

DIN 18709-4

ICS 01.040.07; 07.040

Einsprüche bis 2005-06-30
Vorgesehen als Ersatz für
DIN 18709-4:1984-01

Entwurf**Begriffe, Kurzzeichen und Formelzeichen im Vermessungswesen –
Teil 4: Ausgleichungsrechnung und Statistik**

Concepts, abbreviations and symbols in surveying –
Part 4: Adjustment of observations and statistics

Notions, symboles et formules dans le domaine de la géodésie –
Partie 4: Calculs d'observations et statistique

Anwendungswarnvermerk

Dieser Norm-Entwurf wird der Öffentlichkeit zur Prüfung und Stellungnahme vorgelegt.

Weil die beabsichtigte Norm von der vorliegenden Fassung abweichen kann, ist die Anwendung dieses Entwurfes besonders zu vereinbaren.

Stellungnahmen werden erbeten

- vorzugsweise als Datei per E-Mail an nabau@din.de in Form einer Tabelle. Die Vorlage dieser Tabelle kann im Internet unter www.din.de/stellungnahme abgerufen werden;
- oder in Papierform an den Normenausschuss Bauwesen (NABau) im DIN, 10772 Berlin (Hausanschrift: Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin).

Die Empfänger dieses Norm-Entwurfs werden gebeten, mit ihren Kommentaren jegliche relevante Patentrechte, die sie kennen, mitzuteilen und unterstützende Dokumentationen zur Verfügung zu stellen.

Gesamtumfang 59 Seiten

Normenausschuss Bauwesen (NABau) im DIN

Inhalt

Seite

Vorwort	3
1 Anwendungsbereich	3
2 Normative Verweisungen	3
3 Grundbegriffe (en: terms and definitions)	4
3.1 Beobachtung von Zufallsvariablen (en: observation of random variables)	4
3.2 Statistische Beschreibung von stetigen Zufallsvariablen (en: statistical description of continuous random variables).....	6
3.3 Beobachtungsreihen für stetige Zufallsvariable (en: series of observations of continuous random variables).....	10
3.4 Beurteilende Statistik (en: statistical inference).....	13
3.5 Normalverteilte Zufallsvariable (en: normal distributed random variables).....	17
3.6 Zufallsvektoren (en: random vectors).....	19
3.7 normalverteilte Zufallsvektoren (en: normal distributed random vectors).....	24
3.8 Beziehungen zwischen zwei Zufallsvektoren (en: relationships between two random vectors)	26
3.9 Abweichungen, Varianzen und Kovarianzen von Funktionen eines Zufallsvektors („Kovarianzfortpflanzung“) (en: errors, variances and covariances of functions of a random vector)	29
4 Modelle und Verfahren der Ausgleichsrechnung (en: models and methods of adjustment theory)	31
4.1 Bezeichnungen (en: notations).....	31
4.2 Allgemeinfeld der Ausgleichsrechnung (en: general case of adjustment) („Gauss-Helmert-Modell“)	33
4.3 Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen (en: parametric adjustment) („Gauß-Markov-Modell“)	35
5 Regression (en: regression)	37
5.1 Bezeichnungen (en: notations).....	37
5.2 Regressionsmodelle (en: regression models)	38
6 Transformation (en: transformation)	41
6.1 Bezeichnungen (en: notations).....	41
6.2 Gebräuchliche Transformationsmodelle (en: common transformation models).....	43
6.3 2D-Transformationsparameter (en: 2D-transformation parameters).....	46
7 Zuverlässigkeit (en: reliability)	47
7.1 Bezeichnungen (en: notations).....	47
7.2 Zuverlässigkeitsmaße (en: reliability measures)	48
Anhang A (informativ) Geodätische Punktfelder (en: geodetic control stations)	50
Anhang B (informativ) Inversen symmetrischer Matrizen (en: inverses of symmetric matrices)	52
Stichwortverzeichnis	53
Literaturhinweise	59

Vorwort

Diese Norm wurde vom Normenausschuss Bauwesen (NABau), Fachbereich 03 „Vermessungswesen, Geo-information“, Arbeitsausschuss „Geodäsie“ erarbeitet.

ANMERKUNG Aus schreibtechnischen Gründen wurden die eckigen Klammern zahlreicher Gleichungen noch nicht entsprechend DIN 1303 als runde Klammern dargestellt. Dies wird bei der Veröffentlichung der Norm berücksichtigt werden.

Änderungen

Gegenüber DIN 18709-4:1984-01 wurden folgende Änderungen vorgenommen:

- a) Neuer Titel;
- b) Inhalt der Norm überarbeitet, erweitert und an aktuelle Entwicklungen angepasst.

1 Anwendungsbereich

Diese Norm gilt für die Verarbeitung, Auswertung und Beurteilung in der Geodäsie anfallender Daten, soweit diese stochastischer Natur sind. Zweck dieser Norm ist es einerseits, den geodätischen Sprachgebrauch an Begriffe anderer Disziplinen, soweit diese Begriffe übergeordnete Bedeutung erlangt haben, anzupassen. Andererseits werden jedoch, wo dies möglich ist, die in der Geodäsie eingeführten Begriffe beibehalten.

Grundlagen dieser Norm sind die Standardwerke der Ausgleichsrechnung und mathematischen Statistik, insbesondere auch DIN V ENV 13005.

2 Normative Verweisungen

Die folgenden zitierten Dokumente sind für die Anwendung dieses Dokuments erforderlich. Bei datierten Verweisungen gilt nur die in Bezug genommene Ausgabe. Bei undatierten Verweisungen gilt die letzte Ausgabe des in Bezug genommenen Dokuments (einschließlich aller Änderungen).

DIN 1319-1:1995-01, *Grundlagen der Messtechnik — Teil 1: Grundbegriffe*.

DIN 1319-3, *Grundlagen der Messtechnik — Teil 3: Auswertung von Messungen einer einzelnen Messgröße, Messunsicherheit*.

DIN 1319-4, *Grundlagen der Messtechnik — Teil 4: Auswertung von Messungen; Messunsicherheit*.

DIN 13303-1, *Stochastik; Wahrscheinlichkeitstheorie, Gemeinsame Grundbegriffe der mathematischen und der beschreibenden Statistik, Begriffe und Zeichen*.

DIN 18709-1, *Begriffe, Kurzzeichen und Formelzeichen im Vermessungswesen — Teil 1: Allgemeines*.

DIN 55350-13:1987-07, *Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik; Begriffe zur Genauigkeit von Ermittlungsverfahren und Ermittlungsergebnissen*.

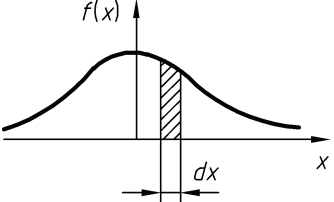
DIN 55350-21:1982-05, *Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik; Begriffe der Statistik; Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen*.

3 Grundbegriffe (*en: terms and definitions*)

Nr	Zeichen	Benennung	Definition
3.1 Beobachtung von Zufallsvariablen (<i>en: observation of random variables</i>)			
3.1.1	X (auch: L)	Zufallsvariable Zufallsgröße, Messgröße (<i>en: random variable</i>)	Veränderliche, deren Wert im Rahmen einer zugeordneten Verteilungsfunktion (siehe 3.2.1) variieren kann ANMERKUNG 1 Insbesondere physikalisch definierte Größen werden als Messgrößen bezeichnet (siehe DIN 1319-1 und DIN 1319-4). ANMERKUNG 2 Messen ist das Vergleichen eines quantitativen Merkmals, der Messgröße, mit einer als Maßeinheit definierten Ausprägung dieses Merkmals, dem Normal (siehe 3.1.3, Anmerkung 1). Zufallsvariable können auch nichtphysikalisch definiert sein (siehe Beispiel 1). BEISPIEL 1 Kaufpreise bei der Bewertung von Grundstücken. ANMERKUNG 3 Mathematische Definition (siehe DIN 13303-1). ANMERKUNG 4 Ist die Verteilungsfunktion der Zufallsvariablen stetig, so wird die Zufallsvariable als stetig bezeichnet. Auch wenn die Auflösung eines Messinstrumentes, z. B. bedingt durch die digitale Anzeige, die Messwerte (siehe 3.1.3) diskretisiert, wird weiterhin von einer stetigen Zufallsvariablen gesprochen. ANMERKUNG 5 Eine Messgröße muss nicht unmittelbar Gegenstand der Messung sein. Sie kann auch indirekt über bekannte physikalische und/oder mathematische Beziehungen mit Größen zusammenhängen, die unmittelbar gemessen werden. BEISPIEL 2 In die elektrooptische Messung einer Strecke (Messgröße X bzw. L) fließt nicht nur die Ablesung am Messgerät ein. Zusatzinformationen über den aktuellen Zustand der Atmosphäre (Temperatur, Luftdruck, Luftfeuchtigkeit), Modellannahmen über die Signalausbreitung in der Atmosphäre und Kalibrierparameter sind darüber hinaus zu berücksichtigen, um die gesuchte Messgröße, Strecke, zu bestimmen. ANMERKUNG 6 Eine Zufallsvariable kann skalar oder mehrdimensional definiert sein. Vektorielle Zufallsvariable werden durch fettgedruckte Buchstaben X bzw. L bezeichnet und Zufallsvektoren (siehe 3.6) genannt. BEISPIEL 3 Die dreidimensionalen Koordinaten einer satelliten-gestützten Positionsbestimmung bilden eine vektorielle Messgröße in einem anzugebenden Koordinatensystem; die Komponenten dieses Vektors sind skalare Messgrößen.

Nr	Zeichen	Benennung	Definition
3.1.2	Y	Einflussgröße (en: <i>influence quantity</i>)	Größe, die nicht Gegenstand der Messung ist, jedoch die Messgröße und die Auswertung beeinflusst [siehe DIN 1319-1:1995-01] ANMERKUNG 1 Für die Auswertung von Messwerten (siehe 3.1.3) ist die Erfassung der relevanten Einflussgrößen erforderlich. Soweit ihre Auswirkungen auf die Messgröße bekannt sind, müssen diese Auswirkungen als Korrekturen oder Reduktionen (siehe DIN 1319-1) berücksichtigt werden. ANMERKUNG 2 Einflussgrößen können sowohl den Messvorgang als auch den augenblicklichen Zustand eines Messobjektes beeinflussen. In diesen Fällen sollte über geeignete Auswerteverfahren zwischen der Wirkung der Einflussgrößen auf den Messvorgang und auf das Messobjekt getrennt werden. BEISPIEL 1 Die Stauhöhe einer Talsperre (Ursache) bestimmt in hohem Maße die Durchbiegung einer Staumauer (Wirkung). Ohne Information über die Stauhöhe ist eine Beurteilung der Durchbiegung (Messgröße) nicht möglich. ANMERKUNG 3 In den Fällen, in denen die Auswirkungen von Einflussgrößen auf eine Messgröße nicht in Form einer Korrektur oder Reduktion (siehe DIN 18709-1) berücksichtigt werden können, sollte die Messanordnung derart gestaltet werden, dass sich die Auswirkungen durch Messungshäufung und Mittelbildung mindern (Randomisierung), oder dass sich die Auswirkungen durch mess- und auswertetechnische Maßnahmen kompensieren. BEISPIEL 2 Beim Nivellement wird durch die Messanordnung „aus der Mitte“ der Einfluss der nivellitischen Refraktion und von Restabweichungen der Kalibrierung im Messergebnis weitestgehend eliminiert.
3.1.3	x_i (auch: l_i)	Beobachtungswert Messwert (en: <i>observed value</i>)	Einzelwert aus einer Beobachtungsreihe (siehe 3.1.5) für eine Zufallsvariable (siehe 3.1.1), im Speziellen Einzelwert aus einer Beobachtungsreihe für eine Messgröße ANMERKUNG 1 Der Messwert ist das Produkt aus der Maßeinheit (siehe 3.1.1, Anmerkung 1) und dem Zahlenwert, der angibt, wie oft die Maßeinheit in der Messgröße enthalten ist. Das Anbringen von Korrekturen und Reduktionen (siehe DIN 18709-1) an einen Beobachtungswert ändert dessen Charakter als Beobachtungswert nicht. ANMERKUNG 2 Der Beobachtungswert setzt sich aus dem wahren Wert $\tilde{X}$ (siehe 3.2.5) und der wahren Messabweichung η_i (siehe 3.3.2) bzw. dem wahren Wert $\tilde{X}$ und der zufälligen Messabweichung ε_i (siehe 3.3.1) sowie der systematischen Messabweichung Δ (siehe 3.2.6) zusammen: $x_i = \tilde{X} + \eta_i = \tilde{X} + \Delta + \varepsilon_i.$
3.1.4	$\hat{x}$ (auch: $\hat{X}$)	Messergebnis (en: <i>result of measurement</i>)	Aus Messungen gewonnener Schätzwert für den wahren Wert einer Messgröße [DIN 1319-1:1995-01] ANMERKUNG 1 Das Messergebnis einer durch wiederholte Messung erfassten Messgröße ist in der Regel das arithmetische Mittel aus den von systematischen Einflüssen befreiten Messwerten. ANMERKUNG 2 Das Messergebnis kann skalar oder mehrdimensional definiert sein (siehe 4.1.10). ANMERKUNG 3 Zu einem vollständigen Messergebnis (siehe 3.3.9) gehört die Angabe der Messunsicherheit (siehe 3.3.10). ANMERKUNG 4 In DIN V ENV 13005 wird zwischen unberichtigtem und wegen systematischer Messabweichungen berichtigtem Messergebnis unterschieden. Ein Messergebnis im Sinne dieser Norm wird immer als berichtigtes Messergebnis aufgefasst.

Nr	Zeichen	Benennung	Definition
3.1.5	—	Beobachtungsreihe Messreihe (en: series of observations)	Abfolge gleichartiger Beobachtungs- bzw. Messwerte x_i , $i = 1, 2, \dots, n$ für eine Zufallsvariable X ANMERKUNG Eine Beobachtungsreihe kann unter Wiederholbedingungen (siehe 3.2.14) oder unter Vergleichsbedingungen (siehe 3.2.15) ermittelt werden.
3.1.6	n	Umfang einer Beobachtungsreihe (en: size of a series of observations)	Anzahl der Elemente einer Beobachtungsreihe
3.1.7	f (auch: ν bzw. r)	Anzahl der Freiheitsgrade (en: number of degrees of freedom)	Anzahl der überschüssigen Beobachtungen ANMERKUNG 1 Bei der Ermittlung des Mittelwertes $\bar{x}$ nach 3.3.3 aus einer Beobachtungsreihe (siehe 3.1.5) (mit unbekanntem μ_X , siehe 3.2.4) gilt $f = n - 1$. ANMERKUNG 2 In DIN V ENV 13005 als ν bezeichnet, in 7.2.1 als Redundanz r .
3.1.8	—	Messgenauigkeit (en: accuracy of observations)	qualitative Bezeichnung für das Ausmaß der Annäherung eines Messergebnisses (siehe 3.1.4) an den gesuchten Wert [siehe DIN 55350-13:1987-07] ANMERKUNG 1 Bei Messgrößen ist der gesuchte Wert der wahre Wert $\tilde{X}$. ANMERKUNG 2 Sofern Missverständnisse nicht zu erwarten sind, kann die Messgenauigkeit auch „Genauigkeit“ genannt werden. ANMERKUNG 3 Je höher die Messgenauigkeit, desto kleiner ist die Messunsicherheit (siehe 3.3.10).
3.2 Statistische Beschreibung von stetigen Zufallsvariablen (en: statistical description of continuous random variables)			
3.2.1	$F(x)$ (auch: $G(x)$)	Verteilungsfunktion (en: distribution function)	Funktion, welche für jedes x die Wahrscheinlichkeit P ergibt, dass eine Zufallsvariable X nicht größer als x ist (siehe DIN 55350-21:1982-05) $F(x) = P(X \leq x)$ ANMERKUNG Wahrscheinlichkeit P (siehe DIN 13303-1).
3.2.2	x_p	p-Quantil (en: p -quantile)	Wert, für den die Verteilungsfunktion einen vorgegebenen Wert p annimmt (siehe DIN 13303-1 und DIN 55350-21) $F(x_p) = P(X \leq x) = p$

Nr	Zeichen	Benennung	Definition
3.2.3	$f(x)$ (auch: $g(x)$)	Wahrscheinlichkeitsdichte (en: <i>probability density</i>)	Erste Ableitung der Verteilungsfunktion (siehe DIN 55350-21 und Bild 1) $f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$  Bild 1 — Wahrscheinlichkeitsdichte ANMERKUNG Mittels der Wahrscheinlichkeitsdichte kann die Wahrscheinlichkeit P angegeben werden, mit der eine Zufallsvariable X in ein differentielles Intervall an der Stelle x fällt: $P(x \leq X + dx) = f(x)dx$
3.2.4	$E(X)$ (auch: μ_X)	Erwartungswert einer Zufallsvariablen (en: <i>expected value of a random variable</i>)	$E(X) = \mu_X = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \quad (\text{siehe DIN 55350-21})$ ANMERKUNG 1 Das Formelzeichen μ_X wird vorzugsweise für den Erwartungswert einer normalverteilten Zufallsvariablen X (siehe 3.5) verwendet. Der Erwartungswert kann skalar als $E(X)$, auch μ_X, oder mehrdimensional als $E(X)$, auch μ_X, definiert sein. ANMERKUNG 2 Ein Schätzwert für den Erwartungswert ist der Mittelwert $\bar{x}$ (siehe 3.3.3). Bei unendlich großem Umfang n der Beobachtungsreihe fallen diese beiden Werte zusammen, d. h. es gilt für beliebiges $\varepsilon > 0$: $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\bar{x} - E(X) > \varepsilon) = 0$ ANMERKUNG 3 Der Begriff des wahren Wertes (siehe 3.2.5) darf nicht mit dem Erwartungswert als Grenzwert des Mittelwertes mit unendlich großem Umfang n der Beobachtungsreihe verwechselt werden.

Nr	Zeichen	Benennung	Definition
3.2.5	$\tilde{X}$	wahrer Wert (en: true value)	tatsächlicher Wert einer Größe X im Augenblick der Beobachtung unter den gegebenen Bedingungen ANMERKUNG 1 Die Tilde dient zur Kennzeichnung des wahren Wertes. Der wahre Wert einer Messgröße L ist also $\tilde{L}$. Der wahre Wert kann skalar oder mehrdimensional definiert sein. ANMERKUNG 2 Eine Zufallsvariable kann so definiert sein, dass für sie kein wahrer Wert existiert. BEISPIEL Die Zufallsvariable „Verkehrswert in €/m² eines Wohngrundstückes in mittlerer Lage“ besitzt einen Erwartungswert, der nach 3.2.4 als Mittel aus Kaufpreisen geschätzt werden kann; von einem wahren Wert kann in diesem Fall jedoch nicht gesprochen werden. ANMERKUNG 3 Der wahre Wert einer Zufallsvariablen bleibt in der Regel unbekannt, wenn er sich nicht aus theoretischen Überlegungen herleiten lässt (z. B. die Winkelsumme im Dreieck).
3.2.6	Δ	systematische Abweichung systematischer Fehler, systematische Messabweichung (en: systematic error / bias)	$\Delta = E(X) - \tilde{X}$ ANMERKUNG 1 Eine systematische Abweichung hat ihre Ursache z. B. in Unvollkommenheiten der Messgeräte oder des Beobachtungsverfahrens; sie ist in allen Beobachtungswerten (siehe 3.1.3) einer Beobachtungsreihe (siehe 3.1.5) enthalten (siehe auch DIN 1319-1). ANMERKUNG 2 Soweit bekannte bzw. erfassbare systematische Messabweichungen durch Modellierung (z. B. mithilfe zusätzlicher Parameter) nicht oder nur unvollständig beseitigt werden können, zählen die verbleibenden Anteile zu den unbekannten bzw. nicht erfassbaren Messabweichungen und können bei der Auswertung wie zufällige Messabweichungen berücksichtigt werden. ANMERKUNG 3 Möglichkeiten zum Aufdecken systematischer Messabweichungen ergeben sich aus einer erneuten Messung unter Benutzung eines anderen Messverfahrens, eines anderen Messinstrumentes bzw. der Wiederholung unter anderen äußeren Bedingungen.
3.2.7	—	grober Fehler Irrtum (en: gross error)	durch Irrtum des Beobachters (z. B. Verwechslungen) oder durch Fehlfunktion von Komponenten des Messsystems verursachter Fehler

Nr	Zeichen	Benennung	Definition
3.2.8	σ_X^2	Varianz (en: variance)	$\sigma_X^2 = E((X - \mu_X)^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^2 f(x) dx$ ANMERKUNG Ein Schätzwert für die Varianz σ_X^2 ist die empirische Varianz s_X^2 (siehe 3.3.5). Bei unendlich großem Umfang n einer Beobachtungsreihe (siehe 3.1.5) fallen die beiden Werte zusammen, d. h. es gilt für beliebiges $\varepsilon > 0$: $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left s_X^2 - \sigma_X^2\right > \varepsilon\right) = 0$
3.2.9	σ_X	Standardabweichung (en: standard deviation)	positive Quadratwurzel aus der Varianz σ_X^2 ANMERKUNG 1 Zusammenhang mit dem früheren Begriff „mittlerer Fehler“ (siehe 3.3.6, Anmerkung 1). ANMERKUNG 2 Nach DIN V ENV 13005 kann die Benennung "Standardunsicherheit" synonym verwendet werden.
3.2.10	–	Wiederholstandardabweichung (en: repeatability standard deviation)	Standardabweichung σ_X (siehe 3.2.9) eines Messwertes x_i, ermittelt unter Wiederholbedingungen (siehe DIN 1319-1 und DIN 55350-13) ANMERKUNG In der Geodäsie wird für die Wiederholstandardabweichung häufig der Begriff der „inneren Messgenauigkeit“ verwendet. Nach DIN 55350-13 wird der Begriff Messgenauigkeit nur als qualitatives Merkmal benutzt.
3.2.11	–	Vergleichstandardabweichung (en: reproducibility standard deviation)	Standardabweichung σ_X (siehe 3.2.9) eines Messwertes x_i, ermittelt unter Vergleichsbedingungen (siehe DIN 1319-1 und DIN 55350-13) ANMERKUNG 1 In der Geodäsie wird für die Vergleichstandardabweichung häufig der Begriff der „äußeren Messgenauigkeit“ verwendet. Nach DIN 55350-13 wird der Begriff Messgenauigkeit nur als qualitatives Merkmal benutzt. ANMERKUNG 2 Bei einer Vermessung sollte die Messunsicherheit (siehe 3.3.10) in Form der Vergleichstandardabweichung angegeben werden.
3.2.12	–	Richtigkeit (en: correctness)	qualitative Bezeichnung für das Ausmaß der Annäherung des Erwartungswertes μ_X an den wahren Wert $\tilde{X}$ einer Messgröße X (DIN 55350-13:1987-07) ANMERKUNG 1 Ein quantitatives Maß für die Richtigkeit eines Messwertes X ist die systematische Messabweichung Δ (siehe 3.2.6). Je kleiner die systematische Messabweichung Δ, desto besser nähert sich μ_X an $\tilde{X}$ an. ANMERKUNG 2 Geodätische Auswertverfahren gehen in der Regel von der Annahme $\tilde{X} = \mu_X$ aus. Dies wird durch das Anbringen von Korrekturen und Reduktionen an den Messwert bzw. durch die Messungsanordnung sichergestellt.
3.2.13	–	Präzision (en: precision)	qualitative Bezeichnung für das Ausmaß der Streuung von Messwerten x_i unter Wiederholbedingungen (DIN 55350-13:1987-07) ANMERKUNG Ein quantitatives Maß für die Präzision eines Messwertes X ist die Wiederholstandardabweichung. Je kleiner die Wiederholstandardabweichung, desto präziser ist das Messergebnis $\hat{x}$. Die Präzision entspricht dem in der Geodäsie gebräuchlichen Begriff der „inneren Messgenauigkeit“.

Nr	Zeichen	Benennung	Definition
3.2.14	—	Wiederholbedingungen (en: <i>repeatability conditions</i>)	Bedingungen, unter denen einzelne Messwerte x_i für dieselbe Messgröße X so gewonnen werden, dass etwaige systematische Messabweichungen gleich bleiben (siehe DIN 1319-1) ANMERKUNG 1 Wiederholbedingungen liegen dann vor, wenn die beherrschbaren Messbedingungen unverändert bleiben, z. B. dasselbe Messverfahren, dieselbe Messeinrichtung, dieselben äußeren Bedingungen, derselbe Beobachter. ANMERKUNG 2 Wiederholbedingungen beschreiben ein Modell, welches insbesondere dadurch gestört werden kann, dass sich die Einflussgrößen (siehe 3.1.2) während der wiederholten Messung in gewissen Grenzen ändern.
3.2.15	—	Vergleichsbedingungen (en: <i>reproducibility conditions</i>)	Bedingungen, unter denen einzelne Messwerte x_i für dieselbe Messgröße X so gewonnen werden, dass durch den Vergleich Unterschiede der systematischen Messabweichungen wirksam werden (siehe DIN 1319-1) ANMERKUNG 1 Vergleichsbedingungen liegen dann vor, wenn die beherrschbaren Messbedingungen gänzlich oder zumindest teilweise verändert werden. ANMERKUNG 2 Bei Vermessungen ist die Erzeugung von Vergleichsbedingungen unter Umständen nur eingeschränkt möglich.
3.3 Beobachtungsreihen für stetige Zufallsvariable (en: <i>series of observations of continuous random variables</i>)			
3.3.1	ε_i	zufällige Abweichung zufällige Messabweichung (en: <i>random error</i>)	Differenz zwischen einem Beobachtungswert x_i (siehe 3.1.3) und dem Erwartungswert μ_X (siehe 3.2.4) einer Zufallsvariablen X (siehe 3.1.1) $\varepsilon_i = x_i - \mu_X, \quad i = 1, 2, \dots, n$
3.3.2	η_i	wahre Abweichung wahre Messabweichung (en: <i>true error</i>)	Differenz zwischen einem Beobachtungswert x_i (siehe 3.1.3) und dem wahren Wert $\tilde{X}$ (siehe 3.2.5) einer Zufallsvariablen X (siehe 3.1.1), zugleich die Summe aus systematischer Abweichung Δ (siehe 3.2.6) und zufälliger Abweichung ε_i (siehe 3.3.1) $\eta_i = x_i - \tilde{X} = \Delta + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$ ANMERKUNG Falls die Beobachtungswerte keine systematische Abweichung enthalten, sind zufällige und wahre Abweichung identisch.
3.3.3	$\bar{x}$	(arithmetischer) Mittelwert (en: <i>mean value</i>)	$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ANMERKUNG 1 Der Mittelwert $\bar{x}$ ist ein Schätzwert für den Erwartungswert μ_X (siehe 3.2.4). ANMERKUNG 2 Alternativ wird zur Kennzeichnung des Erwartungswertes der Median als mittlerer Wert einer Messreihe verwendet.
3.3.4	v_i	Verbesserung Residuum (en: <i>residual</i>)	Differenz zwischen dem Mittelwert $\bar{x}$ (siehe 3.3.3) und einem Beobachtungswert x_i (siehe 3.1.3) für eine Zufallsvariable X (siehe 3.1.1) $v_i = \bar{x} - x_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$

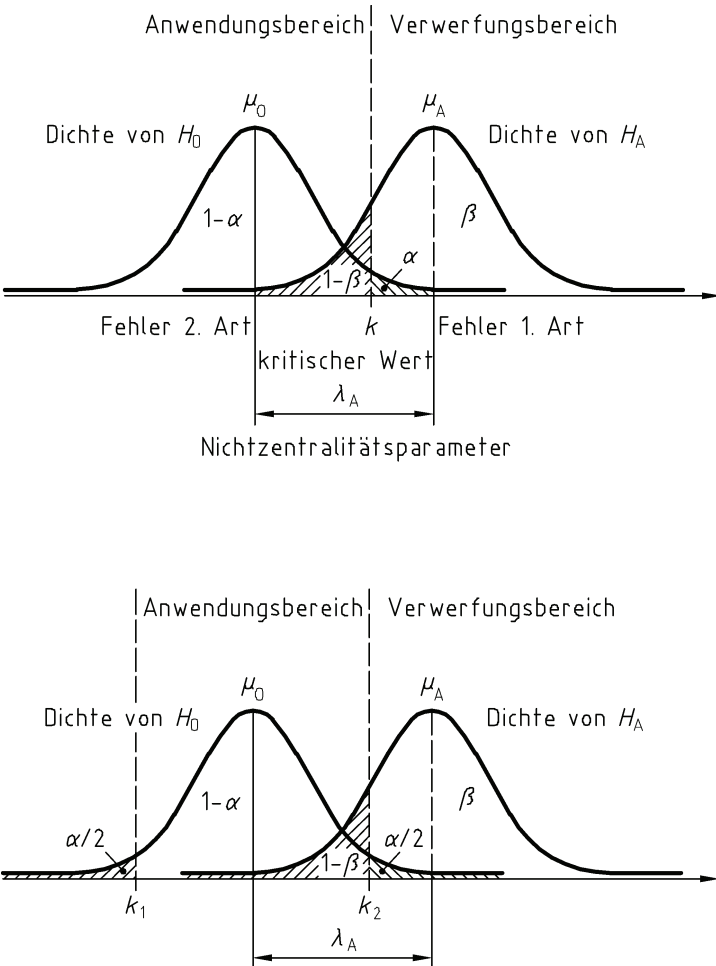
Nr	Zeichen	Benennung	Definition
3.3.5	s_X^2 (auch: $\hat{\sigma}_X^2$)	(empirische) Varianz (en: <i>empirical variance</i>)	Schätzwert für die Varianz σ_X^2 (siehe 3.2.8 und DIN 13303-1) $s_X^2 = \hat{\sigma}_X^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n v_i^2$ Der Erwartungswert von s_X^2 ist σ_X^2. ANMERKUNG 1 Sofern eine Verwechslung mit der Varianz σ_X^2 nicht zu erwarten ist, kann auf den Zusatz „empirisch“ verzichtet werden. ANMERKUNG 2 Wenn der Erwartungswert μ_X (siehe 3.2.4) der Zufallsvariablen X (siehe 3.1.1) bekannt ist, wird die empirische Varianz s_X^2 aus den zufälligen Abweichungen ε_i (siehe 3.3.1) berechnet. $s_X^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2$ ANMERKUNG 3 Die Varianz bzw. die Messunsicherheit nach DIN V ENV 13005 kann mittels statistischer Analyse von Beobachtungsreihen (siehe 3.1.5) (Typ A) oder mit anderen Mitteln (Typ B) bestimmt werden. Insbesondere sind letzteres synthetische Methoden, die zu einer kombinierten Varianz bzw. Messunsicherheit führen (siehe 3.3.10, Anmerkung 4). Zur konkreten Berechnung werden alle Informationen zusammengetragen; mögliche Informationsquellen sind Daten aus früheren Messungen, Herstellerangaben oder Daten aus Kalibrierprotokollen.
3.3.6	s_X (auch: $\hat{\sigma}_X$)	(empirische) Standardabweichung (en: <i>empirical standard deviation</i>)	positive Quadratwurzel aus der empirischen Varianz s_X^2 (siehe DIN 13303-1) ANMERKUNG Für die (empirische) Standardabweichung sollte die veraltete Benennung „mittlerer Fehler“ nicht verwendet werden.
3.3.7	$\sigma_{\bar{X}}$	Standardabweichung des Mittelwertes (en: <i>standard deviation of the mean value</i>)	Standardabweichung der Zufallsvariablen $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}$ sofern die Zufallsvariablen X_i (siehe 3.1.1) als unabhängig voneinander gelten können
3.3.8	$s_{\bar{X}}$	(empirische) Standardabweichung des Mittelwertes (en: <i>empirical standard deviation of mean value</i>)	Schätzwert für die Standardabweichung $\sigma_{\bar{X}}$ (siehe 3.3.7) $s_{\bar{X}} = \frac{s_X}{\sqrt{n}}$

Nr	Zeichen	Benennung	Definition
3.3.9	–	vollständiges Messergebnis <i>(en: complete result of a measurement)</i>	Messergebnis (siehe 3.1.4) mit Angaben zur Messunsicherheit (siehe 3.3.10 und DIN 1319-1) ANMERKUNG 1 Ist $\hat{x}$ das Messergebnis einer skalaren Messgröße und die Standardabweichung σ_X ein Ausdruck für die Messunsicherheit (siehe 3.3.10), so ist $X = \hat{x} \pm \sigma_X$ eine der möglichen Schreibweisen für das vollständige Messergebnis (siehe DIN 1319-3). Diese Schreibweise sollte insbesondere gewählt werden, wenn es um die Kennzeichnung der Messunsicherheit (3.3.10) als Intervall geht. ANMERKUNG 2 Weitere Gesichtspunkte bei der Angabe eines vollständigen Messergebnisses sind Angaben zum eingesetzten Messinstrumentarium, den Messbedingungen, den Messzeitpunkten usw. Daraus leitet sich auch eine Aussage zu den Wiederhol- bzw. Vergleichsbedingungen (siehe 3.2.14 und 3.2.15) her.
3.3.10	u	Messunsicherheit <i>(en: uncertainty of measurement)</i>	Kennwert zur Bezeichnung eines Wertebereiches für den wahren Wert $\tilde{X}$ (siehe 3.2.5) einer Messgröße nach DIN 1319-1 und DIN 1319-3. Dem Messergebnis zugeordneter Parameter, der die Streuung der Werte kennzeichnet, die der Messgröße nach DIN V ENV 13005 zugeordnet werden kann ANMERKUNG 1 In der Geodäsie wird die Messunsicherheit u in der Regel durch eine Standardabweichung σ_X (siehe 3.2.9) gekennzeichnet, sofern beachtet wird, dass diese Standardabweichung aus zwei Komponenten ermittelt wurde, die quadratisch addiert werden (siehe DIN 1319-3). $u = \sigma_X = \sqrt{\sigma_\varepsilon^2 + \sigma_\Delta^2}$ Die Komponente σ_ε resultiert z. B. aus den Messabweichungen unter Wiederholbedingungen (siehe 3.2.14). Die zweite Komponente entsteht insbesondere dadurch, dass die zur Kompensation systematischer Messabweichungen (siehe 3.2.6) anzubringenden Korrekturen und Reduktionen an einen Messwert als Zufallsvariable aufzufassen sind, deren Unsicherheit (unter Beachtung des Kovarianzfortpflanzungsgesetzes nach 3.9.9) durch die Standardabweichung σ_Δ ausgedrückt wird. Nur wenn bei einem bestimmten Messverfahren erfahrungsgemäß die zweite Komponente durch die Messanordnung viel kleiner als die erste Komponente gehalten werden kann, darf diese vernachlässigt werden. ANMERKUNG 2 Bei zutreffender Abschätzung der Komponenten σ_ε und σ_Δ entspricht die Messunsicherheit u einer Standardabweichung unter Vergleichsbedingungen (Vergleichsstandardabweichung, siehe 3.2.11). ANMERKUNG 3 In die Messunsicherheit σ_X kann, im Sinne einer Korrektur k mit $E(k) = 0$ betrachtet, auch die Unsicherheit des Messobjektes eingehen (Systemrauschen). ANMERKUNG 4 Wird die Messunsicherheit bei der Messung einer Messgröße aus den Messunsicherheiten mehrerer unabhängiger Einflussgrößen hergeleitet, so nennt DIN V ENV 13005 diese hergeleitete Messunsicherheit kombinierte Messunsicherheit. Die Herleitung erfolgt mittels Kovarianzfortpflanzungsgesetz (siehe 3.6.8, Anmerkungen 4 und 5). In der Regel ergeben sich kombinierte Messunsicherheiten bei Ermittlung nach Typ B in DIN V ENV 13005. Auch Typ A-Berechnungen können zu kombinierten Messunsicherheiten führen.

Nr	Zeichen	Benennung	Definition
3.3.11	–	relative Messunsicherheit <i>(en: relative uncertainty of measurement)</i>	Messunsicherheit (siehe 3.3.10), in der Regel ausgedrückt durch die Standardabweichung σ_X (siehe 3.2.9), bezogen auf den Betrag des Messergebnisses $\hat{x}$ (siehe 3.1.4) oder eine Bezugsgröße D (siehe Anmerkung 1) ANMERKUNG 1 In DIN 1319-1 wird die relative Messunsicherheit als Quotient von Messunsicherheit zu dem Messergebnis definiert $\frac{\sigma_X}{ \hat{x} }, \hat{x} \neq 0$ In der Geodäsie wird die relative Messunsicherheit davon abweichend häufig auf eine charakteristische Bezugsgröße D, insbesondere die Länge des Messweges, bezogen $\frac{\sigma_X}{D}; D > 0$ BEISPIEL 1 Für den nivellierten Höhenunterschied zwischen zwei Punkten P_1 und P_2 wird eine Standardabweichung von $\sigma_X = 1,5 \text{ mm}$ ermittelt. Die Länge des Messweges zwischen den Punkten P_1 und P_2 beträgt $D = 1,7 \text{ km}$. Als relative Messunsicherheit ergibt sich $\frac{1,5 \text{ mm}}{1,7 \text{ km}} = 0,9 \frac{\text{mm}}{\text{km}} = 0,9 \text{ ppm}$ ANMERKUNG 2 In der Geodäsie sind Angaben über die Messunsicherheit vielfach unmittelbar relative Messunsicherheiten, da sie nur durch Multiplikation mit dem Abstand zweier Punkte zu Messunsicherheiten im Koordinatensystem führen. ANMERKUNG 3 Bei einigen Messverfahren, z. B. in der Photogrammetrie und bei satellitengestützten Positionierungen, wird die Leistungsfähigkeit des gesamten Messverfahrens durch die Angabe von Relationen beschrieben, z. B. 1 : 1 00 000, 1 : 500 000. Durch Multiplikation mit dem Abstand zweier Punkte wird hieraus eine Messunsicherheit im Objektraum. BEISPIEL 2 Ist die Ausdehnung des Objektraumes 10 m, so entspricht der Relation 1 : 100 000 einer Standardabweichung $\sigma_X = 0,1 \text{ mm}$.
3.4 Beurteilende Statistik (en: statistical inference)			
3.4.1	$1 - \alpha$	Vertrauensniveau Konfidenzniveau <i>(en: confidence level)</i>	Für die Berechnung eines Vertrauensbereichs vorgegebene Wahrscheinlichkeit P ANMERKUNG α ist gewöhnlich eine im Vergleich mit der maximalen Wahrscheinlichkeit 1 kleine Zahl (z. B. $\alpha = 0,05$ oder $\alpha = 0,01$) und wird als Irrtumswahrscheinlichkeit (siehe 3.4.9) bezeichnet.

Nr	Zeichen	Benennung	Definition										
3.4.2	C	Vertrauensintervall Konfidenzintervall <i>(en: confidence interval)</i>	Vertrauensintervall $C = [C_u, C_o]$ (siehe 3.4.3), das den Erwartungswert μ_X (siehe 3.2.4) für einen zu schätzenden Parameter X mit der Wahrscheinlichkeit $P = 1 - \alpha$ (siehe 3.4.1) überdeckt $P(\mu_X \in C) = P(C_u \leq \mu_X \leq C_o) = P(\hat{x} + k \times \sigma_X \leq \mu_X \leq \hat{x} - k \times \sigma_X) = 1 - \alpha,$ mit $\hat{x}$ als Messergebnis (siehe 3.1.4) ANMERKUNG 1 Nach DIN 13303-2 ist Vertrauensbereich der Oberbegriff zu Vertrauensintervall, Vertrauensellipse (siehe 3.7.3) und Vertrauenshyperellipsoid (siehe 3.7.2). ANMERKUNG 2 Siehe 3.2.12, Anmerkung 2. ANMERKUNG 3 Der Faktor k hängt von der Wahl des Vertrauensniveaus ab. Bei normalverteilten Zufallsvariablen sind häufig benutzte Werte für $1 - \alpha$ <table><tr><th>$1 - \alpha$ [%]</th><th>k</th></tr><tr><td>68,26</td><td>1,00</td></tr><tr><td>95</td><td>1,96</td></tr><tr><td>99</td><td>2,58</td></tr><tr><td>99,7</td><td>3,00</td></tr></table> ANMERKUNG 4 Falls nicht anders vereinbart, bezieht sich ein Vertrauens- oder Konfidenzbereich auf das Vertrauensniveau $1 - \alpha = 95$ % (Signifikanzniveau). ANMERKUNG 5 Die in Vermessungsanweisungen häufig zu findenden „größten zulässigen Abweichungen“, früher auch als „Fehlergrenzen“ bezeichneten Grenzwerte, leiten sich in der Regel aus dem Wert $k = 3$ her. ANMERKUNG 6 Bei der Ermittlung des Vertrauensbereiches unter Benutzung einer empirischen Standardabweichung nach 3.3.8 werden die Quantile der t-Verteilung (siehe 3.5.9) verwendet.	$1 - \alpha$ [%]	k	68,26	1,00	95	1,96	99	2,58	99,7	3,00
$1 - \alpha$ [%]	k												
68,26	1,00												
95	1,96												
99	2,58												
99,7	3,00												
3.4.3	C_u, C_o	untere bzw. obere Vertrauensgrenze untere bzw. obere Konfidenzgrenze <i>(en: lower resp. upper limit of confidence)</i>	untere bzw. obere Grenze des Vertrauensintervalls einer Zufallsvariablen ANMERKUNG 1 Wenn nicht ausdrücklich anders angegeben, gilt neben der Wahrscheinlichkeitsbeziehung in 3.4.2 zusätzlich: $P(\mu_X < C_u) = P(\mu_X > C_o) = \frac{\alpha}{2}$ Da es sich bei den Vertrauensgrenzen um Zufallsvariable handelt, werden die dafür berechneten Schätzwerte mit Kleinbuchstaben bezeichnet. ANMERKUNG 2 In der Benennung der Vertrauensgrenzen wird zwischen den Zufallsvariablen und ihren Schätzwerten nicht unterschieden.										
3.4.4	U	erweiterte Messunsicherheit <i>(en: extended uncertainty of measurement)</i>	Kennwert für die Genauigkeit einer Messung, der einen Wertebereich kennzeichnet, den der wahre Wert $\tilde{X}$ (siehe 3.2.5) einer Messgröße X (siehe 3.1.1) mit hoher Wahrscheinlichkeit enthält (siehe DIN 1319-3 und DIN V ENV 13005) $U = k_u$ Dabei ist u die Messunsicherheit (siehe 3.3.10). ANMERKUNG Der Erweiterungsfaktor k zu der Messunsicherheit (siehe 3.3.10) ist nach DIN 1319-3 vorzugsweise als $k = 2$ zu nehmen. In DIN V ENV 13005 werden für den Faktor k Werte zwischen 2 und 3 angegeben. Eine Zuordnung zu einer Wahrscheinlichkeit P erfolgt nicht, da keine Aussage zur Verteilungsfunktion der Messgröße X und der auf sie einwirkenden Einflussgrößen Y_i (siehe 3.1.2), deren Unsicherheiten bei der Ermittlung der Messunsicherheit (siehe 3.3.10) zu berücksichtigen sind, getroffen werden kann.										

Nr	Zeichen	Benennung	Definition
3.4.5	—	Parameter-schätzung (en: <i>parameter estimation</i>)	Schätzung der unbekannten Parameter einer Grundgesamtheit aus der Analyse einer Stichprobe (indirekter Repräsentationsschluss) ANMERKUNG In der Regel werden für die Parameter Vertrauensintervalle (siehe 3.4.2) angegeben.
3.4.6	—	Verteilungstest (en: <i>distribution test</i>)	Prüfung einer Verteilungshypothese und Beurteilung der Güte der Anpassung zwischen einer theoretischen Verteilung (Grundgesamtheit) und einer empirischen Verteilung (Stichprobe) ANMERKUNG Eine typische Anwendung ist die Prüfung einer Stichprobe auf Normalverteilung (siehe 3.5.1).
3.4.7	—	Modellfehler (en: <i>model error</i>)	Fehler im grundlegenden Modell einer Parameterschätzung (siehe 3.4.5) ANMERKUNG Modellfehler sind z. B.: — unvollständiger bzw. fehlerhafter funktionaler Zusammenhang zwischen Beobachtungen und Unbekannten (siehe 4.3), z. B. Vernachlässigung von Maßstabs- oder Nullpunktkorrektur bei der elektrooptischen Distanzmessung (siehe DIN 18709-1); — unvollständiges bzw. fehlerhaftes stochastisches Modell nach 4.1.6, z. B. durch die Vernachlässigung von Korrelationen; — grobe Fehler (siehe 3.2.7).
3.4.8	—	Parametertest Hypothesen-test (en: <i>parameter resp. hypothesis test</i>)	Prüfen von Hypothesen, z. B. bezüglich der Parameter ANMERKUNG 1 Von besonderer Bedeutung z. B. bei der Aufdeckung von Modellfehlern (siehe 3.4.7), der Deformationsanalyse oder bei eventueller Überparametrisierung von Ausgleichungsmodellen. ANMERKUNG 2 Mit einem Parameter u und einem angenommenen Wert bzw. Sollwert u_0 gilt bei einer Prüfung auf Gleichheit: – Nullhypothese $H_0 : u = u_0$ – Alternativhypothese H_A : Gegenhypothese zur Nullhypothese – als einseitiger Test: $u > u_0$ (bzw. $u < u_0$) – als zweiseitiger Test: $u \neq u_0$ ANMERKUNG 3 Für das Testschema gilt: a) Aufstellung von H_0 und H_A , Vorgabe von α (siehe 3.4.9); b) Berechnung einer Testgröße, z. B. entsprechend 3.5.2 oder 3.5.8; c) Bestimmung der Testschranke(n) für Annahme oder Verwerfung von H_0 entsprechend der Verteilung der Testgröße; d) Testentscheidung und Interpretation.
3.4.9	α	Irrtumswahrscheinlichkeit (en: <i>error probability</i>)	Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Fehlers 1. Art: Verwerfen der Nullhypothese H_0 , obwohl sie richtig ist ANMERKUNG Die Sicherheitswahrscheinlichkeit zur korrekten Annahme von H_0 ist $1 - \alpha$.

Nr	Zeichen	Benennung	Definition
3.4.10	β	Testgüte (en: power of the test)	Wahrscheinlichkeit für die Ablehnung der Nullhypothese H_0 bei Zutreffen der Alternativhypothese H_A (richtige Entscheidung) Der Fehler 2. Art steht für die Irrtumswahrscheinlichkeit $1 - \beta$, mit der H_0 angenommen wird, obwohl sie falsch ist (siehe Bild 2).  Bild 2 — Fehler 1. und 2. Art beim einseitigen und zweiseitigen Parametertest
3.4.11	λ_A	Nichtzentralitätsparameter (en: noncentrality parameter)	Abstand zwischen den Verteilungszentren der Nullhypothese H_0 und einer Alternativhypothese H_A (siehe 3.4.8, Anmerkung 2)

Nr	Zeichen	Benennung	Definition
3.5 Normalverteilte Zufallsvariable (en: normal distributed random variables)			
3.5.1	$N(\mu_X, \sigma_X^2)$	Normalverteilung (en: normal distribution)	Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen X (siehe 3.1.1) mit Erwartungswert μ_X (siehe 3.2.4) und Varianz σ_X^2 (siehe 3.2.8), welche die Wahrscheinlichkeitsdichte $f(x) = \frac{1}{\sigma_X} \varphi\left(\frac{x - \mu_X}{\sigma_X}\right), \quad -\infty < x < \infty, \quad \sigma_X > 0$ aufweist, mit $\varphi(u)$ aus 3.5.3 ANMERKUNG 1 Schreibweise: X verteilt nach $N(\mu_X, \sigma_X^2)$, auch $X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2)$. ANMERKUNG 2 Wenn nicht besondere Umstände dagegen sprechen, werden die Beobachtungswerte in der Geodäsie (siehe 3.1.3) als normalverteilt angenommen. Eine Überprüfung dieser Hypothese im Einzelfall ist wegen des gewöhnlich zu geringen Umfangs der Beobachtungsreihen (3.1.5) nur selten möglich.
3.5.2	$N(0,1)$	standardisierte Normalverteilung Standardnormalverteilung (en: standardized normal distribution)	Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen Y mit dem Erwartungswert $\mu_Y = 0$ und der Varianz $\sigma_Y^2 = 1$, welche die Wahrscheinlichkeitsdichte $\varphi(u)$ nach 3.5.3 aufweist ANMERKUNG 1 Schreibweise: $Y \sim N(0,1)$. ANMERKUNG 2 Eine nach $N(\mu_X, \sigma_X^2)$ verteilte Zufallsvariable X wird in eine nach $N(0,1)$ verteilte Zufallsvariable Y transformiert durch: $Y = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X}$
3.5.3	$\varphi(u)$	Wahrscheinlichkeitsdichte der standardisierten Normalverteilung (en: probability density of standardized normal distribution)	$\varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right), \quad -\infty < u < \infty$ Voraussetzung: $Y \sim N(0,1)$
3.5.4	$\Phi(u)$	Verteilungsfunktion der standardisierten Normalverteilung (en: distribution function of standardized normal distribution)	$\Phi(u) = P(Y \leq u) = \int_{-\infty}^u \varphi(x) dx, \quad -\infty < u < \infty$ Voraussetzung: $Y \sim N(0,1)$

Nr	Zeichen	Benennung	Definition
3.5.5	u_p	p-Quantil der standardisierten Normalverteilung (en: <i>p-quantile of standardized normal distribution</i>)	Wert, für den die Verteilungsfunktion $\Phi(u)$ einer nach $N(0,1)$ verteilten Zufallsvariablen Y einen vorgegebenen Wert p annimmt $\Phi(u_p) = p$
3.5.6	χ_f^2	Chiquadrat-verteilte Zufallsvariable (en: <i>Chi-squared distributed random variable</i>)	$\chi_f^2 = \sum_{i=1}^f Y_i^2$ $Y \sim N(0,1)$ und untereinander stochastisch unabhängig (siehe 3.8.4) ANMERKUNG 1 Schreibweise: χ_f^2 , verteilt wie Chiquadrat mit f Freiheitsgraden. ANMERKUNG 2 Wahrscheinlichkeitsdichte von χ_f^2 (siehe DIN 55350-22).
3.5.7	$\chi_{f;p}^2$	p-Quantil der Chiquadrat-Verteilung (en: <i>p-quantile of Chi-squared distribution</i>)	Wert, für den die Verteilungsfunktion einer wie χ_f^2 verteilten Zufallsvariablen einen vorgegebenen Wert p annimmt $F(\chi_{f;p}^2) = P(\chi_f^2 \leq \chi_{f;p}^2) = p$
3.5.8	t_f	t-verteilte Zufallsvariable (en: <i>t-distributed random variable</i>)	$t_f = \frac{X - \mu_X}{s_X}$ $X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2)$ und stochastisch unabhängig (siehe 3.8.4) von s_X Dabei ist f die Anzahl der Freiheitsgrade bei der Berechnung von s_X . ANMERKUNG 1 Schreibweise: t_f , verteilt wie t mit f Freiheitsgraden. ANMERKUNG 2 Wird der Schätzwert s_X aus den Verbesserungen v_i einer Beobachtungsreihe vom Umfang n berechnet (siehe 3.3.5), so ist $f = n - 1$. ANMERKUNG 3 Wahrscheinlichkeitsdichte von t_f (siehe DIN 55350-22).
3.5.9	$t_{f;p}$	p-Quantil der t-Verteilung (en: <i>p-quantile of t-distribution</i>)	Wert, für den die Verteilungsfunktion einer wie t_f verteilten Zufallsvariable Y einen vorgegebenen Wert p annimmt $F(t_{f;p}) = P(t_f \leq t_{f;p}) = p$ Voraussetzung: Y , verteilt wie t_f .
3.5.10	$F_{m,n}$	F-verteilte Zufallsvariable (en: <i>F-distributed random variable</i>)	Quotient zweier stochastisch unabhängiger χ^2 -verteilter Zufallsvariablen, jede dividiert durch die Anzahl m bzw. n ihrer Freiheitsgrade $F_{m,n} = \frac{n \chi_m^2}{m \chi_n^2}$ Voraussetzung: χ_m^2 und χ_n^2 stochastisch unabhängig (siehe 3.8.4). ANMERKUNG 1 Schreibweise: $F_{m,n}$, verteilt wie F mit m und n Freiheitsgraden. ANMERKUNG 2 Wahrscheinlichkeitsdichte von $F_{m,n}$ (siehe DIN 55350-22).