

DIN EN 61078

ICS 29.020; 03.120.01

Einsprüche bis 2015-05-06
Vorgesehen als Ersatz für
DIN EN 61078:2006-10

Entwurf

Techniken für die Analyse der Zuverlässigkeit – Zuverlässigkeitsblockdiagramm und Boole'sche Verfahren (IEC 56/1577/CD:2014)

Analysis techniques for dependability –
Reliability block diagram and Boolean methods
(IEC 56/1577/CD:2014)

Techniques d'analyse pour la sûreté de fonctionnement –
Bloc-diagramme de fiabilité et méthodes booléennes
(CEI 56/1577/CD:2014)

Anwendungswarnvermerk

Dieser Norm-Entwurf mit Erscheinungsdatum 2015-03-06 wird der Öffentlichkeit zur Prüfung und Stellungnahme vorgelegt.

Weil die beabsichtigte Norm von der vorliegenden Fassung abweichen kann, ist die Anwendung dieses Entwurfes besonders zu vereinbaren.

Stellungnahmen werden erbeten

- vorzugsweise online im Norm-Entwurfs-Portal des DIN unter www.entwuerfe.din.de bzw. für Norm-Entwürfe der DKE auch im Norm-Entwurfs-Portal der DKE unter www.entwuerfe.normenbibliothek.de, sofern dort wiedergegeben;
- oder als Datei per E-Mail an dke@vde.com möglichst in Form einer Tabelle. Die Vorlage dieser Tabelle kann im Internet unter www.din.de/stellungnahme oder für Stellungnahmen zu Norm-Entwürfen der DKE unter www.dke.de/stellungnahme abgerufen werden;
- oder in Papierform an die DKE Deutsche Kommission Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik in DIN und VDE, Stresemannallee 15, 60596 Frankfurt am Main.

Die Empfänger dieses Norm-Entwurfs werden gebeten, mit ihren Kommentaren jegliche relevanten Patentrechte, die sie kennen, mitzuteilen und unterstützende Dokumentationen zur Verfügung zu stellen.

Gesamtumfang 225 Seiten

DKE Deutsche Kommission Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik in DIN und VDE

Inhalt

	Seite
Nationales Vorwort.....	8
Einleitung	10
1 Anwendungsbereich	11
2 Normative Verweisungen	11
3 Begriffe	11
4 Symbole und abgekürzte Begriffe	17
5 Vorüberlegungen, Hauptannahmen und Einschränkungen	22
5.1 Vorüberlegungen	22
5.2 Voraussetzung/Hauptannahmen	23
6 Definition von Systemerfolgs/-ausfall-Zuständen	24
6.1 Allgemeine Betrachtungen	24
6.2 Detailbetrachtungen	24
7 Einfache Modelle	25
7.1 Modellentwicklung	25
7.2 Reihenstrukturen	25
7.3 Parallelstrukturen.....	25
7.4 Gemischte Reihen- und Parallelstrukturen.....	26
7.5 Andere Strukturen	27
7.6 Große ZBDs und die Verwendung von Weichen	29
8 Minimale Verknüpfungs- und Trennbündel. Qualitative Analyse	29
8.1 Elektrische Analogie	29
8.2 Reihen-Parallel-Darstellung mit minimalem Erfolgspfad und Trennbündeln	31
8.3 Qualitative Analyse anhand minimaler Trennbündel.....	32
9 Quantitative Analyse: Blöcke mit konstanter Ausfall-/Erfolgswahrscheinlichkeit	32
9.1 Reihenstrukturen	32
9.2 Parallelstrukturen.....	33
9.3 Gemischte Reihen- und Parallelstrukturen.....	33
9.4 <i>m/n</i> -Architekturen (identische Einheiten)	34
10 Quantitative Analyse: Blöcke mit zeitabhängigen Wahrscheinlichkeiten	34
10.1 Einleitung	34
10.2 Nicht-reparierte Blöcke	35
10.3 Reparierte Blöcke	36
11 Boolesche Techniken zur quantitativen Analyse großer Modelle	42
11.1 Hintergrund	42
11.2 Reduktionsverfahren	43
11.3 Anwendung des Theorems der totalen Wahrscheinlichkeit	43
11.4 Anwendung von Booleschen Wahrheitstabellen	45
11.5 Anwendung von Karnaugh-Plänen.....	46

	Seite
11.6 Anwendung der Shannon-Zerlegung und binärer Entscheidungsdiagramme	48
11.7 Anwendung der Sylvester-Poincaré-Formel	49
11.8 Anwendungsbeispiele	50
12 Erweiterung der Techniken der Zuverlässigkeitsblockdiagramme	53
12.1 Inkohärente Zuverlässigkeitsblockdiagramme	53
12.2 Dynamische Zuverlässigkeitsblockdiagramme	56
Anhang A (informativ) Gleichungsüberblick	62
Anhang B (informativ) Verfahren der Booleschen Algebra	66
B.1 Einleitende Bemerkungen	66
B.2 Notation	66
B.3 Analyse der Verknüpfungsbündel (Erfolgspfade) und Trennbündel (Ausfallpfade).....	67
B.3.1 Vorstellung von Trenn- und Verknüpfungsbündeln.....	67
B.3.2 Reihen-Paralleldarstellung unter Verwendung minimaler Verknüpfungs- und Trennbündel.....	68
B.3.3 Identifikation minimaler Trenn- und Verknüpfungsbündel	69
B.4 Berechnungsprinzipien.....	70
B.4.1 Reihenstrukturen	70
B.4.2 Parallelstrukturen	70
B.4.3 Gemischte Reihen- und Parallelstrukturen	71
B.4.4 m -von- n -Architekturen (identische Einheiten)	72
B.5 Anwendung der Sylvester-Poincaré-Formel für große ZBDs und wiederholte Blöcke	73
B.5.1 Sylvester-Poincaré-Formel mit Verknüpfungsbündeln.....	73
B.5.2 Sylvester-Poincaré-Formel mit Trennbündeln	74
B.6 Verfahren für die Zerlegung Boolescher Ausdrücke	76
B.6.1 Einleitung und Hintergrund.....	76
B.6.2 Zerlegungsprinzip	77
B.6.3 Zerlegungsverfahren	77
B.6.4 Beispiel für die Anwendung des Zerlegungsverfahrens.....	78
B.6.5 Kommentare	80
B.7 Binäre Entscheidungsdiagramme	80
B.7.1 Aufbau eines BDD.....	80
B.7.2 Minimale Erfolgspfade und Trennbündel mit BDDs.....	82
B.7.3 Wahrscheinlichkeitsberechnungen mit BDDs	84
B.7.4 Schlüsselbemerkungen zur Verwendung von BDDs	86
Anhang C (informativ) Zeitabhängige Wahrscheinlichkeiten und ZBD-angetriebene Markov- Prozesse	87
C.1 Einleitung.....	87
C.2 Berechnungsprinzip zeitabhängiger Wahrscheinlichkeiten	87
C.3 Nicht-reparierte Blöcke.....	88
C.3.1 Einfache, nicht-reparierte Blöcke	88

	Seite
C.3.2 Zusammengesetzter Block: Beispiel eines nicht-reparierten Systems in Bereitschaft	88
C.4 ZBD-angetriebene Markov-Prozesse	90
C.5 Berechnungen der mittleren und asymptotischen (stationären mittleren) Verfügbarkeit	91
C.6 Häufigkeitsberechnungen	92
C.7 Überlebenswahrscheinlichkeits-Berechnungen	93
Anhang D (informativ) Wichtigkeitsfaktoren	95
D.1 Einleitung	95
D.2 Vesely-Fussell-Wichtigkeitsfaktor	95
D.3 Birnbaum-Wichtigkeitsfaktor oder marginaler Wichtigkeitsfaktor	95
D.4 Lambert-Wichtigkeitsfaktor oder kritischer Wichtigkeitsfaktor	96
D.5 Diagnostischer Wichtigkeitsfaktor	96
D.6 Risikoerfolgswert	97
D.7 Risikoverringierungswert	97
D.8 Differentielles Wichtigkeitsmaß	97
D.9 Anmerkungen zu Wichtigkeitsfaktoren	98
Anhang E (informativ) ZBD-angetriebene Petri-Netze	99
E.1 Einleitung	99
E.2 Beispiel eines Unter-PN, das innerhalb ZBD-angetriebener PN-Modelle zu verwenden ist	99
E.3 Auswertung des DZBD-Zustandes	101
E.4 Verfügbarkeit, Überlebenswahrscheinlichkeit, Häufigkeit und MTTF-Berechnungen	103
Anhang F (informativ) Numerische Beispiele und Kurven	104
F.1 Einleitung	104
F.2 Typische Reihen-ZBD-Struktur	104
F.2.1 Nicht-reparierte Blöcke	104
F.2.2 Reparierte Blöcke	105
F.3 Typische parallele ZBD-Struktur	106
F.3.1 Nicht-reparierte Blöcke	106
F.3.2 Reparierte Blöcke	107
F.4 Komplexe ZBD-Strukturen	108
F.4.1 Keine Reihen-Parallel-ZBD-Struktur	108
F.4.2 Konvergenz gegen asymptotische Werte im Vergleich zur MTTR	109
F.4.3 System mit regelmäßig geprüften Komponenten	110
F.5 Dynamisches ZBD-Beispiel	111
F.5.1 Vergleich zwischen den Ergebnissen der analytischen und der Monte-Carlo-Simulation	111
F.5.2 Dynamisches ZBD-Beispiel	111
Literaturhinweise	114
 Bilder	
Bild 1 – Reihen-Zuverlässigkeitsblockdiagramme	25
Bild 2 – Einfache parallele Struktur	26

	Seite
Bild 3 – Parallelstruktur, erstellt aus duplizierten Reihen-Unter-ZBDs.....	26
Bild 4 – Reihenstruktur, erstellt aus parallelen Zuverlässigkeitsblockdiagrammen	26
Bild 5 – Allgemeines Reihen-Parallel-Zuverlässigkeitsblockdiagramm	27
Bild 6 – Zuverlässigkeitsblockdiagramm mit gemischter Redundanz anderer Art.....	27
Bild 7 – 2 von 3 Redundanz	27
Bild 8 – 3 von 4 Redundanz	27
Bild 9 – Ein nicht einfach durch Reihen-/Parallel-Schaltung von Blöcken darstellbares Diagramm.....	28
Bild 10 – Beispiel für nicht unabhängige Blöcke	28
Bild 11 – Beispiel für einen zusammengesetzten Block.....	28
Bild 12 – Die Verwendung von Transferelement und Unter-ZBDs	29
Bild 13 – Analogie zwischen einem Block und einem elektrischen Schalter	29
Bild 14 – Analogie zu einem elektrischen Stromkreis	30
Bild 15 – Beispiel eines minimalen Erfolgspfades (Verknüpfungsbündel)	30
Bild 16 – Beispiel eines minimalen Ausfallpfades (Trennbündel)	30
Bild 17 – Äquivalente ZBDs mit minimalem Erfolgspfad	31
Bild 18 – Äquivalente ZBDs mit minimalen Trennbündeln	32
Bild 19 – Verbindung zwischen einer grundlegenden Reihenstruktur und den Wahrscheinlichkeitsberechnungen	32
Bild 20 – Verbindung zwischen einer Parallelstruktur und den Wahrscheinlichkeitsberechnungen.....	33
Bild 21 – Verfügbarkeits-Markov-Graph für einen einfachen reparierten Block.....	37
Bild 22 – Nicht funktionsbeteiligte Redundanz	37
Bild 23 – Typische Verfügbarkeit eines regelmäßig geprüften Blocks	38
Bild 24 – Beispiel eines ZBD, das einen stabilen Zustand erreicht.....	39
Bild 25 – Beispiel eines ZBD mit wiederkehrenden Phasen	40
Bild 26 – ZBD und äquivalenter Markov-Graph zur Berechnung der Überlebenswahrscheinlichkeit.....	41
Bild 27 – Verdeutlichung der Gruppierung von Blöcken vor der Reduktion	43
Bild 28 – Reduzierte Zuverlässigkeitsblockdiagramme.....	43
Bild 29 – Darstellung von Bild 8 falls Einheit A ausgefallen ist	44
Bild 30 – Darstellung von Bild 8, falls Einheit A in Betrieb ist.....	44
Bild 31 – 1-von-3-Parallelanordnung	45
Bild 32 – Zu Tabelle 5 äquivalente Shannon-Zerlegung	48
Bild 33 – Zu Tabelle 5 äquivalentes binäres Entscheidungsdiagramm	48
Bild 34 – Zuverlässigkeitsblockdiagramm mit einem Pfeil für die Definition des Systemerfolgs	50
Bild 35 – Alternative Darstellung unter Verwendung wiederholter Blöcke und Erfolgspfade.....	50
Bild 36 – Andere alternative Darstellung von Bild 34 unter Verwendung wiederholter Blöcke und minimaler Trennbündel	51
Bild 37 – Auf Bild 34 bezogene Shannon-Zerlegung	52
Bild 38 – 2-von-5-System mit nicht-identischen Einheiten	53
Bild 39 – Direkter und invertierter Block	53
Bild 40 – Beispiel eines elektrischen Stromkreises mit einem Kommutator A	54

	Seite
Bild 41 – Elektrischer Stromkreis: Ausfallpfade	54
Bild 42 – Beispiel-ZBD mit Blöcken mit invertierten Zuständen	55
Bild 43 – Zu Bild 42 äquivalenter BDD	56
Bild 44 – Symbol für externe Elemente	57
Bild 45 – Dynamische Interaktion zwischen einem CCF und ZBD-Blöcken.....	58
Bild 46 – Verschiedene Arten, dynamische Interaktionen zwischen Blöcken anzugeben	59
Bild 47 – Dynamische Interaktion zwischen einem einzelnen Reparaturteam und ZBD-Blöcken	59
Bild 48 – Implementierung eines PAND-Gatters	59
Bild 49 – Äquivalenter endlicher Zustandsautomat und Beispiel eines Chronogramms für ein PAND-Gatter.....	60
Bild 50 – Implementierung eines SEQ-Gatters.....	60
Bild 51 – Äquivalenter endlicher Zustandsautomat und Beispiel eines Chronogramms für ein SEQ-Gatter.....	60
Bild 52 – Beispiele für minimale Verknüpfungsbündel (Erfolgspfade).....	67
Bild 53 – Beispiele für nicht-minimale Verknüpfungsbündel (nicht-minimale Erfolgspfade)	67
Bild 54 – Beispiele für minimale Trennbündel	67
Bild 55 – Beispiele für nicht-minimale Trennbündel	68
Bild 56 – Beispiel eines ZBD mit Verknüpfungs- und Trennbündeln verschiedener Ordnung.....	69
Bild 57 – Erinnerung an das ZBD aus Bild 34	80
Bild 58 – Shannon-Zerlegung der in Bild 57 dargestellten Booleschen Funktion	81
Bild 59 – Identifikation der Teile, die nicht von Bedeutung sind	81
Bild 60 – Vereinfachung der Shannon-Zerlegung	82
Bild 61 – Mit dem ZBD aus Bild 57 in Beziehung stehendes BDD.....	82
Bild 62 – Bestimmung von Erfolgspfaden (Verknüpfungsbündel) aus einem ZBD	83
Bild 63 – Bestimmung von Ausfallpfaden (Trennbündel) aus einem ZBD	83
Bild 64 – Finden von Trenn- und Verknüpfungsbündeln in BDDs.....	84
Bild 65 – Wahrscheinlichkeitsberechnungen an einem BDD	85
Bild 66 – Berechnung der bedingten Wahrscheinlichkeiten unter Verwendung von BDDs	85
Bild 67 – Prinzip der zeitabhängigen Verfügbarkeitsberechnungen.....	87
Bild 68 – Prinzip ZBD-angetriebener Markov-Prozesse	90
Bild 69 – Typische Verfügbarkeit eines ZBD bei schnell reparierten Ausfällen	90
Bild 70 – Beispiel für einen einfachen, Mehrphasen-Markov-Prozess	91
Bild 71 – Typische Verfügbarkeit eines ZBD bei regelmäßig geprüften Ausfällen	91
Bild 72 – Beispiel eines Unter-PN, das einen DZBD-Block modelliert	99
Bild 73 – Beispiel eines Unter-PN, das einen Ausfall aufgrund gemeinsamer Ursache modelliert	100
Bild 74 – Beispiel eines DZBD, das auf einem ZBD-angetriebenen PN beruht	100
Bild 75 – Logische Berechnung klassischer ZBD-Strukturen	101
Bild 76 – Beispiel der logischen Berechnung für ein n/m -Gatter	101
Bild 77 – Beispiel eines Unter-PN, das ein PAND-Gatter mit zwei Eingängen modelliert	101
Bild 78 – Beispiel für die Hemmung des Ausfalls eines Blocks.....	102

Bild 79 – Unter-PN für Verfügbarkeits-, Überlebenswahrscheinlichkeits- und Häufigkeitsberechnungen	103
Bild 80 – Verfügbarkeit/Überlebenswahrscheinlichkeit einer typischen nicht-reparierten Reihenstruktur	104
Bild 81 – Ausfallrate und Ausfallhäufigkeit bezüglich Bild 80	105
Bild 82 – Verfügbarkeit/Überlebenswahrscheinlichkeit einer typischen reparierten Reihenstruktur	105
Bild 83 – Ausfallrate und Ausfallhäufigkeit bezüglich Bild 82	106
Bild 84 – Äquivalenz einer nicht-reparierten Reihenstruktur zu einem einzelnen Block	106
Bild 85 – Verfügbarkeit/Überlebenswahrscheinlichkeit einer typischen nicht-reparierten Parallelstruktur	106
Bild 86 – Ausfallrate und Ausfallhäufigkeit bezüglich Bild 85	107
Bild 87 – Verfügbarkeit/Überlebenswahrscheinlichkeit einer typischen reparierten Parallelstruktur	107
Bild 88 – Ausfallrate und Ausfallhäufigkeit bezüglich Bild 87	108
Bild 89 – Beispiel 1 aus Abschnitt 7.5.2	108
Bild 90 – Ausfallrate und Ausfallhäufigkeit bezüglich Bild 89	109
Bild 91 – Einfluss der MTTR auf die Konvergenzgeschwindigkeit	109
Bild 92 – System mit regelmäßig geprüften Blöcken	110
Bild 93 – Ausfallrate und Ausfallhäufigkeit bezüglich Bild 92	111
Bild 94 – Gegenüberstellung der Ergebnisse der analytischen und der Monte-Carlo-Simulation	111
Bild 95 – Einfluss von CCFs und einer begrenzten Anzahl an Reparaturteams	112
Bild 96 – Markov-Graphen, die den Einfluss von Reparaturteams darstellen	113
Bild 97 – Approximation für zwei redundante Blöcke	113

Tabellen

Tabelle 1 – In IEC 61078 verwendete Akronyme	17
Tabelle 2 – In IEC 61078 verwendete Symbole	17
Tabelle 3 – Grafische Darstellung von ZBDs: Boolesche Strukturen	20
Tabelle 4 – Grafische Darstellung von ZBDs: nicht-Boolesche Strukturen / DZBD	22
Tabelle 5 – Anwendung der Wahrheitstabelle auf das Beispiel in Bild 31	45
Tabelle 6 – Auf Bild 9 bezogener Karnaugh-Plan, wenn sich A im Klarzustand befindet	47
Tabelle 7 – Auf Bild 9 bezogener Karnaugh-Plan, wenn sich A im Unklarzustand befindet	47
Tabelle 8 – Auf Bild 34 bezogener Karnaugh-Plan	52
Tabelle A.1 – Beispiel für Gleichungen zur Berechnung der Erfolgswahrscheinlichkeit der Grundkonfigurationen	62
Tabelle F.1 – Einfluss der funktionalen Abhängigkeiten	112

Nationales Vorwort

Das internationale Dokument IEC 56/1577/CD:2014 „Analysis techniques for dependability – Reliability block diagram and Boolean methods“ (CD, en: Committee Draft) ist unverändert in diesen Norm-Entwurf übernommen worden. Dieser Norm-Entwurf enthält eine noch nicht autorisierte deutsche Übersetzung.

Um Zweifelsfälle in der Übersetzung auszuschließen, ist die englische Originalfassung des CD entsprechend der diesbezüglich durch die IEC erteilten Erlaubnis beigefügt. Die Nutzungsbedingungen für den deutschen Text des Norm-Entwurfes gelten gleichermaßen auch für den englischen IEC-Text.

Das internationale Dokument wurde vom TC 56 „Dependability“ der Internationalen Elektrotechnischen Kommission (IEC) erarbeitet und den nationalen Komitees zur Stellungnahme vorgelegt.

Die IEC und das Europäische Komitee für Elektrotechnische Normung (CENELEC) haben vereinbart, dass ein auf IEC-Ebene erarbeiteter Entwurf für eine Internationale Norm zeitgleich (parallel) bei IEC und CENELEC zur Umfrage (CDV-Stadium) und Abstimmung als FDIS (en: Final Draft International Standard) bzw. Schluss-Entwurf für eine Europäische Norm gestellt wird, um eine Beschleunigung und Straffung der Normungsarbeit zu erreichen. Dokumente, die bei CENELEC als Europäische Norm angenommen und ratifiziert werden, sind unverändert als Deutsche Normen zu übernehmen.

Da der Abstimmungszeitraum für einen FDIS bzw. Schluss-Entwurf prEN nur 2 Monate beträgt, und dann keine sachlichen Stellungnahmen mehr abgegeben werden können, sondern nur noch eine „JA/NEIN“-Entscheidung möglich ist, wobei eine „NEIN“-Entscheidung fundiert begründet werden muss, wird bereits der CD als DIN-Norm-Entwurf veröffentlicht, um die Stellungnahmen aus der Öffentlichkeit frühzeitig berücksichtigen zu können.

Für dieses Dokument ist das nationale Arbeitsgremium K 132 „Zuverlässigkeit“ der DKE Deutsche Kommission Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik in DIN und VDE (www.dke.de) zuständig.

Hinweis zu Verweisen auf das IEV Teil IEC 60050-191: Das IEV Teil IEC 60050-191 ist in Überarbeitung und wird durch das IEC 60050-192 ersetzt werden. Die Quellenangaben, die sich auf das IEV Teil 191 beziehen werden bis zur endgültigen Norm durch Quellenangaben auf das IEV Teil 192 ersetzt werden. Dies gilt für alle Verweise auf das IEC 60050-191 in diesem Dokument.

Für den Fall einer undatierten Verweisung im normativen Text (Verweisung auf eine Norm ohne Angabe des Ausgabedatums und ohne Hinweis auf eine Abschnittsnummer, eine Tabelle, ein Bild usw.) bezieht sich die Verweisung auf die jeweils neueste gültige Ausgabe der in Bezug genommenen Norm.

Für den Fall einer datierten Verweisung im normativen Text bezieht sich die Verweisung immer auf die in Bezug genommene Ausgabe der Norm.

Der Zusammenhang der zitierten Normen mit den entsprechenden Deutschen Normen ergibt sich, soweit ein Zusammenhang besteht, grundsätzlich über die Nummer der entsprechenden IEC-Publikation. Beispiel: IEC 60068 ist als EN 60068 als Europäische Norm durch CENELEC übernommen und als DIN EN 60068 ins Deutsche Normenwerk aufgenommen.

Es wird auf die Möglichkeit hingewiesen, dass einige Elemente dieses Dokuments Patentrechte berühren können. ISO [und/oder] IEC sind nicht dafür verantwortlich, einige oder alle diesbezüglichen Patentrechte zu identifizieren.

Das Original-Dokument enthält Bilder in Farbe, die in der Papierversion in einer Graustufen-Darstellung wiedergegeben werden. Elektronische Versionen dieses Dokuments enthalten die Bilder in der originalen Farbdarstellung.

Änderungen

Gegenüber DIN EN 61078:2006-10 wurden folgende Änderungen vorgenommen:

- a) Das Thema wird vertieft dargestellt;
- b) Erweiterte Behandlung von Modellen und Strukturen;
- c) Detailliertere Behandlung von Analysemethoden;
- d) Erweiterte Behandlung von Booleschen Techniken und Reduktionsverfahren;
- e) Erweiterungen der Techniken der Zuverlässigkeitsblockdiagramme;
- f) Erweiterungen begleitender Themen in den Anhängen.

Techniken für die Analyse der Zuverlässigkeit – Zuverlässigkeitsblockdiagramm und Boole'sche Verfahren

Einleitung

Ein Zuverlässigkeitsblockdiagramm (ZBD) ist eine bildhafte Darstellung der Funktionsfähigkeit eines Systems. Es zeigt die logische Verknüpfung der (funktionierenden) Komponenten, die für den erfolgreichen Betrieb des Systems (nachfolgend als „Systemerfolg“ bezeichnet) benötigt wird. Daher ist ein ZBD äquivalent zu einer logischen Gleichung Boolescher Variablen und die Wahrscheinlichkeitsberechnungen beziehen sich primär auf konstante Werte.

Es sind viele verschiedene analytische Verfahren zur Zuverlässigkeitsanalyse verfügbar, von denen das Zuverlässigkeitsblockdiagramm (ZBD) eines ist. Daher sollte vom Analysten vor dem Beginn der Arbeit mit dem ZBD der Zweck jedes Verfahrens und dessen individuelle oder kombinierte Anwendbarkeit für die Bewertung der Verfügbarkeit, der Überlebenswahrscheinlichkeit und der Ausfalldichte eines gegebenen Systems oder einer Komponente untersucht werden. Die von jedem Verfahren erhaltbaren Ergebnisse, die für die Durchführung der Analyse erforderlichen Daten, die Komplexität der Analyse und andere Faktoren, die in dieser Norm identifiziert werden, sollten ebenfalls in die Betrachtung einbezogen werden.

Vorausgesetzt, dass sich die Blöcke im ZBD unabhängig voneinander verhalten, und dass die Reihenfolge, in der Ausfälle auftreten nichts ausmacht, dann können die Berechnungen auf zeitabhängige Wahrscheinlichkeitsberechnungen erweitert werden, die nicht reparierte sowie reparierte Blöcke umfassen. Während dies für die Systemverfügbarkeit $A_S(t)$ oder die Ausfallhäufigkeit $w_S(t)$ einfach getan werden kann, ist dies dennoch nur in sehr speziellen Fällen für die Systemüberlebenswahrscheinlichkeit $R_S(t)$ möglich. Dies liegt an einer systemischen Abhängigkeit, die bei der Berechnung der Überlebenswahrscheinlichkeit zu betrachten ist. Daher sollte den Anwendern dieser Norm bewusst sein, dass der im Namen „ZBD“ verwendete Begriff „Zuverlässigkeit“ in Beziehung zum Feld des „Zuverlässigkeitsengineering“ steht, anstatt mit dem Maß der „Überlebenswahrscheinlichkeit“ $R_S(t)$ selbst. Vielmehr sollte das „Verfügbarkeits“-Blockdiagramm passender sein.

Die ZBD-Technik ist mit der Fehlerbaumanalyse [1] und Markov-Techniken [2] verknüpft:

- Die zugrundeliegende Mathematik ist für ZBD und Fehlerbaum (FB) dieselbe: Während ZBD auf den Systemerfolg fokussiert, fokussiert FB auf den Systemausfall. Es ist immer möglich ein ZBD in einen FB und umgekehrt zu übertragen. Vom mathematischen Standpunkt teilen sich ZBD- und FB-Modelle duale logische Ausdrücke. Daher sind die mathematischen Entwicklungen und Einschränkungen in beiden Fällen ähnlich.
- Wenn das dynamische Verhalten der Blöcke durch unabhängige, individuelle Markov-Prozesse modelliert werden kann, dann können die ZBD- und Markov-Modelle zu „ZBD-angetriebenen Markov-Prozessen“ vermischt werden, bei denen das ZBD die logische Struktur und die individuellen Markov-Prozesse die Eingaben für die Wahrscheinlichkeitsberechnungen zur Verfügung stellen.

Bei Systemen, bei denen die Reihenfolge der Ausfälle zu berücksichtigen ist, oder bei denen sich die reparierten Blöcke nicht unabhängig voneinander verhalten, oder bei denen die Systemüberlebenswahrscheinlichkeit $R_S(t)$ nicht berechnet werden kann, sind die Monte-Carlo-Simulation oder andere Modellierungstechniken, wie zum Beispiel dynamische ZBDs, Markov- [2] oder Petri-Netz-Techniken [3], passender.

1 Anwendungsbereich

Diese Internationale Norm

- beschreibt die anzuwendenden Anforderungen, wenn Zuverlässigkeitsblockdiagramme (ZBD) verwendet werden;
- beschreibt die Verfahren für die Modellierung der Zuverlässigkeit eines Systems mit Zuverlässigkeitsblockdiagrammen;
- beschreibt die Verfahren für die Verwendung des Modells, um Verfügbarkeit, Ausfalldichte und Maße für die Überlebenswahrscheinlichkeit zu berechnen;
- erklärt, wie ZBDs für die qualitative Analyse verwendet werden;
- erklärt, wie ZBDs für die quantitative Analyse mit konstanten Wahrscheinlichkeiten, nicht reparierten Blöcken und reparierten Blöcken verwendet werden;
- schlägt einige theoretische Elemente für die Durchführung der Berechnungen vor;
- erklärt die Verbindungen zur Fehlerbaumanalyse (IEC 61025) und zu den Markov-Techniken (IEC 61165).

2 Normative Verweisungen

Die folgenden zitierten Dokumente sind für die Anwendung dieses Dokuments erforderlich. Bei datierten Verweisungen gilt nur die in Bezug genommene Ausgabe. Bei undatierten Verweisungen gilt die letzte Ausgabe des in Bezug genommenen Dokuments (einschließlich aller Änderungen).

IEC 60050-192, *International Electrotechnical Vocabulary (IEV) – Clause 191: Dependability and quality of service*

3 Begriffe

Für die Anwendung dieses Dokuments gelten die Begriffe nach IEC 60050-191^{N1)} und die folgenden Begriffe.

3.1

Zuverlässigkeitsblockdiagramm

ZBD

logische, grafische Darstellung eines Systems, die aufzeigt, wie die Erfolgszustände seiner Untereinheiten (dargestellt durch Blöcke) und deren Kombinationen die Erfolgszustand des Systems beeinflussen

Anmerkung 1 zum Begriff: Der im Namen „ZBD“ verwendete Begriff „Zuverlässigkeit“ bezieht sich eher auf das Zuverlässigkeitsengineering-Framework als auf die „Überlebenswahrscheinlichkeit“ als Wahrscheinlichkeitsmaß. Daher kann die Zuverlässigkeit des modellierten Systems nicht einfach aus den Zuverlässigkeiten der zugrundeliegenden Blöcke berechnet werden (siehe 10.3.1.4).

Anmerkung 2 zum Begriff: Ein ZBD ist ein gerichteter, azyklischer Graph, der die logischen Verbindungen zwischen dem Erfolgszustand eines Systems und den Erfolgszuständen seiner zugrundeliegenden Blöcke darstellt. Diese logische Architektur wird hauptsächlich durch konventionelle serielle und parallele grafische Strukturen dargestellt.

[QUELLE: IEC 191, 191-51-03, geändert, Anmerkungen hinzugefügt]

3.2

Boolesches verbundenes Modell

mathematisches Modell, bei dem der Zustand eines Systems durch eine logische Funktion Boolescher Variablen dargestellt wird, die die Zustände seiner Komponenten repräsentieren

^{N1)} Nationale Fußnote: IEC Teil 191 ist in Überarbeitung, so dass sich bis zur Norm die Quellenangaben zu IEC-Teil 191 ändern werden. Siehe nationales Vorwort.

Anmerkung 1 zum Begriff: Eine Boolesche Variable a hat nur zwei Werte und eine logische Funktion mehrerer Boolescher Variablen hat auch nur zwei Werte. Diese zwei Werte dürfen z. B. $\{0, 1\}$, $\{\text{true}, \text{false}\}$, $\{\text{funktionsfähig}, \text{ausgefallen}\}$ usw. sein. Die zugrundeliegende Mathematik der logischen Funktionen ist die Boolesche Algebra.

3.3

ZBD-angetriebener Markov-Prozess

ZBD, das aus Blöcken erstellt wurde, die durch unabhängige, individuelle Markov-Prozesse modelliert wurden

Anmerkung 1 zum Begriff: Die zugrundeliegende Logik eines ZBD lässt die Kombination der individuellen Verfügbarkeiten der Blöcke zu, um die Verfügbarkeit des gesamten Systems zu erhalten. Wenn die Blockverfügbarkeiten durch kleine, individuelle Markov-Prozesse modelliert werden, dann ist das gesamte ZBD zum globalen Markov-Prozess, der mit dem gesamten System in Beziehung steht, äquivalent. Dies ist die Grundlage für die meisten mit ZBDs ausgeführten Wahrscheinlichkeitsrechnungen. Der globale Markov-Prozess, der durch die Verwendung des ZBD als Richtlinie erstellt wurde, wird „ZBD-angetriebener Markov-Prozess“ genannt.

3.4

dynamisches ZBD

DZBD

Zuverlässigkeitsblockdiagramm mit funktionaler Interaktion zwischen seinen Blöcken oder externen Elementen

Anmerkung 1 zum Begriff: Ein DZBD ist grundsätzlich ein ZBD, bei dem die Annahme der Unabhängigkeit zwischen den Blöcken nicht erfüllt ist.

3.5

inkohärentes ZBD

Zuverlässigkeitsblockdiagramm, das eine nicht-monotone logische Funktion modelliert

Anmerkung 1 zum Begriff: Ein inkohärentes ZBD ist ein ZBD, bei dem die Blöcke in direkten und invertierten Zuständen auftreten dürfen. In diesem Fall dürfen einige minimale Erfolgspfade einige Blöcke im Unklarzustand (en: down state) und einige minimale Ausfallpfade einige Blöcke im Klarzustand (en: up state) aufweisen. Die Konzepte der minimalen Verknüpfungsbündel (en: tie set) und Trennbündel (en: cut set) sind nicht länger gültig und sind durch das Konzept des Primimplikants zu ersetzen.

Anmerkung 2 zum Begriff: In einem inkohärenten ZBD darf ein minimaler Erfolgspfad durch die Reparatur eines Blocks im Unklarzustand ausfallen und ein minimaler Ausfallpfad darf durch einen weiteren Ausfall eines Blocks im Klarzustand repariert werden. Daher werden sie „inkohärent“ genannt.

3.6

Einheit

betrachtetes Subjekt

Anmerkung 1 zum Begriff: In dieser Internationalen Norm umfasst das Wort „Einheit“ hauptsächlich das System, das durch den ZBD und die im ZBD enthaltenen „Blöcke“ modelliert wird.

[QUELLE: IEC 60050-192:2014, 191-41-01, Anmerkung 1 zum Begriff: wurde hinzugefügt]

3.7

Block

Grundelement, das verwendet wird, um ein ZBD aufzubauen. Ein Block hat nur zwei Zustände (Klar- und Unklarzustand)

Anmerkung 1 zum Begriff: Blöcke dürfen jede Einheit mit zwei Zuständen darstellen (z. B. Komponenten, Funktionen, Untersysteme).

Anmerkung 2 zum Begriff: ZBDs dürfen erweitert werden, um Systeme mit mehreren Zuständen (d. h. mehr als zwei Zustände) darzustellen, diese Erweiterungen können aber nicht mit dem Booleschen Framework behandelt werden.

3.8

wiederholter Block

Block, der mehr als einmal in einem ZBD erscheint

Anmerkung 1 zum Begriff: Wiederholte Blöcke stellen dieselben physikalischen Einheiten dar. Dies sollte nicht mit duplizierten Blöcken verwechselt werden, die verschiedene physikalische Elemente darstellen.

Anmerkung 2 zum Begriff: Wiederholte Blöcke können im direkten oder umgekehrten Zustand auftreten (d. h. in einem Teil des ZBD im Klarzustand und in einem anderen Teil im Unklarzustand). Sie sind sehr nützlich, um ZBDs darzustellen, die mit komplexen Systemen in Beziehung stehen, oder um ZBDs mit Erfolgs- und Ausfallpfaden darzustellen.

3.9

betriebsfähiger Zustand

Klarzustand

Zustand in dem die Einheit wie gefordert funktionieren kann

Anmerkung 1 zum Begriff: Die Bezeichnungen „klar“ (en: up) und „verfügbar“ (en: available) kennzeichnen eine Einheit im Klarzustand.

Anmerkung 2 zum Begriff: Klarzustand steht in Wechselbeziehung zur Verfügbarkeit der Einheit.

Anmerkung 3 zum Begriff: Innerhalb eines ZBD darf ein Block im Klarzustand als ein geschlossener elektrischer Schalter interpretiert werden.

[QUELLE: IEC 60050-191:2013, 191-42-1, Anmerkung 3 zu Begriff: wurde hinzugefügt]

3.10

Klarzeit(intervall)

Zeitintervall, während dessen eine Einheit im betriebsfähigen Zustand ist

[QUELLE: IEC 60050-191:2013, 191-42-02]

3.11

mittlere Klardauer

MUT

Erwartungswert der Verteilung der Dauern der Klarzeitintervalle

[QUELLE: IEC 60050-191:2013, 191-48-09]

3.12

Unklarzustand

nicht verfügbarer Zustand wegen interner Ursachen oder wegen Wartung

Anmerkung 1 zum Begriff: Die Bezeichnungen „unklar“ (en: down) oder „nicht verfügbar“ (en: unavailable) kennzeichnen eine Einheit im Unklarzustand.

Anmerkung 2 zum Begriff: Unklarzustand steht in Wechselbeziehung zur Nichtverfügbarkeit der Einheit

Anmerkung 3 zum Begriff: Innerhalb eines ZBD darf ein Block im Unklarzustand als ein geöffneter elektrischer Schalter interpretiert werden.

[QUELLE: IEC 60050-191:2013, 191-42-30, Anmerkung 3 zu Begriff: wurde hinzugefügt]

3.13

Unklarzeit(intervall)

Zeitintervall während dessen eine Einheit in einem Unklarzustand ist

[QUELLE: IEC 60050-191:2013, 191-42-21]

3.14**mittlere Unklardauer****MDT** (Abkürzung)

Erwartungswert der Verteilung der Dauern der Unklarzeitintervalle

[QUELLE: IEC 60050-191:2013, 191-48-10]

3.15**Erfolgspfad****Verknüpfungsbündel**

eine Menge von Blöcken im Klarzustand, sodass sich das gesamte ZBD auch im Klarzustand befindet

Anmerkung 1 zum Begriff: Der Name Verknüpfungsbündel wurde als Analogie zu einem elektrischen Stromkreis gegeben: die Blöcke im Klarzustand bilden einen geschlossenen (zusammenhängenden) Stromkreis zwischen dem ZBD-Eingang und dem ZBD-Ausgang.

3.16**minimales Verknüpfungsbündel**

ein Verknüpfungsbündel, bei dem der Ausfall eines der Blöcke im Klarzustand ebenfalls zu einem Ausfall des gesamten ZBD führt

Anmerkung 1 zum Begriff: In einem minimalen Verknüpfungsbündel ist jeder Block im Klarzustand notwendig, um ein ZBD im Klarzustand zu erhalten.

Anmerkung 2 zum Begriff: Die Ordnung eines minimalen Verknüpfungsbündels ist durch die Größe der Menge der Blöcke im Klarzustand gegeben: Ordnung 1 umfasst einen Block im Klarzustand, Ordnung 2 umfasst zwei Blöcke im Klarzustand, usw.

3.17**Ausfallpfad****Trennbündel**

eine Menge von Blöcken im Unklarzustand, sodass sich das gesamte ZBD auch im Unklarzustand befindet

Anmerkung 1 zum Begriff: Der Name Trennbündel wurde als Analogie zu einem elektrischen Stromkreis gegeben: die Blöcke im Unklarzustand bilden einen geöffneten (getrennten) Stromkreis zwischen dem ZBD-Eingang und dem ZBD-Ausgang.

3.18**minimales Trennbündel**

ein Trennbündel, bei dem die Reparatur eines der Blöcke im Unklarzustand ebenfalls zur Reparatur des gesamten ZBD führt

Anmerkung 1 zum Begriff: In einem minimalen Trennbündel ist jeder Block im Unklarzustand notwendig, um ein ZBD im Unklarzustand zu erhalten.

Anmerkung 2 zum Begriff: Die Ordnung eines minimalen Trennbündels ist durch die Größe der Menge der Blöcke im Unklarzustand gegeben: Ordnung 1 umfasst einen Block im Unklarzustand, Ordnung 2 umfasst zwei Blöcke im Unklarzustand, usw.

3.19**disjunkte Menge von Elementen**

Menge Boolescher Elemente deren Schnitt die leere Menge ist

BEISPIEL Wenn $(C_i^d) \dots$ eine Menge disjunkter Trennbündel ist, dann haben wir $C_i^d \cap C_j^d = \Phi \quad \forall i \neq j$ und

daher $P(C_i^d \cap C_j^d) = 0 \quad \forall i \neq j$.

Anmerkung 1 zum Begriff: Der Begriff „Element“ wird hier in der allgemeinen Bedeutung verwendet, die in der Mengenlehre verwendet wird, d. h., ein Element einer gegebenen Sammlung von Objekten.

Anmerkung 2 zum Begriff: Disjunkte Elemente sind inkompatibel: wenn eines true ist, dann ist das andere false und umgekehrt. Dies beschreibt eine sehr starke Abhängigkeit zwischen den Elementen.

3.20

Verfügbarkeit (Merkmal)

Fähigkeit in einem Klarzustand zu sein

[QUELLE: IEC 60050-191:2013, 191-41-25 geändert]

3.21

momentane Verfügbarkeit (Maßgröße)

$A(t)$

Wahrscheinlichkeit zu einem gegebenen Zeitpunkt im Klarzustand zu sein

[QUELLE: IEC 60050-191:2013, 191-48-01 geändert]

3.22

mittlere Verfügbarkeit

$A^{avg}(t_1, t_2)$

Mittelwert der momentanen Verfügbarkeit während eines gegebenen Zeitintervalls (t_1, t_2)

[QUELLE: IEC 60050-191:2013, 191-48-05]

3.23

stationäre mittlere Verfügbarkeit

asymptotische Verfügbarkeit

A^{st}, A^{as}

Grenzwert, falls er existiert, der momentanen Verfügbarkeit sofern die Zeit gegen unendlich geht

Anmerkung 1 zum Begriff: Unter speziellen Bedingungen kann die stationäre mittlere Verfügbarkeit ausgedrückt werden durch das Verhältnis der mittleren Klardauer zur Summe mittlere Klardauer plus mittlere Unklardauer. Siehe IEC 61703.

3.24

Zuverlässigkeit (Merkmal)

Fähigkeit, unter gegebenen Bedingungen und für ein gegebenes Zeitintervall wie gefordert ohne Ausfall zu funktionieren

[QUELLE: IEC 60050-191:2013, 191-41-26]

3.25

Überlebenswahrscheinlichkeit (Maßgröße)

$R(t_1, t_2), R(t)$

Fähigkeit, eine geforderte Funktion unter gegebenen Bedingungen für das Zeitintervall $[t_1, t_2]$ zu erfüllen

Anmerkung 1 zum Begriff: Die Überlebenswahrscheinlichkeit $R(t)$ ist die Überlebenswahrscheinlichkeit im Zeitintervall $[0, t]$.

[QUELLE: IEC 60050-191:2013, 191-45-10]

3.26

momentane Ausfallrate

Ausfallrate

$\lambda(t)$

Grenzwert, falls er existiert, des Quotienten der bedingten Wahrscheinlichkeit, dass eine Einheit in einem Zeitintervall $(t, t + \Delta t)$ vom Klarzustand in den Unklarzustand springt, wenn Δt gegen Null geht, vorausgesetzt, dass es sich im Zeitintervall $(0, t)$ nicht im Unklarzustand befunden hat

Anmerkung 1 zum Begriff: Die Definition wurde aus IEC 191 angepasst, um mit reparierbaren Einheiten zurechtzukommen.

- wenn die Einheit keine interne Redundanz aufweist, dann ist die Ausfallrate identisch zu jener, die sie aufweisen würde, wenn die Einheit nicht reparierbar wäre;
- wenn die Einheit interne Redundanz aufweist, dann kann sie im Klarzustand verbleiben, wenn einige redundante Teile ausgefallen sind. Daher sind diese Ausfälle so lange reparierbar, bis die gesamte Einheit aufgrund eines weiteren Ausfalls eines Teils in den Unklarzustand springt.

Anmerkung 2 zum Begriff: Die Ausfallrate (3.26), die bedingte Ausfalldichte (3.27) und die unbedingte Ausfalldichte (3.28) scheinen ähnlich zu sein, aber sie unterscheiden sich durch die bedingten Ereignisse, die in ihren Definitionen verwendet werden. Selbst wenn diese Parameter in bestimmten Fällen nah beieinanderliegende numerische Werte haben können, verhalten sie sich auf unterschiedliche Weise und sollten nicht verwechselt werden.

[QUELLE: IEC 60050-191:2013, 191-45-06, geändert]

3.27

momentane Ausfalldichte

bedingte Ausfalldichte

Vesely-Ausfallrate

$\lambda_v(t)$

Grenzwert, falls er existiert, des Quotienten der bedingten Wahrscheinlichkeit, dass der Ausfall einer nicht-reparierbaren Einheit in einem Zeitintervall $(t, t + \Delta t)$ auftritt, durch Δt , wenn Δt gegen Null geht, vorausgesetzt, dass sich die Einheit zum Zeitpunkt t und zum Zeitpunkt 0 im Klarzustand befunden hat

Anmerkung 1 zum Begriff: Siehe Anmerkung 2 zum Begriff der Definition der Ausfallrate (3.27)^{N2)}.

3.28

momentane unbedingte Ausfalldichte

unbedingte Ausfalldichte

Ausfallhäufigkeit

$w(t), \omega(t)$

Grenzwert, falls er existiert, des Quotienten der bedingten Wahrscheinlichkeit, dass der Ausfall einer nicht-reparierbaren Einheit in einem Zeitintervall $(t, t + \Delta t)$ auftritt, durch Δt , wenn Δt gegen Null geht, vorausgesetzt, dass sich die Einheit zum Zeitpunkt 0 im Klarzustand befunden hat

Anmerkung 1 zum Begriff: Siehe Anmerkung 2 zum Begriff der Definition der Ausfallrate (3.27)^{N2)}.

3.29

mittlere Ausfallhäufigkeit

$w^{\text{avg}}(0, T)$

Anzahl der Ausfälle einer Einheit pro Zeiteinheit, gemittelt über einen gegebenen Zeitraum T

Anmerkung 1 zum Begriff: Wenn N die Anzahl der Ausfälle der Einheit im Intervall $[0, T]$ ist, dann wird die mittlere Ausfallhäufigkeit in diesem Zeitraum durch $W(0, T) = N/T$ berechnet.

Anmerkung 2 zum Begriff: Wenn m der mittlere Ausfallabstand einer Einheit ist, dann ist die mittlere Anzahl an Ausfällen, die im Intervall $[0, T]$ auftreten, $N \approx T/m$. Daher ist $W(0, T) = N/T \approx 1/m$.

Anmerkung 3 zum Begriff: Mathematisch ausgedrückt ist $W(0, T)$ der Mittelwert von $w(t)$ im Intervall $[0, T]$. Dann ist

$$W(0, T) = \frac{1}{T} \int_0^T w(\tau) d\tau.$$

3.30

mittlere Betriebsdauer bis zum Ausfall

mittlerer Ausfallabstand

MTTF

Erwartungswert der Verteilung der Dauern bis zum Ausfall

^{N2)} Nationale Fußnote: Der korrekte Verweis ist 3.26.

Anmerkung 1 zum Begriff: Im Fall nicht-reparierbarer Einheiten mit exponentieller Verteilung des Ausfallabstandes (d. h. eine konstante Ausfallrate) ist die MTTF zum Reziproken der Ausfallrate numerisch gleich. Dies trifft auch für reparierbare Einheiten nach der Wiederherstellung zu, sie können als „so gut wie neu“ erachtet werden.

[QUELLE: IEV 191, 191-45-11]

3.31

systemische Abhängigkeit

ganzheitliche Abhängigkeit

Abhängigkeit, die mit dem System als Ganzes verbunden ist

Anmerkung 1 zum Begriff: Eine systemische Abhängigkeit kann nicht als lokale Eigenschaft der einzelnen Blöcke beschrieben werden.

BEISPIEL 1 Ein einzelnes Reparaturteam erzeugt eine systemische Abhängigkeit zwischen reparierbaren Blöcken: Wenn ein Block ausfällt, kann er nur repariert werden, wenn das Reparaturteam nicht aufgrund der Reparatur eines anderen Blocks beschäftigt ist.

BEISPIEL 2 Berechnungen der Überlebenswahrscheinlichkeit verursachen systematische Abhängigkeiten zwischen allen ZBD-Blöcken, da ein ausfallender Block nur repariert werden kann, wenn sein Ausfall nicht den Ausfall des gesamten Systems bedeutet.

4 Symbole und abgekürzte Begriffe

Tabelle 1 – In IEC 61078 verwendete Akronyme

Abkürzung/Akronym	Bedeutung
BDD	Binäres Entscheidungsdiagramm (en: binary decision diagram)
MTTF	mittlerer Ausfallabstand (en: mean time to fail)
DZBD	Dynamisches Zuverlässigkeitsblockdiagramm
ZBD	Zuverlässigkeitsblockdiagramm

Tabelle 2 – In IEC 61078 verwendete Symbole (1 von 4)

Symbol	Bedeutung
S	Gesamtes durch ein ZBD modelliertes System.
$X \in (A, B, C, \dots), X \neq S$	Einheiten, die innerhalb eines ZBD verwendet werden. S ist für das gesamte System und die anderen Buchstaben sind für die Blöcke reserviert.
$s = S$ im „klar“-Zustand	Boolesche Variable, die angibt, dass sich das gesamte System S im Klarzustand befindet.
$\bar{s} = S$ im „unklar“-Zustand	Boolesche Variable, die angibt, dass sich das gesamte System S im Unklarzustand befindet.
$x = X$ im „klar“-Zustand	Boolesche Variable, die angibt, dass sich die Einheit X im Klarzustand befindet.
$\bar{x} = X$ im „unklar“-Zustand	Boolesche Variable, die angibt, dass sich die Einheit X im Unklarzustand befindet.
$(\Pi_i), (C_i)$	Minimale Erfolgspfade (minimale Verknüpfungsbündel), minimale Ausfallpfade (minimale Trennbündel).

Tabelle 2 (2 von 4)

Symbol	Bedeutung
$(\Pi_i^d), (C_i^d)$	Disjunkte Erfolgspfade (disjunkte Verknüpfungsbündel), disjunkte Ausfallpfade (disjunkte Trennbündel).
$P(.)$	Wahrscheinlichkeitsfunktion
$P_S = P(\text{S im "klar"-Zustand})$	Konstante Wahrscheinlichkeit, dass sich das gesamte System S im Klarzustand befindet.
$P_{\bar{S}} = P(\text{S im "unklar"-Zustand})$	Konstante Wahrscheinlichkeit, dass sich das gesamte System S im Unklarzustand befindet.
$P_X = P(\text{X im "klar"-Zustand})$	Konstante Wahrscheinlichkeit, dass sich die Einheit X im Klarzustand befindet.
$P_{\bar{X}} = P(\text{X im "unklar"-Zustand})$	Konstante Wahrscheinlichkeit, dass sich die Einheit X im Unklarzustand befindet.
$P_{S X} = P(\text{S im "klar"-Zustand} \mid \text{X im "klar"-Zustand})$	Bedingte Wahrscheinlichkeit, dass sich das gesamte System S im Klarzustand befindet, vorausgesetzt, dass sich der Block X im Klarzustand befindet.
$P_{S \bar{X}} = P(\text{S im "klar"-Zustand} \mid \text{X im "unklar"-Zustand})$	Bedingte Wahrscheinlichkeit, dass sich das gesamte System S im Klarzustand befindet, vorausgesetzt, dass sich der Block X im Unklarzustand befindet.
$P_X(t), P_S(t)$	Zeitabhängige Wahrscheinlichkeit, dass sich der Block X im Klarzustand befindet, zeitabhängige Wahrscheinlichkeit, dass sich das gesamte System S im Klarzustand befindet.
$P_{\bar{X}}(t), P_{\bar{S}}(t)$	Zeitabhängige Wahrscheinlichkeit, dass sich der Block X im Unklarzustand befindet, zeitabhängige Wahrscheinlichkeit, dass sich das gesamte System S im Unklarzustand befindet.
t, t_i	aktueller Zeitpunkt
T, T_i	Zeitdauer
$[t_1, t_2], [0, T] \equiv [t_1 = 0, t_2 = 0 + T]$	Zeitintervall
$A_S(t) = P(\text{S im "klar"-Zustand zum Zeitpunkt } t)$	Verfügbarkeit des gesamten Systems S zum Zeitpunkt t .
$A_S^{\text{avg}}(t_1, t_2), A_S^{\text{avg}}(0, T), A_S^{\text{avg}}(T)$	Mittlere Verfügbarkeit des gesamten Systems S im Zeitintervall $[t_1, t_2]$ oder $[0, T]$.
$A_S^{\text{avg}}, A_S^{\text{st}}, A_S^{\text{as}}$	Mittlere Verfügbarkeit des gesamten Systems S im Intervall $[0, \infty]$. stationäre mittlere Verfügbarkeit, asymptotische Verfügbarkeit.
$A_X(t) = P(\text{X im "klar"-Zustand zum Zeitpunkt } t)$	Verfügbarkeit der Einheit X zum Zeitpunkt t .
$A_{X_i}(t) = A_i(t) = P(\text{X}_i \text{ im "klar"-Zustand zum Zeitpunkt } t)$	Verfügbarkeit der Einheit X_i zum Zeitpunkt t .
$A_X^{\text{avg}}(t_1, t_2), A_X^{\text{avg}}(0, T), A_X^{\text{avg}}(T)$	Mittlere Verfügbarkeit der Einheit X im Zeitintervall $[t_1, t_2]$ oder $[0, T]$.

Tabelle 2 (3 von 4)

Symbol	Bedeutung
$A_X^{avg}, A_X^{st}, A_X^{as}$	Mittlere Verfügbarkeit der Einheit X im Intervall $[0, \infty]$. stationäre mittlere Verfügbarkeit und asymptotische Verfügbarkeit.
$U_S(t) = P(\text{S im "unklar"-Zustand zum Zeitpunkt } t)$	Nichtverfügbarkeit des gesamten Systems S zum Zeitpunkt t .
$U_S^{avg}(t_1, t_2), U_S^{avg}(0, T), U_S^{avg}(T)$	Mittlere Nichtverfügbarkeit des gesamten Systems S im Zeitintervall $[t_1, t_2]$ oder $[0, T]$.
$U_S^{avg}, U_S^{st}, U_S^{as}$	Mittlere Nichtverfügbarkeit des gesamten Systems S im Intervall $[0, \infty]$. stationäre mittlere Nichtverfügbarkeit und asymptotische Nichtverfügbarkeit.
$U_X(t) = P(\text{X im "unklar"-Zustand zum Zeitpunkt } t)$	Nichtverfügbarkeit der Einheit X zum Zeitpunkt t .
$U_{X_i}(t) = U_i(t) = P(\text{X}_i \text{ im "unklar"-Zustand zum Zeitpunkt } t)$	Nichtverfügbarkeit der Einheit X_i zum Zeitpunkt t .
$U_X^{avg}(t_1, t_2), U_X^{avg}(0, T), U_X^{avg}(T)$	Mittlere Nichtverfügbarkeit der Einheit X im Zeitintervall $[t_1, t_2]$ oder $[0, T]$.
$U_X^{avg}, U_X^{st}, U_X^{as}$	Mittlere Nichtverfügbarkeit der Einheit X im Intervall $[0, \infty]$. stationäre mittlere Nichtverfügbarkeit und asymptotische Nichtverfügbarkeit.
$R_S(t) = P(\text{S im "Klarzustand" im Intervall } [0, t])$	Überlebenswahrscheinlichkeit des gesamten Systems S im Intervall $[0, t]$.
$F_S(t) = 1 - R_S(t)$	Nicht-Überlebenswahrscheinlichkeit des gesamten Systems S im Intervall $[0, t]$ (Ausfallverteilung des Systems S).
$f_S(t)$	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen des gesamten Systems S.
$R_X(t) = P(\text{X im "Klarzustand" im Intervall } [0, t])$	Überlebenswahrscheinlichkeit der Einheit X im Intervall $[0, t]$.
$F_X(t) = 1 - R_X(t)$	Nicht-Überlebenswahrscheinlichkeit der Einheit X im Intervall $[0, t]$ (Ausfallverteilung der Einheit X).
$f_X(t)$	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der Einheit X.
$\lambda_S, \lambda_S(t)$	Konstante und zeitabhängige Ausfallraten des gesamten Systems S.
$\lambda_{VS}, \lambda_{VS}(t)$	Bedingte Ausfalldichte (Vesely-Ausfallrate) des gesamten Systems.
$w_S(t)$	Unbedingte Ausfalldichte (Ausfallhäufigkeiten) des gesamten Systems S zum Zeitpunkt t .
$W_S(0, T), W_S(T)$	Erwartete Anzahl der Ausfälle des gesamten Systems S im Intervall $[0, T]$.
$w_S^{avg}(0, T), w_S^{avg}(T)$	Mittlere unbedingte Ausfalldichte (mittlere Ausfallhäufigkeit) des gesamten Systems S im Intervall $[0, T]$.

Tabelle 2 (4 von 4)

Symbol	Bedeutung
$\lambda_X, \lambda_X(t)$	Konstante und zeitabhängige Ausfallraten der Einheit X.
$w_X(t)$	Unbedingte Ausfalldichte (Ausfallhäufigkeiten) der Einheit X zum Zeitpunkt t .
$W_X(0, T), W_X(T)$	Erwartete Anzahl der Ausfälle der Einheit X im Intervall $[0, T]$.
$w_X^{avg}(0, T), w_X^{avg}(T)$	Mittlere unbedingte Ausfalldichte (mittlere Ausfallhäufigkeit) der Einheit X im Intervall $[0, T]$.
λ_{Bd}	Schlafende Ausfallrate des Blocks B
$\mu_X, \mu_X(t)$	Konstante oder zeitabhängige Instandsetzungsraten der Einheit X.
$\binom{n}{r}$	Anzahl der Möglichkeiten, r Einheiten ohne Reihenfolge aus n Einheiten auszuwählen: $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$
„0“, „1“	Symbole, die in Wahrheitstabellen, im Karnaugh-Plan, bei der Shannon-Zerlegung und in binären Entscheidungsdiagrammen verwendet werden, um Unklarzustände (Ausfall) und Klarzustände (Erfolg) von Blöcken oder Systemen zu bezeichnen.
$\cap, \bullet$	Boolesche Operatoren, die eine AND-Logik bezeichnen, z. B. $a \cap b, a \bullet b$ (Schnittmenge)
$\cup, +$	Boolesche Operatoren, die eine OR-Logik bezeichnen, z. B. $a \cup b, a + b$ (Vereinigungsmenge)
Φ, Ω	„unmögliches“ Ereignis und „sichere“ Ereignisse

Bei der Erstellung eines Zuverlässigkeitsblockdiagramms (ZBD) wird die Verwendung der folgenden Symbole aus Tabelle 3 empfohlen.

Tabelle 3 – Grafische Darstellung von ZBDs: Boolesche Strukturen (1 von 2)

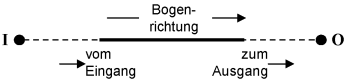
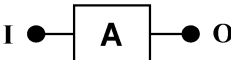
Grafische Darstellung	Bedeutung
I O	Bezeichnung für den Eingang Bezeichnung für den Ausgang Solche Bezeichnungen werden zur Verdeutlichung benutzt. Sie sind nicht vorgeschrieben, sie können aber dann nützlich sein, wenn die Richtungen von Verbindungen von Bedeutung sind.
	Ein ZBD ist ein gerichteter Graph. Die Richtung der Verbindung geht vom Eingang zum Ausgang (d. h. von links nach rechts). Pfeile dürfen, wenn benötigt, hinzugefügt werden, um Verwirrung zu vermeiden.
	Einfacher Block: Gruppierung von Ausrüstung, Komponenten, Einheiten oder anderer Systemelemente.

Tabelle 3 (2 von 2)

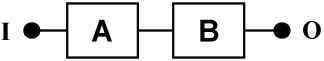
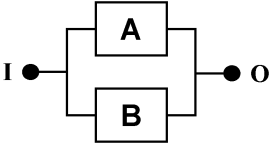
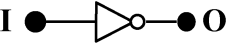
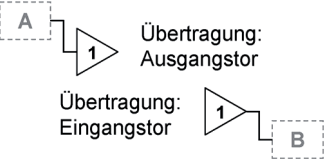
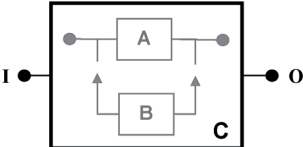
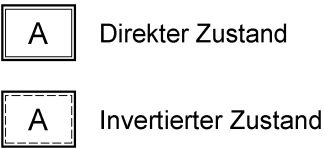
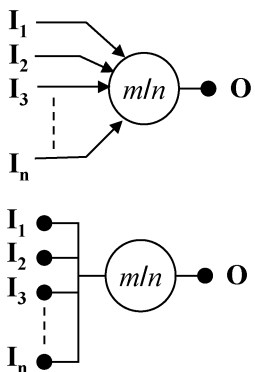
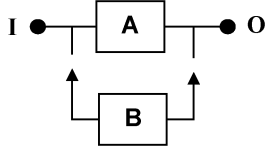
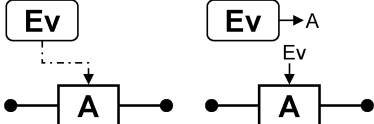
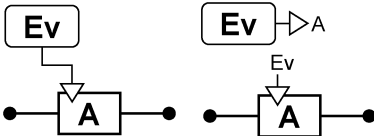
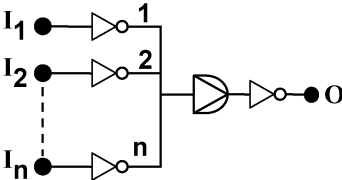
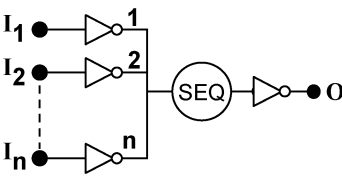
Grafische Darstellung	Bedeutung
	Reihenstruktur: das System ist betriebsfähig, wenn sich A und B im Klarzustand befinden. Dies wird durch die logische Funktion $s = a \cap b$ dargestellt. Vom Ausfallstandpunkt ist sie äquivalent zu $\bar{s} = \bar{a} \cap \bar{b}$
	Parallelstruktur (aktive Redundanz): das System ist betriebsfähig, wenn sich A oder B im Klarzustand befinden. Dies wird durch die logische Funktion $s = a \cup b$ dargestellt. Vom Ausfallstandpunkt ist sie äquivalent zu $\bar{s} = \bar{a} \cap \bar{b}$
	NOT-Gatter: der Ausgang ist gleich 0, wenn der Eingang gleich 1 ist und umgekehrt.
	Weichen: der Ausgang ist mit dem Eingang/den Eingängen desselben Namens verbunden. Dies ist sinnvoll, um: – große ZBDs in mehrere Teile (Unter-ZBDs) aufzuspalten; – den Ausgang an einer Stelle im ZBD an eine andere Stelle zu übertragen
	Zusammengesetzter Block: Gruppierung von einfachen Blöcken. Dies kann nützlich sein, um das Zeichnen des ZBD zu vereinfachen, um Teile anzugeben, die weitere Entwicklung erfordern, oder um abhängige, individuelle Blöcke in einer Struktur zu vereinen, die vom Rest des ZBD unabhängig ist.
	Wiederholte Blöcke: Dieselben Blöcke erscheinen an mehreren Stellen des ZBD entweder im direkten Zustand oder im invertierten Zustand, d. h., wenn der Block A im direkten Zustand betriebsfähig ist, dann ist der Block im invertierten Zustand nicht betriebsfähig und umgekehrt. Diese Symbole werden für inkohärente ZBDs verwendet.
	Externes Element, das mit einem Block oder mehreren Blöcken des ZBD interagiert. Dieses Symbol wird in dynamischen ZBDs verwendet.
	Abstimmungslogik mit Erfolgsmehrheit (Symbol m/n): in einer aktiv redundanten Konfiguration werden wenigstens m von n Einheiten für den Systemerfolg benötigt. Anmerkung: Es ist wichtig, zwischen der in ZBDs implementierten Abstimmungslogik mit „Erfolgs“-Mehrheit und der in Fehlerbäumen implementierten Abstimmungslogik mit „Ausfall“-Mehrheit zu unterscheiden. Im Allgemeinen ist der Kontext (ZBD oder Fehlerbaum) ausreichend, um den Unterschied aufzuzeigen. Die Beziehung ist die Folgende: $(m/n)_{\text{Suc.}} \equiv (n-m+1/n)_{\text{Fail.}}$

Tabelle 4 – Grafische Darstellung von ZBDs: nicht-Boolesche Strukturen / DZBD

Grafische Darstellung	Bedeutung
	Stand-by Redundanz: B startet, wenn A ausfällt.
	Funktionale Abhängigkeiten: Der Zustand von A hängt vom Ereignis Ev ab. Dieses Ereignis darf ein externes oder internes Ereignis des ZBD sein. Dies ist eine Erinnerung daran, dass eine Abhängigkeit existiert, aber der Typ der Abhängigkeit mannigfaltig sein darf, und irgendwo anders zu beschreiben ist.
	Starke funktionale Abhängigkeit: Block A geht in den Unklarzustand, wenn das Ereignis Ev auftritt. Dieses Ereignis darf ein externes oder internes Ereignis des ZBD sein. Es übernimmt die Rolle des Schalters, der in ähnlichen Strukturen verwendet wird, die für dynamische Fehlerbäume implementiert sind.
	PAND-Gatter: Der Ausgang geht in den Unklarzustand, wenn die Eingänge $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$ in dieser Reihenfolge in die Unklarzustände gehen. $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$ agieren unabhängig voneinander. Dieses Gatter wurde eingeführt, um in dynamischen Fehlerbäumen verwendet zu werden; und um konsistent mit der ZBD-Logik zu sein, ist dies der Grund, warum NOT-Gatter verwendet werden, um die Eingänge und die Ausgänge zu invertieren.
	SEQ-Gatter: Der Ausgang geht in den Unklarzustand, wenn die Eingänge $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$ in dieser Reihenfolge in die Unklarzustände gehen, sie agieren aber nicht unabhängig, da I_n nicht in den Unklarzustand gehen kann, ehe I_{n-1} in den Unklarzustand gegangen ist, usw., I_2 kann nicht in den Unklarzustand gehen, ehe I_1 in den Unklarzustand gegangen ist. Dieses Gatter wurde eingeführt, um in dynamischen Fehlerbäumen verwendet zu werden; und um konsistent mit der ZBD-Logik zu sein, ist dies der Grund, warum NOT-Gatter verwendet werden, um die Eingänge und die Ausgänge zu invertieren.

5 Vorüberlegungen, Hauptannahmen und Einschränkungen

5.1 Vorüberlegungen

Ein ZBD ist die grafische Darstellung der Booleschen Gleichung, die den Erfolgszustand (Klarzustand) eines Systems (d. h., das gesamte ZBD) mit den Erfolgszuständen (Klarzustände) seiner Komponenten (d. h., die Blöcke des ZBD) verknüpft. Daher kann ein ZBD zum einen für qualitative Analysezwecke verwendet werden, indem die Kombinationen der Blöcke im Klarzustand identifiziert werden, die es dem System ermöglichen in einem Klarzustand zu sein (Erfolgspfade oder Verknüpfungsbündel), oder indem die Kombinationen der Blöcke im Unklarzustand identifiziert werden, die dazu führen, dass das System in den Unklarzustand geht (Ausfallpfade oder Trennbündel).

Zum anderen kann ein ZBD für Wahrscheinlichkeitsberechnungen verwendet werden, und da dies eine statische Darstellung (d. h. zeitunabhängig) ist, beziehen sich die Wahrscheinlichkeitsregeln auf Blöcke mit konstanten Erfolgs- oder Ausfallwahrscheinlichkeiten.

Dies kann auf zeitabhängige Wahrscheinlichkeitsberechnungen erweitert werden. Dies kann für Berechnungen der Überlebenswahrscheinlichkeit schwierig sein, aber für die Verfügbarkeits- und Häufigkeitsberechnungen, und vorausgesetzt, dass sich die Blöcke unabhängig voneinander verhalten, gibt es außer der mathe-

matischen Lenkbarkeit keine Einschränkung der Verteilung, die verwendet werden darf, um die Ausfall- oder Reparaturzeitpunkte der Blöcke zu beschreiben. Dies ermöglicht es zum Beispiel (Nicht)verfügbarkeiten für jeden der Blöcke durch individuelle analytische Gleichungen zu modellieren, deren Ergebnisse durch die Logik des ZBD kombiniert werden, um die (Nicht)verfügbarkeit des Systems zu erhalten. Wenn diese analytischen Gleichungen durch individuelle Markov-Prozesse bestimmt werden, dann ist das ZBD äquivalent zu einem globalen Markov-Prozess, der das gesamte System modelliert. So ein Modell wird „ZBD-angetriebener Markov-Prozess“ genannt. Dies ist die Grundlage für die meisten mit ZBDs zu erreichenden Wahrscheinlichkeitsberechnungen.

5.2 Voraussetzung/Hauptannahmen

Ein ZBD ist ein azyklischer, gerichteter Graph, der unter Verwendung der in Abschnitt 4, Tabelle 3 dargestellten grundlegenden logischen Strukturen gezeichnet werden kann – Es wird verwendet, um das Verhalten eines System auf Grundlage der folgenden grundlegenden Annahmen zu modellieren:

- a) Ein ZBD modelliert ein System. Dieses System hat nur zwei Zustände: funktionierend („Erfolgszustand“, „Klar“-Zustand) oder ausgefallen (Unklarzustand).
- b) Die Blöcke eines ZBD modellieren die Komponenten eines Systems oder eines Teils des Systems, das als Ganzes betrachtet wird. Jeder von ihnen hat nur zwei Zustände: funktionierend („Erfolgszustand“, „Klar“-Zustand) oder ausgefallen (Unklarzustand).
- c) Das ZBD stellt die logische Verbindung des Erfolgszustandes des Systems mit den Erfolgszuständen seiner Komponenten (Blöcke) dar.
- d) Jeder Block agiert zu jeder Zeit unabhängig von den anderen.

Die oben angeführten Anforderungen sind zwingend für die in dieser Norm entwickelten analytischen Berechnungen anzuwenden. Wenn sie nicht erfüllt werden, können die analytischen Berechnungen durch Monte-Carlo-Simulationen oder durch andere Techniken wie die Markov-Analyse [2] oder Petri-Netze [3] oder die in 12.2 und Anhang E beschriebenen dynamischen ZBDs ersetzt werden.

5.3 Einschränkungen

Die in 5.2 vorgestellten Annahmen stellen einige Einschränkungen dar; es gibt aber andere Einschränkungen, die weniger offensichtlich sind, wenn mit zeitabhängigen Wahrscheinlichkeiten umgegangen wird. Die Anwender dieser Norm sollten insbesondere die Seiteneffekte kennen, die durch die Unabhängigkeitsanforderungen, die zu jeder Zeit erfüllt werden müssen, eingeführt werden. Zum Beispiel:

- a) Sequentielle Ereignisse liegen außerhalb des Anwendungsbereichs Boolescher Modelle. Daher können sie prinzipiell nicht durch ZBDs verarbeitet werden. Dennoch ist es in einfachen Fällen, wie der nicht funktionsbeteiligten Redundanz, möglich, die Probleme durch von den anderen Blöcken unabhängige Betrachtung zusammengesetzter Blöcke (vgl. Tabelle 3 und 7.5.3) zu überwinden.
- b) Verfügbarkeits- oder Häufigkeitsberechnungen reparierter Systeme implizieren, dass die Reparaturen reparierter Blöcke zu jeder Zeit unabhängig voneinander sind, z. B. dass jeder Block sein eigenes Reparaturteam hat.
- c) Berechnungen der Überlebenswahrscheinlichkeiten reparierter Systeme implizieren, dass ein ausfallender Block nur repariert werden kann, wenn das System zum Zeitpunkt des Blockausfalls immer noch arbeitet. Dies führt systemische Abhängigkeiten zwischen den Blockzuständen und zwischen den Blöcken und den Systemzuständen ein (siehe 10.3.1.4). Dies verletzt die in Punkt d) von 5.2 beschriebene Annahme und daher sind, außer in bestimmten Fällen und mit Approximationen, analytische Berechnungen der Überlebenswahrscheinlichkeit im Allgemeinen nicht möglich.

Kurzum, vorausgesetzt, dass die Annahmen aus 5.2 erfüllt sind, kann die ZBD-Technik einfach für qualitative Analysen und Verfügbarkeits-/Häufigkeitsberechnungen, aber nur in bestimmten Fällen für die Berechnung der Überlebenswahrscheinlichkeit verwendet werden.

Es sollte angemerkt werden, dass es beim Umgang mit Wahrscheinlichkeitsberechnungen oft besser ist mit Ausfallwahrscheinlichkeiten (Nichtverfügbarkeit oder Nicht-Überlebenswahrscheinlichkeit) als mit Erfolgswahrscheinlichkeit (Verfügbarkeit oder Überlebenswahrscheinlichkeit) zu arbeiten, da gute Approximationen für niedrige Wahrscheinlichkeiten verfügbar sind, die für hohe Wahrscheinlichkeiten nicht verwendet werden können.

6 Definition von Systemerfolgs/-ausfall-Zuständen

6.1 Allgemeine Betrachtungen

Eine Voraussetzung für die Konstruktion eines System-Zuverlässigkeitsmodells ist ein gründliches Verständnis der Betriebsarten des Systems. Systeme erfordern oft mehr als eine Definition von Erfolg und Ausfall. Diese sollten festgelegt und aufgeführt werden. Ein ZBD kann für verschiedene Ebenen erstellt werden: Systemebene, Untersystemebene (Module) oder Baugruppenebene. Falls ein ZBD für eine weitergehende Analyse (z. B. für eine Ausfalleffektanalyse) erstellt wurde, ist eine für diese Analyse geeignete Ebene zu wählen.

Zusätzlich sollten klare Angaben gemacht werden bezüglich:

- der auszuführenden Funktionen;
- der Leistungsparameter und ihrer zulässigen Grenzen;
- der Umwelt- und Betriebsbedingungen.

Zur Konstruktion eines ZBD dürfen verschiedene qualitative Analysetechniken verwendet werden. Deshalb sind Definitionen für Systemerfolg und -ausfall zu bilden. Für jede Definition eines Systemerfolgs/-ausfalls ist das System im nächsten Schritt in logische Blöcke entsprechend dem Zweck der Zuverlässigkeitsanalyse aufzuteilen. Systemunterstrukturen dürfen durch besondere Blöcke dargestellt werden, die ihrerseits wieder durch andere ZBDs dargestellt werden (Systemreduktion – 11.2).

Für die quantitative Auswertung eines ZBD stehen verschiedene Verfahren zur Verfügung. Je nach Typ der Struktur dürfen einfache Boolesche Techniken (siehe 7) und/oder Pfad- und Trennbündelanalysen (siehe 8) verwendet werden. Die Berechnungen dürfen unter Anwendung analytischer Verfahren (z. B. Grundkomponenten-Verfügbarkeitsverfahren) oder der Monte-Carlo-Simulation durchgeführt werden. Ein Vorteil der Monte-Carlo-Simulation liegt darin, dass die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse im ZBD nicht analytisch zu kombinieren sind, da die Simulation selbst berücksichtigt, ob jeder Block ausgefallen oder betriebsbereit ist (siehe 12.2 und F.5).

Da ein Zuverlässigkeitsblockdiagramm die für die Systemfunktion erforderlichen logischen Beziehungen beschreibt, stellt das Blockdiagramm nicht notwendigerweise die physischen Hardwareverbindungen dar, obwohl ein ZBD im Allgemeinen, so weit wie möglich, den physischen Systemverbindungen folgt.

6.2 Detailbetrachtungen

6.2.1 Systembetrieb

Es kann möglich sein, ein System in mehr als einer Betriebsart zu nutzen. Wenn für jede Betriebsart ein eigenes System verwendet würde, dann wäre jede Betriebsart unabhängig von den übrigen zu behandeln, und entsprechend sollten eigene Zuverlässigkeitsmodelle benutzt werden. Wird zur Ausführung all dieser Funktionen ein und dasselbe System verwendet, so sollten für jede Betriebsart eigene Diagramme erstellt werden. Für jeden Aspekt des Systembetriebs sind klare Aussagen darüber, was Systemerfolg/-ausfall darstellt, eine Voraussetzung.

6.2.2 Umweltbedingungen

Die Leistungsspezifikationen des Systems sollten mit einer Beschreibung der Umweltbedingungen einhergehen, bei denen das System betrieben werden darf. Dies sollte auch eine Beschreibung aller Bedingungen enthalten, denen das System beim Transport, bei der Lagerung und während der Nutzung unterliegt.

Oft wird ein bestimmter Ausrüstungsgegenstand in mehr als einer Umgebung verwendet, zum Beispiel an Bord eines Schiffes, in einem Flugzeug oder am Boden. Ist dies der Fall, so dürfen die Bewertungen der Überlebenswahrscheinlichkeit, unter Verwendung jeweils desselben Zuverlässigkeitsblockdiagramms, durchgeführt werden, wobei jedoch die entsprechenden Ausfallraten für jede Umgebung verwendet werden.

6.2.3 Betriebszyklen

Die Beziehung zwischen Kalenderzeit, Betriebsdauer und Ein-/Ausschaltzyklen sollte dargestellt werden. Falls angenommen werden kann, dass der Ein- und Ausschaltvorgang der Ausrüstung für sich alleine keine Ausfälle bewirkt, und dass die Ausfallrate der gelagerten Ausrüstung vernachlässigbar ist, dann muss nur die tatsächliche Betriebsdauer der Ausrüstung betrachtet werden.

In einigen Fällen ist jedoch gerade der Ein- und Ausschaltvorgang selbst die Hauptursache für den Ausrüstungsausfall und die Ausrüstung kann bei der Lagerung eine höhere Ausfallrate als im Betrieb haben (z. B. Feuchte und Korrosion). In komplexen Fällen, in denen nur Teile des Systems ein- und ausgeschaltet werden, können andere Modellierungstechniken (z. B. die Markov-Analyse oder Petri-Netze) besser geeignet sein als Zuverlässigkeitsblockdiagramme.

7 Einfache Modelle

7.1 Modellentwicklung

Im ersten Schritt wird eine Definition für den Systemerfolg/-ausfall gewählt. Ist mehr als eine Definition beteiligt, dann kann für jeden Fall ein eigenes Zuverlässigkeitsblockdiagramm erforderlich sein. Im nächsten Schritt wird das System in Blöcke unterteilt, um das logische Verhalten wiederzugeben, sodass jeder Block statistisch unabhängig von den anderen und so groß wie möglich ist. Gleichzeitig sollte jeder Block (vorzugsweise) keine Redundanz enthalten.

In der Praxis können mehrere Versuche zur Konstruktion des Zuverlässigkeitsblockdiagramms notwendig werden (immer unter der Beachtung der obigen Schritte), bis ein geeignetes Blockdiagramm fertiggestellt ist.

Im nächsten Schritt wird unter Bezugnahme auf die Definition des Systemerfolgs/-ausfalls ein Diagramm erstellt, das die Blöcke zu einem „Erfolgspfad“ miteinander verbindet (siehe 3.15). Wie in den folgenden Diagrammen angegeben, verlaufen die verschiedenen Erfolgspfade vom Diagrammeingang bis zum Ausgang durch diejenigen Kombinationen von Blöcken, die funktionieren müssen, damit das System funktioniert.

7.2 Reihenstrukturen

Falls für ein funktionierendes System alle Blöcke erforderlich sind, dann ist das entsprechende Zuverlässigkeitsblockdiagramm so beschaffen, dass alle Blöcke, wie in Bild 1 dargestellt, in Reihe miteinander verbunden sind.

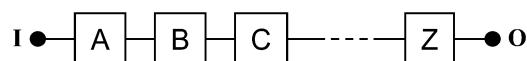


Bild 1 – Reihen-Zuverlässigkeitsblockdiagramme

In diesem Diagramm ist „I“ das Eingangstor, „O“ das Ausgangstor, und A, B, C, ... Z sind die Blöcke, die zusammen das System bilden. Diagramme dieser Art heißen „Reihen“-Zuverlässigkeitsblockdiagramme oder „Reihenmodelle“.

Diese Struktur modelliert die folgende logische Funktion: $s = a \cdot b \cdot c \dots \cdot z$ (1)

7.3 Parallelstrukturen

Eine andere Art von Zuverlässigkeitsblockdiagramm wird benötigt, wenn der Ausfall einer einzelnen Komponente oder eines „Blocks“ die Systemleistung hinsichtlich der Definition des Systemerfolgs/-ausfalls nicht beeinträchtigt. Dies ist der Fall, wenn redundante Komponenten implementiert werden.

Dies wird, wie in Bild 2 dargestellt, durch parallele Strukturen modelliert, die mehrere redundante Blöcke darstellen. In dieser Struktur ist das System nur dann nicht betriebsfähig, wenn sich alle Blöcke im Unklarzustand befinden.

Diese Struktur modelliert die folgende logische Funktion: $s = a + b + c + \dots + z$

(2)

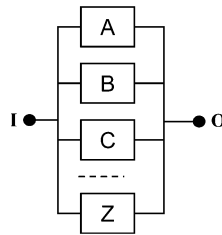


Bild 2 – Einfache parallele Struktur

7.4 Gemischte Reihen- und Parallelstrukturen

Die in Bild 1 und Bild 2 dargestellten Grundstrukturen können verwendet werden, um komplexere ZBDs zu modellieren. Wenn beispielsweise das gesamte in Bild 1 dargestellte Unter-ZBD dupliziert wird (d. h. redundant gemacht wird), so ergibt sich das in Bild 3 dargestellte Blockdiagramm. Wenn jedoch alternativ jeder Block innerhalb des Unter-ZBD dupliziert wird, so ergibt sich das in Bild 4 dargestellte Blockdiagramm. Diagramme dieses Typs sind als „Reihen/Parallel“-Zuverlässigkeitsblockdiagramme oder „Reihen-/Parallelmodelle“ bekannt. Es wird darauf hingewiesen, dass die Begriffe „dupliziert“, „redundant“ und „parallel“ eine sehr ähnliche Bedeutung haben, aber nicht austauschbar verwendet werden sollten.

- 1) Dupliziert bezieht sich auf die Weise, wie das ZBD durch Wiederholung ähnlicher Strukturen aufgebaut wird. Z. B. ist Bild 3 das Duplikat der in Bild 1 dargestellten Struktur und Bild 4 ist lediglich das Duplikat der Komponenten. Tatsächlich sind die Strukturen (B1, B2), (C1, C2) usw. das Duplikat in Reihe der Parallelstruktur (A1, A2).
- 2) Redundant bezieht sich auf den Fakt, dass wenn eine Komponente ausfällt, eine andere ihre Funktion übernehmen kann. Z. B. sind A1 und A2 in Bild 4 redundant.
- 3) Parallel bezieht sich auf die Logik der Architektur (und auf die Zeichnung). Z. B. sind A1 und A2 in Bild 4 parallel gezeichnet, da sie redundant sind.

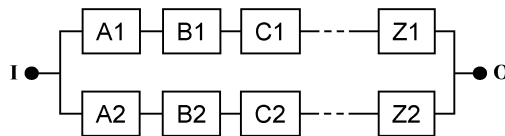


Bild 3 – Parallelstruktur, erstellt aus duplizierten Reihen-Unter-ZBDs

Diese Struktur modelliert die folgende logische Funktion: $s = (a_1 \cdot b_1 \cdot \dots \cdot z_1) + (a_2 \cdot b_2 \cdot \dots \cdot z_2)$

(3)

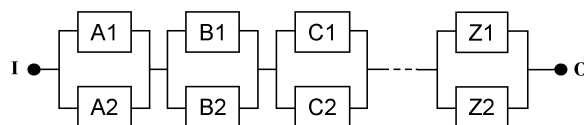


Bild 4 – Reihenstruktur, erstellt aus parallelen Zuverlässigkeitsblockdiagrammen

Diese Struktur modelliert die folgende logische Funktion: $s = (a_1 + a_2) \cdot (b_1 + b_2) \cdot \dots \cdot (z_1 + z_2)$

(4)

Die zur Modellierung der Systemzuverlässigkeit verwendeten Zuverlässigkeitsblockdiagramme sind oft kompliziertere Mischungen von Reihen- und Paralleldiagrammen. Solch ein Diagramm würde entstehen, wenn beispielsweise eine duplizierte Kommunikationsverbindung aus drei Leistungsverstärkern A, B und C sowie einem gemeinsamen Energieversorgungsblock (D) zu betrachten wäre. Nach den Schaltplänen nehmen die resultierenden Diagramme z. B. die Form in Bild 5 oder Bild 6 an.

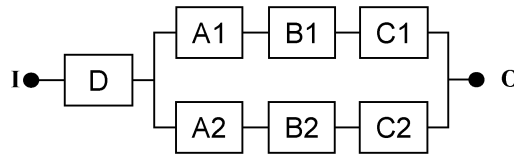


Bild 5 – Allgemeines Reihen-Parallel-Zuverlässigkeitsblockdiagramm

Diese Struktur modelliert die folgende logische Funktion: $s = d \cdot [(a_1 \cdot b_1 \cdot c_1) + (a_2 \cdot b_2 \cdot c_2)]$ (5)

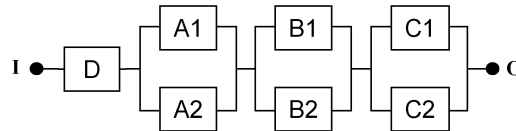


Bild 6 – Zuverlässigkeitsblockdiagramm mit gemischter Redundanz anderer Art

Diese Struktur modelliert die folgende logische Funktion: $s = d \cdot (a_1 + a_2) \cdot (b_1 + b_2) \cdot (c_1 + c_2)$ (6)

Nach dem oben genannten Prinzip der statistischen Unabhängigkeit darf der Ausfall irgendeines Blocks die Ausfallwahrscheinlichkeit irgendeines anderen Blocks im System nicht erhöhen. Insbesondere beeinflusst der Ausfall eines redundanten Blocks nicht die Energieversorgung oder die Signalquellen des Systems.

7.5 Andere Strukturen

7.5.1 m von n Strukturen

Häufig ergibt sich die Notwendigkeit, Systeme zu modellieren, bei denen gemäß Erfolgsdefinition mindestens m von n parallele Einheiten für den Systemerfolg erforderlich sind. Diese logischen Strukturen werden oft „Mehrheitsbeschluss“-Strukturen genannt. Das Zuverlässigkeitsblockdiagramm nimmt dann die Form in Bild 7 oder Bild 8 an.

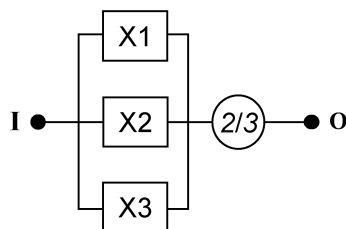


Bild 7 – 2 von 3 Redundanz

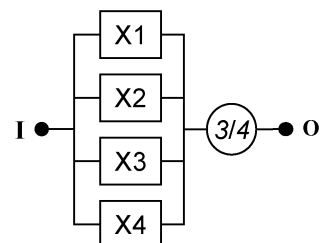


Bild 8 – 3 von 4 Redundanz

In Bild 7 wird somit der Ausfall einer Einheit toleriert, nicht aber der Ausfall von zwei oder mehr Einheiten.

Diese Strukturen modellieren die folgenden logischen Funktionen:

– 2/3-Redundanz: $s = x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3$ (7)

– 3/4-Redundanz: $s = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 + x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 + x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$ (8)

Diese logischen Funktionen können nicht durch eine einfache Kombination der einfachen Reihen- und Parallelstruktur dargestellt werden, ohne wiederholte Blöcke zu implementieren.

7.5.2 Strukturen mit gemeinsamen Blöcken

Die meisten Zuverlässigkeitsblockdiagramme sind leicht verständlich und die Bedingungen für den Systemerfolg sind offensichtlich. Jedoch können nicht alle Blockdiagramme zu Kombinationen von Reihen- oder

Parallelstrukturen vereinfacht werden, bei denen die Blöcke nur einmal auftreten. Ein Beispiel hierfür ist das Diagramm in Bild 9 mit einem für beide Pfade gemeinsamen Block A.

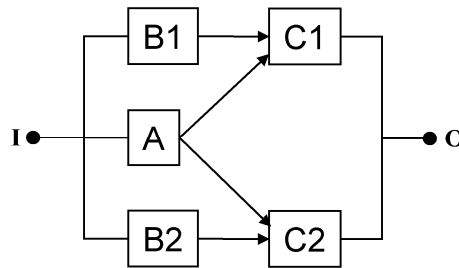


Bild 9 – Ein nicht einfach durch Reihen-/Parallel-Schaltung von Blöcken darstellbares Diagramm

Diese Struktur modelliert die folgende logische Funktion: $s = (b_1 \cdot c_1) + a \cdot (c_1 + c_2) + (b_2 \cdot c_2)$ (9)

Auch hier ist das Diagramm selbsterklärend. Der Systemerfolg tritt ein, wenn die Einheiten B1 und C1 oder die Einheiten A und C1 oder A und C2 oder schließlich B2 und C2 arbeiten. Bild 9 könnte die Treibstoffversorgung für die Triebwerke eines Leichtflugzeuges darstellen. Einheit B1 stellt die Versorgung des Backbordtriebwerks (C1) dar, Einheit B2 stellt die Versorgung des Steuerbordtriebwerks (C2) dar und Einheit A stellt eine gemeinsame Reserveversorgung beider Triebwerke dar. Die Definition für Systemerfolg/-ausfall lautet, dass beide Triebwerke ausfallen müssen, bevor das Flugzeug ausfällt.

Es sollte angemerkt werden, dass in allen obigen Diagrammen kein Block mehr als einmal in einem gegebenen Diagramm erscheint. Die Verfahren, die bei Diagrammen dieser Art für die Entwicklung des Ausdrucks für die Überlebenswahrscheinlichkeit benutzt werden, sind in 8.2 dargestellt. Bild 17 – Äquivalente ZBDs mit minimalem Erfolgspfad und Bild 18 stellen Reihen-Parallel-ZBDs dar, die äquivalent zu Bild 9 sind, aber mit wiederholten Blöcken implementiert sind.

7.5.3 Zusammengesetzte Blöcke

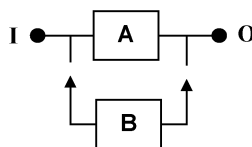


Bild 10 – Beispiel für nicht unabhängige Blöcke

Bild 10 modelliert eine kalte nicht funktionsbeteiligte Redundanz, bei der Block B startet, wenn Block A ausfällt. Dann sind die Blöcke A und B nicht unabhängig voneinander und diese Struktur verletzt die grundlegende Annahme der Unabhängigkeit zwischen Blöcken, die die Grundlage dieser Norm ist.

Da die Blöcke A und B nicht als voneinander unabhängig erachtet werden können, ist es notwendig, sie als ein Ganzes zu betrachten und dies kann mit Hilfe eines zusammengesetzten Blocks, wie dem in Bild 11 dargestellten Block C, erfolgen.

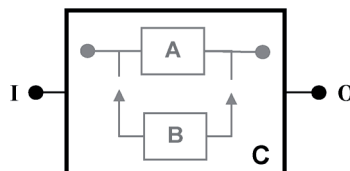


Bild 11 – Beispiel für einen zusammengesetzten Block

Der zusammengesetzte Block C hat zwei Zustände: Erfolg/Ausfall. Wenn er dann unabhängig von den anderen Blöcken des ZBD ist, kann er als gewöhnlicher Block behandelt werden. Natürlich muss seine

Ausfall-/Erfolgswahrscheinlichkeit, unter Berücksichtigung der Blöcke A und B und der Abhängigkeit zwischen ihnen, berechnet werden.

7.6 Große ZBDs und die Verwendung von Weichen

ZBDs industrieller Systeme können zu groß sein, um als Ganzes dargestellt zu werden. In diesem Fall können sie in mehrere kleinere Teile (Unter-ZBDs) aufgeteilt werden, die mit Hilfe von Transferelementen miteinander verbunden werden.

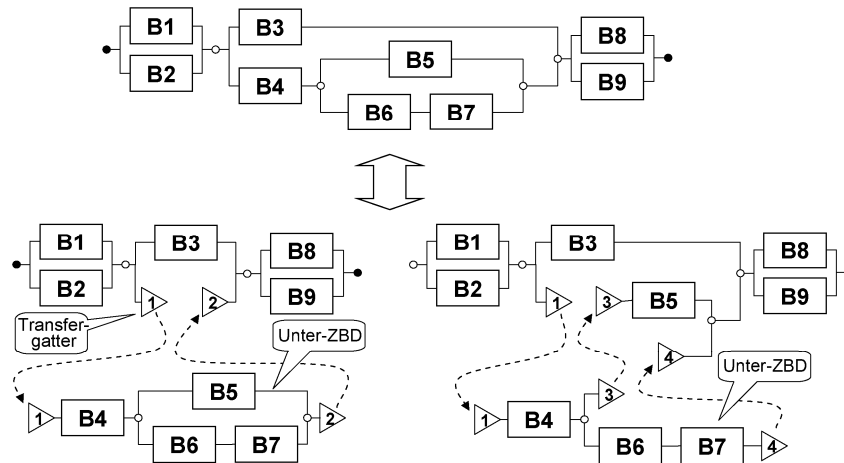


Bild 12 – Die Verwendung von Transferelementen und Unter-ZBDs

Bild 12 stellt zwei Beispiele für die Verwendung von Transferelementen dar: die zwei Unter-ZBDs unten im Bild sind äquivalent mit dem oben stehenden ZBD. Es wird darauf hingewiesen, dass die Unter-ZBDs nicht notwendigerweise nur einen Eingang und einen Ausgang aufweisen.

Die gesamte zugrundeliegende logische Funktion wird durch solch eine Aufspaltung nicht beeinflusst, aber dies ermöglicht die Zeichnung eines großen ZBD auf mehreren verschiedenen Seiten. Es ist eine Angelegenheit des Analysten eine Aufteilung zu wählen, während ein gutes Verständnis des gesamten ZBD und seiner Unter-ZBDs bewahrt wird.

8 Minimale Verknüpfungs- und Trennbündel. Qualitative Analyse

8.1 Elektrische Analogie

Das ZBD kann zum einen für qualitative Analysezwecke verwendet werden; durch Identifizierung:

- der Kombinationen der Blöcke im Klarzustand, die dazu führen, dass sich das System im Klarzustand befindet („Erfolgs“-Pfad oder „Verknüpfungs“-Bündel);
- der Kombinationen der Blöcke im Unklarzustand, die dazu führen, dass sich das System im Unklarzustand befindet („Ausfall“-Pfad oder „Trenn“-Bündel).

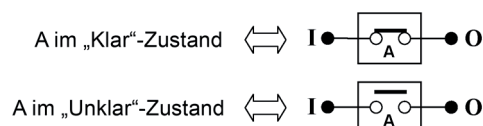


Bild 13 – Analogie zwischen einem Block und einem elektrischen Schalter

Dafür ist die Analogie mit dem in Bild 13 dargestellten elektrischen Stromkreis sehr nützlich. Sie besteht darin, dass jeder Block äquivalent zu einem elektrischen Schalter ist, der geschlossen ist, wenn sich der Block im Klarzustand befindet und geöffnet ist, wenn er sich im Unklarzustand befindet. Dies erfolgte, um

Bild 9 durch das äquivalente Bild 14 darzustellen, in dem jeder Block als elektrischer Schalter modelliert wurde.

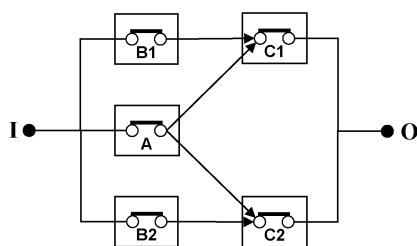


Bild 14 – Analogie zu einem elektrischen Stromkreis

Wenn dieser elektrische Stromkreis geschlossen („verknüpft“) ist, dann fließt ein elektrisches Signal, das vom Eingang gesendet wurde, durch das ZBD und erreicht den Ausgang. Daher modelliert jede Kombination („Bündel“) geschlossener Schalter, die es einem Signal ermöglicht vom ZBD-Eingang zum ZBD-Ausgang zu fließen, einen Klarzustand des Systems. Dies wird „Erfolgs“-Pfad im Hinblick auf den Zustand des Systems oder „Verknüpfungs“-Bündel im Hinblick auf den Schluss des elektrischen Stromkreises genannt.

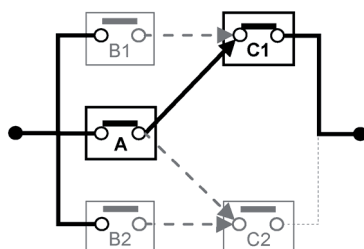


Bild 15 – Beispiel eines minimalen Erfolgspfades (Verknüpfungsbündel)

Bild 15 stellt einen der Erfolgspfade ($a \cdot c_1$) des in Bild 14 dargestellten ZBD dar. Dieser Erfolgspfad ist minimal, da wenn A oder C1 ausfallen das gesamte System auch ausfällt, d. h., die Erfolge von A und C1 sind notwendig und ausreichend, damit das System im Erfolgszustand bleibt.

In Anhang B.3.1 sind andere Beispiele minimaler und nicht-minimaler Verknüpfungsbündel angegeben.

Die Eigenschaften der Booleschen Algebra bieten eine allgemeine Darstellung des Klarzustandes s des Systems als Vereinigung der minimalen Verknüpfungsbündel (Π_i) des ZBD. Dies führt zur folgenden Gleichung:

$$s = \bigcup_i \Pi_i \quad (10)$$

Wenn dieser elektrische Stromkreis unterbrochen („getrennt“) ist, dann kann ein elektrisches Signal, das vom Eingang gesendet wurde, nicht durch das ZBD fließen und erreicht den Ausgang nicht. Daher modelliert jede Kombination („Bündel“) geöffneter Schalter, die ein Signal davon abhält vom ZBD-Eingang zum ZBD-Ausgang zu fließen, einen Unklarzustand des Systems. Dies wird „Ausfall“-Pfad im Hinblick auf den Zustand des Systems oder „Trenn“-Bündel im Hinblick auf den Schluss des elektrischen Stromkreises genannt.

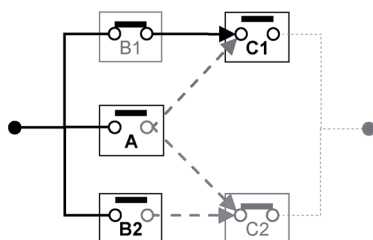


Bild 16 – Beispiel eines minimalen Ausfallpfades (Trennbündel)

Bild 16 stellt einen der Ausfallpfade $(\bar{a} \bullet \bar{b}_2 \bullet \bar{c}_1)$ des in Bild 14 dargestellten ZBD dar. Dieser Ausfallpfad ist minimal, da wenn A, B2 oder C1 repariert sind (Schließen der Schalter) das gesamte System auch repariert ist, d. h., die Ausfälle von A, B2 und C1 sind notwendig und ausreichend, damit das System im Ausfallzustand bleibt.

In Anhang B.3.1 sind andere Beispiele minimaler und nicht-minimaler Trennbündel angegeben.

Die Eigenschaften der Booleschen Algebra bieten eine allgemeine Darstellung des Unklarzustandes $\bar{s}$ als Vereinigung der minimalen Trennbündel (C_j) des ZBD:

$$\bar{s} = \bigcup_j C_j \quad (11)$$

Daher erhalten wir aus den Gleichungen (10) und (11) die Identität: $s = \bigcup_i \Pi_i \equiv \overline{\bigcup_j C_j}$ (12)

Die minimalen Trennbündel und minimalen Verknüpfungsbündel können durch Erweiterung der logischen Gleichungen bestimmt werden, die dem ZBD entsprechen. Außer in einfachen Fällen ist dies nicht einfach händisch durchzuführen, es sind aber leistungsfähige Algorithmen verfügbar, die in ZBD-Softwarepaketen implementiert sind.

8.2 Reihen-Parallel-Darstellung mit minimalem Erfolgspfad und Trennbündeln

Die Identität (12) bietet zwei äquivalente Wege ein ZBD anhand seiner minimalen Verknüpfungsbündel oder seiner minimalen Trennbündel darzustellen.

Auf das in Bild 9 dargestellte ZBD angewandt, führt dies zu zwei äquivalenten logischen Gleichungen (siehe detaillierte Erklärungen in B.3.2):

$$s = \bigcup_i \Pi_i = b_1 \bullet c_1 + a \bullet c_1 + a \bullet c_2 + b_2 \bullet c_2 \quad (13)$$

$$s = \overline{\bigcup_j C_j} = (b_1 + a + b_2) \bullet (c_1 + c_2) \bullet (b_1 + a + c_2) \bullet (b_2 + a + c_1) \quad (14)$$

Dann kann dieses ZBD durch die in Bild 17 (aus Verknüpfungsbündeln erstellt) und Bild 18 (aus Trennbündeln erstellt) abgebildeten äquivalenten Darstellungen ersetzt werden, in denen wir bemerken, dass einige Blöcke mehrfach wiederholt werden.

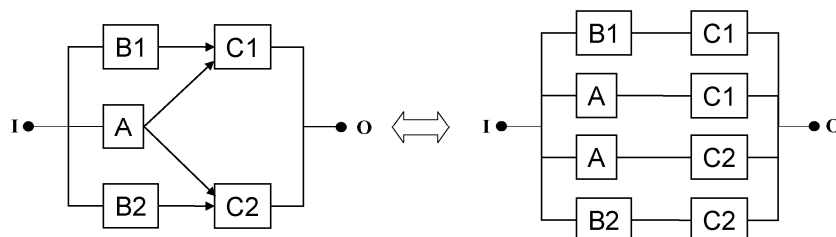


Bild 17 – Äquivalente ZBDs mit minimalem Erfolgspfad

Dieses Bild ist aus vier Verknüpfungsbündeln der Ordnung 2 erstellt (siehe 3.16, Anmerkung 2 zum Begriff):

$(b_1 \bullet c_1)$, $(a \bullet c_1)$, $(a \bullet c_2)$ und $(b_2 \bullet c_2)$.

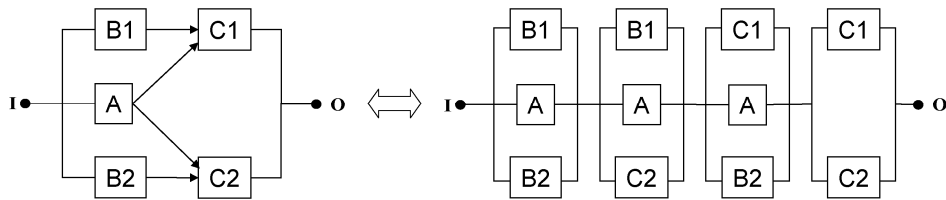


Bild 18 – Äquivalente ZBDs mit minimalen Trennbündeln

Dieses Bild ist aus einem Trennbündel der Ordnung 2 und aus drei Trennbündeln der Ordnung 3 erstellt:

$$(\bar{a} \bullet \bar{b}_1 \bullet \bar{b}_2), (\bar{a} \bullet \bar{b}_1 \bullet \bar{c}_2) \text{ und } (\bar{a} \bullet \bar{b}_2 \bullet \bar{c}_1).$$

8.3 Qualitative Analyse anhand minimaler Trennbündel

Vom Standpunkt der qualitativen Analyse, ist es sinnvoller die minimalen Trennbündel anstelle der minimalen Verknüpfungsbündel zu betrachten, selbst wenn sie dieselben Informationen darstellen. Dies kann unter Anwendung des obenstehenden Beispiels gezeigt werden: das Trennbündel der Ordnung 2 $(\bar{c}_1 \bullet \bar{c}_2)$ ist wahrscheinlicher als die Trennbündel der Ordnung 3 $(\bar{a} \bullet \bar{b}_1 \bullet \bar{b}_2)$, $(\bar{a} \bullet \bar{b}_1 \bullet \bar{c}_2)$ oder $(\bar{a} \bullet \bar{b}_2 \bullet \bar{c}_1)$. Daher ist vom qualitativen Standpunkt das minimale Trennbündel $(\bar{c}_1 \bullet \bar{c}_2)$ der Schwachpunkt und sollte zuerst verbessert werden.

Daher darf die qualitative Analyse mit den folgenden Schritten durchgeführt werden:

- Identifizieren der minimalen Trennbündel der logischen Gleichung des Systemausfalls;
- Sortieren der minimalen Trennbündel in aufsteigender Ordnung;
- Fokussieren auf das kürzeste minimale Trennbündel, um das System zu verbessern.

Wenn die Ausfallwahrscheinlichkeiten für die Blöcke verfügbar sind, dann können die minimalen Trennbündel in Schritt b), durch die Berechnung der Auftretenswahrscheinlichkeit eines jeden, genauer sortiert werden.

9 Quantitative Analyse: Blöcke mit konstanter Ausfall-/Erfolgswahrscheinlichkeit

9.1 Reihenstrukturen

Bild 19 stellt die Verbindung zwischen der Booleschen Gleichung einer grundlegenden Reihenstruktur und den Wahrscheinlichkeitsberechnungen dar.

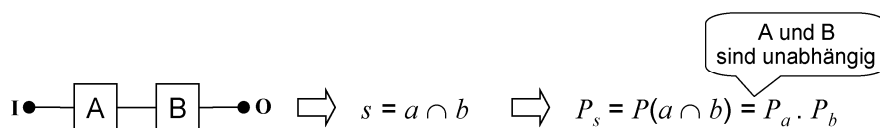


Bild 19 – Verbindung zwischen einer grundlegenden Reihenstruktur und den Wahrscheinlichkeitsberechnungen

Diese Wahrscheinlichkeitsgleichung wurde grundsätzlich für unabhängige Blöcke mit konstanten Wahrscheinlichkeiten erstellt. Sie stellt die Erfolgswahrscheinlichkeit des Systems P_S als Funktion der individuellen Erfolgswahrscheinlichkeiten des Blocks A, P_A und des Blocks B, P_B dar. Daher können die ZBD-Modelle primär für Systeme verwendet werden, die unabhängige Blöcke mit konstanter Wahrscheinlichkeit, im Klarzustand zu sein, enthalten.

Bei diesem Schritt würde es irrelevant sein, über Überlebenswahrscheinlichkeit, Verfügbarkeit oder Ausfalldichte des Systems zu sprechen, da diese Wahrscheinlichkeitsmaße nur für Systeme festgelegt sind, die sich mit der Zeit verändern.

Die in Bild 19 dargelegte Gleichung kann leicht für die Anwendung in Systemen, die beispielsweise in Bild 1 dargestellt wurden, erweitert werden (siehe B.4.1). Wenn die Blöcke A, B, ..., Z unabhängig sind, dann ist die Erfolgswahrscheinlichkeit des Systems durch folgende einfache Gleichung gegeben:

$$P_S = P_a \cdot P_b \cdot P_c \dots P_z \quad (15)$$

D. h. durch Multiplikation der Erfolgswahrscheinlichkeiten aller Blöcke, die das System bilden.

Im Allgemeinen haben wir bei n Blöcken B_i in Reihe: $P_S = \prod_{i=1}^n P_{b_i}$ (16)

9.2 Parallelstrukturen

Bild 20 stellt die Verbindung zwischen der Booleschen Gleichung einer grundlegenden Parallelstruktur und den Wahrscheinlichkeitsberechnungen dar.

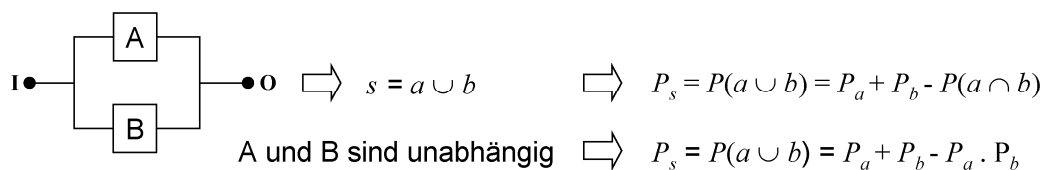


Bild 20 – Verbindung zwischen einer Parallelstruktur und den Wahrscheinlichkeitsberechnungen

Ebenso wie bei der grundlegenden Reihenstruktur wurde die Gleichung der grundlegenden Parallelstruktur für konstante Wahrscheinlichkeiten und unabhängige Blöcke erstellt, um P_S als Funktion von P_a und P_b auszudrücken.

Nach dem Stand der Dinge, ist die in Bild 20 dargestellte Gleichung nicht leicht für mehr als zwei Komponenten erweiterbar (Siehe die Sylvester-Poincaré-Formel in 11.7 und B.4.2). Glücklicherweise kann beobachtet werden, dass $P_s^c = (1 - P_s) = 1 - (P_a + P_b - P_a \cdot P_b) = (1 - P_a) \cdot (1 - P_b)$ ist. Dies drückt einfach aus, dass das System ausfällt, wenn sowohl A als auch B ausgefallen sind.

Somit ist die Erfolgswahrscheinlichkeit des Systems (P_S) gegeben durch:

$$P_S = P_a + P_b - P_a \cdot P_b = 1 - (1 - P_a)(1 - P_b) \quad (17)$$

Gleichung (17) kann leicht für n parallele Blöcke B_i erweitert werden (siehe B.4.2) und wir haben:

– Ausfallwahrscheinlichkeit: $P_s^c = \prod_{i=1}^n (1 - P_{b_i})$ (18)

– Erfolgswahrscheinlichkeit: $P_S = (1 - P_s^c) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_{b_i})$ (19)

9.3 Gemischte Reihen- und Parallelstrukturen

Die Gleichungen (15) und (17) können kombiniert werden und dies kann in einfachen Fällen händisch erfolgen, wobei jedoch die oben angegebenen Berechnungen im Allgemeinen von Hand nicht leicht durchführbar sind. Glücklicherweise sind leistungsfähige Algorithmen verfügbar und in ZBD-Softwarepaketen implementiert. Sie beruhen auf den in B.5, B.6 oder B.7 beschriebenen Techniken.

9.4 m/n -Architekturen (identische Einheiten)

Die m/n -Architekturen werden in B.4.4 analysiert. Wenn die Blöcke identisch sind (d. h. mit derselben Erfolgswahrscheinlichkeit p), dann ist die Erfolgswahrscheinlichkeit des Systems P_S gegeben durch:

$$P_S = \sum_{r=0}^{n-m} \binom{n}{r} \cdot p^{n-r} \cdot (1-p)^r \quad (20)$$

Und die Ausfallwahrscheinlichkeit ist gegeben durch:

$$P_{\bar{S}} = \sum_{r=0}^{m-1} \binom{n}{r} \cdot (1-p)^{n-r} \cdot p^r \quad (21)$$

Wenn $n - m + 1 = m$ (z. B. 1/1, 2/3, 3/5, usw.), dann ist das System betriebsfähig, wenn m Blöcke „betriebsfähig“ sind, und das System ist nicht betriebsfähig, wenn m Blöcke „nicht betriebsfähig“ sind. Diese Strukturen sind bezüglich des Erfolgs und Ausfalls symmetrisch und einige von ihnen, z. B. 2/3, sind in Sicherheitssystemen weit verbreitet.

Wenn die n Einheiten nicht identisch sind, wird die Anwendung eines allgemeineren Verfahrens empfohlen (siehe 11.8.2).

10 Quantitative Analyse: Blöcke mit zeitabhängigen Wahrscheinlichkeiten

10.1 Einleitung

Die für konstante Wahrscheinlichkeiten entwickelten Berechnungen können leicht für die zeitabhängige Wahrscheinlichkeit des Systems $P_S(t)$ erweitert werden, vorausgesetzt, dass sich die Wahrscheinlichkeiten $P_{x_i}(t)$ der Blöcke unabhängig voneinander verhalten. Das bedeutet, dass der Ausfall (oder die Reparatur) irgendeines Blocks nicht die Ausfallwahrscheinlichkeit (oder Reparaturwahrscheinlichkeit) irgendeines anderen Blocks innerhalb des modellierten Systems beeinflussen darf. Dies impliziert praktisch, dass es ausreichend verfügbare Reparaturressourcen geben sollte, um jene Blöcke instand zu halten, die eine Reparatur benötigen; und dass wenn zwei oder mehr Personen einen bestimmten Block zur selben Zeit reparieren, niemand den anderen behindert. Somit werden Ausfälle und Reparaturen individueller Blöcke als statistisch unabhängige Ereignisse betrachtet. Zeitabhängige Berechnungen werden ausführlich in Anhang C beschrieben.

Da die Wahrscheinlichkeit, dass sich eine Einheit zu einem bestimmten Zeitpunkt im Klarzustand befindet, ihre Verfügbarkeit ist, haben wir $A_S(t) = P_S(t)$ und $A_{X_i}(t) = P_{X_i}(t)$. Dieses Ergebnis gilt für komplizierte Strukturen sowie für große ZBDs (siehe Abschnitt 11 und Anhang B): vorausgesetzt, dass sich die Blöcke jederzeit unabhängig voneinander verhalten, sind die für den Fall konstanter Wahrscheinlichkeit entwickelten Gleichungen für die Verfügbarkeits-/Nichtverfügbarkeitsberechnungen immer noch gültig.

Dann können die Formeln, die für den Fall konstanter Wahrscheinlichkeit entwickelt wurden, einfach für die Verfügbarkeitsberechnungen erweitert werden.

– Reihenstrukturen:
$$A_S(t) = \prod_{i=1}^n A_i(t) \text{ und } U_S(t) = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - U_i(t)] \quad (22)$$

– Parallelstrukturen:
$$A_S(t) = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - A_i(t)] \text{ und } U_S(t) = \prod_{i=1}^n U_i(t) \quad (23)$$

$$\text{– } m/n\text{-Struktur: } A_S(t) = \sum_{r=0}^{n-m} \binom{n}{r} \cdot A(t)^{n-r} \cdot [1 - A(t)]^r \text{ und } U_S(t) = \sum_{r=0}^{m-1} \binom{n}{r} \cdot U(t)^{n-r} \cdot [1 - U(t)]^r \quad (24)$$

Der Name „Zuverlässigkeits“-Blockdiagramm ist irreführend, da im Gegensatz zu den Verfügbarkeits-/Nichtverfügbarkeitsberechnungen die Überlebenswahrscheinlichkeits-/Nicht-Überlebenswahrscheinlichkeitsberechnungen ziemlich schwierig zu handhaben sind.

Dies liegt an der Definition der Überlebenswahrscheinlichkeit selbst: $R_S(t) = P(S \text{ im „Klar“-Zustand im Intervall } [0, t])$, die impliziert, dass das System im Zeitintervall $[0, t]$ nicht ausfällt. Das bedeutet, dass keine Systemreparatur im Intervall $[0, t]$ auftreten kann. Dann wird das System im Intervall $[0, t]$ nicht repariert, aber seine Blöcke bleiben reparierbar, vorausgesetzt, dass das System während dieser Reparaturen im Klarzustand bleibt. Daher sind die Blöcke bei Berechnungen der Überlebenswahrscheinlichkeit nur reparierbar, wenn das System nicht ausfällt, wenn die Blöcke ausfallen. Dies tritt im Redundanzfall auf und führt eine systemische Abhängigkeit zwischen allen Blöcken ein, die nicht länger unabhängig sind. Daher sind die oben unter der Unabhängigkeitshypothese eingeführten Gleichungen nicht länger gültig. Dies wird danach in 10.3.1.4 diskutiert.

10.2 Nicht-reparierte Blöcke

10.2.1 Einleitung

Wenn ein Block X nicht repariert ist, dann ist seine Wahrscheinlichkeit zum Zeitpunkt t verfügbar zu sein gleich seiner Wahrscheinlichkeit keinen Ausfall im Intervall $[0, t]$ gehabt zu haben. Daher ist seine Überlebenswahrscheinlichkeit $R_X(t)$ gleich seiner Verfügbarkeit $A_X(t)$.

Wenn alle in einem System enthaltenen Blöcke nicht repariert sind, dann ist das System, dass aus diesen Blöcken erstellt wurde ebenfalls nicht repariert. Dann sind Verfügbarkeit und Überlebenswahrscheinlichkeit identisch und wir haben: $R_S(t) = A_S(t)$.

10.2.2 Einfache nicht-reparierte Blöcke

Die Überlebenswahrscheinlichkeit irgendeiner Einheit X ist mit ihrer Ausfallrate λ_X durch die folgende Beziehung verbunden:

$$A_X(t) = R_X(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda_X(u) du\right) \quad (25)$$

Dabei bezeichnet $\lambda_X(u)$ die Ausfallrate von Block X bei $t = u$, wobei u eine Pseudovariablen ist.

Wenn λ_X konstant ist, dann wird diese Gleichung zur klassischen Gleichung vereinfacht:

$$A_X(t) = R_X(t) = \exp(-\lambda_X \cdot t) \quad (26)$$

Daher ist

$$U_X(t) = F_X(t) = 1 - \exp(-\lambda_X \cdot t) \quad (27)$$

10.2.3 Nicht-reparierte zusammengesetzte Blöcke

Vorausgesetzt, dass seine Verfügbarkeit $A_C(t)$ festgesetzt ist, kann ein nicht-reparierter zusammengesetzter Block C als ein Ganzes und als ein einfacher nicht-reparierter Block behandelt werden. Es ist zu beachten, dass wir in diesem Fall $A_C(t) = R_C(t)$ haben.

Dies kann durch den in Bild 11 dargestellten zusammengesetzten Block verdeutlicht werden. Er entspricht einem kalten System in Bereitschaft mit den folgenden Parametern:

- λ_A ist die Ausfallrate von Block A und $f_A(\tau)$ ist seine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion;
- λ_{Bd} ist die Ausfallrate von Block B in einem passiven (schlafenden) Zustand, entweder kalt oder unter niedriger Leistung;
- λ_B ist die Ausfallrate von Block B in einem aktiven Zustand, nachdem er aufgrund des Ausfalls von A gestartet wurde;
- λ_{SW} ist die Ausfallrate des Schalters S und $R_{SW}(\tau)$ ist seine Überlebenswahrscheinlichkeit zum Zeitpunkt τ .

Dieses System wird und C.3.2 analysiert und liefert die folgenden Ergebnisse:

- Wenn angenommen wird, dass die schlafende Ausfallrate von Einheit B gleich Null ist, dann ist die Verfügbarkeit eines redundanten Systems:

$$A_C(t) \equiv R_C(t) = e^{-\lambda_A \cdot t} + \frac{\lambda_A}{\lambda_A - \lambda_B} \cdot [e^{-\lambda_B \cdot t} - e^{-\lambda_A \cdot t}] \quad (28)$$

- Wenn beide Ausfallraten gleich ($\lambda_A = \lambda$ und $\lambda_B = \lambda$) sind, dann kann zusätzlich zum oben stehenden gezeigt werden, dass die Gleichung der Systemüberlebenswahrscheinlichkeit gegeben ist durch:

$$A_C(t) \equiv R_C(t) = e^{-\lambda \cdot t} \cdot (1 + \lambda \cdot t) \quad (29)$$

- Wenn unter solchen idealen Bedingungen n Einheiten (anstelle von einer) in Bereitschaft sind, dann wird aus letzterer Gleichung:

$$A_C(t) \equiv R_C(t) = e^{-\lambda \cdot t} \left(1 + \lambda \cdot t + \frac{(\lambda \cdot t)^2}{2!} + \frac{(\lambda \cdot t)^3}{3!} + \dots + \frac{(\lambda \cdot t)^n}{n!} \right) \quad (30)$$

Die Gleichungen (28), (29) oder (30) können für den zusammengesetzten Block C genau auf dieselbe Weise verwendet werden, wie Gleichung (26) für gewöhnliche Blöcke verwendet wird. Dennoch ist der Einsatz dieser Gleichungen schwierig und andere Verfahren, wie zum Beispiel die Markov-Analyse, sollten verwendet werden, um Systeme in Bereitschaft zu analysieren (siehe 10.3.1.2).

10.2.4 Schlüsselbemerkungen zu nicht-reparierten Blöcken

Wenn die Verfügbarkeiten/Überlebenswahrscheinlichkeiten des Blocks unabhängig voneinander sind, dann kann die Verfügbarkeit/Überlebenswahrscheinlichkeit des Systems durch ihre Kombination gemäß der Logik des ZBD und durch Anwendung der in 10.1 dargestellten Gleichung berechnet werden.

Zusätzlich zur Verfügbarkeit/Überlebenswahrscheinlichkeit des Systems darf auch die mittlere Ausfallhäufigkeit berechnet werden. Dennoch ist dies nicht wirklich sinnvoll, da beim Umgang mit nicht-reparierten Blöcken das System nur einmal ausfallen kann. Daher sinkt die Ausfallhäufigkeit mit der Zeit. Am Ende tendiert diese Häufigkeit gegen Null.

10.3 Reparierte Blöcke

10.3.1 Verfügbarkeitsberechnungen

10.3.1.1 Einfacher Block

Wenn ein Block i repariert wird, hängt seine Verfügbarkeit sowohl von seiner Ausfallrate als auch von den Reparaturressourcen ab. Diese Ressourcen werden im Allgemeinen auf Systemebene zugewiesen, was zu einer systemischen Abhängigkeit zwischen den Blöcken führt, wenn die Ressourcen begrenzt sind. Daher sind die Blöcke nur dann unabhängig, wenn die Reparaturressourcen unbeschränkt sind. Auf diese Weise kann die Reparatur eines Blocks jederzeit erfolgen, selbst wenn einer oder mehrere andere Blöcke bereits repariert werden. Diese Hypothese impliziert insbesondere, dass die Anzahl der Reparaturteams der Anzahl der Blöcke entspricht.

Die Blockverfügbarkeiten $[A_i(t)]$ dürfen jede Gleichung haben (einfach oder komplex). Im einfachsten Fall werden die reparierten Blöcke durch eine konstante Ausfallrate λ_i und eine konstante Reparaturrate μ_i charakterisiert, was zur klassischen Gleichung führt:

$$A_i(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \exp[-(\lambda + \mu)t] \quad (31)$$

Diese analytische Gleichung kann durch den in Bild 21 dargestellten äquivalenten Markov-Graph ersetzt werden, bei dem $A_i(t) = P(\text{OK}, t)$ ist

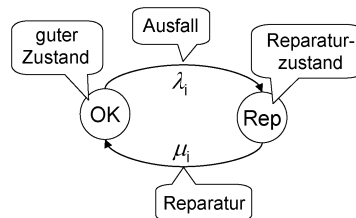


Bild 21 – Verfügbarkeits-Markov-Graph für einen einfachen reparierten Block

10.3.1.2 Reparierte zusammengesetzte Blöcke

Vorausgesetzt, dass seine Verfügbarkeit $A_C(t)$ festgesetzt ist, kann ein reparierter zusammengesetzter Block C als ein Ganzes und als ein einfacher reparierter Block behandelt werden. Es ist zu beachten, dass wir in diesem Fall $A_C(t) \neq R_C(t)$ haben.

Dies kann durch den in Bild 11 dargestellten zusammengesetzten Block verdeutlicht werden. Er wurde bereits in 10.2.3 für den nicht-Reparatur-Fall analysiert. Wenn die Komponenten A und B reparierbar werden, dann kann nun die Gleichung der Verfügbarkeit $A_C(t)$ des zusammengesetzten Blocks C durch Anwendung des in Bild 22 dargestellten Markov-Graphs festgesetzt werden.

In diesem Graph wird C repariert, nachdem es einen Ausfall hatte (siehe die Transitionen vom Ausfallzustand zu den Erfolgszuständen). Dann ist dies ein „Verfügbarkeits“-Markov-Graph, der zur Festsetzung der Verfügbarkeit $A_C(t)$ des zusammengesetzten Blocks C oder sogar als ZBD-Eingang verwendet werden kann (siehe Anhang C.3).

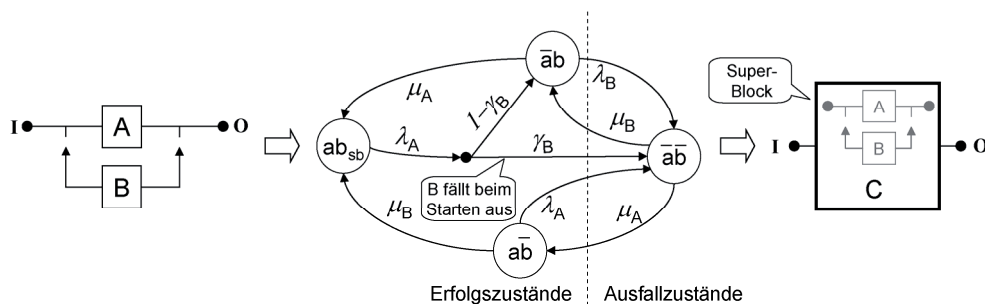


Bild 22 – Nicht funktionsbeteiligte Redundanz

In diesem Markov-Graphen werden der Ausfall des Schalt- und Sensormechanismus anhand der Wahrscheinlichkeit γ_B modelliert, die besagt, dass Block B beim Starten ausfällt, wenn A ausfällt.

Dieser Markov-Graph fördert die bestehenden Abhängigkeiten zwischen den Blöcken A und B zu Tage:

- B startet nur nachdem A ausgefallen ist;
- B darf ausfallen, wenn dies durch einen Ausfall von A gefordert ist;
- B geht in eine Bereitschaftsposition zurück, sobald sich A und B im Klarzustand befinden.

Diese Abhängigkeiten zwischen A und B können nicht durch Kombination der individuellen Verfügbarkeiten von A und B berücksichtigt werden, und daher ist C als Ganzes zu betrachten. Wenn die Blöcke A und B separat betrachtet würden, dann würden wir eine typische sequentielle Struktur haben, die außerhalb des Anwendungsbereichs des ZBD liegen würde. Das Sammeln von A und B in einem zusammengesetzten Block C ermöglicht es, diesen zusammengesetzten Block als individuellen Block innerhalb des ZBD-Frameworks zu verwalten.

Das oben angegebene Prinzip ist allgemein und kann implementiert werden, wenn einige Blöcke nicht unabhängig sind. Wenn die Anzahl der abhängigen Blöcke steigt, dann sollten andere Techniken, wie dynamische ZBDs (siehe 12.2), Markov-Prozesse [2] oder Petri-Netze [3] verwendet werden.

10.3.1.3 Regelmäßig geprüfte Blöcke

Sicherheitssysteme sind typischerweise Systeme mit nur zwei Zuständen. Ihr Hauptmerkmal ist es, dass sie, obwohl sie die meiste Zeit in Bereitschaftsposition sind, mit hoher Verfügbarkeit zu reagieren haben, wenn Sicherheitsbedarf besteht.

Die Komponenten solcher Sicherheitssysteme werden dann regelmäßig geprüft, um Ausfälle zu erkennen, die möglicherweise aufgetreten wären, wenn sich das System in Bereitschaftsposition befindet. Daher ist die Verfügbarkeit einer regelmäßig geprüften Komponente direkt nach einer Prüfung, bei der mögliche Ausfälle erkannt und repariert wurden, maximal, und verringert sich danach bis die nächste Prüfung durchgeführt wird. Die typische Sägezahnkurve der Verfügbarkeit $A_B(t)$ eines solchen Blocks ist in Bild 23 dargestellt. Sie kann durch einen mehrphasigen Markov-Prozess modelliert werden (siehe Bild 70). Ein ganzes ZBD, das regelmäßig geprüfte Blöcke implementiert, wird auch in Bild 71 in C.4 dargestellt.

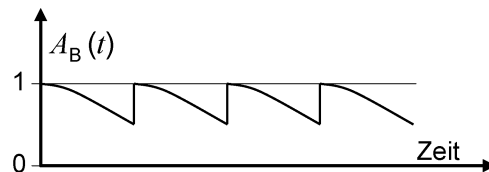


Bild 23 – Typische Verfügbarkeit eines regelmäßig geprüften Blocks

Die Form der Blockverfügbarkeiten ändert nicht das Berechnungsprinzip und sie können wie oben beschrieben kombiniert werden, um die Gesamtsystemverfügbarkeit $A_S(t)$ oder -nichtverfügbarkeit $U_S(t)$ zu berechnen. Wie am Ende von 10.3.2 erklärt wird, ist dies sehr sinnvoll, um die Berechnungen der mittleren Nichtverfügbarkeit, die durch funktionale Sicherheitsnormen (z. B. IEC 61508 oder IEC 61511) gefordert sind, zu implementieren.

10.3.1.4 Komplexe reparierte Blöcke (ZBD-angetriebene Markovprozesse)

Vorausgesetzt, dass die Unabhängigkeitsanforderungen erfüllt sind, kann die in Bild 21 und Bild 22 entwickelte Idee, kleine Markov-Graphen für die Modellierung der Blockverfügbarkeiten zu verwenden, leicht auf alle Blöcke eines ZBD erweitert werden.

Dies ermöglicht die Konstruktion großer Markov-Modelle, die aus kleinen individuellen Unter-Markov-Modellen erstellt wurden, die durch die Logik eines ZBD verknüpft sind:

- die Markov-Graphen liefern die Blockverfügbarkeiten;
- das ZBD stellt die Logik zur Verfügung, die verwendet wird, um die Blockverfügbarkeiten zu kombinieren.

Solche Modelle werden „ZBD-angetriebene Markov-Prozesse“ genannt.

Siehe Anhang C.4 für mehr Einzelheiten.

10.3.2 Berechnungen der mittleren Verfügbarkeit

Ein anderer nützlicher Parameter, der sich aus einem ZBD berechnen lässt, ist die mittlere Verfügbarkeit $A_S^{\text{avg}}(0, T)$ des Systems in einem gegebenen Zeitraum $[0, T]$. Dies kann durch Integration der momentanen Systemverfügbarkeit $A_S(t)$ erfolgen:

$$A_S^{\text{avg}}(0, T) = \frac{1}{T} \int_0^T A_S(t) dt \quad (32)$$

Im Allgemeinen sind solche Berechnung nicht wirklich händisch durchführbar; aber heutzutage sind ZBD-Softwarepakete verfügbar, die die benötigten numerischen Berechnungen durchführen.

Dennoch erreichen die Blöcke B_i unter bestimmten Bedingungen stabile Zustände, in denen die Wahrscheinlichkeit den Klarzustand durch einen Ausfall zu verlassen gleich der Wahrscheinlichkeit ist, diesen Zustand durch eine Reparatur zu erreichen. Wenn ein stabiler Zustand existiert, dann erreichen die Verfügbarkeiten $A_{B_i}(t)$ einen asymptotischen Wert $A_{B_i}^{\text{as}}$.

Dies tritt auf, wenn:

- die Ausfälle schnell erkannt und repariert werden;
- die Ausfall- und Reparaturraten (λ_i, μ_i) konstant sind.

Zum Beispiel ist die Verfügbarkeit des stabilen Zustands des Blocks, für den in Bild 21 beschriebenen Fall, gleich $A_{B_i}^{\text{as}} = \mu_i / (\lambda_i + \mu_i)$.

Wenn alle Blöcke solche stabilen Zustände erreichen, dann erreicht das System ebenfalls einen stabilen Zustand (siehe Bild 24 und Bild 69) bei dem $A_S(t) \rightarrow A_S^{\text{as}}$ ist. Dann gibt außerhalb des transienten Zeitraums die Gleichung (32) die Langzeitverfügbarkeit des Systems an: $A_S^{\text{avg}} = A_S^{\text{as}}$.

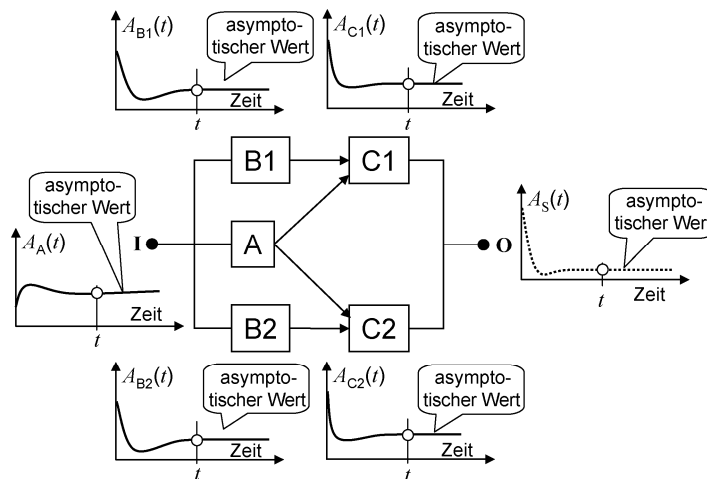


Bild 24 – Beispiel eines ZBD, das einen stabilen Zustand erreicht

Wenn ein ZBD einen stabilen Zustand erreicht, kann daher die in Abschnitt 9 festgesetzte Gleichung verwendet werden, um Vorhersagen zur Systemverfügbarkeit im stabilen Zustand zu treffen. Dies wird durch einfaches Ersetzen der konstanten Wahrscheinlichkeiten P_{B_i} durch die konstanten Werte $A_{B_i}^{\text{as}}$ erreicht.

Da die Verfügbarkeiten der Blöcke im stabilen Zustand konstante Werte sind, können sie innerhalb der in Abschnitt 9 festgesetzten Gleichung verwendet werden, um Vorhersagen zur Systemverfügbarkeit im stabilen

Zustand zu treffen. Dies wird durch einfaches Ersetzen der Ausdrücke für die zeitabhängigen Verfügbarkeiten $[A_i(t)]$ durch die entsprechenden Ausdrücke für die Verfügbarkeiten im stabilen Zustand $[A_i]$ erreicht.

Warnung: Diese Berechnungen sind nur mit asymptotischen Blockverfügbarkeiten gültig. Mit gewöhnlichen mittleren Verfügbarkeiten sind sie grundsätzlich ungültig.

Wenn das ZBD dann keinen stabilen Zustand erreicht, ist die mittlere Verfügbarkeit durch Anwendung der allgemeinen Gleichung (32) zu berechnen.

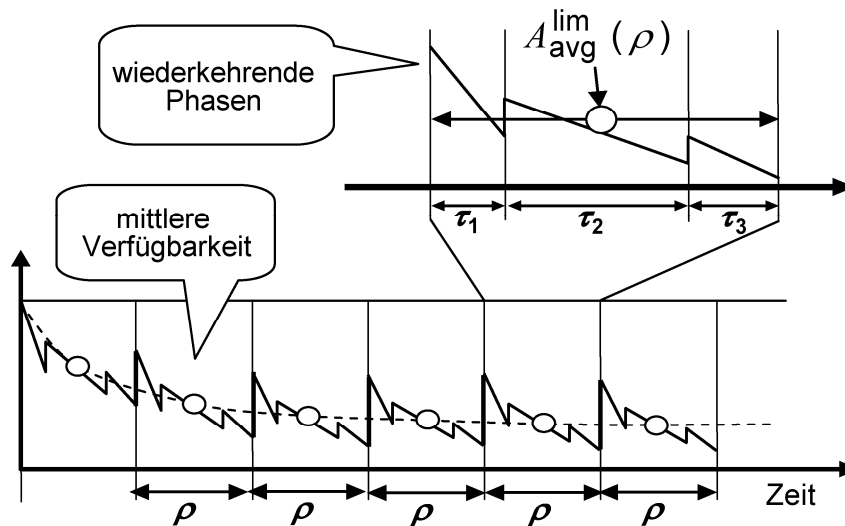


Bild 25 – Beispiel eines ZBD mit wiederkehrenden Phasen

Ein Spezialfall tritt auf, wenn das ZBD während periodisch wiederkehrender Phasen verwendet wird, zum Beispiel:

- Abfolge der Jahreszeiten: Winter, Frühling, Sommer und Winter;
- Prüfintervalle für regelmäßig geprüfte Ausfälle.

Bild 25 stellt ein System mit drei wiederkehrenden Phasen dar, bei denen dasselbe Muster der drei Phasen mit einem Zeitintervall $\rho = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$ wiederholt wird. Die Verfügbarkeit eines solchen Systems hat keinen asymptotischen Wert, aber die mittlere Verfügbarkeit $A_{\text{avg}}[n\rho, (n+1)\rho]$ erreicht im Allgemeinen einen Grenzwert, wenn n groß genug ist:

$$A_{\text{avg}}^{\text{Lim}}(\rho) = \lim_{n \rightarrow \infty} A_{\text{avg}}[n\rho, (n+1)\rho].$$

Während $A_{\text{avg}}[n\rho, (n+1)\rho]$ sinkt, wenn n steigt, bietet $A_{\text{avg}}^{\text{Lim}}(\rho)$ eine gute konservative Abschätzung der mittleren Verfügbarkeit im Zeitintervall $[0, T]$ und umfasst mehrere Sätze wiederkehrender Phasen.

Daher können die in dieser Norm beschriebenen Techniken verwendet werden, um die mittlere Nichtverfügbarkeit von Sicherheitssystemen zu berechnen, und somit die Verbindung mit den funktionalen Sicherheitsnormen (IEC 61508 oder IEC 61511) knüpfen, die solche Berechnungen für sicherheitsinstrumentierte Systeme erfordern, und bei denen die mittlere Nichtverfügbarkeit PFD_{avg} (mittlere Wahrscheinlichkeit eines Ausfalls bei Anforderung, en: average of the probability of failure on demand) genannt wird. Dies wird in C.4 und C.5 beschrieben.

10.3.3 Berechnungen der Überlebenswahrscheinlichkeit

Entgegen dem, was der Name „Zuverlässigkeitsblockdiagramm“ suggeriert, ist die Systemüberlebenswahrscheinlichkeit $R_S(t)$ schwieriger als die Systemverfügbarkeit $A_S(t)$ festzusetzen, wenn reparierte Blöcke implementiert sind. Dies ist die Hauptschwierigkeit beim Verständnis dieser Norm: die

Systemüberlebenswahrscheinlichkeit $R_S(t)$ kann nicht durch Kombination der Überlebenswahrscheinlichkeit $R_{B_i}(t)$ ihrer individuellen Blöcke berechnet werden.

Die Schwierigkeit tritt aufgrund der Definition Systemüberlebenswahrscheinlichkeit $R_S(t)$ selbst auf: Wahrscheinlichkeit, dass kein Systemausfall im Zeitintervall $[0, t]$ auftritt. Vom mathematischen Standpunkt bedeutet dies, dass die Ausfälle von Block B nur repariert werden können, wenn das System S während dieser Reparaturen im Klarzustand verbleibt. Daher hängt die Reparatur eines Blocks B vom Zustand eines Systems S ab, der wiederum von den Zuständen aller anderen Blöcke abhängt. Dies führt eine systemische Abhängigkeit zwischen den Blöcken des ZBD ein und wird im in Bild 26 dargestellten Markov-Graph verdeutlicht.

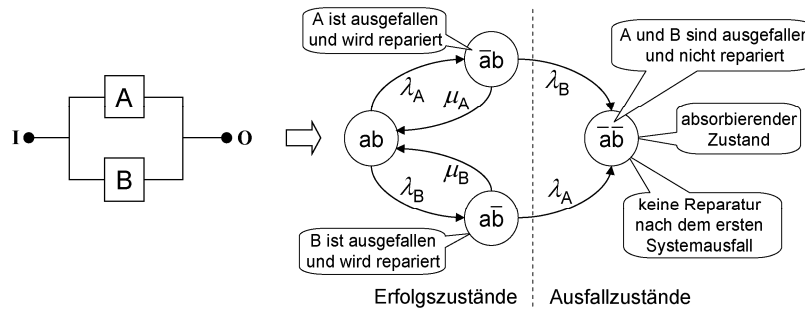


Bild 26 – ZBD und äquivalenter Markov-Graph zur Berechnung der Überlebenswahrscheinlichkeit

Der Markov-Graph auf der rechten Seite des Bildes ist äquivalent zum ZBD auf der linken Seite. Das System ist aus zwei redundanten Blöcken A und B aufgebaut und hat vier Zustände. Drei davon sind „Erfolgs“-Zustände und einer davon ist ein „Ausfall“-Zustand. Das System ist nur dann während eines gegebenen Zeitraums $[0, t]$ zuverlässig, wenn es jederzeit in den „Erfolgs“-Zuständen verbleibt. Daher sind die Zustände ab , $\bar{a}b$ und $a\bar{b}$ nur dann „funktionsfähige“ Zustände, wenn sie aufgrund von Sprüngen untereinander entstehen. Das bedeutet, dass bei Berechnungen der Überlebenswahrscheinlichkeit zum Zeitpunkt t der Sprung aus $\bar{a}\bar{b}$ im Intervall $[0, t]$ nicht zulässig ist. Der Zustand $\bar{a}\bar{b}$ ist ein absorbierender Zustand und das Vorkommen eines absorbierenden Zustandes kennzeichnet einen Zuverlässigkeits-Markov-Graph.

In diesem Graph kann der Block A im Zustand $\bar{a}b$, aber nicht im Zustand $a\bar{b}$ repariert werden, und der Block B kann im Zustand $a\bar{b}$, aber nicht im Zustand $\bar{a}b$ repariert werden. Daher hängt die Reparatur eines Ausfalls eines Blocks beim Auftreten des Ausfalls vom Zustand des gesamten Systems ab: dies wird „systemische“ Abhängigkeit genannt.

Es ist nicht länger möglich, die Systemüberlebenswahrscheinlichkeit durch Kombination der individuellen Erfolgswahrscheinlichkeiten der Blöcke zu berechnen:

- Die Blockverfügbarkeiten $[A_i(t)]$ können nicht so verwendet werden, als würden sie die Systemverfügbarkeit und nicht die Systemüberlebenswahrscheinlichkeit ergeben.
- Die Blocküberlebenswahrscheinlichkeiten $[R_i(t)]$ können nicht so verwendet werden, als würden sie die Systemüberlebenswahrscheinlichkeit mit nicht-reparierten Blöcken ergeben (da die Überlebenswahrscheinlichkeit einer reparierten Komponente dieselbe ist wie die Überlebenswahrscheinlichkeit einer nicht-reparierten Komponente mit gleicher Ausfallrate).

Schließlich kann im allgemeinen Fall die Überlebenswahrscheinlichkeit eines ZBD, das aus reparierten Blöcken erstellt wurde, nicht einfach durch Kombination individueller Blockverfügbarkeiten oder Blocküberlebenswahrscheinlichkeiten bestimmt werden. Daher sollten stattdessen, außer im hiernach entwickelten besonderen Fall, andere Techniken wie die Monte-Carlo-Simulation (z. B. DZBDs, siehe 12.2 und Anhang E), Markov [2] oder Petri-Netze [3] verwendet werden.

Der einzige Fall, in dem Berechnungen der Überlebenswahrscheinlichkeit handhabbar sind, tritt bei schnell und vollständig reparierten Systemen auf. Das bedeutet, dass wenn ein Block ausfällt, die Reparatur sofort

beginnt und eine kurze Zeit dauert. In diesem Fall erreicht das System einen stabilen Zustand und seine Verfügbarkeit $A_S(t)$ einen asymptotischen Wert A_S^{as} ziemlich schnell. In diesem stabilen Zustand ist die bedingte Ausfalldichte λ_{VS} (auch Vesely-Ausfallrate genannt) konstant und bietet eine gute Approximation der Systemausfallrate λ_S . Dann wird die Systemüberlebenswahrscheinlichkeit durch Verwendung der klassischen Gleichung $R_S(t) = e^{-\lambda_S \cdot t} \approx e^{-\lambda_{VS} \cdot t}$ bestimmt werden und die System-Nicht-Überlebenswahrscheinlichkeit ist durch $F_S(t) = 1 - e^{-\lambda_S \cdot t} \approx 1 - e^{-\lambda_{VS} \cdot t}$ gegeben.

Zum Beispiel kann in Bild 26, wenn der stabile Zustand erreicht wurde, eine gute Approximation von λ_{VS} und λ_S direkt aus dem Markov-Prozess bestimmt werden:

$$\lambda_S \approx \lambda_{VS} \approx \lambda_A \frac{\lambda_B}{\lambda_B + \mu_A} + \lambda_B \frac{\lambda_A}{\lambda_A + \mu_B} \quad (33)$$

Selbst wenn das System sehr einfach ist, ist dies keine einfache Gleichung. Bei größeren ZBDs kann die Vesely-Ausfallrate λ_{VS} anhand bedingter Wahrscheinlichkeiten bestimmt werden, die durch Algorithmen berechnet werden können, die gegenwärtig in ZBD-Softwarepaketen Anwendung finden. Die Art und Weise wie die bedingten und unbedingten Ausfalldichten eines ZBD bestimmt werden, wird ausführlich in C.6 dargestellt, und mehr Details zu Berechnungen der Überlebenswahrscheinlichkeit sind in C.7 gegeben.

10.3.4 Berechnungen der Häufigkeit

Wenn die Blöcke repariert sind, ist ein weiteres nützliches Wahrscheinlichkeitsmaß die mittlere Ausfallhäufigkeit des Systems in einem gegebenen Zeitintervall $[0, T]$, die gleich n/T ist, wenn n Ausfälle während T auftreten. Dies erfolgt durch Berechnung der mittleren unbedingten Ausfalldichte des Systems $w_S^{avg}(0, T) = n/T$.

Im Gegensatz zur Überlebenswahrscheinlichkeit, kann die Ausfallhäufigkeit in jedem Fall berechnet werden; dies ist aber schwer händisch durchzuführen. Algorithmen wurden dafür entwickelt und das Prinzip wird in C.6 erklärt.

11 Boolesche Techniken zur quantitativen Analyse großer Modelle

11.1 Hintergrund

Bei allen bisher betrachteten Systemen ist es möglich, die Verfügbarkeit $A_S(t)$ mittels einer geeigneten, aus den Gleichungen (15) bis (24) ausgewählten Verfügbarkeitsgleichung zu berechnen. Bei einigen Systemen können jedoch die entsprechenden ZBDs durch keine der obigen Gleichungen auf bequeme Weise berechnet werden. Diese Systeme sind von höherer Komplexität und so sind andere Überlebenswahrscheinlichkeits-Analysetechniken einzusetzen.

Um die Berechnungen zu ermöglichen, stellen diese Techniken mehrere Wege bereit, die Booleschen Gleichungen zu verarbeiten. Sie sind im Allgemeinen bei kleinen ZBDs händisch nutzbar, aber wenn die Anzahl der Blöcke hoch ist, können die meisten von ihnen über ein Softwarepaket verwendet werden:

- Reduktion des ZBD in einfachere Strukturen;
- Anwendung des Theorems der totalen Wahrscheinlichkeit;
- Anwendung Boolescher Wahrheitstabellen;
- Anwendung von Karnaugh-Plänen;
- Anwendung der Shannon-Zerlegung und binärer Entscheidungsdiagramme;
- Anwendung der allgemeinen Sylvester-Poincaré-Formel.

Bei den folgenden Verfahren gilt die in 5.2 d) angegebene Unabhängigkeitsbedingung und die bereitgestellten Gleichungen sind in konstanter-Wahrscheinlichkeits-Form, dürfen aber einfach in die Verfügbarkeits-Form durch Anwendung von 10.1 und Anhang C transformiert werden.

Es sollte angemerkt werden, dass die Monte-Carlo-Simulation auch für komplexe ZBDs verwendet werden kann. Die Anwendung solcher Verfahren wird in dieser Norm nicht betrachtet, aber die dynamischen ZBDs werden in 12.2 und Anhang E beschrieben.

11.2 Reduktionsverfahren

Zuverlässigkeitsblockdiagramme, die industrielle Systeme modellieren, erscheinen gelegentlich sehr kompliziert. Nach sorgfältiger Prüfung können die Blöcke in dem Diagramm jedoch oft zu statistisch voneinander unabhängigen Gruppen zusammengefasst werden. Das bedeutet insbesondere, dass zwei (oder mehr) Gruppen keinen Block mit derselben Bezeichnung enthalten können.

Dies kann durch Betrachtung des in Bild 27 dargestellten Zuverlässigkeitsblockdiagramms verdeutlicht werden.

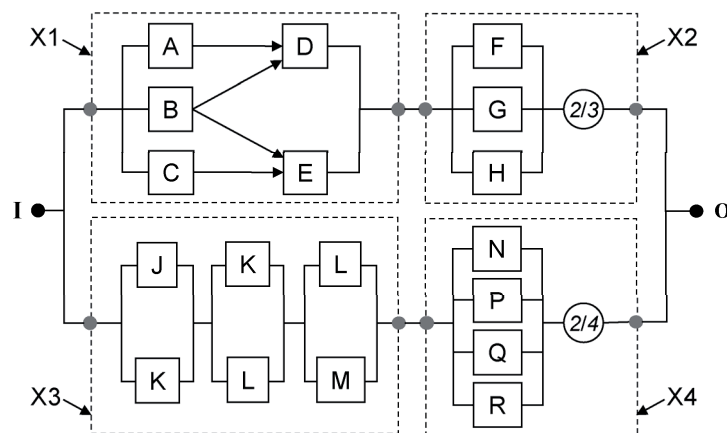


Bild 27 – Verdeutlichung der Gruppierung von Blöcken vor der Reduktion

Bild 27 kann auf das in Bild 28 dargestellte Diagramm reduziert werden, das aus den vier gestrichelt umrandeten Blockgruppen X1, X2, X3 und X4 erstellt wurde, die in Bild 9, Bild 7, Bild 36 beziehungsweise Bild 8 dargestellt wurden.

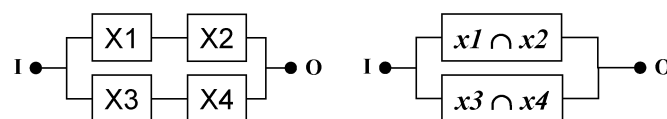


Bild 28 – Reduzierte Zuverlässigkeitsblockdiagramme

Somit ist die Systemverfügbarkeit gegeben durch:

$$A_S(t) = A_{X1} \cdot A_{X2} + A_{X3} \cdot A_{X4} - A_{X1} \cdot A_{X2} \cdot A_{X3} \cdot A_{X4} \quad (34)$$

wie in 9.2 erklärt.

Diese Reduktionstechnik ist schwer zu automatisieren, aber für händische Berechnungen sehr nützlich.

11.3 Anwendung des Theorems der totalen Wahrscheinlichkeit

Für die Behandlung von Zuverlässigkeitsblockdiagrammen des in Bild 9 dargestellten Typs, die einen gemeinsamen Block A implementieren, ist es möglich einen Ansatz anzuwenden, der auf dem Theorem der totalen Wahrscheinlichkeit beruht.

Zwei sich gegenseitig ausschließende Ereignisse x und $\bar{x}$ bilden eine vollständige Ereignismenge (d. h. wir haben $x + \bar{x} = \Omega$) und das Theorem der totalen Wahrscheinlichkeit kann wie folgt zusammengefasst werden:

$$P_S = P_{S|x} \cdot P_X + P_{S|\bar{x}} \cdot P_{\bar{x}} = P_{S|x} \cdot P_X + P_{S|\bar{x}} \cdot (1 - P_X) \quad (35)$$

In obiger Gleichung bezeichnet P_S die Erfolgswahrscheinlichkeit des Systems, $P_{S|x}$ die Erfolgswahrscheinlichkeit des Systems unter der Bedingung, dass ein bestimmter Block X in Betrieb ist, und $P_{S|\bar{x}}$ die Erfolgswahrscheinlichkeit des Systems unter der Bedingung, dass die bestimmte Einheit X ausgefallen ist.

Diese Gleichung kann auf Block A in Bild 9 angewandt werden und führt zu:

$$P_S = P_{S|a} \cdot P_a + P_{S|\bar{a}} \cdot P_{\bar{a}} \quad (36)$$

Fällt zum Beispiel in Bild 9 die Einheit A aus, so vereinfacht sich das Blockdiagramm aus Bild 9 zu:

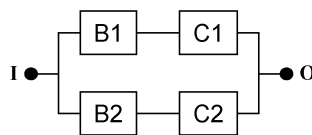


Bild 29 – Darstellung von Bild 8^{N3)}, falls Einheit A ausgefallen ist

, sodass $P_{S|\bar{a}} = P_{b1} \cdot P_{c1} + P_{b2} \cdot P_{c2} - P_{b1} \cdot P_{c1} \cdot P_{b2} \cdot P_{c2}$.

Wenn A in Betrieb ist, wird das Zuverlässigkeitsblockdiagramm in ähnlicher Weise zu dem in Bild 30 dargestellten Diagramm.

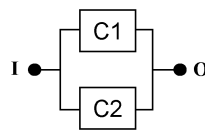


Bild 30 – Darstellung von Bild 8^{N3)}, falls Einheit A in Betrieb ist

So, dass $P_{S|a} = P_{c1} + P_{c2} - P_{c1} \cdot P_{c2}$.

Somit ist

$$P_S = (P_{c1} + P_{c2} - P_{c1} \cdot P_{c2}) \cdot P_a + (P_{b1} \cdot P_{c1} + P_{b2} \cdot P_{c2} - P_{b1} \cdot P_{c1} \cdot P_{b2} \cdot P_{c2}) \cdot (1 - P_a) \quad (37)$$

Falls $P_{c1} = P_{c2} = P_c$ und $P_{b1} = P_{b2} = P_b$, dann vereinfacht sich obige Gleichung zu:

$$P_S = (2P_c - P_c^2) \cdot P_a + (2P_b \cdot P_c - P_b^2 \cdot P_c^2) \cdot (1 - P_a) \quad (38)$$

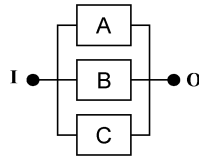
Dieses Verfahren kann für n sich gegenseitig ausschließende Ereignisse $a_1, \dots, a_n$ erweitert werden, deren Wahrscheinlichkeiten sich zur Einheit summieren (d. h. $a_1 + a_2 + \dots + a_n = \Omega$); dann ist: $P_S = P_{S|a_1} \cdot P_{a_1} + \dots + P_{S|a_n} \cdot P_{a_n}$. Es kann für ZBDs mit wiederholten Blöcken verwendet werden (siehe 11.8.1.2). Wenn es n wiederholte Blöcke gibt, dann führt dies zu 2^n Termen. Daher ist diese Technik bei ZBDs mit einer begrenzten Anzahl wiederholter Blöcke, z. B. m/n -Strukturen sinnvoll.

^{N3)} Nationale Fußnote: Im Original wird irrtümlicherweise auf Bild 8 verweisen. Der korrekte Verweis ist jedoch auf Bild 9.

11.4 Anwendung von Booleschen Wahrheitstabellen

Die in ZBDs abgebildeten Erfolgspfade eines Systems sind die grafische Beschreibung des zugrundeliegenden Booleschen Ausdrucks. Zum Beispiel können drei parallel geschaltete Einheiten A, B und C (davon ist eine für den Systemerfolg erforderlich) durch das in Bild 31 abgebildete ZBD dargestellt werden, oder durch den Booleschen Ausdruck:

$$s = a + b + c \quad (39)$$



1 von 3 wird gebraucht

Bild 31 – 1-von-3-Parallelanordnung

Die auf drei unabhängige Ereignisse angewandte Sylvester-Poincaré-Formel (siehe 11.7 und B.5) führt zum folgenden Ergebnis:

$$P_s = P_a + P_b + P_c - (P_a \cdot P_b + P_a \cdot P_c + P_b \cdot P_c) + P_a \cdot P_b \cdot P_c \quad (40)$$

Wenn wir nur drei Ereignisse haben, besteht diese Gleichung aus sieben Termen. Wenn die Anzahl der beteiligten Ereignisse steigt, dann steigt diese Anzahl von Termen exponentiell.

Um den Anstieg der Terme zu verhindern, ist es nun die Idee, die Ereignisse a , b und c durch äquivalente Kombinationen disjunkter Ereignisse zu ersetzen (siehe 11.7); und dies kann durch Anwendung der Wahrheitstabelle des Systems gemäß der Zustände der Blöcke A, B und C erfolgen.

Tabelle 5 – Anwendung der Wahrheitstabelle auf das Beispiel in Bild 31

Zustands- nummer	Einheit			System	Disjunkte Terme	Konsens	
	A	B	C				
1	0	0	0	0	$\bar{a} \bullet \bar{b} \bullet \bar{c}$		
2	0	0	1	1	$\bar{a} \bullet \bar{b} \bullet c$	$\bar{a} \bullet \bar{b} \bullet \bar{c}^{\text{N4)}}$	$\bar{a} \bullet \bar{b} \bullet \bar{c}^{\text{N4)}}$
3	0	1	0	1	$\bar{a} \bullet b \bullet \bar{c}$	$\bar{a} \bullet b$	$\bar{a} \bullet b$
4	0	1	1	1	$\bar{a} \bullet b \bullet c$		
5	1	0	0	1	$a \bullet \bar{b} \bullet \bar{c}$	$a \bullet \bar{b}$	a
6	1	0	1	1	$a \bullet \bar{b} \bullet c$		
7	1	1	0	1	$a \bullet b \bullet \bar{c}$	$a \bullet b$	
8	1	1	1	1	$a \bullet b \bullet c$		
ANMERKUNG 1 = in Betrieb, 0 = ausgefallen.							

Diese Wahrheitstabelle identifiziert acht disjunkte Terme, die acht mögliche Systemzustände darstellen: die Zustandsnummer 1 entspricht dem Ausfall der Systems und die Terme 2 bis 8 den Erfolgszuständen des Systems.

^{N4)} Nationale Fußnote: Im Original steht hier irrtümlicherweise „ $\bar{c}$ “, korrekt ist jedoch „ c “.

Wir haben wiederum sieben Terme und daher ist zur Berechnung von P_S diese rohe Zerlegung in disjunkte Terme nicht sehr sinnvoll. Es ist zu beachten, dass es im Allgemeinen keine Verbindung zwischen der Anzahl der Terme der Sylvester-Poincaré-Formel und der Anzahl der disjunkten Terme aus der Wahrheitstabelle gibt.

Glücklicherweise können einige disjunkte Terme durch „Konsens“ kombiniert werden, so wie es in der rechten Seite der Tabelle durchgeführt wurde. In einem ersten Schritt wurden die Terme 7 und 8, 5 und 6 sowie 3 und 4 zu vier disjunkten Termen kombiniert. In einem zweiten wurden die Terme 5 und 7 zusammengefasst, sodass wir drei disjunkte Terme erhalten:

$$s = (a + b + c) \equiv a + (\bar{a} \bullet b) + (\bar{a} \bullet \bar{b} \bullet c) \quad (41)$$

Schließlich kann die Ausfallwahrscheinlichkeit des Systems berechnet werden als:

$$P_S = P_a + (1 - P_a) \cdot P_b + (1 - P_a) \cdot (1 - P_b) \cdot P_c \quad (42)$$

Diese Gleichung kann direkt verwendet werden, um die Systemverfügbarkeit auszuwerten:

$$A_S(t) = A_A(t) + [1 - A_A(t)] \cdot A_B(t) + [1 - A_A(t)] \cdot [1 - A_A(t)]^{N5} \cdot A_C(t) \quad (43)$$

Es ist zu beachten, dass Tabelle 5 nur einen Term identifiziert, der zu einem Unklarzustand des Systems führt: $\bar{a} \bullet \bar{b} \bullet \bar{c}$. Daher ist die Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeit einfacher als die Berechnung der Erfolgswahrscheinlichkeit und wir haben:

$$P_S = 1 - P_{\bar{S}} = P_a \cdot P_b \cdot P_c \quad (44)$$

und schließlich
$$A_S(t) = 1 - U_S(t) = 1 - U_A(t) \cdot U_B(t) \cdot U_C(t) \quad (45)$$

Die Gleichungen (43) und (45) sind äquivalent.

Bei einem System mit n Blöcken besitzt die Boolesche Wahrheitstabelle 2^n Zeilen, und obwohl das benutzte Prinzip ziemlich einfach ist, kann daher dieser Ansatz schnell unhandlich werden. Dieses Problem wird teilweise durch Anwendung von Karnaugh-Plänen (siehe 11.5) überwunden, wird aber tatsächlich durch Anwendung der Shannon-Zerlegung und der im Folgenden erklärten binären Entscheidungsdiagramme (siehe 11.6) gelöst. Siehe Anhang B für eine ausführliche Beschreibung der allgemeinen Anwendung Boolescher Verfahren.

11.5 Anwendung von Karnaugh-Plänen

Karnaugh-Pläne [5][6][7][8] wurden entwickelt, um die logische Gleichung, die einer Wahrheitstabelle entspricht, zu vereinfachen. Daher können sie auch für ZBDs verwendet werden.

Das Anwendungsprinzip eines solchen Planes wird im Anschluss mit Plänen, die mit dem in Bild 9 dargestellten ZBD in Verbindung stehen, dargelegt. Dieses ZBD enthält fünf Blöcke. Da die Karnaugh-Pläne mit vier Variablen leichter zu bearbeiten sind, wurde der gesamte Plan in zwei disjunkte Fälle aufgeteilt:

- A befindet sich im Klarzustand (Tabelle 6);
- A befindet sich im Unklarzustand (Tabelle 7).

^{N5)} Nationale Fußnote: Im Original steht irrtümlicherweise $A_A(t)$, korrekt ist jedoch $A_B(t)$.

Tabelle 6 – Auf Bild 9 bezogener Karnaugh-Plan, wenn sich A im Klarzustand befindet

B1 B2 \ C1 C2	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

Tabelle 7 – Auf Bild 9 bezogener Karnaugh-Plan, wenn sich A im Unklarzustand befindet

B1 B2 \ C1 C2	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	0
11	0	1	1	1
10	0	0	1	1

In Tabelle 6 und Tabelle 7 wurden die Blöcke in zwei Gruppen aufgeteilt (B1 B2 und C1 C2) und die Zustände der Komponenten wurden so geordnet, dass nur eine Zustandsänderung von einer Spalte in die nächste Spalte und von einer Zeile in die nächste Zeile auftreten kann. Daher stehen die Kombinationen, die vereinfacht werden können, dicht beieinander. Zum Beispiel stellen die Kombinationen im durchgezogenen Kasten nur C2 dar, da die Zustände von C1, B1 und B2 keine Rolle spielen. Auf dieselbe Weise stellen die Kombinationen im gestrichelten Kasten nur C1 dar, da die Zustände von C2, B1 und B2 keine Rolle spielen. Dies führt zu:

$$s \mid a = c_1 + c_2 \quad (46)$$

Dabei stellt $s \mid a$ den Zustand von S dar, vorausgesetzt A befindet sich im Klarzustand und c_1 und c_2 sind die mit den Blöcken C1 und C2 verbundenen Zustandsvariablen.

Aus dem in Tabelle 7 dargestellten Karnaugh-Plan erhalten wir Folgendes:

$$s \mid \bar{a} = b_1 \cdot c_1 + b_2 \cdot c_2 \quad (47)$$

Dabei stellt $s \mid \bar{a}$ den Zustand von S dar, vorausgesetzt A befindet sich im Unklarzustand und b_1 , c_1 und c_2 sind die mit den Blöcken C1 und C2 verbundenen Zustandsvariablen^{N6)}.

Die Sammlung der Ergebnisse ergibt:

$$s = a \cdot (c_1 + c_2) + \bar{a} \cdot (b_1 \cdot c_1 + b_2 \cdot c_2) \quad (48)$$

Und schließlich kann die Systemverfügbarkeit mit folgender Gleichung berechnet werden:

$$A_S(t) = A_A(t) \cdot \{1 - [(1 - A_{C1}(t)) \cdot [(1 - A_{C2})]] + [1 - A_A(t)] \cdot [1 - A_{B1}(t) \cdot A_{C1}(t)] \cdot [1 - A_{B2}(t) \cdot A_{C2}(t)] \} \quad (49)$$

Die Karnaugh-Pläne weisen dieselbe Anzahl an Termen (2^n) wie die originalen Wahrheitstabellen auf, sie sind aber kompakter und die Kombinationen sind besser geordnet, um Kombinationen zu identifizieren, die

^{N6)} Nationale Fußnote: Hier wurde im Original B1 vergessen, so dass es heißen muss: „...mit den Blöcken B1, C1 und C2 ...“.

zusammengefasst werden können. Dies ist bei der Identifizierung minimaler Trenn- oder Verknüpfungsbündel sehr nützlich.

11.6 Anwendung der Shannon-Zerlegung und binärer Entscheidungsdiagramme

Die Shannon-Zerlegung ermöglicht es wie die Wahrheitstabellen oder Karnaugh-Pläne die disjunkten Terme einer Booleschen Gleichung zu identifizieren.

Bild 32 verdeutlicht das Prinzip der Shannon-Zerlegung anhand der Booleschen Funktion (1 von 3), die sich auf das in Bild 31 dargestellte ZBD bezieht.

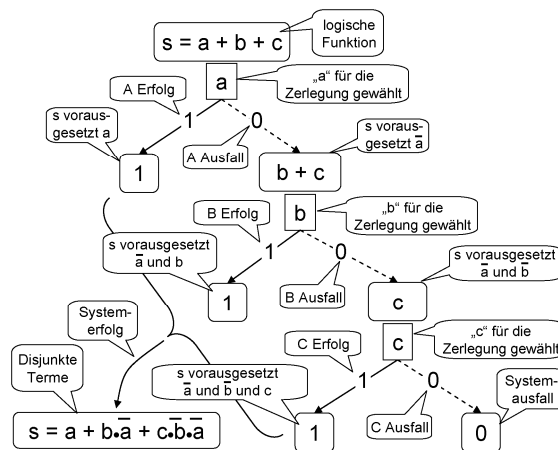


Bild 32 – Zu Tabelle 5 äquivalente Shannon-Zerlegung

Diese Zerlegung wird in mehreren Schritten durchgeführt:

1. Wähle die Reihenfolge der Variablen (hier Reihenfolge A, B, C).
2. Zeichne für jede Variable zwei Zweige (Erfolg und Ausfall).
3. Wenn ein Zustand des Systems (Erfolg oder Ausfall) erreicht wurde, dann höre mit der Zerlegung auf, ansonsten fahre mit der nächsten Variable fort.
4. Identifiziere die Pfade, die zum Erfolgszustand (oder Ausfallzustand) des Systems führen

Bild 32 führt zu drei disjunkten Erfolgspfaden: $a, (\bar{a} \cdot b), (\bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c)$. Dies ist dasselbe Ergebnis wie das der Wahrheitstabelle, aber es wurde auf einfachere Art bestimmt. Diese Zerlegung ist nicht eindeutig und hängt von der gewählten Reihenfolge der Variablen ab.

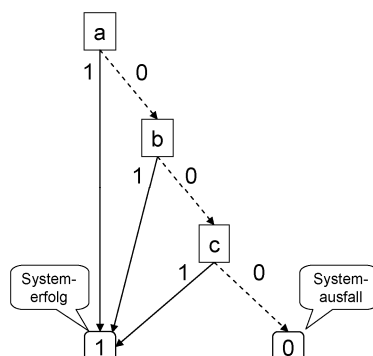


Bild 33 – Zu Tabelle 5 äquivalentes binäres Entscheidungsdiagramm

Wenn die Klar- und Unklarzustände gesammelt werden, liefert die Shannon-Zerlegung das in Bild 33 dargestellte binäre Entscheidungsdiagramm (en: Binary Decision Diagram, BDD). Die BDDs liefern eine sehr kompakte Darstellung der Booleschen Gleichungen in der Form disjunkter Terme. Sie sind sehr effektiv zu

berechnen und stellen den aktuellen Stand der Technik für Wahrscheinlichkeitsberechnungen an Booleschen Modellen (z. B. ZBD und Fehlerbäume) dar (siehe Verweisungen [28][29] und [30]).

11.7 Anwendung der Sylvester-Poincaré-Formel

Wenn die Anzahl der Komponenten steigt, sind die einfachen Gleichungen und die oben angegebenen Techniken, aufgrund der kombinatorischen Explosion der Anzahl der an der Berechnung beteiligten Terme, händisch nicht zu beherrschen.

Wie bereits in Abschnitt 8 erklärt, kann ein ZBD durch die Vereinigung seiner Erfolgspfade (minimale Verknüpfungsbündel) dargestellt werden.

Dann können die Wahrscheinlichkeitsrechnungen mit den Vereinigungen der Verknüpfungsbündel unter Verwendung der Sylvester-Poincaré-Formel (siehe B.4.2 und B.5.1) durchgeführt werden, die eine Verallgemeinerung der grundlegenden Gleichung $P(a + b) = P_a + P_b - P_a \cdot P_b$ ist:

$$P_S = P\left(\bigcup_{i=1}^n \Pi_i\right) = \sum_i P(\Pi_i) - \sum_{i < j} P(\Pi_i \bullet \Pi_j) + \sum_{i < j < k} P(\Pi_i \bullet \Pi_j \bullet \Pi_k) - \text{usw.} \quad (50)$$

Eine ähnliche Berechnung (siehe B.5.2) darf unter Verwendung der Ausfallpfade (minimale Trennbündel) durchgeführt werden:

$$P_{\bar{S}} = 1 - P_S = P\left(\bigcup_{i=1}^n C_i\right) = \sum_i P(C_i) - \sum_{i < j} P(C_i \bullet C_j) + \sum_{i < j < k} P(C_i \bullet C_j \bullet C_k) - \text{usw.} \quad (51)$$

Die Sylvester-Poincaré-Formel ist eine alternative Summenformel, deren Ergebnis gegen den exakten Wert konvergiert, wenn die Anzahl der betrachteten Terme steigt. Der Unterschied ist, dass Gleichung (50), die die Wahrscheinlichkeiten $P(\Pi_i)$ nahe bei 1 behandelt, sehr langsam konvergiert, wohingegen Gleichung (51), die die Wahrscheinlichkeiten $P(C_i) \ll 1$ behandelt, sehr schnell konvergiert. In diesem Fall liefert der erste Term von Gleichung (51) eine konservative Schätzung der Ausfallwahrscheinlichkeit:

$$P_{\bar{S}} = P\left(\bigcup_{i=1}^n C_i\right) \approx \sum_i P_{C_i} \quad (52)$$

Diese Approximation ist weitverbreitet und funktioniert gut, wenn die Ausfallwahrscheinlichkeiten der Blöcke klein sind (z. B. Sicherheitssysteme). Sie ist die Grundlage für die Berechnungen, die von zahlreichen verfügbaren Softwarepaketen für Berechnungen der Verfügbarkeit/Überlebenswahrscheinlichkeit an ZBDs oder Fehlerbäumen durchgeführt werden.

Dennoch ist es möglich die Schwierigkeit bei der Anwendung von Gleichung (50) zu überwinden, indem die Verknüpfungsbündel in äquivalente Mengen disjunkter Terme $\bigcup_{i=1}^q \Pi_i^d = \bigcup_{i=1}^n \Pi_i$, wie zum Beispiel $\Pi_i^d \bullet \Pi_j^d = \emptyset, \forall i, j$, transformiert werden.

In diesem Fall wird die Sylvester-Poincaré-Formel (50) auf ihren ersten Term reduziert:

$$P_S = P\left(\bigcup_{i=1}^q \Pi_i^d\right) = \sum_i P(\Pi_i^d) \quad (53)$$

Dasselbe kann mit Gleichung (51) erfolgen, indem die minimalen Trennbündel (C_i) durch eine äquivalente Menge disjunkter Terme (C_i^d) ersetzt werden. Dann wird die Sylvester-Poincaré-Formel (51) auf ihren ersten Term reduziert:

$$P_{\bar{s}} = P\left(\bigcup_{i=1}^m C_i^d\right) = \sum_i P(C_i^d) \quad (54)$$

Die disjunkten Mengen können durch Anwendung von Wahrheitstabellen (11.4), Karnaugh-Plänen (11.5) oder der Shannon-Zerlegung und der binären Entscheidungsdiagramme (11.6) gefunden werden. Zurzeit beruht der Stand der Technik zur Identifikation der disjunkten Terme einer Booleschen Gleichung auf den in 11.6 beschriebenen binären Entscheidungsdiagrammen (BDD). Dies stellt leistungsfähige Algorithmen bereit, die dazu in der Lage sind, sehr große ZBDs, die aus vielen wiederholten oder nicht wiederholten Blöcken bestehen, zu verarbeiten.

11.8 Anwendungsbeispiele

11.8.1 Modelle mit wiederholten Blöcken

11.8.1.1 Darstellung von Trenn- und Verknüpfungsbündel

Es ist zu beachten, dass in Abschnitt 7 kein Block mehr als einmal in den ZBDs vorkam. Es kann jedoch manchmal von Vorteil sein, Blockdiagramme des in Bild 34 dargestellten Typs anzuwenden.

Auf der linken Seite des Bildes ist ein konventionelles ZBD mit 4 Blöcken dargestellt: die Einheiten C und D könnten zwei funktionsmäßig ähnliche Einheiten sein, die als gegenseitige Duplikate wirken, aber Einheit A kann nur Einheit C mit Strom versorgen, wogegen Einheit B sowohl Einheit C als auch Einheit D versorgen kann.

Auf der mittleren und rechten Seite des Bildes sind zwei äquivalente ZBDs dargestellt; dabei wird nicht nur die physische Anordnung der Einheiten modelliert, sondern gleichzeitig auch das Zuverlässigkeitsblockdiagramm. Für das ZBD auf der rechten Seite ist es wichtig die Pfeile einzutragen, um die Unsicherheit, die bei einem solchen Diagramm auftritt, zu beseitigen.

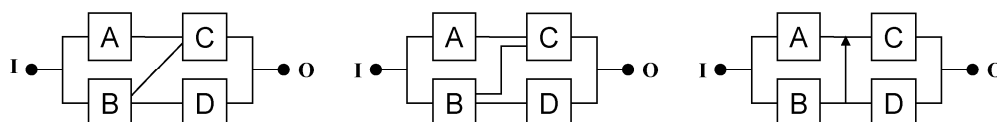


Bild 34 – Zuverlässigkeitsblockdiagramm mit einem Pfeil für die Definition des Systemerfolgs

Die Systemerfolgspfade $a \bullet c$, $b \bullet c$, $b \bullet d$ des oben stehenden Beispiels können verwendet werden, um ein äquivalentes ZBD zu erstellen, in dem einige Blöcke mehr als einmal vorkommen. Dies erfolgt in Bild 35. Wenn alle Erfolgspfade gleichzeitig ausfallen, würde dies den Systemausfall verursachen und Bild 35 ist somit eine Parallelkombination solcher Erfolgspfade.

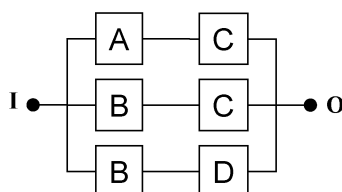


Bild 35 – Alternative Darstellung unter Verwendung wiederholter Blöcke und Erfolgspfade

Alternativ kann der Ausfallpfad (z. B. die minimalen Trennbündel des Systems) $\bar{a} \bullet \bar{b}$, $\bar{b} \bullet \bar{c}$, $\bar{c} \bullet \bar{d}$ verwendet werden, um ein äquivalentes ZBD zu erstellen. Dies erfolgt in Bild 36. Wenn eines der minimalen Trenn-