungsfaktors hängt von den Anforderungen der Anwendung ab. Erweiterungsfaktoren k für verschiedene Vertrauensniveaus stehen in Tabelle 2.

Tabelle 2 — Erweiterungsfaktoren für verschiedene Vertrauensniveaus bei der Normal- oder Gauss-Verteilung

Vertrauensniveau in %	68,27	90,00	95,00	95,45	99,00	99,73
Erweiterungsfaktor k	1,000	1,645	1,960	2,000	2,576	3,000

Wenn die zufälligen Beiträge zur Unsicherheit groß sind im Vergleich zu den anderen Beiträgen und die Anzahl der Beobachtungen klein ist, liefert die oben genannte Methode einen optimistischen Erweiterungsfaktor. In diesem Fall muss das Verfahren nach Anhang C benutzt werden, um den tatsächlichen Erweiterungsfaktor zu bestimmen. Ein Kriterium zur Beurteilung, ob das Verfahren nach Anhang C benutzt werden muss, ist das folgende:

Im Allgemeinen, wenn eine Unsicherheitsberechnung nur nach Ermittlungsmethode A erfolgt und wenn die Standardunsicherheit nach dieser Methode kleiner als die halbe kombinierte Standardunsicherheit ist, ist es nicht notwendig, die Methode nach Anhang C zu benutzen, vorausgesetzt, dass die Anzahl der Beobachtungen bei der Ermittlung nach Methode A größer als 2 ist.

Die erweiterte Unsicherheit kann mit einem Index gekennzeichnet werden.

BEISPIEL U_{95} oder $U_{k=2}$

10.2 Unsicherheitsbilanz

In Berichten, die eine Unsicherheitsangabe enthalten, muss eine Unsicherheitsbilanz in Form einer Tabelle enthalten sein oder darauf Bezug genommen werden, die mindestens die in Tabelle 3 aufgeführten Informationen enthält:

Tabelle 3 — Unsicherheitsbilanz

Formelzeichen	Unsicherheitsquelle	Erweiterte Eingangsunsicherheit $U(x_i)$	Wahrscheinlichkeitsverteilung	Divisor (siehe Gleichungen (9) bis (14))	Standardunsicherheit $u(x_i)$	Empfindlichkeit c_i	Beitrag zur Gesamtunsicherheit $[c_i u(x_i)]^2$
$u(x_1)$	z. B. Kalibrierung	5	Normal-	2	2,5	0,5	1,56
$u(x_2)$	z. B. Ausgangsauflösung	1	Rechteck-	$\sqrt{3}$	0,58	2,0	1,35
...							
$u(x_i)$							
$u(x_N)$							
u_c	kombinierte Standardunsicherheit	—	—	—	$u_c(y) = \sqrt{\sum}$	$\leftarrow^a$	$= \sum [c_i u(x_i)]^2$
U	erweiterte Unsicherheit	$= k u_c(y)$	$\leftarrow^a$	k	$\leftarrow^a$	—	—

^a Die Pfeile in den letzten beiden Tabellenzeilen weisen darauf hin, dass der Weg der Berechnung hier im Gegensatz zu den oberen Tabellenzeilen von rechts nach links geht.

Tabelle 3 enthält hier absolute Größenwerte, und jede Standardunsicherheit hat die Einheit der zugehörigen Eingangsgröße. Die Tabelle kann ebenso mit relativen Werten dargestellt werden, wenn alle Eingangsgrößen- und resultierenden Standardunsicherheiten in relativer Form vorliegen. Die Spalten „erweiterte Eingangsunsicherheit“, „Wahrscheinlichkeitsverteilung“ und „Divisor“ können entfallen, wenn alle Unsicherheiten als Standardunsicherheiten vorliegen.

Wenn die Berechnung einer kombinierten Standardunsicherheit dem Nachweis der Einhaltung einer vorgegebenen Unsicherheit dient und ergibt, dass die geforderte Unsicherheit überschritten wird, können anhand der Tabelle die größten Unsicherheitsquellen und damit das Hauptproblem identifiziert werden.

Nachdem die erweiterte Unsicherheit für ein Vertrauensniveau von mindestens 95 % berechnet wurde, muss das Messergebnis wie folgt angegeben werden:

- das Ergebnis der Messung beträgt [bester Schätzwert];
- die Unsicherheit des Ergebnisses beträgt [Wert] (absolut oder relativ);
- die angegebene Unsicherheit basiert auf einer Standardunsicherheit, multipliziert mit dem Erweiterungsfaktor $k = 2$, der ein Vertrauensniveau von etwa 95 % liefert.

In Fällen, bei denen die Methode nach Anhang C angewandt wurde, ist jeweils der tatsächliche Erweiterungsfaktor anstelle von $k = 2$ anzugeben. In Fällen, bei denen Vertrauensniveaus größer als 95 % benutzt wurden, sind der jeweils zutreffende k -Faktor und das zugehörige Vertrauensniveau entsprechend zu ersetzen.

Bei jeder Angabe eines Ergebnisses einer Unsicherheitsberechnung ist es wichtig, klarzustellen, ob die angegebene Unsicherheit die eines einzelnen Wertes, die eines Mittelwerts einer vorgegebenen Anzahl von Werten oder die einer Übertragungscharakteristik aus einer vorgegebenen Anzahl von Werten ist.

Anhang A (normativ)

Schrittweises Verfahren zur Unsicherheitsberechnung

A.1 Absolute oder relative Unsicherheit

Entscheide, um Verwechslungen vorzubeugen, ob absolute oder relative Unsicherheiten benutzt werden. Bei dieser Entscheidung sind die Hinweise aus Abschnitt 9 zu intervallskalierten Merkmalen (mit willkürlichem Nullpunkt) zu beachten.

A.2 Mathematische Beziehung

Ermittle die mathematische Funktion zwischen den Eingangsgrößen und der Ausgangsgröße nach Gleichung (1):

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

ANMERKUNG Die Nummern der Gleichungen, auf die in diesem Anhang Bezug genommen wird, sind die aus dem Normtext.

A.3 Standardunsicherheit

A.3.1 Allgemeines

Identifiziere die Unsicherheitsquellen für jede Eingangsgröße, siehe Anhang E, und berechne die Standardunsicherheit für jede Quelle. Die Berechnungsmethode für jede Komponente ist von den vorliegenden Unsicherheitsschätzwerten und den zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilungen abhängig. Die verfügbaren Daten ermöglichen es im Allgemeinen, die Standardunsicherheit nach einer der folgenden Methoden zu berechnen.

A.3.2 Ermittlungsmethode A — Standardabweichung des Mittelwerts aus wiederholten Messungen

$$u(\bar{x}_i) = s(\bar{x}_i)$$

Siehe Gleichung (8).

A.3.3 Ermittlungsmethode B — Subjektive Schätzung und Erfahrung

A.3.3.1 Rechteckverteilung

$$u(x_i) = \frac{a_i}{\sqrt{3}}$$

Siehe Bild B.1 und Gleichung (9).

A.3.3.2 Normalverteilung

$$u(x_i) = \frac{U}{k}$$

Siehe Bild B.2 und Gleichung (10).

A.4 Empfindlichkeiten

A.4.1 Allgemeines

Die Empfindlichkeiten können absolut oder relativ nach analytischen oder numerischen Methoden berechnet werden. Die Entscheidung, ob absolut oder relativ, richtet sich nach A.1.

A.4.2 Absolut

$$c_i = \frac{\partial y}{\partial x_i} \approx \frac{\Delta y}{\Delta x_i}$$

Siehe Gleichungen (15) und (17).

A.4.3 Relativ

$$c_i^* = \frac{\partial y}{\partial x_i} \frac{x_i}{y} \approx \frac{\Delta y}{\Delta x_i} \frac{x_i}{y}$$

Siehe Gleichungen (16) und (18).

A.5 Kombinierte Standardunsicherheit

A.5.1 Allgemeines

Untersuche, ob irgendwelche Eingangsgrößen korreliert sind. Wenn keine Korrelationen vorliegen, berechne die kombinierte Standardunsicherheit nach A.5.2 oder A.5.3. Wenn Korrelationen vorliegen, gehe nach Anhang F vor.

A.5.2 Absolut

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N [c_i u(x_i)]^2}$$

Siehe Gleichung (19).

A.5.3 Relativ

$$u_c^*(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N [c_i^* u^*(x_i)]^2}$$

Siehe Gleichung (20).