

Luft- und Raumfahrt
Verfahren zur statistischen Auswertung
der Prüfergebnisse bei der Qualifikations-
und Abnahmeprüfung von Faserverbundwerkstoffen

Vornorm
DIN V
65 352

Aerospace; method of statistical evaluation of qualification and acceptance test results for fibre composites

Aéronautique et espace; méthode d'évaluation statistique des résultats d'essais de qualification et de réception des matériaux composites de fibres

Diese Vornorm ist anerkannt durch das Bundesamt für Wehrtechnik und Beschaffung und das Luftfahrt-Bundesamt.

Eine Vornorm ist das Ergebnis einer Normungsarbeit, das wegen bestimmter Vorbehalte zum Inhalt oder wegen des gegenüber einer Norm abweichenden Aufstellungsverfahrens vom DIN noch nicht als Norm herausgegeben wird. Zur vorliegenden Vornorm ist kein Entwurf veröffentlicht worden.

Inhalt

		Seite			Seite
1	Anwendungsbereich und Zweck	2	5.2.3	Rechenbeispiel	16
2	Begriffe und Formelzeichen	2	5.3	Berechnung der Werkstoff-Leistungs- blatt-Kennwerte	17
			5.3.1	Mittelwert $\bar{x}_{WL}$	17
3	Kurzbeschreibung der Verfahren	3	5.3.2	Streuung (Standardabweichung) s	17
3.1	Qualifikationsprüfung	3	5.3.3	Statistisch abgesicherte Mindestwerte [A-Wert ($P_{\bar{u}} = 99\%$) und B-Wert ($P_{\bar{u}} = 90\%$)]	17
3.2	Abnahmeprüfung	4		Statistisch abgesicherte Grenzwerte bei Moduln	17
3.2.1	Verfahren A	4	5.3.4	Rechenbeispiel	18
3.2.2	Verfahren B	4	5.3.5		
4	Statistische Testverfahren	4	6	Abnahmeprüfung	19
4.1	Test auf Normalverteilung	4	6.1	Verfahren A	19
4.1.1	Wahrscheinlichkeitsnetz	4	6.1.1	Formeln	19
4.1.2	Kolmogoroff-Smirnow-Lilliefors-Test (KS-Test)	5	6.1.2	Abnahmekriterium für Festigkeiten	20
4.1.2.1	Rechenbeispiel	6	6.1.2.1	Abnahmewert AW	20
4.1.3	Test mit Hilfe der Stichprobenschiefe	6	6.1.2.2	Prüfwert PW	21
4.1.3.1	Rechenbeispiel	8	6.1.2.3	Rechenbeispiel	21
4.2	Ausreißerverdächtige Stichproben-Ein- zelwerte und ihre Behandlung	8	6.1.3	Abnahmekriterium für Moduln	21
4.2.1	Ausreißertest	8	6.1.3.1	Abnahmewerte AW	21
4.2.1.1	Ausreißerkriterium bei Stichprobenum- fängen kleiner 25	9	6.1.3.2	Prüfwert PW	22
4.2.1.2	Ausreißerkriterium bei Stichprobenum- fängen größer 25	9	6.1.3.3	Rechenbeispiel	22
4.2.1.3	Rechenbeispiel	10	6.2	Verfahren B	22
5	Qualifikationsprüfung	10	6.2.1	Überprüfung der Streuungen	23
5.1	Gleichzeitiger Vergleich von mehreren Stichproben (Einfache Varianzanalyse)	11	6.2.2	Überprüfung der Mittelwerte	23
5.1.1	Bartlett-Test	11	6.2.2.1	Mittelwerte von Festigkeiten	23
5.1.2	Vergleich der Stichproben-Mittelwerte	12	6.2.2.2	Mittelwerte von Moduln	23
5.1.3	Rechenbeispiel	13	6.2.3	Rechenbeispiel	23
5.2	Vergleich von 2 Stichproben	14		Zitierte Normen und andere Unterlagen	24
5.2.1	F-Test (Streuungsvergleich)	14		Weitere Normen und andere Unterlagen	24
5.2.2	t-Test (Mittelwertsvergleich)	16		Erläuterungen	24

Fortsetzung Seite 2 bis 24

Normenstelle Luftfahrt (NL) im DIN Deutsches Institut für Normung e. V.

Jede Art der Vervielfältigung, auch auszugsweise, nur mit Genehmigung des DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin, gestattet.

1 Anwendungsbereich und Zweck

Die in dieser Norm beschriebenen statistischen Testverfahren sind anzuwenden bei der Qualifikationsprüfung und Abnahmeprüfung von Faserverbundwerkstoffen.

2 Begriffe und Formelzeichen

Alternativhypothese $F(x) \neq F_0(x)$;

die Stichprobe entstammt nicht der bekannten Verteilung (z. B. Normalverteilung)

Mittelwert $\bar{x}$
$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Nullhypothese $H_0 : F(x) = F_0(x)$;

die Stichprobe entstammt der bekannten Verteilung

Standardabweichung s
$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Verteilungsparameter: Aus den Einzelwerten x_i einer Stichprobe errechneter Mittelwert $\bar{x}$ und Standardabweichung s bzw. Varianz s^2 .

a, A Prüfgrößen zur Ausreißerermittlung

$a_{1i}; a_{2i}$ Prüfgrößen des KS-Tests

$\bar{A}, \bar{B}$ Momente der Stichprobe

FG Freiheitsgrad

F_{Pr} Prüfwert beim F-Test

F_{Tab} Tabellenwert beim F-Test

F_{Var} Prüfwert der einfachen Varianzanalyse

$F(x_i); F(x_i - 1)$ Summenfunktion der Einzelwerte

$F_{v1}; v_2$ Tabellenwerte für den Vergleich mehrerer Mittelwerte

k Anzahl der Prüflöse

k_A, k_B Abminderungsfaktoren zur Berechnung des A- und B-Wertes

n Gesamtstichprobenanzahl der Prüflöse

n_1 Stichprobenumfang mit der größeren Streuung

n_2 Stichprobenumfang mit der geringeren Streuung

n_i Stichprobenumfang der i-ten Stichprobe

n_{St} Stichprobenumfang

n_{WL} Stichprobenumfang aus dem Werkstoff-Leistungsblatt

N Anzahl der geprüften Fertigungslose

P_{ij} statistische Wahrscheinlichkeit

$P(u_i)$ Summenfunktion der Normalverteilung

s Standardabweichung

s_1 größere Standardabweichung

s_2 kleinere Standardabweichung

$x_I; x_{II}; x_{III}$	Rechenwerte für den Test mit Hilfe der Stichprobenschiefe
s_g^2	Schätzwert für die Varianz der Grundgesamtheit
s_i	Standardabweichung der i-ten Stichprobe
s_{max}	größte zulässige Stichprobenstreuung (Standardabweichung)
s_{St}	Standardabweichung der Stichprobe
s_{WL}	Standardabweichung aus dem Werkstoff-Leistungsblatt
t_{Pr}	Prüfwert beim t-Test
t_{St}	t-Tabellenwert in Abhängigkeit vom Stichprobenumfang n_{St}
t_{Tab}	Tabellenwert beim t-Test
t_{WL}	t-Tabellenwert in Abhängigkeit vom Stichprobenumfang n_{WL}
T_{KS}	Tabellenwert für den KS-Test
$\bar{x}_g; s_M^2$	Rechenwerte für den Mittelwertsvergleich
$\bar{x}_i$	Mittelwert der i-ten Stichprobe
$\bar{x}_{min}; \bar{x}_{max}$	kleinster bzw. größter zulässiger Stichprobenmittelwert
$\bar{x}_{St}$	Mittelwert der Stichprobe
$\bar{x}_{WL}$	Mittelwert aus dem Werkstoff-Leistungsblatt
α	Aussagesicherheit
μ	Schätzwert für den Mittelwert der Grundgesamtheit
$\mu_1; \mu_2 \dots \mu_k$	Schätzwert für den Mittelwert der Grundgesamtheit je Fertigungslos
$\mu_o; \mu_u$	Ober- und Untergrenze des Vertrauensbereichs des Mittelwertes der Grundgesamtheit
σ	Schätzwert für die Streuung (Standardabweichung) der Grundgesamtheit
$\sigma_1; \sigma_2 \dots \sigma_k$	Schätzwert für die Streuung (Standardabweichung) der Grundgesamtheit je Fertigungslos
$\sigma_o; \sigma_u$	Ober- und Untergrenze des Vertrauensbereichs der Standardabweichung der Grundgesamtheit
χ_o	Statistikfaktor zur Berechnung von s_o über die Chi-Quadrat Verteilung
χ_{k-1}^2	Tabellenwerte für den Vergleich mehrerer Stichprobenstreuungen
χ_{Pr}^2	Prüfwert der Stichprobenverteilung
AW	Abnahmewert
PW	Prüfwert
UAW	unterer Abnahmewert
OAW	oberer Abnahmewert

3 Kurzbeschreibung der Verfahren

Aus den Einzelmeßwerten einer Stichprobe werden deren Verteilungsparameter, der Mittelwert $\bar{x}$ und die Standardabweichung s , errechnet und mit den im Werkstoff-Leistungsblatt angegebenen bzw. den an anderen Stichproben ermittelten Verteilungsparametern statistisch verglichen. Mit Hilfe der statistischen Testverfahren wird überprüft, ob dabei festgestellte Unterschiede als zufällig oder als signifikant (statistisch gesichert) anzusehen sind.

3.1 Qualifikationsprüfung

Bei der Qualifikation eines neuen Werkstoffes ist zu überprüfen, ob die stichprobenartig an mehreren Fertigungslosen ermittelten Kennwerte gleiches Niveau aufweisen und somit das Qualitätsniveau dieses Werkstoffes repräsentieren.

Für den statistischen Vergleich der Fertigungslosen sind folgende Testverfahren anzuwenden:

- a) Bei mehr als zwei Fertigungslosen bzw.
mehr als zwei Stichproben, die einfache Varianzanalyse
- b) Bei zwei Fertigungslosen bzw.
zwei Stichproben, der F- und der t-Test.

Mit diesen statistischen Tests wird überprüft, ob der vorliegende Werkstoff homogen ist und die Stichproben zu einer gemeinsamen Grundgesamtheit gehören.

Ergibt sich, daß kein signifikanter Unterschied zwischen den Fertigungslosen besteht, so werden die Einzelmeßwerte aller Stichproben zu einem Datensatz zusammengefaßt.

Die aus diesem Datensatz ermittelten Kenngrößen $\bar{x}$ und s beschreiben das Qualitätsniveau des zu qualifizierenden Werkstoffes.

Anmerkung: $\bar{x}$ und s sind aus den Einzelmeßwerten aller Stichproben zu ermitteln; es darf nicht mit den Stichproben - Mittelwerten $\bar{x}_i$ bzw. den Stichproben - Streuungen s_i gearbeitet werden.

Zeigt sich dagegen ein signifikanter Unterschied zwischen den einzelnen Stichproben, so ist entsprechend der in den zutreffenden Technischen Lieferbedingungen beschriebenen Vorgehensweise zu verfahren.

Die so ermittelten Kenngrößen $\bar{x}$ und s werden als $\bar{x}_{WL}$ und s_{WL} im Werkstoff-Leistungsblatt angegeben. Zusätzlich wird im Werkstoff-Leistungsblatt auch die Anzahl der den Kenngrößen zugrundeliegenden Einzelmeßwerte als n_{WL} angegeben. Aus $\bar{x}_{WL}$ und s_{WL} werden der A-Wert ($P_{\bar{u}} = 99 \%$) bzw. der B-Wert ($P_{\bar{u}} = 90 \%$) errechnet.

3.2 Abnahmeprüfung

Bei der Abnahmeprüfung soll überprüft werden, ob der angelieferte Werkstoff der vorgegebenen Werkstoff-Norm (z. B. Werkstoff-Leistungsblatt) entspricht. Dazu werden die an Stichproben ermittelten Kennwerte, welche als repräsentativ für die gesamte Liefermenge anzusehen sind, mit den entsprechenden Vorgabewerten verglichen. Für diesen Vergleich stehen zwei auf statistischen Methoden basierende Verfahren zur Verfügung, die sich jedoch von ihrer Methodik her prinzipiell unterscheiden.

3.2.1 Verfahren A

Bei diesem Verfahren wird der aus dem Stichproben-Mittelwert und der Stichproben-Streuung errechnete Prüfwert mit einem aus den Werten des Werkstoff-Leistungsblattes errechneten Abnahmewert verglichen.

Annahmekriterium: Die Liefermenge wird akzeptiert, wenn der Prüfwert über dem Abnahmewert liegt.

3.2.2 Verfahren B

Mit diesem Verfahren wird überprüft, ob ein Unterschied zwischen den Stichproben und den Werten des Werkstoff-Leistungsblattes als zufällig oder aber als statistisch gesichert anzusehen ist. Dazu werden Mittelwertsunterschiede und Streuungsunterschiede getrennt betrachtet.

Abnahmekriterium: Die Liefermenge wird akzeptiert, wenn sich die Stichprobenwerte $\bar{x}_{St}$ und s_{St} nur zufällig (statistisch zufällig) von den Werten des Werkstoff-Leistungsblattes $\bar{x}_{WL}$ und s_{WL} unterscheiden.

4 Statistische Testverfahren

4.1 Test auf Normalverteilung

Voraussetzung für die Anwendung der in dieser Norm beschriebenen Verfahren ist, daß die betrachteten Meßwerte normalverteilt sind.

Mit statistischen Testverfahren kann überprüft werden, ob die Meßwerte einer Stichprobe normalverteilt sind.

Die in den Abschnitten 4.1.1 bis 4.1.3 beschriebenen Tests auf Normalverteilung sind wahlweise für die Überprüfung der Kennwertverteilung heranzuziehen; weitergehende Testverfahren, wie z. B. die Bestimmung von Schiefe und Exzeß (Wölbung) einer Verteilung sind der Fachliteratur zu entnehmen.

4.1.1 Wahrscheinlichkeitsnetz

Mit Hilfe der grafischen Darstellung der Summenlinie im Wahrscheinlichkeitsnetz ist eine visuelle Prüfung auf Normalverteilung möglich, mit der grobe Abweichungen erkannt werden können. Ergeben die Summenhäufigkeiten, im Wahrscheinlichkeitsnetz aufgetragen, näherungsweise eine Gerade, so darf auf eine Normalverteilung der Einzelwerte geschlossen werden. Bei kleinen Stichprobenumfängen kann die Summenlinie nach dem Verfahren von Henning/Wartmann ermittelt werden; dabei werden statt der Summe der relativen Häufigkeiten die der Größe nach geordneten Einzelwerte verwendet [1; 2].

Tabelle 2. Verteilungsfunktion $P(u_i)$

u_i	Verteilungs- funktion $P(u_i)$		u_i	Verteilungs- funktion $P(u_i)$	
	u_i positiv	u_i negativ		u_i positiv	u_i negativ
0,00	0,5000	0,5000	2,25	0,99778	0,01222
0,05	0,5199	0,4801	2,30	0,98928	0,01072
0,10	0,5398	0,4602	2,35	0,99061	0,00939
0,15	0,5596	0,4404	2,40	0,99180	0,00820
0,20	0,5793	0,4207	2,45	0,99286	0,00714
0,25	0,5987	0,4013	2,50	0,99379	0,00621
0,30	0,6179	0,3821	2,55	0,99461	0,00539
0,35	0,6368	0,3632	2,60	0,99534	0,00466
0,40	0,6554	0,3446	2,65	0,99598	0,00402
0,45	0,6736	0,3264	2,70	0,99653	0,00347
0,50	0,6915	0,3085	2,75	0,99702	0,00298
0,55	0,7088	0,2912	2,80	0,99744	0,00256
0,60	0,7257	0,2743	2,85	0,99781	0,00219
0,65	0,7422	0,2578	2,90	0,99813	0,00187
0,70	0,7580	0,2420	2,95	0,99841	0,00159
0,75	0,7734	0,2266	3,00	0,99865	0,00135
0,80	0,7881	0,2119	3,05	0,99886	0,00114
0,85	0,8023	0,1977	3,10	0,99903	0,00097
0,90	0,8159	0,1841	3,15	0,99918	0,00082
0,95	0,8289	0,1711	3,20	0,99931	0,00069
1,00	0,8413	0,1587	3,25	0,99942	0,00058
1,05	0,8531	0,1469	3,30	0,99952	0,00048
1,10	0,8643	0,1357	3,35	0,99960	0,00040
1,15	0,8749	0,1251	3,40	0,99966	0,00034
1,20	0,8849	0,1151	3,45	0,99972	0,00028
1,25	0,8944	0,1056	3,50	0,99977	0,00023
1,30	0,9032	0,0968	3,60	0,99984	0,00016
1,35	0,9115	0,0885	3,70	0,99989	0,00011
1,40	0,9192	0,0808	3,80	0,99993	0,00007
1,45	0,9265	0,0735	3,90	0,99995	0,00005
1,50	0,9332	0,0668	4,00	0,99997	0,00003
1,55	0,9394	0,0606			
1,60	0,9452	0,0548			
1,65	0,9505	0,0495			
1,70	0,9554	0,0446			
1,75	0,9599	0,0401			
1,80	0,9641	0,0359			
1,85	0,9678	0,0322			
1,90	0,9713	0,0287			
1,95	0,97441	0,02559			
2,00	0,97725	0,02275			
2,05	0,97982	0,02018			
2,10	0,98214	0,01786			
2,15	0,98422	0,01578			
2,20	0,98610	0,01390			

4.1.2.1 Rechenbeispiel

Ein Rechenbeispiel ist in Beiblatt 1 zu DIN V 65 352/03.87, Abschnitt 3.1 enthalten.

4.1.3 Test mit Hilfe der Stichprobenschiefe

Die Annahme, daß die Stichprobe einer normalverteilten Grundgesamtheit entnommen ist, läßt sich auch mit den Momenten der Stichprobe ($\bar{A}$ und $\bar{B}$) überprüfen. Voraussetzung hierfür ist ein Stichprobenumfang von mindestens 10 Einzelwerten.

In Abhängigkeit vom Stichprobenumfang werden die Momente $\bar{A}$ oder $\bar{B}$ errechnet und mit den in Bild 2 bzw. Bild 3 vorgegebenen Grenzlinien verglichen.

Die Annahme, daß die Meßwerte der Stichprobe normalverteilt sind, wird abgelehnt, wenn $\bar{A}$ oder $\bar{B}$ außerhalb der Grenzl原因en liegt.

Die Momente errechnen sich wie folgt:

$\bar{A}$ (Stichprobenumfang $10 \leq n \leq 100$)

$$\bar{A} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{\sqrt{n \cdot x_{II} - x_I^2}} \quad (3)$$

$\bar{B}$ (Stichprobenumfang $25 \leq n \leq 1000$)

$$\bar{B} = \sqrt{n} \frac{x_{III} - 3 \cdot \frac{1}{n} \cdot x_I \cdot x_{II} + 2 \cdot \frac{1}{n^2} \cdot x_I^3}{(x_{II} - \frac{1}{n} \cdot x_I^2)^{3/2}} \quad (4)$$

$$\text{mit } x_I = \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\text{mit } x_{II} = \sum_{i=1}^n (x_i)^2$$

$$\text{mit } x_{III} = \sum_{i=1}^n (x_i)^3$$

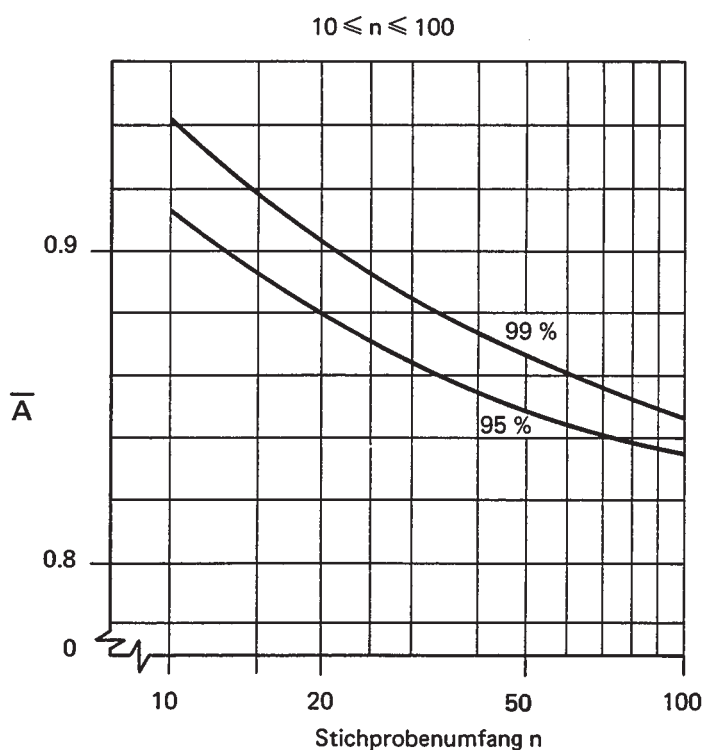
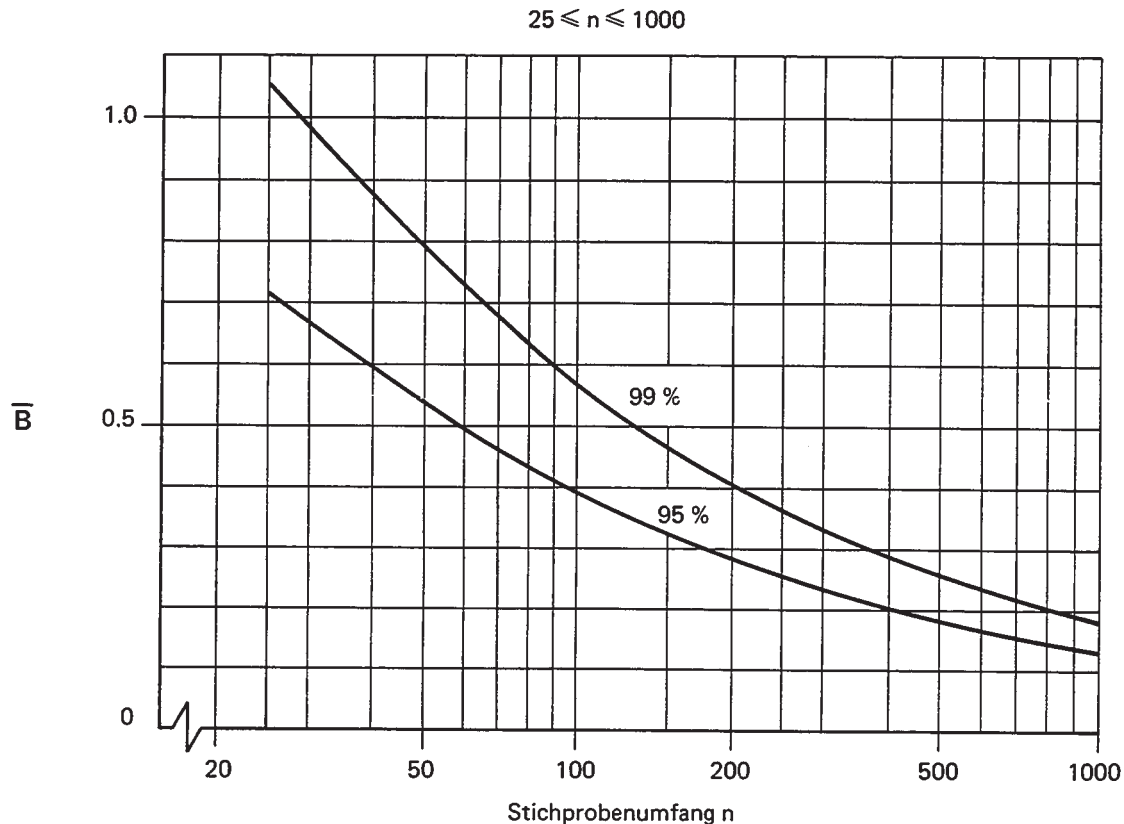


Bild 2. Grenzl原因en der Normalverteilung für $10 \leq n \leq 100$

Bild 3. Grenzlinien der Normalverteilung für $25 \leq n \leq 1000$

4.1.3.1 Rechenbeispiel

Ein Rechenbeispiel ist in Beiblatt 1 zu DIN V 65 352/03.87, Abschnitt 3.2 enthalten.

4.2 Ausreißerverdächtige Stichproben-Einzelwerte und ihre Behandlung

Bei der Auswertung von Meßreihen (Stichproben) können Einzelwerte, die von den übrigen Einzelwerten stark abweichen (ausreißerverdächtige Einzelwerte), das Ergebnis verfälschen; sie sind deshalb vorab entsprechend zu überprüfen.

Lassen sich Meßfehler, Rechenfehler, Schreib- und Datenerfassungsfehler nachweisen, sind diese Fehler zu korrigieren, wenn die richtigen Einzelwerte vorliegen; andernfalls sind sie bei der Auswertung wegzulassen. Herausfallende Einzelwerte, die nachweislich durch Verfahrensänderungen, Maschinenumstellungen usw. verursacht sind, werden bei der weiteren Auswertung nicht berücksichtigt. Im Auswerteprotokoll sind alle weggelassenen Einzelwerte und der Grund für ihr Nichtberücksichtigen anzugeben.

Ist das starke Abweichen von Einzelwerten nicht zu begründen, kann ein Ausreißertest angewandt werden. Er entscheidet dann, ob ein abweichender Einzelwert noch der Grundgesamtheit zuzuordnen ist, aus der die anderen Einzelwerte stammen. Weist der Test nach, daß eine zufällige Abweichung nicht anzunehmen ist, wird der herausfallende Einzelwert als Ausreißer bezeichnet und in der weiteren Auswertung weggelassen. Im Auswerteprotokoll ist anzugeben, daß dieser Einzelwert durch einen Ausreißertest eliminiert wurde. Die wiederholte Anwendung eines Ausreißertests auf die verbleibenden Einzelwerte ist nicht zulässig.

Sind mehrere Einzelwerte einer Stichprobe ausreißerverdächtig, so ist die Stichprobe zu verwerfen.

4.2.1 Ausreißertest

Um zu überprüfen, ob der kleinste bzw. der größte Einzelwert als Ausreißer angesehen werden kann, sind alle Einzelwerte ihrer Größe nach (aufsteigend oder absteigend) zu ordnen, so daß der ausreißerverdächtige Wert als x_1 am Anfang steht.

Ist bei der vorgegebenen Aussagesicherheit α der berechnete Prüfwert größer als der Tabellenwert, so kann der Extremwert als Ausreißer angesehen werden.

Anmerkung: Üblicherweise sollte mit einer Aussagesicherheit von $\alpha = 95 \%$ gearbeitet werden.