

**DIN 55319-3**

ICS 03.120.30

Einsprüche bis 2007-12-31

**Entwurf****Statistische Verfahren –  
Teil 3: Qualitätsfähigkeitskenngrößen zur Beurteilung von  
Messprozessen bei multivariat normalverteilten Messergebnissen**

Statistical methods –

Part 3: Process capability statistics for measurement results following a multivariate normal distribution

Méthodes statistiques –

Partie 3: Caractéristiques d'aptitude à la qualité pour évaluer les processus de mesures utilisant des résultats pluridimensionnels repartis selon une loi normale

**Anwendungswarnvermerk**

Dieser Norm-Entwurf wird der Öffentlichkeit zur Prüfung und Stellungnahme vorgelegt.

Weil die beabsichtigte Norm von der vorliegenden Fassung abweichen kann, ist die Anwendung dieses Entwurfes besonders zu vereinbaren.

Stellungnahmen werden erbeten

- vorzugsweise als Datei per E-Mail an [nqs@din.de](mailto:nqs@din.de) in Form einer Tabelle. Die Vorlage dieser Tabelle kann im Internet unter [www.din.de/stellungnahme](http://www.din.de/stellungnahme) abgerufen werden;
- oder in Papierform an den Normenausschuss Qualitätsmanagement, Statistik und Zertifizierungsgrundlagen (NQSZ) im DIN, 10772 Berlin (Hausanschrift: Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin).

Die Empfänger dieses Norm-Entwurfs werden gebeten, mit ihren Kommentaren jegliche relevante Patentrechte, die sie kennen, mitzuteilen und unterstützende Dokumentationen zur Verfügung zu stellen.

Gesamtumfang 22 Seiten

Normenausschuss Qualitätsmanagement, Statistik und Zertifizierungsgrundlagen (NQSZ) im DIN

## Inhalt

|                                                                       | Seite     |
|-----------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Vorwort</b> .....                                                  | <b>2</b>  |
| <b>1 Anwendungsbereich</b> .....                                      | <b>2</b>  |
| <b>2 Normative Verweisungen</b> .....                                 | <b>3</b>  |
| <b>3 Begriffe</b> .....                                               | <b>4</b>  |
| <b>4 Hinweise zur Beurteilung von Messprozessen</b> .....             | <b>6</b>  |
| <b>5 Berechnung der Messsystemfähigkeiten</b> .....                   | <b>6</b>  |
| 5.1 Fähigkeitsindex, streuungs- und lagebezogene Kenngröße .....      | 7         |
| 5.2 Fähigkeitspotenzial, streuungsbezogene Kenngröße .....            | 8         |
| <b>6 Beispiele</b> .....                                              | <b>9</b>  |
| 6.1 Zweidimensionale Positionstoleranzen .....                        | 9         |
| 6.2 Abnahmeuntersuchung Auswuchttechnik .....                         | 11        |
| 6.2.1 Test- und Restunwucht jeweils Null .....                        | 12        |
| 6.2.2 Test- und Restunwucht jeweils unbekannt .....                   | 14        |
| 6.2.3 Test- und Restunwucht jeweils bekannt, aber ungleich Null ..... | 17        |
| <b>Anhang A (informativ) Multivariate Normalverteilungen</b> .....    | <b>20</b> |
| <b>Literaturhinweise</b> .....                                        | <b>22</b> |

## Vorwort

Aufgrund der zunehmenden Komplexität von Produktionsverfahren und der Qualitätsanforderungen an Messsysteme ist eine Messsystembeurteilung anhand univariater Merkmale häufig nicht ausreichend.

Stattdessen bedarf es in vielen Fällen einer Beurteilung der eingesetzten Messsysteme auf der Grundlage multivariater Messergebnisse, beispielsweise wenn Formen und Lagen von Produktelementen, dynamische Größen wie Unwuchten oder miteinander gekoppelte Merkmale von Werkstoffen oder anderen verfahrenstechnischen Produkten betrachtet werden.

In Analogie zur Norm DIN ISO 21747 werden in dieser Norm Berechnungsformeln für streuungsbezogene sowie streuungs- und lagebezogene Qualitätsfähigkeitskenngrößen bereitgestellt. Diese ergänzen diejenigen für univariate Merkmale sinngemäß.

In Abwägung der Vor- und Nachteile verschiedener Berechnungsverfahren wurde in dieser Norm das Quantilverfahren gewählt.

Die bisherige Benennung „Forderung“ ist wegen DIN EN ISO 9000:2005-12 durch „Anforderung“ ersetzt worden, auch in Wortverbindungen. Die Benennung für das zugehörige Verb bleibt unverändert „fordern“.

## 1 Anwendungsbereich

Aus Gründen der Komplexität und Verfügbarkeit der zugrunde liegenden mathematischen Modelle legt diese Norm Berechnungsverfahren für Qualitätsfähigkeitskenngrößen für Messprozesse mit multivariaten Messergebnissen fest, die normalverteilt sind oder als näherungsweise normalverteilt betrachtet werden können.

Diese Norm ist für bi- und trivariate Problemstellungen anwendbar. Darüber hinaus sind die in dieser Norm beschriebenen Prinzipien auch für den n-variaten Fall anwendbar. In diesem Fall ist jedoch eine geschlossene mathematische Lösung nicht verfügbar.

Beispiele möglicher Anwendungsfälle sind Wiederholmessungen von zweidimensionalen oder dreidimensionalen Positionen, Unwuchten oder mehreren miteinander gekoppelten Merkmalen chemischer Produkte.

Diese Norm ist anwendbar, wenn die Verteilung der Ergebnisse der Wiederholmessungen an Hand der Parameter ihres Verteilungsmodells zu untersuchen und in Bezug auf Vorgaben für die Messergebnisse zu bewerten ist. Diese Vorgaben können aus unterschiedlichen Quellen stammen, zum Beispiel aus Vorgaben an einen Realisierungsprozess oder aus Gesetzen.

Das hier beschriebene Berechnungsverfahren soll angewendet werden als eindeutige Entscheidungshilfe insbesondere bei

- der Festlegung von Grenzwerten für die Messsystemfähigkeit in Fällen multivariater, kontinuierlicher Messergebnisse im Rahmen von Vereinbarungen zwischen Kunden und Lieferanten,
- dem Vergleich der Messsystemfähigkeiten verschiedener Messsysteme,
- der Abnahme von Messsystemen,
- der Problemanalyse und Entscheidungsfindung in Reklamations- oder Schadensfällen.

## 2 Normative Verweisungen

Die folgenden zitierten Dokumente sind für die Anwendung dieses Dokuments erforderlich. Bei datierten Verweisungen gilt nur die in Bezug genommene Ausgabe. Bei undatierten Verweisungen gilt die letzte Ausgabe des in Bezug genommenen Dokuments (einschließlich aller Änderungen).

DIN 55319:2002-03, *Qualitätsfähigkeitskenngrößen*

DIN 55350-12:1989-03, *Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik — Teil 12: Merkmalsbezogene Begriffe*

DIN 55350-21:1982-05, *Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik — Begriffe der Statistik — Teil 21: Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen*

DIN 55350-22:1987-02, *Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik — Begriffe der Statistik — Teil 22: Spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilungen*

DIN 55350-23:1983-04, *Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik — Begriffe der Statistik — Teil 23: Beschreibende Statistik*

DIN 55350-24:1982-11, *Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik — Begriffe der Statistik — Teil 24: Schließende Statistik*

DIN EN ISO 9000:2005-12, *Qualitätsmanagementsysteme — Grundlagen und Begriffe*

DIN ISO 21747:2006-07, *Statistische Verfahren — Prozessleistungs- und Prozessfähigkeitskenngrößen für kontinuierliche Qualitätsmerkmale*

### 3 Begriffe

Für die Anwendung dieses Dokuments gelten die Begriffe (Benennungen und Definitionen) nach DIN 55319, DIN 55350-12, DIN 55350-21, DIN 55350-22, DIN 55350-23, DIN 55350-24, DIN EN ISO 9000, DIN ISO 21747 sowie die nachfolgenden Begriffe. Sofern diese Begriffe zitiert sind, ist die betreffende Bezugsquelle am jeweiligen Ende der Aufführung des Begriffs in eckigen Klammern angegeben.

#### 3.1

##### **Prozessfähigkeit (en: process capability)**

statistischer Schätzwert der Werteverteilung eines Merkmals eines Prozesses, der als beherrscht dargelegt wurde, wobei diese Werteverteilung die Eignung des Prozesses beschreibt, ein Merkmal (eines Produkts mit einer Werteverteilung) zu realisieren, welche(s) die an dieses Merkmal gerichtete Anforderung erfüllen wird

#### 3.2

##### **Merkmal (en: characteristic)**

kennzeichnende Eigenschaft

ANMERKUNG 1 Ein Merkmal kann inhärent oder zugeordnet sein.

ANMERKUNG 2 Ein Merkmal kann qualitativer oder quantitativer Natur sein.

ANMERKUNG 3 Es gibt verschiedene Klassen von Merkmalen, z. B.:

- physikalische, z. B. mechanische, elektrische, chemische oder biologische Merkmale;
- sensorische, z. B. bezüglich Geruch, Berührung, Geschmack, Sehvermögen, Gehör;
- verhaltensbezogene, z. B. Anständigkeit, Ehrlichkeit, Wahrheitsliebe;
- zeitbezogene, z. B. Pünktlichkeit, Verlässlichkeit, Verfügbarkeit;
- ergonomische, z. B. physiologische oder auf Sicherheit für den Menschen bezogene Merkmale;
- funktionale, z. B. Spitzengeschwindigkeit eines Flugzeuges.

[DIN EN ISO 9000:2005-12]

ANMERKUNG Im multivariaten Fall wird ein Merkmal durch einen Vektor dargestellt.

#### 3.3

##### **multivariat**

adjektivische Bezeichnung für die Anzahl der Komponenten eines Vektors bei dessen mathematischer Behandlung

ANMERKUNG 1 Folgende Benennungen sind inhaltsgleich: „eindimensional“ = „univariat“; „zweidimensional“ = „bivariat“; „dreidimensional“ = „trivariat“; „mehrdimensional“ = „multivariat“. In dieser Norm wird die jeweils zweite Benennung angewendet.

ANMERKUNG 2 Der Benennung „multivariat“ wird gegenüber der Benennung „mehrdimensional“ aus zwei Gründen der Vorzug gegeben: Zum ersten ist die Vorstellungswelt des Menschen gefühlsmäßig auf die drei Dimensionen eingeschränkt, in denen er lebt. Zum zweiten wird die Benennung „Dimension“ homonym auch für die (oft zusammengesetzte) Dimension einer (physikalischen) Einheit benutzt, beispielsweise der Kraft, der Energie usw.

### 3.4

#### Vorgegebene Merkmalswerte

##### 3.4.1

##### **Toleranz (en: tolerance)**

Höchstwert minus Mindestwert, und auch obere Grenzabweichung minus untere Grenzabweichung

[DIN 55350-12:1989-03]

##### 3.4.2

##### **Toleranzbereich (en: tolerance zone)**

Bereich zugelassener Werte zwischen Mindestwert und Höchstwert

ANMERKUNG Der Toleranzbereich ist bestimmt durch die Toleranz und durch seine Lage zum Bezugswert, z. B. durch die Abweichung eines der beiden Grenzwerte oder des Mittenwerts vom Nennwert oder vom Sollwert.

[DIN 55350-12:1989-03]

ANMERKUNG 1 Im bivariaten Fall entspricht dem Toleranzbereich die Toleranzellipse beziehungsweise der Toleranzkreis (wenn die beiden Komponenten der Merkmalswerte Toleranzbereiche gleicher Weite haben).

ANMERKUNG 2 Im trivariaten Fall entspricht dem Toleranzbereich das Toleranzellipsoid beziehungsweise die Toleranzkugel (wenn die drei Komponenten der Merkmalswerte Toleranzbereiche gleicher Weite haben).

### 3.5

##### **Zufallsstrebereich (en: random variation interval)**

Aufgrund einer vorausgesetzten Verteilung errechnetes Intervall, in dem Stichprobenergebnisse mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit erwartet werden

ANMERKUNG 1 Der Zufallsstrebereich kann für unterschiedliche Kenngrößen eines Stichprobenergebnisses errechnet werden.

ANMERKUNG 2 Je nach Aufgabenstellung kann man „Zweiseitige Zufallsstrebereiche“ oder „Einseitige Zufallsstrebereiche“ errechnen.

ANMERKUNG 3 Obere und untere Grenze des Zufallsstrebereichs heißen „Streugrenzen“.

ANMERKUNG 4 Für multivariate Zufallsstrebereiche ist die Definition analog zu verstehen.

### 3.6

##### **Prozessleistung (en: process performance)**

statistisches Maß für die Werteverteilung eines Merkmals eines Prozesses, von dem möglicherweise nicht nachgewiesen ist, dass er beherrscht ist

ANMERKUNG Im multivariaten Fall ist die Trennung der Streuungskomponenten in der Regel schwieriger und aufwändiger als im univariaten Fall.

## 4 Hinweise zur Beurteilung von Messprozessen

Das hier dargestellte Verfahren wird in der Regel zur Beurteilung von neuen und geänderten Messsystemen durchgeführt, bevor diese eingesetzt werden.

Anhand der Fähigkeitskennwerte, Messsystemfähigkeitspotenzial beziehungsweise Messsystemfähigkeitsindex, wird entschieden, ob eine Messeinrichtung unter Verwendung eines Normals für den vorgesehenen Einsatz unter Betriebsbedingungen geeignet ist.

Dabei müssen folgende Voraussetzungen beachtet werden:

- Die Messeinrichtung ist entsprechend den Vorschriften des Herstellers einzurichten und gebrauchsfertig zu machen.
- Zur Berechnung beider Fähigkeitskennwerte muss ein Normal / Einstellmeister vorhanden sein, dessen richtiger Wert durch Kalibrierung auf nationale oder internationale Normale rückführbar ist und sich im Laufe der Untersuchung nicht verändert. Die Messunsicherheit der übergeordneten Messverfahren, mit denen der richtige Wert des Normals bestimmt wird, ist anzugeben.
- Steht aus messtechnischen Gründen kein Normal zur Verfügung, entfällt die Berechnung des Messsystemfähigkeitsindex. In diesem Fall kann mit Hilfe eines geeigneten Messobjektes nur die Wiederholpräzision, das Messsystemfähigkeitspotential, bestimmt werden.

## 5 Berechnung der Messsystemfähigkeiten

Der Begriff „multivariat“ kann sich sowohl auf die Dimensionen des Raumes, man denke an die Koordinatenmesstechnik, aber auch auf die Messtechnik für multivariate Messgrößen (zum Beispiel Unwucht) beziehen

Aus Gründen der Praktikabilität wurde für die Berechnung der im folgenden Kapitel hergeleiteten Kenngrößen das Modell der multivariaten Normalverteilung gewählt.

Diese Vorauswahl soll jedoch nicht ausschließen, dass in Einzelfällen andere Modellverteilungen den wahren Sachverhalt besser beschreiben könnten.

Ebenso wurden aus Gründen der Praktikabilität die in dieser Norm verwendeten Zufallsstrebereiche als hyperellipsoide Bereiche gewählt.

Die wichtigsten theoretischen Grundlagen und Zusammenhänge der multivariaten Normalverteilung werden im Anhang erläutert.

## 5.1 Fähigkeitsindex, streuungs- und lagebezogene Kenngröße

Aus den Messwerten der Stichprobe werden die Parameter der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der multivariaten Normalverteilung geschätzt.

In Abhängigkeit von der gewählten Bezugstoleranz, also in Anhängigkeit vom gewählten Anteil der vorgegebenen Toleranz, wird ein Bezugs-Hyperellipsoid mit einheitlich multiplikativ verkürzten Hauptachsen definiert, dessen Mittelpunkt um den Vektor der Referenzwerte aus dem Koordinatenursprung verschoben ist.

Es wird derjenige hyperellipsoide Zufallsstrebereich ermittelt, dessen Rand denjenigen des Bezugs-Hyperellipsoids berührt und der sonst vollständig im Bezugs-Hyperellipsoid enthalten ist.

Aus den Werten der Parameter dieses Zufallsstrebereiches wird nun die dieses Hyperellipsoid repräsentierende Wahrscheinlichkeit  $P$  berechnet.

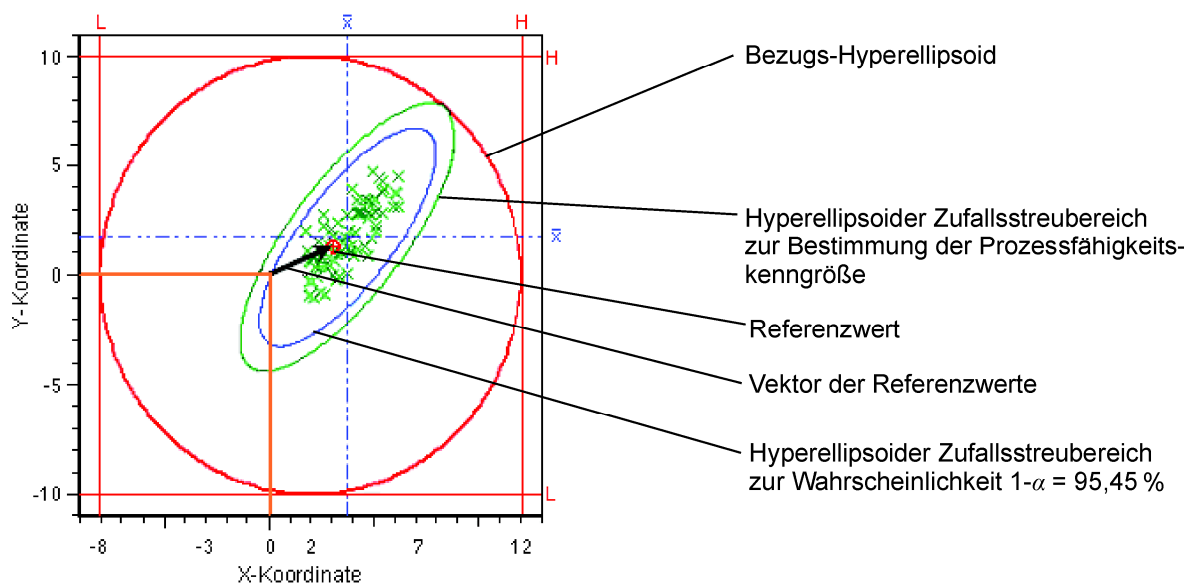


**Bild 1 — Zufallsstrebereiche, Referenzwert und Bezugstoleranz für die Berechnung des Fähigkeitsindex**

Die Qualitätsfähigkeitskenngröße ergibt sich zu:

Fall 1: Der Mittelpunkt des Zufallsstrebereichs liegt im Bezugshyperellipsoid oder dessen Rand

$$\frac{p - \text{Quantil der standardisierten univariaten Normalverteilung}}{97,73\% - \text{Quantil der standardisierten Normalverteilung}} = \frac{z_{0,5+p/2}}{2}$$

Fall 2: Der Mittelpunkt des Zufallsstrebereichs liegt außerhalb des Bezugshyperellipsoids

$$\frac{z_{0,5-p/2}}{2}$$

Das 97,73%-Quantil der standardisierten Normalverteilung steht dabei für die zweiseitige, symmetrische Abgrenzung des Zufallsstrebereichs zur Wahrscheinlichkeit 95,45 %.