

DIN EN 61703

ICS 03.120.30; 29.020

Einsprüche bis 2013-12-18
Vorgesehen als Ersatz für
DIN EN 61703:2002-09**Entwurf****Mathematische Ausdrücke für Begriffe der Funktionsfähigkeit, Verfügbarkeit, Instandhaltbarkeit und Instandhaltungsbereitschaft (IEC 56/1506/CD:2013)**

Mathematical expressions for reliability, availability, maintainability and maintenance support terms
(IEC 56/1506/CD:2013)

Expressions mathématiques pour les termes de fiabilité, de disponibilité, de maintenabilité et de logistique de maintenance
(CEI 56/1506/CD:2013)

Anwendungswarnvermerk

Dieser Norm-Entwurf mit Erscheinungsdatum 2013-10-18 wird der Öffentlichkeit zur Prüfung und Stellungnahme vorgelegt.

Weil die beabsichtigte Norm von der vorliegenden Fassung abweichen kann, ist die Anwendung dieses Entwurfes besonders zu vereinbaren.

Stellungnahmen werden erbeten

- vorzugsweise online im Norm-Entwurfs-Portal des DIN unter www.entwuerfe.din.de bzw. für Norm-Entwürfe der DKE auch im Norm-Entwurfs-Portal der DKE unter www.entwuerfe.normenbibliothek.de, sofern dort wiedergegeben;
- oder als Datei per E-Mail an dke@din.de möglichst in Form einer Tabelle. Die Vorlage dieser Tabelle kann im Internet unter www.din.de/stellungnahme oder für Stellungnahmen zu Norm-Entwürfen der DKE unter www.dke.de/stellungnahme abgerufen werden;
- oder in Papierform an die DKE Deutsche Kommission Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik im DIN und VDE (Hausanschrift: Stresemannallee 15, 60596 Frankfurt am Main).

Die Empfänger dieses Norm-Entwurfs werden gebeten, mit ihren Kommentaren jegliche relevanten Patentrechte, die sie kennen, mitzuteilen und unterstützende Dokumentationen zur Verfügung zu stellen.

Gesamtumfang 112 Seiten

DKE Deutsche Kommission Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik im DIN und VDE

Inhalt

	Seite
Einführung.....	4
1 Anwendungsbereich.....	4
2 Normative Verweisungen	5
3 Begriffe	5
4 Formelzeichen und Abkürzungen.....	6
4.1 Nicht-instandsetzbare Einheiten.....	7
4.2 Instandsetzbare Einheiten mit Zeit null bis zur Wiederherstellung	7
4.3 Instandsetzbare Einheiten mit einer Zeit ungleich null bis zur Wiederherstellung	8
5 Annahmen	12
5.1 Allgemeine Bemerkungen	12
5.2 Annahmen für nicht-instandsetzbare Einheiten	12
5.3 Annahmen für instandsetzbare Einheiten	13
6 Mathematische Ausdrücke	16
6.1 Nicht-instandsetzbare Einheiten.....	16
6.2 Instandsetzbare Einheiten mit Zeit null bis zur Wiederherstellung	20
6.3 Instandsetzbare Einheiten mit einer Zeit ungleich null bis zur Wiederherstellung	25
Anhang A (informativ) Leistungsmerkmale und Deskriptoren	50
Anhang B (informativ) Zusammenfassung von auf die Dauer bis zum Ausfall bezogenen Maßgrößen	51
Anhang C (informativ) Vergleich einiger Zuverlässigkeitsmaßgrößen von dauernd betriebenen Einheiten.....	53
Anhang D (informativ) Zuverlässigkeit von Software.....	55
Literaturhinweise.....	56
 Bilder	
Bild 1 – Musterbeispiel für eine nicht-instandsetzbare Einheit	13
Bild 2 – Musterbeispiel einer instandsetzbaren Einheit mit Zeit null bis zur Wiederherstellung.....	14
Bild 3 – Musterbeispiel einer instandsetzbaren Einheit mit Zeit ungleich null bis zur Wiederherstellung	15
Bild 4 – Vergleich einer Klarzeit für eine COI und IOI	16
Bild 5 – Musterbeispiel für den Einheitenzustand.....	39
Bild 6 – Graphische Darstellung der Hazardrate-Funktion der Klarzeiten $\lambda_U(t)$	39
Bild A.1 – Leistungsmerkmale und Deskriptoren.....	50
 Tabellen	
Tabelle B.1 – Beziehungen zwischen den funktionalen Maßgrößen zur Beschreibung der Dauer bis zum Ausfall dauernd betriebener Einheiten	51
Tabelle B.2 – Zusammenfassung von Maßgrößen zur Beschreibung einiger kontinuierlicher Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Dauer bis zum Ausfall einer dauernd betriebenen Einheit.....	52
Tabelle C.1 – Vergleich einiger Zuverlässigkeitsmaßgrößen von dauernd betriebenen Einheiten mit konstanter Ausfallrate λ und konstanter Wiederherstellungsrate μ_R	53

Nationales Vorwort

Das internationale Dokument IEC 56/1506/CD:2013 „Mathematical expressions for reliability, availability, maintainability and maintenance support terms“ (CD, en: Committee Draft) ist unverändert in diesen Norm-Entwurf übernommen worden. Dieser Norm-Entwurf enthält eine noch nicht autorisierte deutsche Übersetzung.

Um Zweifelsfälle in der Übersetzung auszuschließen, ist die englische Originalfassung des CD entsprechend der diesbezüglich durch die IEC erteilten Erlaubnis beigefügt. Die Nutzungsbedingungen für den deutschen Text des Norm-Entwurfes gelten gleichermaßen auch für den englischen IEC-Text.

Das internationale Dokument wurde vom TC 56 „Dependability“ der Internationalen Elektrotechnischen Kommission (IEC) erarbeitet und den nationalen Komitees zur Stellungnahme vorgelegt.

Die IEC und das Europäische Komitee für Elektrotechnische Normung (CENELEC) haben vereinbart, dass ein auf IEC-Ebene erarbeiteter Entwurf für eine Internationale Norm zeitgleich (parallel) bei IEC und CENELEC zur Umfrage (CDV-Stadium) und Abstimmung als FDIS (en: Final Draft International Standard) bzw. Schluss-Entwurf für eine Europäische Norm gestellt wird, um eine Beschleunigung und Straffung der Normungsarbeit zu erreichen. Dokumente, die bei CENELEC als Europäische Norm angenommen und ratifiziert werden, sind unverändert als Deutsche Normen zu übernehmen.

Da der Abstimmungszeitraum für einen FDIS bzw. Schluss-Entwurf prEN nur 2 Monate beträgt, und dann keine sachlichen Stellungnahmen mehr abgegeben werden können, sondern nur noch eine „JA/NEIN“-Entscheidung möglich ist, wobei eine „NEIN“-Entscheidung fundiert begründet werden muss, wird bereits der CD als DIN-Norm-Entwurf veröffentlicht, um die Stellungnahmen aus der Öffentlichkeit frühzeitig berücksichtigen zu können.

Für dieses Dokument ist das nationale Arbeitsgremium K 132 „Zuverlässigkeit“ der DKE Deutsche Kommission Elektrotechnik Elektronik Informationstechnik im DIN und VDE (www.dke.de) zuständig.

Für den Fall einer undatierten Verweisung im normativen Text (Verweisung auf eine Norm ohne Angabe des Ausgabedatums und ohne Hinweis auf eine Abschnittsnummer, eine Tabelle, ein Bild usw.) bezieht sich die Verweisung auf die jeweils neueste gültige Ausgabe der in Bezug genommenen Norm.

Für den Fall einer datierten Verweisung im normativen Text bezieht sich die Verweisung immer auf die in Bezug genommene Ausgabe der Norm.

Der Zusammenhang der zitierten Normen mit den entsprechenden Deutschen Normen ergibt sich, soweit ein Zusammenhang besteht, grundsätzlich über die Nummer der entsprechenden IEC-Publikation. Beispiel: IEC 60068 ist als EN 60068 als Europäische Norm durch CENELEC übernommen und als DIN EN 60068 ins Deutsche Normenwerk aufgenommen.

Änderungen

Gegenüber DIN EN 61703:2002-09 wurden folgende Änderungen vorgenommen:

- a) Anpassung der Eintragsnummern an die neue Strukturierung von IEC 191, Ed. 2 (noch nicht publiziert);
- b) Ergänzung einzelner zusätzlicher mathematischer Ausdrücke;
- c) Ergänzung einzelner zusätzlicher Beispiele.

Mathematische Ausdrücke für Begriffe der Funktionsfähigkeit, Verfügbarkeit, Instandhaltbarkeit und Instandhaltungsbereitschaft

Einführung

IEC 60050-191 „Begriffe zur Zuverlässigkeit“ enthält Begriffe zur Zuverlässigkeit und ihrer Einflussfaktoren Funktionsfähigkeit, Verfügbarkeit, Instandhaltbarkeit und Instandhaltungsbereitschaft sowie weitere Definitionen von in diesem Gebiet üblicherweise verwendeten Benennungen. Einige dieser Benennungen beschreiben spezielle Maßgrößen einzelner Kenngrößen, die mathematisch ausgedrückt werden können.

In Verbindung mit IEC 60050-191 verwendet, enthält diese Norm praktische Anleitungen, die für die Quantifizierung dieser Maßgrößen wesentlich sind. Falls Bedarf an weiteren Informationen besteht, beispielsweise zu einzelnen statistischen Verfahren, wird auf die Normenreihe IEC 60605 verwiesen.

Anhang A enthält eine schematische Darstellung der Beziehungen zwischen einigen grundlegenden Zuverlässigkeitsbegriffen, zugehörigen Zufallsvariablen sowie wahrscheinlichkeitstheoretischen Deskriptoren und konkretisierenden Adjektiven.

Anhang B enthält eine Zusammenfassung von auf die Dauer bis zum Ausfall bezogenen Maßgrößen.

Anhang C vergleicht einige Zuverlässigkeitsmaßgrößen von dauernd betriebenen Einheiten.

Anhang D erläutert einige Gesichtspunkte zur Zuverlässigkeit von Software.

Die Literaturhinweise verweisen auf die mathematischen Grundlagen dieser Norm. Insbesondere basiert das mathematische Material auf den Literaturhinweisen [2], [6], [8], [9], [13], [14] und [18]; Literaturhinweise zur Erneuerungstheorie (Erneuerungsprozesse und alternierende Erneuerungsprozesse) finden sich in [6], [8], [9], [10], [11], [13], [15] und [17]; und eine weitergehende Behandlung der Erneuerungstheorie findet sich in den Literaturhinweisen [1], [3], [12] und [16].

1 Anwendungsbereich

Diese Internationale Norm enthält mathematische Ausdrücke für Maßgrößen der Funktionsfähigkeit, Verfügbarkeit, Instandhaltbarkeit und Instandhaltungsbereitschaft, wie sie in IEC 60050-191 definiert sind. Die folgenden Klassen von Einheiten werden in dieser Norm getrennt behandelt:

- nicht-instandsetzbare Einheiten;
- instandsetzbare Einheiten mit einer Zeit null (oder vernachlässigbar) bis zur Wiederherstellung;
- instandsetzbare Einheiten mit einer Zeit ungleich null bis zur Wiederherstellung.

Um die mathematischen Formeln so einfach wie möglich zu halten, werden die folgenden grundlegenden mathematischen Modelle zur Quantifizierung der Maßgrößen der Zuverlässigkeit verwendet:

- Zufallsvariable (Dauer bis zum Ausfall) für nicht-instandsetzbare Einheiten;
- einfache (gewöhnliche) Erneuerungsprozesse für instandsetzbare Einheiten mit Zeit null bis zur Wiederherstellung;
- einfache (gewöhnliche) alternierende Erneuerungsprozesse für instandsetzbare Einheiten mit einer Zeit ungleich null bis zur Wiederherstellung.

Um das Auffinden der vollständigen Definition zu erleichtern, wird der Verweis auf IEC 60050-191 für jede Benennung unmittelbar nach jeder Benennung (in Klammern) angegeben, z. B.:

Mittlere Dauer bis zur Wiederherstellung [191-47-23]

Die Anwendung jeder Zuverlässigkeitsmaßgröße wird mittels eines einfachen Beispiels gezeigt.

Diese Norm ist hauptsächlich auf die Zuverlässigkeit von Hardware anwendbar, aber viele Benennungen und deren Definitionen können auch auf Software enthaltende Einheiten angewendet werden. Einige Gesichtspunkte der Zuverlässigkeit von Software sind in Anhang D erläutert.

2 Normative Verweisungen

Die folgenden Dokumente sind für die Anwendung dieses Dokuments erforderlich. Bei datierten Verweisungen gilt nur die in Bezug genommene Ausgabe. Bei undatierten Verweisungen gilt die letzte Ausgabe des in Bezug genommenen Dokuments (einschließlich aller Änderungen).

IEC 60050-191:XXXX, *International Electrotechnical Vocabulary (IEV) – Part 191: Dependability*

ISO 3534-1:2006, *Statistics – Vocabulary and symbols – Part 1: General statistical terms and terms used in probability*

3 Begriffe

Für die Anwendung dieses Dokuments gelten die Begriffe nach IEC 60050-191:XXXX und nach ISO 3534-1.

Zusätzlich werden die folgenden Benennungen und Definitionen, die nicht in IEV 191 aufgeführt sind, verwendet, um die Darstellung mathematischer Ausdrücke für andere Begriffe in IEV 191 zu erleichtern.

3.1

momentane Wiederherstellungsdichte **Wiederherstellungsdichte**

Grenzwert – falls er existiert – des Verhältnisses der mittleren Anzahl von Wiederherstellungen (191-46-23) einer instandsetzbaren Einheit (191-41-11) während eines Zeitintervalls $(t, t + \Delta t)$ und Δt dieses Zeitintervalls, wenn Δt gegen null geht

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0+} \frac{E[N_R(t + \Delta t) - N_R(t)]}{\Delta t}$$

Dabei ist

$N_R(t)$ die Anzahl der Wiederherstellungen im Zeitintervall $(0, t)$;

E der Erwartungswert.

Anmerkung 1 zum Begriff: Die Maßeinheit für die momentane Ausfallrate ist die Maßeinheit der Zeit hoch minus 1.

Anmerkung 2 zum Begriff: Anstelle der Wiederherstellungsdichte wird auch der Begriff „Wiederherstellungshäufigkeit“ verwendet.

[[Das Dokument muss hinsichtlich der Verwendung dieses Begriffs geprüft und mit IEV 191 Ed. 2] harmonisiert werden]].

3.2

Verteilungsfunktion der Klarzeit

Funktion, die jedem Wert t die Wahrscheinlichkeit zuordnet, dass die Dauer eines Klarzeitintervalls kleiner oder gleich t ist

Anmerkung 1 zum Begriff: Falls die Klarzeit (absolut stetig) positiv und eine kontinuierliche Zufallsvariable ist, dann ist $F_U(0) = 0$ und

$$F_U(t) = 1 - \exp\left(-\int_0^t \lambda_U(x) dx\right)$$

Dabei ist $\lambda_U(t)$ die momentane Klarzeit-Hazardrate-Funktion.

Anmerkung 2 zum Begriff: Falls die Klarzeit exponentiell verteilt ist, dann gilt

$$F_U(t) = 1 - \exp(-t/\text{MUT})$$

Dabei ist MUT die mittlere Klarzeit.

In diesem Falle wird der Kehrwert der MUT mit λ_U bezeichnet:

$$\lambda_U = 1/\text{MUT}$$

3.3

momentane Klarzeit-Hazardrate-Funktion Klarzeit-Hazardrate-Funktion

$$\lambda_U(t)$$

Grenzwert – falls er existiert – des Verhältnisses der bedingten Wahrscheinlichkeit, dass die Klarzeit innerhalb des Zeitintervalls $(t, t + \Delta t)$ und Δt enden wird, wenn Δt gegen null geht, vorausgesetzt, die Klarzeit hat bei $t = 0$ begonnen und hat nicht vor der Zeit t geendet.

Anmerkung 1 zum Begriff: Die momentane Klarzeit-Hazardrate-Funktion wird durch nachfolgende Formel ausgedrückt:

$$\lambda_U(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \frac{F_U(t) - F_U(t + \Delta t)}{1 - F_U(t)} = \frac{f_U(t)}{1 - F_U(t)}$$

Dabei ist

$F_U(t)$ die Klarzeit-Verteilungsfunktion und

$f_U(t)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte^{N1)} der Klarzeiten.

Anmerkung 2 zum Begriff: Falls die Klarzeit exponentiell verteilt ist, dann ist die momentane Klarzeit-Hazardrate-Funktion zeitlich konstant und wird mit λ_U bezeichnet.

Anmerkung 3 zum Begriff: Die Maßeinheit für die momentane Hazardrate-Funktion ist die Maßeinheit der Zeit hoch minus 1.

3.4

Einheit im Dauerbetrieb COI

Einheit, deren Betriebszeit (191-42-05) gleich der betriebsbereiten Zeit (191-42-17) ist

3.5

Einheit im Aussetzbetrieb IOI

Einheit, deren Betriebszeit (191-42-05) kleiner als die betriebsbereite Zeit (191-42-17) ist

4 Formelzeichen und Abkürzungen

Die nachstehend aufgeführten Formelzeichen sind weit verbreitet und werden empfohlen, sind aber nicht obligatorisch. Um eine durchgehend konsistente Präsentation in vorliegendem Dokument zu erreichen, können die Bezeichnungen in diesem Dokument von denjenigen in verwendeten Bezugsdokumenten abweichen.

^{N1)} Nationale Fußnote: Wird auch mit Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, oft kurz Dichtefunktion, Wahrscheinlichkeitsdichte oder nur Dichte bezeichnet.

— Entwurf —

4.1 Nicht-instandsetzbare Einheiten

COI	Einheit im Dauerbetrieb
IOI	Einheit im Aussetzbetrieb
MTTF	mittlere Dauer bis zum Ausfall
$\hat{MTTF}$	Schätzwert der mittleren Dauer bis zum Ausfall
$R(t)$	Überlebenswahrscheinlichkeitsfunktion, d. h. die Wahrscheinlichkeit der Funktionserfüllung bis zur Zeit t , wobei $R(t) = R(t_1, t_2)$ für $t_1 = 0$ und $t_2 = t$
$\hat{R}(t)$	Schätzwert der Überlebenswahrscheinlichkeitsfunktion zur Zeit t
$R(t_1, t_2)$	Überlebenswahrscheinlichkeit im Zeitintervall (t_1, t_2)
$R(t, t+x t)$	bedingte Überlebenswahrscheinlichkeit im Zeitintervall $(t, t+x)$, unter der Annahme, dass die Einheit bis zur Zeit t ihre Funktion erfüllt hat
TTF_i	beobachtete Dauer bis zum Ausfall der Einheit i
$f(t)$	Wahrscheinlichkeitsdichte der Dauer bis zum Ausfall
$\hat{f}(t)$	Schätzwert der Wahrscheinlichkeitsdichte der Dauer bis zum Ausfall zur Zeit t
n	Anzahl der (nicht-instandsetzbaren) Einheiten in der Grundgesamtheit, die zum Zeitpunkt $t = 0$ betriebsfähig sind
$n_S(t)$	Anzahl der (nicht-instandsetzbaren) Einheiten, die zum Zeitpunkt t ($n_S(0) = n$) noch betriebsfähig sind
$n_S(t) - n_S(t + \Delta t)$	Anzahl der Einheiten, die im Zeitintervall $(t, t + \Delta t)$ ausfallen
λ	konstante Ausfallrate, d. h. der Kehrwert der mittleren Dauern bis zum Ausfall (MTTF), falls die Dauern bis zum Ausfall exponentiell verteilt sind
$\hat{\lambda}$	Schätzwert der konstanten Ausfallrate
$\lambda(t)$	momentane Ausfallrate
$\hat{\lambda}(t)$	Schätzwert der momentanen Ausfallrate zur Zeit t
$\bar{\lambda}(t_1, t_2)$	Mittlere Ausfallrate im Zeitintervall (t_1, t_2)

4.2 Instandsetzbare Einheiten mit Zeit null bis zur Wiederherstellung

COI	Einheit im Dauerbetrieb
IOI	Einheit im Aussetzbetrieb
MOTBF	mittlere Betriebsdauer zwischen Ausfällen
MTTF	mittlere Dauer bis zum Ausfall
$\hat{MTTF}$	Schätzwert der mittleren Dauer bis zum Ausfall
MUT	mittlere Klardauer
$F_U(t)$	Klarzeit-Verteilungsfunktion
$N(t)$	Anzahl der Ausfälle im Zeitintervall $(0, t)$
$R(t)$	Überlebenswahrscheinlichkeitsfunktion, d. h. die Wahrscheinlichkeit der Funktionserfüllung bis zur Zeit t , wobei $R(t) = R(t_1, t_2)$ für $t_1 = 0$ und $t_2 = t$
$R(t_1, t_2)$	Überlebenswahrscheinlichkeit im Zeitintervall (t_1, t_2)

$\hat{R}(t_1, t_2)$	Schätzwert der Überlebenswahrscheinlichkeit im Zeitintervall (t_1, t_2)
$Z(t)$	Erwartete Anzahl von Ausfällen im Zeitintervall $(0, t)$ $Z(t) = E[N(t)]$, wobei E den Erwartungswert bezeichnet
$f(t)$	Wahrscheinlichkeitsdichte der Dauern bis zum Ausfall
$f_U(t)$	Wahrscheinlichkeitsdichte der Dauern der Klarzeitintervalle
ANMERKUNG Für Einheiten im Dauerbetrieb ist $f_U(t) = f(t)$.	
$h_{\text{CTTF}}^{(n)}(t)$	Wahrscheinlichkeitsdichte der Kalenderzeit bis zum n -ten Ausfall, $n \geq 1$
k_F	Anzahl der Ausfälle während einer gegebenen Beobachtungsperiode
n	Gesamtheit der in Betracht gezogenen Einheiten (Grundgesamtheit)
$n_F(t, t + \Delta t)$	Anzahl der im Zeitintervall $(t, t + \Delta t)$ beobachteten Ausfälle
$n_F(t_1, t_2)$	Anzahl der im Zeitintervall (t_1, t_2) beobachteten Ausfälle
$n_S(t_1, t_2)$	Anzahl der Einheiten, die zum Zeitpunkt t_1 betriebsfähig waren und im Zeitintervall (t_1, t_2) in Betrieb waren, ohne auszufallen
$z(t)$	momentane Ausfalldichte
$z(\infty)$	asymptotische Ausfalldichte
$\hat{z}(t)$	Schätzwert der momentanen Ausfalldichte zur Zeit t
$\bar{z}(t_1, t_2)$	mittlere Ausfalldichte im Zeitintervall (t_1, t_2)
$\hat{\bar{z}}(t_1, t_2)$	Schätzwert der mittleren Ausfalldichte im Zeitintervall (t_1, t_2)
λ	konstante Ausfallrate, d. h. der Kehrwert der mittleren Dauer bis zum Ausfall (MTTF), falls die Dauern bis zum Ausfall exponentiell verteilt sind
λ_U	konstante Übergangsrate von einem Klarzustand zu einem Unklarzustand, d. h. der Kehrwert der mittleren Klardauer (MUT), falls die Dauern der Klarzeitintervalle exponentiell verteilt sind

4.3 Instandsetzbare Einheiten mit einer Zeit ungleich null bis zur Wiederherstellung

A	asymptotische Verfügbarkeit
$A(t)$	momentane Verfügbarkeit (oder Verfügbarkeitsfunktion), d. h. die Wahrscheinlichkeit, eine Einheit zum Zeitpunkt t in einem Klarzustand anzutreffen
$\bar{A}(t_1, t_2)$	mittlere Verfügbarkeit im Zeitintervall (t_1, t_2)
$\hat{\bar{A}}(t_1, t_2)$	Schätzwert der mittleren Verfügbarkeit im Zeitintervall (t_1, t_2)
COI	Einheit im Dauerbetrieb
$F_U(t)$	Klarzeit-Verteilungsfunktion
$G(t)$	Verteilungsfunktion der Reparaturdauern
$G_{\text{ACM}}(t)$	Verteilungsfunktion der aktiven Instandsetzungszeit
$G_R(t)$	Verteilungsfunktion der Zeiten bis zur Wiederherstellung
IOI	Einheit im Aussetzbetrieb

— Entwurf —

$M(t)$	Instandhaltbarkeitsfunktion, d. h. die Wahrscheinlichkeit, dass eine aktive Instandhaltungsmaßnahme während der Zeit t ausgeführt werden kann, wobei $M(t) = M(t_1, t_2)$ für $t_1 = 0$ und $t_2 = t$ gilt.
$\hat{M}(t)$	Schätzwert der Instandhaltbarkeitsfunktion zur Zeit t
$M(t_1, t_2)$	Instandhaltbarkeitsmaß für das Zeitintervall (t_1, t_2)
$N(t)$	Anzahl der Ausfälle, die im Zeitintervall $(0, t)$ eintreten
$N_R(t)$	Anzahl der im Zeitintervall $(0, t)$ erfolgten Wiederherstellungen
$R(t)$	Überlebenswahrscheinlichkeitsfunktion, d. h. die Wahrscheinlichkeit der Funktionserfüllung bis zur Zeit t , wobei $R(t) = R(t_1, t_2)$ für $t_1 = 0$ und $t_2 = t$
$R(t_1, t_2)$	Überlebenswahrscheinlichkeit im Zeitintervall (t_1, t_2)
RT_i	Beobachtete Reparaturdauer der Einheit i
MACMT	mittlere aktive Instandsetzungsdauer, d. h. der Erwartungswert der aktiven Instandsetzungszeit
$\hat{MACMT}$	Schätzwert der mittleren aktiven Instandsetzungsdauer
MAD	mittlere administrative Verzugsdauer
$\hat{MAD}$	Schätzwert der mittleren administrativen Verzugsdauer
MADT	mittlere akkumulierte Unklardauer
$\hat{MADT}$	Schätzwert der mittleren akkumulierten Unklardauer
MAUT	mittlere akkumulierte Klarzeit
$\hat{MAUD}$	Schätzwert der mittleren akkumulierten Klarzeit
MDT	mittlere Unklardauer
$\hat{MDT}$	Schätzwert der mittleren Unklardauer
MFDT	mittlere Fehlzustandserkennungszeit, d. h. der Erwartungswert der Fehlzustandserkennungszeit
MLD	mittlere logistische Verzugsdauer
$\hat{MLD}$	Schätzwert der mittleren logistischen Verzugsdauer
MMAT	Mittlere Dauer eines Instandhaltungsvorgangs, d. h. der Erwartungswert einer gegebenen Instandhaltungsvorgangsdauer
MRT	mittlere Reparaturdauer
$\hat{MRT}$	Schätzwert der mittleren Reparaturdauer
MOTBF	mittlere Betriebsdauer zwischen Ausfällen
MTD	mittlere technische Verzugsdauer, d. h. der Erwartungswert der technischen Verzugsdauer
MTTF	mittlere Dauer bis zum Ausfall
$\hat{MTTF}$	Schätzwert der mittleren Dauer bis zum Ausfall
MTTR	mittlere Dauer bis zur Wiederherstellung

$\hat{M}TTR$	Schätzwert der mittleren Dauer bis zur Wiederherstellung
MUT	mittlere Klardauer
$\hat{M}UT$	Schätzwert der mittleren Klardauer
U	asymptotische Nichtverfügbarkeit
$U(t)$	momentane Nichtverfügbarkeit (Nichtverfügbarkeitsfunktion)
$\bar{U}(t_1, t_2)$	mittlere Nichtverfügbarkeit im Zeitintervall (t_1, t_2)
$\hat{\bar{U}}(t_1, t_2)$	Schätzwert der mittleren Nichtverfügbarkeit im Zeitintervall (t_1, t_2)
VRT	Die Varianz der Reparaturdauer, $VRT = Var[\zeta] = E[\zeta^2] - MRT^2$, wobei ζ eine Zufallsvariable ist, welche für die Reparaturdauer steht. Var bezeichnet die Varianz und E bezeichnet den Erwartungswert.
$Z(t)$	Erwartete Anzahl von Ausfällen im Zeitintervall $(0, t)$ $Z(t) = E[N(t)]$, wobei E der Erwartungswert ist
$f(t)$	Wahrscheinlichkeitsdichte der Dauern bis zum Ausfall
$f_U(t)$	Wahrscheinlichkeitsdichte der Klarzeiten
$f_{U+R}(t)$	Wahrscheinlichkeitsdichte der Summe der Klarzeiten und der entsprechenden Zeiten bis zur Wiederherstellung
$g(t)$	Wahrscheinlichkeitsdichte der Reparaturdauern
$\hat{g}(t)$	Schätzwert der Wahrscheinlichkeitsdichte der Reparaturdauer zum Zeitpunkt t
$g_{ACM}(t)$	Wahrscheinlichkeitsdichte der aktiven Instandsetzungszeiten
$g_{AD}(t)$	Wahrscheinlichkeitsdichte der administrativen Verzugsdauern
$g_D(t)$	Wahrscheinlichkeitsdichte der Unklarzeitintervalle
$g_{LD}(t)$	Wahrscheinlichkeitsdichte der logistischen Verzugsdauern
$g_{MA}(t)$	Wahrscheinlichkeitsdichte der gegebenen Instandhaltungsvorgangsdauer
$g_R(t)$	Wahrscheinlichkeitsdichte der Zeitintervalle bis zur Wiederherstellung
$h_{CTTF}^{(n)}(t)$	Wahrscheinlichkeitsdichte der Kalenderzeit bis zum n -ten Ausfall, $n \geq 1$
k	Anzahl der Reparaturdauern während einer gegebenen Beobachtungsperiode
k_{ACM}	Anzahl der aktiven Instandsetzungsvorgänge während einer gegebenen Beobachtungsperiode
k_{AD}	Anzahl der administrativen Verzugsdauern während einer gegebenen Beobachtungsperiode
k_D	Anzahl der Unklarzeitintervalle während einer gegebenen Beobachtungsperiode
k_F	Anzahl der Ausfälle während einer gegebenen Beobachtungsperiode
k_{LD}	Anzahl der logistischen Verzugsdauern während einer gegebenen Beobachtungsperiode
k_O	Anzahl der Ausfälle im Betrieb während einer gegebenen Beobachtungsperiode
k_R	Anzahl der Zeitintervalle bis zur Wiederherstellung während einer gegebenen Beobachtungsperiode
k_U	Anzahl der Klarzeitintervalle während einer gegebenen Beobachtungsperiode

— Entwurf —

m	Anzahl der beobachteten Instandhaltungsvorgangsdauern
$m_{\text{MAT}}(t)$	Anzahl der Instandhaltungsvorgangsdauern größer als t ($m_{\text{MAT}}(0) = m$)
n	Gesamtheit der in Betracht gezogenen Einheiten (Grundgesamtheit)
$n_{\text{D}}\{t\}$	Anzahl der Einheiten, die sich zum Zeitpunkt t in einem Unklarzustand befinden
$n_{\text{F}}(t, t + \Delta t)$	Anzahl der im Zeitintervall $(t, t + \Delta t)$ beobachteten Ausfälle, wobei die Zeitskala sowohl Klar- als auch Unklarzeiten enthält
$n_{\text{F}}(t_1, t_2)$	Anzahl der im Zeitintervall (t_1, t_2) beobachteten Ausfälle, wobei die Zeitskala sowohl Klar- als auch Unklarzeiten enthält
$n_{\text{R}}(t)$	Anzahl der instandsetzbaren Einheiten, die zum Zeitpunkt t ($n_{\text{R}}(0) = n$) immer noch repariert werden
$n_{\text{R}}(t) - n_{\text{R}}(t + \Delta t)$	Anzahl der Einheiten, deren Reparatur im Zeitintervall $(t, t + \Delta t)$ abgeschlossen wurde
$n_{\text{S}}(t_1, t_2)$	Anzahl der Einheiten, die zum Zeitpunkt t_1 betriebsfähig und die im Zeitintervall (t_1, t_2) ohne Ausfall in Betrieb waren
$n_{\text{U}}\{t\}$	Anzahl der Einheiten, die sich zum Zeitpunkt t im Klarzustand befinden
$v(t)$	momentane Wiederherstellungsdichte
$z(t)$	momentane Ausfalldichte
$z(\infty)$	asymptotische Ausfalldichte
$\hat{z}(t)$	Schätzwert der momentanen Ausfalldichte zur Zeit t
$\bar{z}(t_1, t_2)$	mittlere Ausfalldichte im Zeitintervall (t_1, t_2)
$\hat{\bar{z}}(t_1, t_2)$	Schätzwert der mittleren Ausfalldichte im Zeitintervall (t_1, t_2)
λ	konstante Ausfallrate, d. h. der Kehrwert der mittleren Dauer bis zum Ausfall (MTTF), falls die Dauern bis zum Ausfall exponentiell verteilt sind
λ_{U}	konstante Übergangsrate von einem Klarzustand in einen Unklarzustand, d. h. der Kehrwert der mittleren Klardauer (MUT), falls die Dauern der Klarzeitintervalle exponentiell verteilt sind
$\lambda_{\text{U}}(t)$	Die Hazardrate-Funktion der Klarzeiten
μ	konstante Instandsetzungsrate, d. h. der Kehrwert der mittleren Instandsetzungsdauer (MRT), falls die Instandsetzungszeiten exponentiell verteilt sind
$\mu(t)$	momentane Instandsetzungsrate
$\hat{\mu}(t)$	Schätzwert der momentanen Instandsetzungsrate
μ_{ACM}	Kehrwert der mittleren aktiven Instandsetzungsdauer (MACMT), falls die aktiven Instandsetzungszeiten exponentiell verteilt sind
μ_{AD}	Kehrwert der mittleren administrativen Verzugsdauer (MAD), falls die administrativen Verzugsdauern exponentiell verteilt sind
μ_{D}	Kehrwert der mittleren Unklardauer (MDT), falls die Dauern der Unklarzeitintervalle exponentiell verteilt sind
μ_{LD}	Kehrwert der mittleren logistische Verzugsdauer (MLD), falls die logistischen Verzugsdauern exponentiell verteilt sind
μ_{MA}	konstante Rate des Abschlusses eines gegebenen Instandhaltungsvorganges, falls die Instandhaltungsvorgangsdauern exponentiell verteilt sind
μ_{R}	konstante Rate, mit der eine Einheit in einen betriebsfähigen Zustand wiederhergestellt wird (konstante Wiederherstellungsrate), d. h. der Kehrwert der mittleren Dauer bis zur Wiederherstellung (MTTR), falls die Zeitintervalle bis zur Wiederherstellung exponentiell verteilt sind

5 Annahmen

5.1 Allgemeine Bemerkungen

Um für die in IEC 60050-191 definierten Maßgrößen korrekte mathematische Ausdrücke ableiten zu können, muss zwischen instandsetzbaren Einheiten [191-41-11] und nicht-instandsetzbaren Einheiten [191-41-12] unterschieden werden. Die folgenden Klassen von Einheiten werden in dieser Norm getrennt behandelt:

- nicht-instandsetzbare Einheiten;
- instandsetzbare Einheiten mit Zeit null bis zur Wiederherstellung;
- instandsetzbare Einheiten mit einer Zeit ungleich null bis zur Wiederherstellung.

Um die mathematischen Formeln so einfach wie möglich zu halten, werden die folgenden grundlegenden mathematischen Modelle zur Quantifizierung der Maßgrößen der Zuverlässigkeit verwendet:

- Zufallsvariable (Dauer bis zum Ausfall) für nicht-instandsetzbare Einheiten;
- einfache (gewöhnliche) Erneuerungsprozesse für instandsetzbare Einheiten mit Zeit null bis zur Wiederherstellung;
- einfache (gewöhnliche) alternierende Erneuerungsprozesse für instandsetzbare Einheiten mit einer Zeit ungleich null bis zur Wiederherstellung.

Das einfachste mathematische Modell für die Überlebenswahrscheinlichkeit einer nicht-instandsetzbaren Einheit ist eine Zufallsvariable – die Dauer bis zum Ausfall der Einheit [191-45-01]. Eine weit verbreitete Maßgröße für die Überlebenswahrscheinlichkeit nicht-instandsetzbarer Einheiten ist die momentane Ausfallrate $\lambda(t)$ [191-45-06], im englischen auch „hazard rate function“ genannt. Sie ist abgeleitet aus der Verteilungsfunktion der Dauern bis zum Ausfall. Der Ausdruck $\lambda(t)\Delta t$ ist für kleine Werte von Δt näherungsweise die bedingte Wahrscheinlichkeit für den Ausfall einer Einheit im Zeitintervall $(t, t + \Delta t)$, vorausgesetzt, die Einheit ist im Intervall $(0, t)$ nicht ausgefallen.

Für instandsetzbare Einheiten ist das grundlegende Modell ein einfacher Erneuerungsprozess, sofern das Zeitintervall bis zur Wiederherstellung der Einheit vernachlässigt werden darf, oder ein einfacher alternierender Erneuerungsprozess, in dem das Zeitintervall bis zur Wiederherstellung der Einheit nicht null ist. Im zweiten Fall wechselt die Einheit zwischen einem Klarzustand und einem Unklarzustand hin und her; eine weit verbreitete Maßgröße für die Überlebenswahrscheinlichkeit der Einheit ist die Ausfalldichte, die gleich der Erneuerungsichte ist.

Die Ausfalldichte [191-45-08] ist eine Maßgröße, die von dem erwarteten Wert der kumulativen Anzahl der Ausfälle $E[N(t)]$ einer instandsetzbaren Einheit abgeleitet ist, die sich im Zeitintervall $(0, t)$ ereignen. Der Ausdruck $z(t)\Delta t$ ist für kleine Werte von Δt näherungsweise die Wahrscheinlichkeit für den Ausfall einer Einheit im Zeitintervall $(t, t + \Delta t)$.

Um eine falsche Verwendung dieser mathematischen Ausdrücke zu vermeiden, was zu fehlerhaften Ergebnissen führen könnte, sollten die in 5.2 und 5.3 dargelegten speziellen Annahmen beachtet werden.

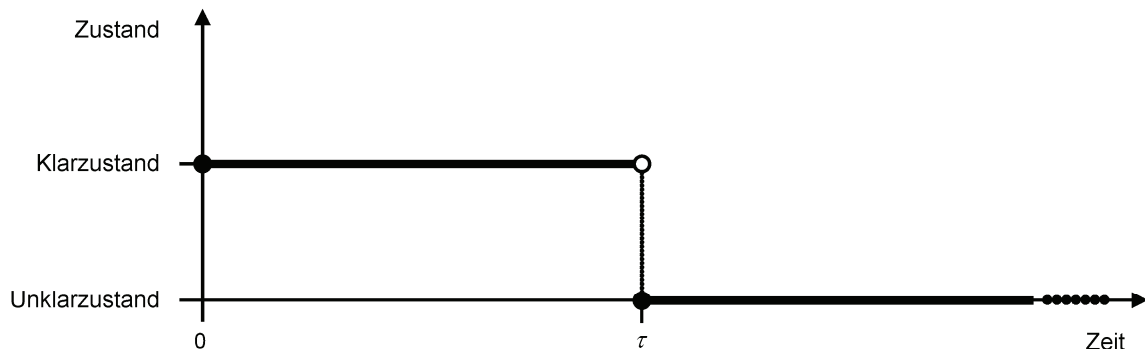
5.2 Annahmen für nicht-instandsetzbare Einheiten

- a) Eine nicht-instandsetzbare Einheit befindet sich zu jedem Zeitpunkt entweder in einem Klarzustand oder in einem Unklarzustand (siehe Bild 1).
- b) Sofern nichts anderes angegeben, wird davon ausgegangen, dass eine sich im Klarzustand befindliche Einheit im Dauerbetrieb ist.

ANMERKUNG Die in diesem Abschnitt angegebenen mathematischen Ausdrücke sind möglicherweise für Einheiten im Aussetzbetrieb (IOI) nicht immer gültig.

- c) Zur Zeit $t = 0$ ist die Einheit in Betrieb und so gut wie neu. Latente Fehlzustände werden nicht berücksichtigt. Sollten diese dennoch vorhanden sein, so könnten einige mathematische Ausdrücke ungültig werden.

- d) Wartung oder sonstige geplante Maßnahmen, die dazu führen, dass die Einheit eine geforderte Funktion nicht ausführen kann, werden nicht berücksichtigt.
- e) Die Dauer bis zum Ausfall ist eine positive und kontinuierliche Zufallsvariable mit einer Wahrscheinlichkeitsdichte und einem endlichem Erwartungswert.



Legende

τ Dauer bis zum Ausfall

Bild 1 – Musterbeispiel für eine nicht-instandsetzbare Einheit

5.3 Annahmen für instandsetzbare Einheiten

- a) Eine instandsetzbare Einheit befindet sich zu jedem Zeitpunkt entweder in einem Klarzustand oder in einem Unklarzustand (siehe Bilder 2 und 3).
- b) Zur Zeit $t = 0$ ist die Einheit im Klarzustand und somit $R(0) = 1$ und so gut wie neu. Latente Fehlzustände werden nicht berücksichtigt.
- c) Sofern nichts anderes angegeben, wird davon ausgegangen, dass eine sich im Klarzustand befindliche Einheit im Dauerbetrieb ist.
- d) Aufeinander folgende Klarzeiten der Einheit sind statistisch voneinander unabhängig, identisch verteilt und sind positive und kontinuierliche Zufallsvariablen mit einer gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichte und einem endlichem Erwartungswert.
- e) Falls die Unklardauer nicht null ist, dann sind aufeinander folgende Unklarzeiten der Einheit statistisch voneinander unabhängig, identisch verteilt, und es sind positive und kontinuierliche Zufallsvariablen mit einer gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichte und einem endlichem Erwartungswert.
- f) Die Klarzeiten sind von den Unklarzeiten statistisch unabhängig.
- g) Wartung oder sonstige geplante Maßnahmen, die dazu führen, dass die Einheit eine geforderte Funktion nicht ausführen kann, werden nicht berücksichtigt.
- h) Sofern nicht anders angegeben, ist jede andere in dieser Norm behandelte Zufallsvariable (beispielsweise Dauer bis zum Ausfall, Reparaturdauer, logistische Verzugsdauer und so fort) eine positive und kontinuierliche Zufallsvariable mit einer Wahrscheinlichkeitsdichte und einem endlichem Erwartungswert.

Zusammengefasst:

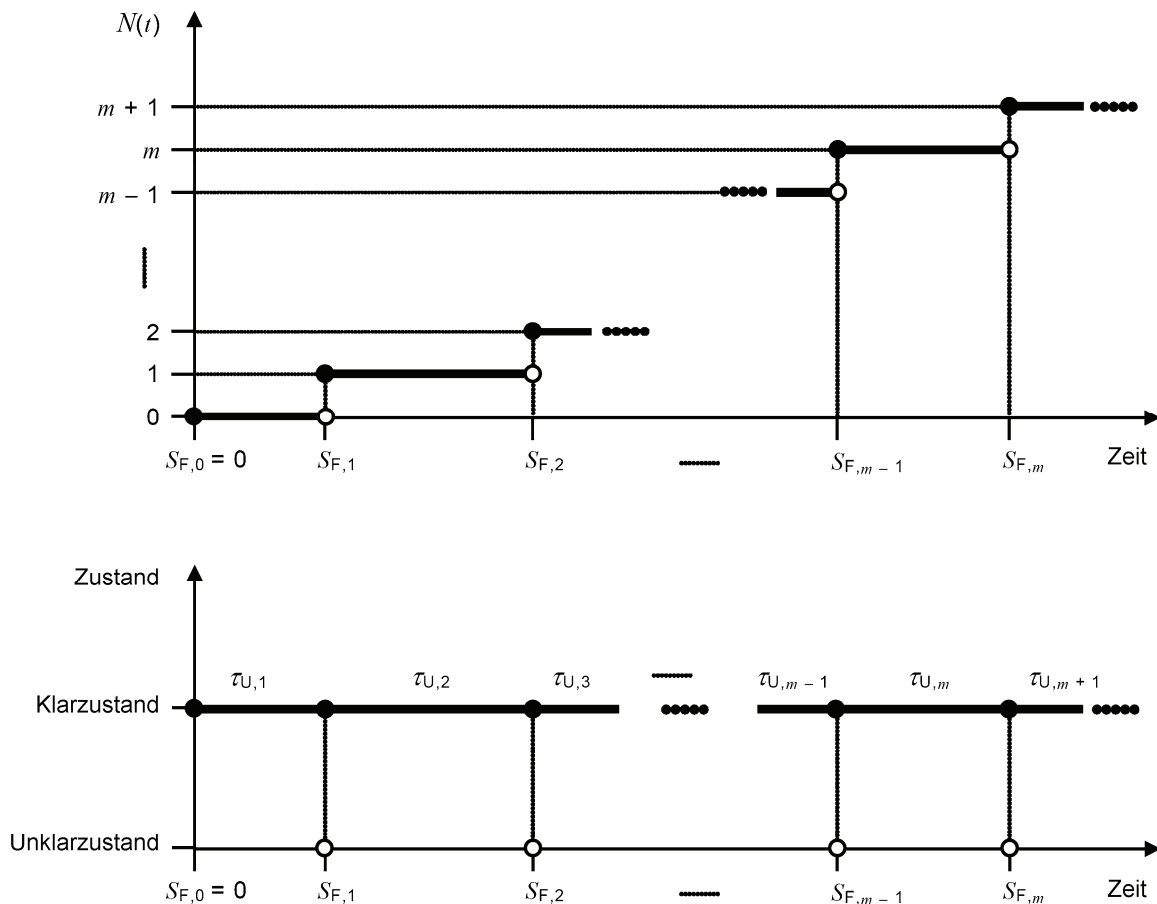
- Jeder Übergang von einem Klarzustand in einen Unklarzustand ist ein Ausfall;
- jeder Übergang von einem Unklarzustand in einen Klarzustand ist eine Wiederherstellung;
- jeder Unklarzustand ist ein Fehlzustand, und folglich ist die Unklarzeit gleich der Zeit bis zur Wiederherstellung;
- nach jeder Wiederherstellung ist die Einheit so gut wie neu.

Bei Einheiten im Dauerbetrieb (COI) koexistiert der Klarzustand mit dem Betriebszustand, und die Klarzeit stimmt mit der Betriebszeit überein.

Die Ausdrücke für die Maßgrößen zur Funktionsfähigkeit von instandsetzbaren Einheiten im Dauerbetrieb können für Einheiten im Aussetzbetrieb (IOI) ungültig sein (siehe Bild 4).

ANMERKUNG 1 Modelle, die eine Zeit von null bis zur Wiederherstellung annehmen, werden dann verwendet, wenn entweder die Klarzeit der Einheit die einzige für die Bewertung der Funktion der Einheit interessierende Zeit ist oder wenn die Zeit bis zur Wiederherstellung so kurz ist, dass sie vernachlässigbar ist.

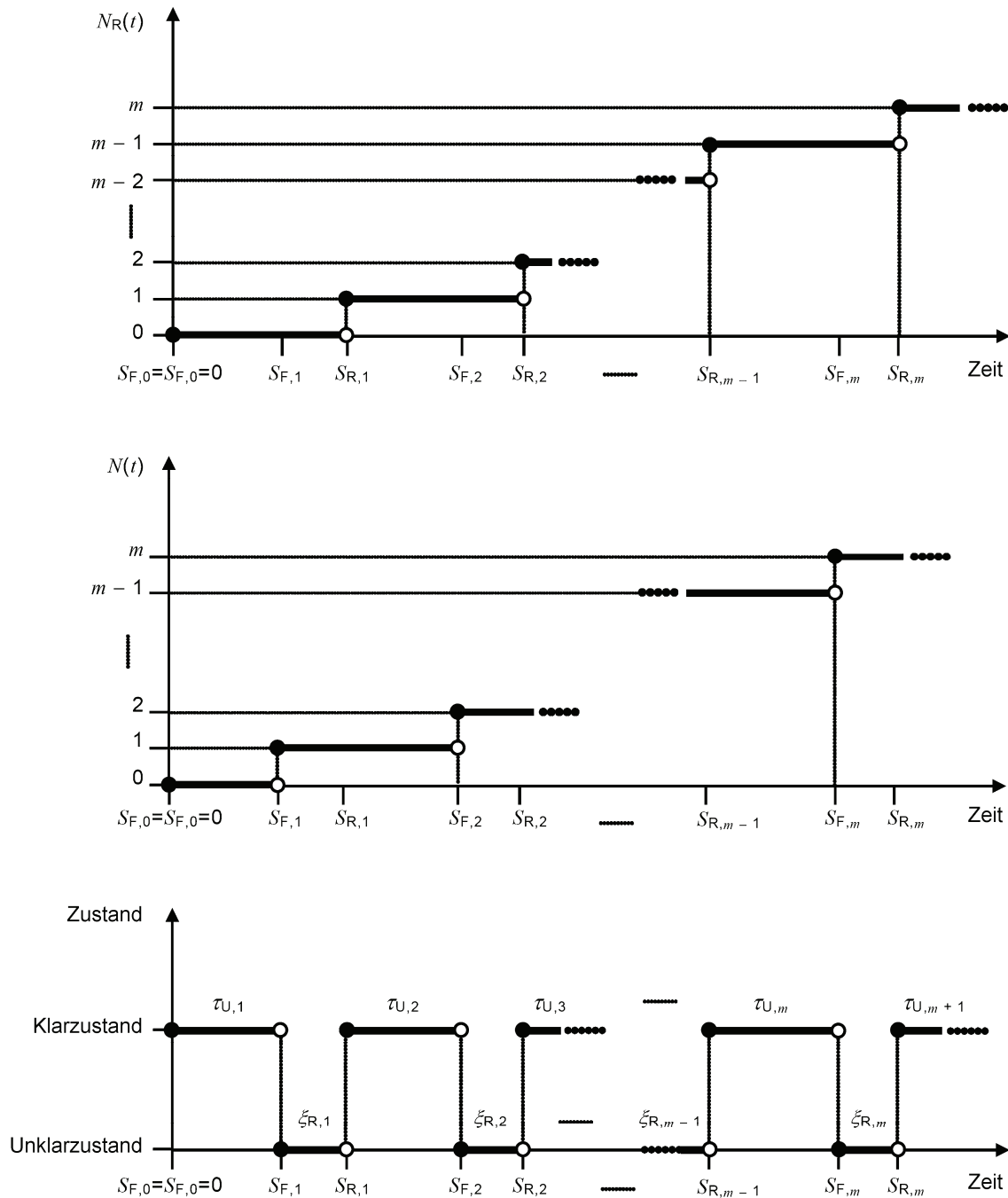
ANMERKUNG 2 Alle mathematischen Ausdrücke für die Maßgrößen der Funktionsfähigkeit, die sich auf die Dauer bis zum Ausfall einer nicht-instandsetzbaren Einheit beziehen, dürfen auch auf jede Dauer bis zum Ausfall einer instandsetzbaren Einheit im Dauerbetrieb angewendet werden.



Legende

- $N(t)$ Anzahl der Ausfälle im Zeitintervall $(0, t)$
- $S_{F,1}, S_{F,2}, S_{F,3}, \dots$ aufeinander folgende Ausfallereignisse
- $\tau_{U,1}, \tau_{U,2}, \tau_{U,3}, \dots$ aufeinander folgende Klarzeitintervalle

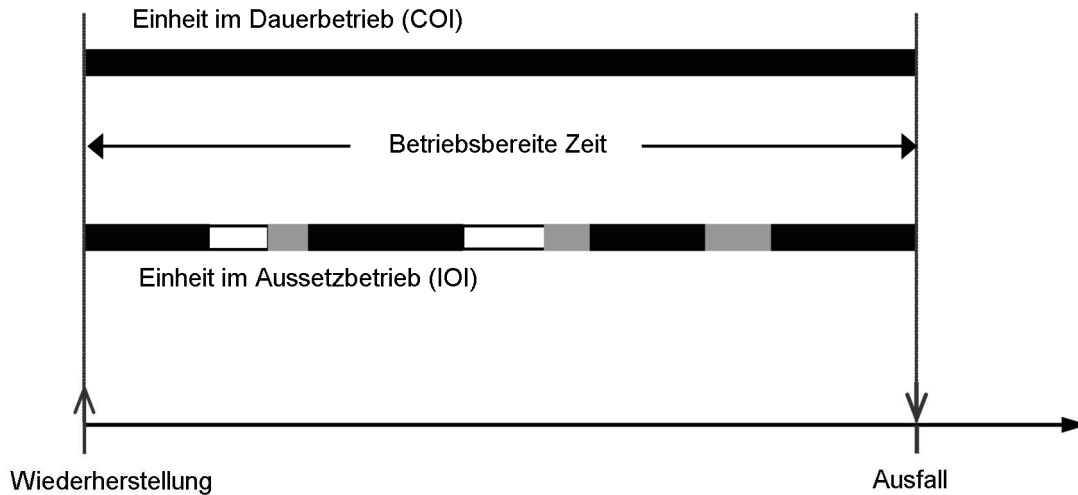
Bild 2 – Musterbeispiel einer instandsetzbaren Einheit mit einer Zeit von null bis zur Wiederherstellung



Legende

$N(t)$	Anzahl der Ausfälle im Zeitintervall $(0, t)$
$N_R(t)$	Anzahl der Wiederherstellungsereignisse im Zeitintervall $(0, t)$
$S_{F,1}, S_{F,2}, S_{F,3}, \dots$	aufeinander folgende Ausfallereignisse
$S_{R,1}, S_{R,2}, S_{R,3}, \dots$	aufeinander folgende Wiederherstellungsereignisse
$\tau_{U,1}, \tau_{U,2}, \tau_{U,3}, \dots$	aufeinander folgende Klarzeitintervalle
$\xi_{R,1}, \xi_{R,2}, \xi_{R,3}, \dots$	aufeinander folgende Zeiten bis zur Wiederherstellung

Bild 3 – Musterbeispiel einer instandsetzbaren Einheit mit einer Zeit ungleich null bis zur Wiederherstellung

**Legende**

- Betriebszeit(intervall) [191-42-05]
- Zeit(intervall) des Bereitschaftszustandes [191-42-13]
- Zeit(intervall) des betriebsfreien Klarzustands [191-42-15]

Bild 4 – Vergleich einer Klarzeit für eine COI und IOI**6 Mathematische Ausdrücke****6.1 Nicht-instandsetzbare Einheiten****6.1.1 Allgemeines**

Die Ausdrücke in 6.1 gelten nur für Einheiten im Dauerbetrieb (COI).

Für jede Maßgröße wird Folgendes angegeben:

- a) der generische Ausdruck;
- b) der gebräuchlichste Ausdruck (für exponentiell verteilte Dauern bis zum Ausfall der Einheit);
- c) falls notwendig, ein einfaches Anwendungsbeispiel.

6.1.2 Überlebenswahrscheinlichkeit [191-45-05]

(Formelzeichen $R(t_1, t_2)$, $0 \leq t_1 < t_2$)

Für nicht-instandsetzbare Einheiten ist die Überlebenswahrscheinlichkeit $R(t_1, t_2)$ für ein gegebenes Zeitintervall (t_1, t_2) , $0 \leq t_1 < t_2$ gleich der Überlebenswahrscheinlichkeit $R(0, t_2)$ für das Zeitintervall $(0, t_2)$.

Üblicherweise werden die Überlebenswahrscheinlichkeitsfunktion $R(t) = R(0, t)$ mit $R(0) = 1$ und die bedingte Überlebenswahrscheinlichkeit $R(t, t+x | t)$ angegeben, falls sich während der Zeitspanne $(0, t)$ kein Ausfall ereignet hat.

a)

$$R(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(x) dx\right) = \int_t^\infty f(x) dx$$

— Entwurf —

Dabei ist

$\lambda(x)$ die momentane Ausfallrate der Einheit;

$f(x)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte der Dauer bis zum Ausfall der Einheit, d. h. für kleine Werte von Δx , ist $f(x)\Delta x$ näherungsweise die Wahrscheinlichkeit, dass der Ausfall der Einheit sich während $(x, x + \Delta x)$ ereignen wird.

ANMERKUNG Falls Daten zu beobachteten Ausfällen von n nicht-instandsetzbare Einheiten aus einer homogenen Population verfügbar sind, ergibt sich der geschätzte Wert von $R(t)$ zu

$$\hat{R}(t) = \frac{n_S(t)}{n}$$

Dabei ist

$n_S(t)$ die Anzahl der Einheiten, die zum Zeitpunkt t ($n_S(0) = n$) immer noch in Betrieb sind.

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Einheit im Zeitintervall (t_1, t_2) mit $0 \leq t_1 < t_2$ ausfällt, ergibt sich zu

$$R(t_1) - R(t_2) = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

Die bedingte Überlebenswahrscheinlichkeit $R(t, t+x | t)$ ist definiert als die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass eine Einheit eine geforderte Funktion für ein gegebenes Zeitintervall $(t, t+x)$ erfüllt, vorausgesetzt, dass die Einheit sich zu Beginn des Zeitintervalls in Betrieb befindet. (Siehe [9]¹⁾, Seite 40.)

$$R(t, t+x | t) = \exp\left(-\int_t^{t+x} \lambda(t) dt\right) = \frac{R(t+x)}{R(t)}$$

- b) Falls $\lambda(t) = \lambda$, also λ konstant ist, d. h. falls die Dauer bis zum Ausfall exponentiell verteilt ist, erhält man:

$$R(t) = \exp(-\lambda t)$$

$$R(t, t+x | t) = \exp(-\lambda x)$$

- c) Für eine Einheit mit einer konstanten Ausfallrate von $\lambda = 1 \text{ Jahr}^{-1}$ und einer geforderten Betriebsdauer von 6 Monaten, ergibt sich die Überlebenswahrscheinlichkeit zu

$$R(6 \text{ Monate}) = \exp(-1 \times 6/12) = 0,6065$$

6.1.3 Momentane Ausfallrate [191-45-06] (Formelzeichen $\lambda(t)$)

- a) gemäß der Definition [191-45-06]

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)}$$

Für kleine Werte von Δt ist $\lambda(t) \cdot \Delta t$ näherungsweise gleich der bedingten Wahrscheinlichkeit, dass die Einheit im Intervall $(t, t + \Delta t)$ ausfallen wird, vorausgesetzt, die Einheit hat bis zur Zeit t überlebt.

ANMERKUNG Falls Daten zu beobachteten Ausfällen von n nicht-instandsetzbaren Einheiten aus einer homogenen Population verfügbar sind, ergibt sich der geschätzte Wert von $\lambda(t)$ zur Zeit t zu

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{n_S(t) - n_S(t + \Delta t)}{n_S(t) \Delta t}$$

¹⁾ Angaben in eckigen Klammern verweisen auf die Literaturhinweise.

Dabei ist

$n_S(t)$ die Anzahl der Einheiten, die zum Zeitpunkt t ($n_S(0) = n$) immer noch in Betrieb sind;

$n_S(t) - n_S(t + \Delta t)$ die Anzahl der Einheiten, die im Zeitintervall $(t, t + \Delta t)$ ausfallen.

Es wird darauf hingewiesen, dass sich der geschätzte Wert der Ausfalldichte $f(t)$ zur Zeit t zu

$$\hat{f}(t) = \frac{n_S(t) - n_S(t + \Delta t)}{n \Delta t}$$

ergibt.

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Einheit im Zeitintervall (t_1, t_2) ausfallen wird, ist gegeben durch

$$R(t_1) - R(t_2) = \exp\left(-\int_0^{t_1} \lambda(t) dt\right) - \exp\left(-\int_0^{t_2} \lambda(t) dt\right)$$

- b) Falls die Dauern bis zum Ausfall exponentiell verteilt sind, also $\lambda(t) = \lambda$ für alle Werte von t , dann gilt

$$f(t) = \lambda \exp(-\lambda t)$$

und

$$R(t) = \exp(-\lambda t)$$

ANMERKUNG Falls Daten zu beobachteten Ausfällen von n nicht-instandsetzbaren Einheiten aus einer homogenen Population mit konstanter Ausfallrate verfügbar sind, ergibt sich der geschätzte Wert von λ zu

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \text{TTF}_i}$$

Dabei ist

die TTF_i die Dauer bis zum Ausfall der Einheit i .

- c) Für zehn nicht-instandsetzbare Einheiten aus einer homogenen Population mit konstanter Ausfallrate beträgt die beobachtete gesamte Betriebsdauer bis zum Ausfall aller Einheiten $\sum_{i=1}^{10} \text{TTF}_i = 2$ Jahre. Somit ergibt sich

$$\hat{\lambda} = \frac{10}{2} = 5 \text{ Jahr}^{-1}$$

Falls die Dauer bis zum Ausfall einer nicht-instandsetzbaren Einheit einer Weibull-Verteilung mit zwei Parametern gehorcht, nämlich dem Skalenparameter $\alpha > 0$ und dem Formparameter $\beta > 0$, dann gilt:

$$R(t) = \exp(-(\alpha t)^\beta)$$

und

$$f(t) = \frac{-dR(t)}{dt} = \alpha \beta (\alpha t)^{\beta-1} \exp(-(\alpha t)^\beta)$$

somit

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \alpha \beta (\alpha t)^{\beta-1}$$

(Siehe [9], Seite 434.)

— Entwurf —

Für $\beta = 2$ und $\alpha = 0,5 \text{ Jahr}^{-1}$ ergibt sich

$$\lambda(6 \text{ Monate}) = 0,5 \times 2 \times \left(0,5 \times \frac{6}{12}\right) = 0,25 \text{ Jahr}^{-1}$$

$$\lambda(1 \text{ Jahr}) = 0,5 \times 2 \times (0,5 \times 1) = 0,5 \text{ Jahr}^{-1}$$

6.1.4 Mittlere Ausfallrate [191-45-07]

(Formelzeichen $\bar{\lambda}(t_1, t_2)$, $0 \leq t_1 < t_2$)

a)
$$\bar{\lambda}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \lambda(t) dt = \frac{1}{t_2 - t_1} \ln \frac{R(t_1)}{R(t_2)}$$

b) Falls die Dauer bis zum Ausfall exponentiell verteilt ist, gilt

$$\bar{\lambda}(t_1, t_2) = \lambda$$

für alle Werte von t_1 und t_2 .

c) Es sei $t_1 = 6$ Monate, $R(t_1) = 0,8$ und $t_2 = 12$ Monate, $R(t_2) = 0,5$, dann ist

$$\bar{\lambda}(6, 12) = \frac{1}{12 - 6} \ln \frac{0,8}{0,5} = \ln(1,6)/6 = \frac{0,47}{6} = 0,078 \text{ 3 Monat}^{-1}$$

jedoch für $R(0) = 1$

$$\bar{\lambda}(0, 6) = \frac{1}{6 - 0} \ln \frac{1}{0,8} = \ln(1,25)/6 = \frac{0,223 \text{ 1}}{6} = 0,037 \text{ 2 Monat}^{-1}$$

6.1.5 Mittlere Dauer bis zum Ausfall [191-45-11]

MTTF (Abkürzung)

a)
$$\text{MTTF} = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} R(t) dt$$

ANMERKUNG Falls Daten zu beobachteten Ausfällen von n nicht-instandsetzbaren Einheiten aus einer homogenen Population verfügbar sind, ergibt sich der Schätzwert der MTTF zu

$$\hat{\text{MTTF}} = \frac{\sum_{i=1}^n \text{TTF}_i}{n}$$

Dabei ist TTF_i die Dauer bis zum Ausfall der Einheit i .

b) Falls die Dauer bis zum Ausfall exponentiell verteilt ist, d. h. $\lambda(t) = \lambda$ für alle Werte von t , gilt

$$\text{MTTF} = \frac{1}{\lambda}$$

c) Für eine nicht-instandsetzbare Einheit mit einer konstanten Ausfallrate von $\lambda = 0,5 \text{ Jahr}^{-1}$ ergibt sich

$$\text{MTTF} = 2 \text{ Jahre} = 17\,520 \text{ h}$$

Falls die Dauer bis zum Ausfall einer nicht-instandsetzbaren Einheit einer Weibull-Verteilung mit zwei Parametern gehorcht, nämlich dem Skalenparameter $\alpha > 0$ und dem Formparameter $\beta > 0$, dann gilt

$$R(t) = \exp(-(\alpha t)^\beta)$$

und

$$\text{MTTF} = \frac{\Gamma(1 + \frac{1}{\beta})}{\alpha}$$

Dabei ist

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$$

die vollständige Gammafunktion. (Siehe [9], Seite 435.)

Für $\beta = 2$ und $\alpha = 0,5 \text{ Jahr}^{-1}$ gilt

$$\text{MTTF} = \frac{\Gamma(1 + \frac{1}{2})}{0,5} = 2 \times \Gamma(1 + \frac{1}{2}) \text{ Jahr}$$

Aber mit

$$\Gamma(1 + \frac{1}{2}) = \Gamma(\frac{1}{2})/2 = \sqrt{\pi}/2$$

folgt

$$\text{MTTF} = \sqrt{\pi} \text{ Jahre} \approx 1,772 \text{ 5 Jahre} = 21,27 \text{ Monate}$$

6.2 Instandsetzbare Einheiten mit einer Zeit von null bis zur Wiederherstellung

6.2.1 Allgemeines

Die Ausdrücke in 6.2 gelten für Einheiten im Dauerbetrieb (COI). Sofern diese auch für Einheiten im Aussetzbetrieb (IOI) gelten, ist dies angegeben.

Für jede Maßgröße wird Folgendes angegeben:

- a) der generische Ausdruck;
- b) der gebräuchlichste Ausdruck (für die Fälle, in denen die Dauern bis zum Ausfall der Einheit exponentiell verteilt sind);
- c) falls notwendig ein einfaches Anwendungsbeispiel.

6.2.2 Überlebenswahrscheinlichkeit [191-45-05]

(Formelzeichen $R(t_1, t_2)$, $0 \leq t_1 < t_2$)

- a) Die Überlebenswahrscheinlichkeit einer Einheit im Zeitintervall (t_1, t_2) kann wie folgt (siehe [9], Seite 461) und [13], Seite 105) geschrieben werden:

$$R(t_1, t_2) = R(t_2) + \int_0^{t_1} R(t_2 - t) z(t) dt$$

Dabei ist

der erste Ausdruck $R(t_2)$ die Überlebenswahrscheinlichkeit bis zur Zeit t_2 ;

der zweite Ausdruck die Wahrscheinlichkeit eines Ausfalls zur Zeit t ($t < t_1$), wobei die Einheit nach unmittelbarer Wiederherstellung bis zur Zeit t_2 überlebt;

$z(t)$ die momentane Ausfalldichte (Erneuerungsichte) der Einheit, d. h. für kleine Werte von Δt ist $z(t)\Delta t$ näherungsweise gleich der (unbedingten) Wahrscheinlichkeit, dass sich während $(t, t + \Delta t)$ ein Ausfall der Einheit ereignet;

$R(t) = R(0, t)$ die Überlebenswahrscheinlichkeitsfunktion der Einheit mit

— Entwurf —

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(s) ds$$

wobei $f(t)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte (auch mit Ausfalldichte bezeichnet) der Dauern bis zum Ausfall der Einheit ist, d. h. für kleine Werte von Δt ist $f(t)\Delta t$ ist näherungsweise die Wahrscheinlichkeit, dass die Einheit im Zeitintervall $(t, t + \Delta t)$ ausfällt. Genauer ausgedrückt ist dies näherungsweise gleich der Wahrscheinlichkeit, dass eine gegebene Dauer bis zum Ausfall im Zeitintervall $(t, t + \Delta t)$ endet unter der Annahme, dass die Dauer bis zum Ausfall zur Zeit $t = 0$ begonnen hat.

ANMERKUNG 1 $R(t_1, t_2)$ wird manchmal mit der Intervall-Überlebenswahrscheinlichkeit bezeichnet.

ANMERKUNG 2 Falls Daten zu beobachteten Ausfällen von n instandsetzbaren Einheiten verfügbar sind, ergibt sich ein Schätzwert für $R(t_1, t_2)$ zu

$$\hat{R}(t_1, t_2) = \frac{n_S(t_1, t_2)}{n}$$

Dabei ist

$n_S(t_1, t_2)$ die Anzahl der Einheiten ist, die zur Zeit t_1 in Betrieb waren und die im Zeitintervall (t_1, t_2) nicht ausgefallen sind.

Setzt man $t_1 = t$ und $t_2 = t + x$, so kann man die asymptotische Intervall-Überlebenswahrscheinlichkeit (siehe [13], Seite 106) zu

$$\lim_{t \rightarrow \infty} R(t, t + x) = \frac{1}{\text{MTTF}} \int_x^{\infty} R(s) ds$$

erhalten; diese kann für große Werte von t als eine Näherung von $R(t, t + x)$ genommen werden, wobei MTTF die mittlere Dauer bis zum Ausfall ist.

Dieser asymptotische Ausdruck folgt aus dem Schlüssel-Erneuerungstheorem (siehe [9], Seite 462.)

- b) Falls $\lambda(t) = \lambda$, also λ konstant ist, d. h. falls die Dauern bis zum Ausfall exponentiell verteilt sind, erhält man

$$R(t_1, t_2) = \exp(-\lambda \times (t_2 - t_1))$$

In diesem Fall ist die asymptotische Intervall-Überlebenswahrscheinlichkeit gegeben zu

$$\lim_{t \rightarrow \infty} R(t, t + x) = \exp(-\lambda x)$$

- c) Für eine instandsetzbare Einheit mit einer konstanten Ausfallrate von $\lambda = 1 \text{ Jahr}^{-1}$ ergibt sich die Überlebenswahrscheinlichkeit nach 6 Monaten zu

$$R(t, t + 6) = \exp(-1 \times \frac{6}{12}) = 0,6065$$

Dabei ist t der Startzeitpunkt des sechsmonatigen Intervalls.

6.2.3 Momentane Ausfalldichte [191-45-08] (Formelzeichen $z(t)$)

Die in diesem Abschnitt enthaltenen Ausdrücke gelten auch für Einheiten im Aussetzbetrieb (IOI).

- a) Wie in [191-45-08] definiert, ist $z(t)$ die Ableitung der erwarteten Anzahl von Ausfällen $Z(t) = E[N(t)]$ im Zeitintervall $(0, t)$, wobei $N(t)$ die Anzahl der Ausfälle im Zeitintervall $(0, t)$ ist und E die Erwartung bezeichnet:

$$z(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0+} \frac{Z(t + \Delta t) - Z(t)}{\Delta t} = \frac{dZ(t)}{dt}$$

Aus der Erneuerungstheorie (siehe [9], Seite 457) ergibt sich, dass $z(t)$ wie folgt geschrieben werden darf

$$z(t) = \sum_{n=1}^{\infty} h_{\text{CTTF}}^{(n)}(t)$$

Dabei ist $h_{\text{CTTF}}^{(n)}(t)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte der Kalenderzeit bis zum n -ten Ausfall der Einheit.

Dies kann anhand der folgenden rekursiven Beziehung berechnet werden

$$h_{\text{CTTF}}^{(1)}(t) = f_{\text{U}}(t)$$

$$h_{\text{CTTF}}^{(n)}(t) = \int_0^t f_{\text{U}}(x) h_{\text{CTTF}}^{(n-1)}(t-x) dx, \text{ für } n > 1;$$

wobei $f_{\text{U}}(t)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte der Klarzeiten der Einheit ist, d. h. für kleine Werte von Δt ist $f_{\text{U}}(t) \Delta t$ näherungsweise gleich der Wahrscheinlichkeit, dass eine gegebene Klarzeit der Einheit während $(t, t + \Delta t)$ unter der Annahme endet, dass die Klarzeit zur Zeit $t = 0$ begonnen hat.

ANMERKUNG 1 Es seien $\tau_{\text{U},1}, \tau_{\text{U},2}, \dots, \tau_{\text{U},n}$ aufeinander folgende Klarzeiten (τ_{U}) der Einheit. Dann ist $h_{\text{CTTF}}^{(n)}(t)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte der Summe

$$\tau_{\text{U},1} + \tau_{\text{U},2} + \dots + \tau_{\text{U},n-1} + \tau_{\text{U},n}$$

ANMERKUNG 2 Die momentane Ausfalldichte $z(t)$ genügt der folgenden Integralgleichung (siehe [9], Seite 458 und [11], Seite 54)

$$z(t) = f_{\text{U}}(t) + \int_0^t f_{\text{U}}(t-s) z(s) ds,$$

die mit numerischen Verfahren gelöst werden kann.

ANMERKUNG 3 Falls Daten zu beobachteten Ausfällen von n instandsetzbaren Einheiten aus einer homogenen Population verfügbar sind, ergibt sich ein Schätzwert für $z(t)$ zu

$$\hat{z}(t) = \frac{n_{\text{F}}(t, t + \Delta t)}{n \Delta t}$$

Dabei ist $n_{\text{F}}(t, t + \Delta t)$ die Anzahl der im Zeitintervall $(t, t + \Delta t)$ beobachteten Ausfälle.

Für eine dauernd betriebene Einheit ist $f_{\text{U}}(t)$ gleich $f(t)$.

Für kleine Werte von Δt ist $z(t) \Delta t$ näherungsweise gleich der (unbedingten) Wahrscheinlichkeit, dass sich während $(t, t + \Delta t)$ ein Ausfall der Einheit ereignet.

b) Falls die Klarzeiten exponentiell verteilt sind, gilt

$$z(t) = \lambda_{\text{U}}$$

Für eine dauernd betriebene Einheit ist λ_{U} gleich λ .

6.2.4 Asymptotische Ausfalldichte [191-45-10] (Formelzeichen $z(\infty)$)

Die in diesem Abschnitt enthaltenen Ausdrücke gelten auch für Einheiten im Aussetzbetrieb (IOI).

— Entwurf —

- a) Wie in [191-45-10] definiert, ist $z(\infty)$ der Grenzwert, falls er existiert, der momentanen Ausfalldichte $z(t)$ für eine gegen unendlich gehende Dauer t :

$$z(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} z(t)$$

Die asymptotische Ausfalldichte $z(\infty)$ ergibt sich aus der Gleichung

$$z(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = \frac{1}{\text{MUT}}$$

Mit geeigneten Annahmen zu $f_U(t)$ folgt vorstehende Gleichung aus dem Theorem der Erneuerungsdichte (siehe [5], Seite 248, [9], Seite 462, [10], Seite 196 und [12], Seite 367). Siehe Anmerkung 2.

ANMERKUNG 1 Mit dem elementaren Erneuerungstheorem (siehe [9], Seite 461)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{Z(t)}{t} = \frac{1}{\text{MUT}}$$

jedoch mit

$$Z(t) = \int_0^t z(s) ds$$

folgt

$$z(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{Z(t)}{t},$$

vorausgesetzt der Grenzwert $z(\infty)$ existiert (siehe [7], Seite 191).

ANMERKUNG 2 Die am leichtesten für die Existenz von $z(\infty)$ zu prüfenden Bedingungen sind die folgenden: $\text{MUT} < \infty$; $f_U(t)$ ist eine durch $[0, +\infty]$ beschränkte Funktion und tendiert zu 0, falls $t \rightarrow +\infty$.

ANMERKUNG 3 Falls Daten zu beobachteten Ausfällen für n instandsetzbare Einheiten aus einer homogenen Population verfügbar sind und die Zeit t groß genug ist, dann kann man einen Schätzwert für $z(\infty)$ angeben mit

$$\hat{z}(\infty) = \hat{z}(t) = \frac{n_F(t, t + \Delta t)}{n \Delta t}$$

Dabei ist

$n_F(t, t + \Delta t)$ die Anzahl der beobachteten Ausfälle im Zeitintervall $(t, t + \Delta t)$.

Für kleine Werte von Δt und große Werte von t ist $z(\infty) \cdot \Delta t$ näherungsweise gleich der (unbedingten) Wahrscheinlichkeit, dass sich während $(t, t + \Delta t)$ ein Ausfall ereignet.

- b) Falls die Klarzeiten exponentiell verteilt sind, gilt

$$z(\infty) = \lambda_U$$

Für eine dauernd betriebene Einheit ist λ_U gleich λ .

6.2.5 Mittlere Ausfalldichte [191-45-09] (Formelzeichen $\bar{z}(t_1, t_2)$, $0 \leq t_1 < t_2$)

Die in diesem Abschnitt enthaltenen Ausdrücke gelten auch für Einheiten im Aussetzbetrieb (IOI).

a)
$$\bar{z}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} z(t) dt$$

Der Wert des Integrals $\int_{t_1}^{t_2} z(t) dt$ ist gleich der erwarteten Anzahl der Ausfälle der Einheit im Zeitintervall (t_1, t_2) , folglich darf $\bar{z}(t_1, t_2)$ als die erwartete Anzahl der Ausfälle pro Zeiteinheit während (t_1, t_2) interpretiert werden.

ANMERKUNG Falls Daten zu beobachteten Ausfällen von n instandsetzbaren Einheiten aus einer homogenen Population verfügbar sind, ergibt sich ein Schätzwert für $\bar{z}(t_1, t_2)$ zu

$$\hat{\bar{z}}(t_1, t_2) = \frac{n_F(t_1, t_2)}{(t_2 - t_1) n}$$

Dabei ist $n_F(t_1, t_2)$ die Anzahl der im Zeitintervall (t_1, t_2) beobachteten Ausfälle.

Setzt man $t_1 = t$ und $t_2 = t + x$, so erhält man die asymptotische mittlere Ausfalldichte

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{z}(t, t + x) = \frac{1}{\text{MUT}}$$

Diese kann für große Werte von t als Näherung für $\bar{z}(t, t + x)$ verwendet werden. Diese Gleichung ist eine direkte Konsequenz aus dem Blackwell-Theorem (siehe [9], Seite 462).

b) Falls die Klarzeiten exponentiell verteilt sind, gilt

$$\bar{z}(t_1, t_2) = \lambda_U$$

Für eine dauernd betriebene Einheit ist λ_U gleich λ .

6.2.6 Mittlere Betriebsdauer bis zum Ausfall [191-45-11] MTTF (Abkürzung)

a)
$$\text{MTTF} = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} R(t) dt$$

ANMERKUNG Falls alle beobachteten Betriebsdauern bis zum Ausfall von n Einheiten aus einer homogenen Population verfügbar sind, dann ergibt sich ein Schätzwert für die MTTF zu

$$\hat{\text{MTTF}} = \frac{\text{Gesamtbetriebsdauer}}{k_F} = \frac{\sum_{i=1}^n (\text{Betriebsdauer})_i}{k_F}$$

Dabei ist

die Gesamtbetriebsdauer gleich den kumulierten Betriebsdauern aller n Einheiten während einer gegebenen Zeitperiode

k_F die Gesamtzahl der während der gegebenen Zeitperiode beobachteten Ausfälle;

die $(\text{Betriebsdauer})_i$ die Dauer der kumulierten Betriebsdauern der i -ten Einheit während der gegebenen Zeitperiode.

b) Falls die Dauern bis zum Ausfall exponentiell verteilt sind, ist

$$\text{MTTF} = \frac{1}{\lambda}$$

c) Für eine instandsetzbare Einheit mit einer konstanten Ausfallrate von $0,5 \text{ Jahr}^{-1}$ wird

$$\text{MTTF} = 2 \text{ Jahre} = 17\,520 \text{ h}$$

— Entwurf —

6.2.7 Mittlere Betriebsdauer zwischen Ausfällen [191-45-13] MOTBF

$$a) \quad \text{MOTBF} = \text{MTTF} = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} R(t) dt$$

b) Falls die Dauern bis zum Ausfall exponentiell verteilt sind, ist

$$\text{MOTBF} = \frac{1}{\lambda}$$

6.2.8 Mittlere Klardauer [191-48-09] MUT (Abkürzung)

Die in diesem Abschnitt enthaltenen Ausdrücke gelten auch für Einheiten im Aussetzbetrieb (IOI).

$$a) \quad \text{MUT} = \int_0^{\infty} t f_U(t) dt = \int_0^{\infty} (1 - F_U(t)) dt$$

Dabei ist $f_U(t)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte der Klarzeiten der Einheit (einschließlich von Betriebszeiten, Zeiten betriebsfreier Klarzustände, Bereitschaftszustandszeiten und extern verursachten Nichtverfügbarkeitszeiten).

Falls die Einheit im Dauerbetrieb ist, gilt

$$\text{MUT} = \text{MTTF} = \text{MOTBF}$$

b) Falls die Klarzeiten exponentiell verteilt sind, gilt

$$\text{MUT} = \frac{1}{\lambda_U}$$

Für eine dauernd betriebene Einheit ist λ_U gleich λ .

6.3 Instandsetzbare Einheiten mit einer Zeit ungleich null bis zur Wiederherstellung

6.3.1 Allgemeines

Die Ausdrücke in 6.3 gelten für Einheiten im Dauerbetrieb (COI). Sofern diese auch für Einheiten im Aussetzbetrieb (IOI) gelten, ist dies angegeben.

Für jede Maßgröße wird Folgendes angegeben:

- der generische Ausdruck;
- der gebräuchlichste Ausdruck (für die Fälle, in denen die Dauern bis zum Ausfall der Einheit, die Klarzeiten, die Unklarzeiten, die Zeiten bis zur Wiederherstellung und Reparaturdauern exponentiell verteilt sind);
- falls notwendig ein einfaches Anwendungsbeispiel.

6.3.2 Überlebenswahrscheinlichkeit [191-45-05] (Formelzeichen $R(t_1, t_2)$, $0 \leq t_1 < t_2$)

- Die Überlebenswahrscheinlichkeit einer instandsetzbaren Einheit mit einer Zeit ungleich null bis zur Wiederherstellung darf für das Zeitintervall (t_1, t_2) (siehe [13], Seite 113 und [9], Seite 177) wie folgt geschrieben werden:

$$R(t_1, t_2) = R(t_2) + \int_0^{t_1} R(t_2 - t) v(t) dt$$

wobei

der erste Ausdruck $R(t_2)$ für die Überlebenswahrscheinlichkeit bis zur Zeit t_2 und der zweite Ausdruck für die Wahrscheinlichkeit der Wiederherstellung (nach einem Ausfall) zur Zeit t ($t < t_1$) steht und die Einheit bis zur Zeit t_2 überlebt;

$v(t)$ die momentane Wiederherstellungsdichte der Einheit ist, d. h. für kleine Werte von Δt ist $v(t)\Delta t$ näherungsweise gleich der Wahrscheinlichkeit, dass sich während $(t, t + \Delta t)$ eine Wiederherstellung der Einheit (siehe Definition 3.1) ereignet;

$R(t) = R(0, t)$ die Überlebenswahrscheinlichkeitsfunktion der Einheit ist mit

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(s) ds$$

wobei $f(t)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte der Dauern bis zum Ausfall der Einheit ist, d. h. für kleine Werte von Δt ist $f(t)\Delta t$ näherungsweise gleich der Wahrscheinlichkeit, dass die Einheit im Zeitintervall $(t, t + \Delta t)$ ausfällt. Genauer ausgedrückt ist dies näherungsweise die Wahrscheinlichkeit, dass eine gegebene Dauer bis zum Ausfall im Zeitintervall $(t, t + \Delta t)$ unter der Annahme endet, dass die Dauer bis zum Ausfall zur Zeit $t = 0$ begonnen hat.

ANMERKUNG 1 $R(t_1, t_2)$ ist die (unbedingte) Wahrscheinlichkeit für einen ausfallfreien dauernden Betrieb der Einheit im Zeitintervall (t_1, t_2) . Der Ausdruck kann für IOIs ungültig sein.

ANMERKUNG 2 Eine alternative Benennung für die durch $R(t_1, t_2)$ dargestellte Überlebenswahrscheinlichkeit ist Intervall-Überlebenswahrscheinlichkeit.

ANMERKUNG 3 Falls Daten zu beobachteten Ausfällen von n instandsetzbaren Einheiten aus einer homogenen Population verfügbar sind, ergibt sich ein Schätzwert für $R(t_1, t_2)$ zu

$$\hat{R}(t_1, t_2) = \frac{n_S(t_1, t_2)}{n}$$

Dabei ist

$n_S(t_1, t_2)$ die Anzahl der Einheiten, die zum Zeitpunkt t_1 in Betrieb waren und die im Zeitintervall (t_1, t_2) ohne auszufallen in Betrieb waren.

Setzt man $t_1 = t$ und $t_2 = t + x$, so erhält man die asymptotische Intervall-Überlebenswahrscheinlichkeit. (Siehe [13], Seite 113 und [9], Seite 183) zu

$$\lim_{t \rightarrow \infty} R(t, t + x) = \frac{1}{\text{MTTF} + \text{MTTR}} \int_x^{\infty} R(s) ds$$

wobei diese Gleichung für große Werte von t als Näherung für $R(t, t + x)$ verwendet werden kann.

Dabei ist

MTTF die mittlere Dauer bis zum Ausfall und

MTTR die mittlere Dauer bis zur Wiederherstellung.

Dieser Ausdruck folgt aus dem Schlüssel-Erneuerungstheorem (Siehe [9], Seite 462.).

Falls die Dauern bis zum Ausfall exponentiell verteilt sind, gilt

$$R(t_1, t_2) = A(t_1) \exp(-\lambda \times (t_2 - t_1))$$

wobei $A(t_1)$ die momentane Verfügbarkeit zur Zeit t_1 ist;

und

$$\lim_{t \rightarrow \infty} R(t, t + x) = \frac{\text{MTTF}}{\text{MTTF} + \text{MTTR}} \exp(-\lambda x)$$

(Siehe [9], Seiten 181 und 186.)

— Entwurf —

ANMERKUNG 4 Vorstehende Formel für $R(t_1, t_2)$ kann auf die Anmerkung 2 in IEC 60050-191, Definition [191-45-10] unter der Annahme bezogen werden, dass $t_1 = 0$, $t_2 = t$, $R(t_1, t_2) = R(0, t) = R(t)$ und $A(t_1) = A(0) = 1$.

- b) Falls die Dauern bis zum Ausfall und die Zeiten bis zur Wiederherstellung exponentiell verteilt sind, erhält man durch Markov-Verfahren oder mittels der Laplace-Transformation folgende Gleichung:

$$R(t_1, t_2) = \left(\frac{\mu_R}{\lambda + \mu_R} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu_R} \exp[-(\lambda + \mu_R)t_1] \right) \exp[-\lambda \times (t_2 - t_1)]$$

und

$$\lim_{t \rightarrow \infty} R(t, t+x) = \frac{\mu_R}{\lambda + \mu_R} \exp(-\lambda x)$$

(Siehe [9], Seiten 181 und 186.)

- c) Für eine Einheit im Dauerbetrieb (COI) mit $\lambda = 2 \text{ Jahr}^{-1}$ und einer Wiederherstellungsrate von $\mu_R = 10 \text{ Jahr}^{-1}$ gilt

$$R\left(0, \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{10}{12} + \frac{2}{12} \exp(-12 \times 0)\right) \exp\left[-2 \times \left(\frac{1}{4} - 0\right)\right] = 0,606\,531$$

$$R\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right) = 0,510\,475; \quad R\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right) = 0,505\,693; \quad R\left(\frac{3}{4}, 1\right) = 0,505\,455$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} R\left(t, t + \frac{1}{4}\right) = \frac{10}{12} \exp\left(-2 \times \frac{1}{4}\right) = 0,505\,442$$

6.3.3 Momentane Ausfalldichte [191-45-08] (Formelzeichen $z(t)$)

Die in diesem Abschnitt enthaltenen Ausdrücke gelten auch für Einheiten im Aussetzbetrieb (IOI).

- a) Wie in [191-45-08] definiert, ist $z(t)$ die Ableitung der erwarteten Anzahl von Ausfällen $Z(t) = E[N(t)]$ im Zeitintervall $(0, t)$ einschließlich von Klarzeiten und Unklarzeiten, wobei $N(t)$ die Anzahl der Ausfälle im Zeitintervall $(0, t)$ ist und E die Erwartung bezeichnet mit

$$z(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0+} \frac{Z(t + \Delta t) - Z(t)}{\Delta t} = \frac{dZ(t)}{dt}$$

Verwendet man die Theorie der alternierenden Erneuerungsprozesse (siehe [9], Seiten 180 und 466), so ergibt sich, dass $z(t)$ wie folgt geschrieben werden darf:

$$z(t) = \sum_{n=1}^{\infty} h_{\text{CTTF}}^{(n)}(t)$$

Dabei ist $h_{\text{CTTF}}^{(n)}(t)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte der Kalenderzeit bis zum n -ten Ausfall ist.

Diese kann anhand der folgenden rekursiven Beziehung berechnet werden:

$$h_{\text{CTTF}}^{(1)}(t) = f_U(t)$$

$$h_{\text{CTTF}}^{(n)}(t) = \int_0^t h_{\text{CTTF}}^{(n-1)}(x) f_{U+R}(t-x) dx, \text{ für } n > 1$$

wobei

$f_U(t)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte der Klarzeitintervalle der Einheit ist (einschließlich von Betriebszeiten, Zeiten betriebsfreier Klarzustände, Bereitschaftszustandszeiten und externen Nichtverfügbarkeitszeiten). Für kleinere Werte von Δt ist $f_U(t)\Delta t$ ist näherungsweise gleich der Wahrscheinlichkeit, dass eine gegebene Klarzeit der Einheit während des Intervalls $(t, t + \Delta t)$ unter der Annahme endet, dass die Klarzeit zur Zeit $t = 0$ begonnen hat;

$f_{U+R}(t)$ ist die Wahrscheinlichkeitsdichte der Summe der Klardauern (τ_U) und der entsprechenden Zeit bis zur Wiederherstellung (ξ_R); sie ergibt sich zu

$$f_{U+R}(t) = \int_0^t g_R(t-s)f_U(s)ds$$

wobei $g_R(t)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte der Zeitintervalle bis zur Wiederherstellung der Einheit ist, d. h. für kleinere Werte von Δt ist $g_R(t)\Delta t$ näherungsweise gleich der Wahrscheinlichkeit, dass die Einheit im Zeitintervall $(t, t + \Delta t)$ von einem Fehlzustand wieder in einen Klarzustand unter der Annahme hergestellt wird, dass sich ein zu einem Fehlzustand führender Ausfall zur Zeit $t = 0$ ereignet hat.

Für kleinere Werte von Δt ist $z(t)\Delta t$ näherungsweise gleich der (unbedingten) Wahrscheinlichkeit, dass sich ein Ausfall der Einheit im Zeitintervall $(t, t + \Delta t)$ ereignet.

ANMERKUNG 1 Es seien $\tau_{U,1}, \xi_{R,1}, \tau_{U,2}, \xi_{R,2}, \dots, \tau_{U,n}, \xi_{R,n} \dots$ aufeinanderfolgende Klarzeiten (τ_U) und Zeiten bis zur Wiederherstellung (ξ_R) der Einheit. Dann ist $h_{CTTF}^{(n)}(t)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte der Summe

$$\tau_{U,1} + (\xi_{R,1} + \tau_{U,2}) + (\xi_{R,2} + \tau_{U,3}) + \dots + (\xi_{R,n-1} + \tau_{U,n})$$

wobei $f_{U+R}(t)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte der Summe $\xi_{R, m-1} + \tau_{U,m}$ für beliebige $m > 1$ ist.

ANMERKUNG 2 Die momentane Ausfalldichte $z(t)$ und die momentane Wiederherstellungsdichte $v(t)$ erfüllen das folgende simultane System linearer Volterra-Integralgleichungen (siehe [14], Seite 193):

$$z(t) = f_U(t) + \int_0^t f_U(t-s)v(s)ds$$

$$v(t) = \int_0^t g_R(t-s)z(s)ds,$$

das mit numerischen Verfahren gelöst werden kann.

ANMERKUNG 3 Falls Daten über beobachtete Ausfälle von n instandsetzbaren Einheiten aus einer homogenen Population verfügbar sind, ergibt sich ein Schätzwert für $z(t)$ zu

$$\hat{z}(t) = \frac{n_F(t, t + \Delta t)}{n\Delta t}$$

wobei $n_F(t, t + \Delta t)$ die Anzahl der im Zeitintervall $(t, t + \Delta t)$ beobachteten Ausfälle ist und die Zeitskala sowohl Klarzeiten als auch Unklarzeiten enthält.

Falls die Klarzeiten exponentiell verteilt sind, gilt (siehe [4], Seite 317)

$$z(t) = A(t)\lambda_U$$

Dabei ist $A(t)$ die momentane Verfügbarkeit.

Falls die Einheit dauernd in Betrieb ist, gilt $f_U(t) = f(t)$ und $\lambda_U = \lambda$.

- b) Falls die Klarzeiten und die Zeiten bis zur Wiederherstellung exponentiell verteilt sind, erhält man durch Markov-Verfahren oder Laplace-Transformation (siehe [14], Seite 200 und [18], Seite 66)) folgende Gleichung:

$$z(t) = \frac{\lambda_U \mu_R}{\lambda_U + \mu_R} + \frac{\lambda_U^2}{\lambda_U + \mu_R} \exp[-(\lambda_U + \mu_R)t] = A(t)\lambda_U$$

Für eine COI ist λ_U gleich λ .

- c) Für eine COI mit einer Ausfallrate von $\lambda = 2 \text{ Jahr}^{-1}$ und einer Wiederherstellungsrate von $\mu_R = 10 \text{ Jahr}^{-1}$ und für die willkürlich gewählten Werte $t = C$ und 1 ergibt sich

— Entwurf —

$$z(0) = 2 \text{ Jahr}^{-1}; \quad z\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{20}{12} + \frac{4}{12} \exp\left(-12 \times \frac{1}{4}\right) = 1,683 \, 262 \text{ Jahr}^{-1}$$

$$z\left(\frac{1}{2}\right) = 1,667 \, 493 \text{ Jahr}^{-1}; \quad z\left(\frac{3}{4}\right) = 1,666 \, 708 \text{ Jahr}^{-1}; \quad z(1) = 1,666 \, 669 \text{ Jahr}^{-1}$$

6.3.4 Asymptotische Ausfalldichte [191-45-10](Formelzeichen $z(\infty)$)

Die in diesem Abschnitt enthaltenen Ausdrücke gelten auch für Einheiten im Aussetzbetrieb (IOI).

- a) Gemäß Definition [191-45-10] ist $z(\infty)$ der Grenzwert – falls er existiert – der momentanen Ausfalldichte $z(t)$, falls die Zeit t gegen unendlich tendiert:

$$z(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} z(t)$$

Die asymptotische Ausfalldichte $z(\infty)$ ist durch folgende Gleichung gegeben

$$z(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = \frac{1}{\text{MUT} + \text{MTTR}},$$

die bei geeigneten Annahmen zu $f_U(t)$ und $g_R(t)$ aus dem Theorem der Erneuerungsdichte folgt (siehe [5], Seite 248, [9], Seiten 184 und 461, [10], Seite 196 und [12], Seite 367). Siehe Anmerkung 2.

ANMERKUNG 1 Verwendet man das Theorem der elementaren Erneuerung (siehe [9], Seite 461), so erhält man

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{Z(t)}{t} = \frac{1}{\text{MUT} + \text{MTTR}}$$

jedoch mit

$$Z(t) = \int_0^t z(s) \, ds$$

folgt, falls $z(\infty)$ existiert,

$$z(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{Z(t)}{t}$$

(siehe [7], Seite 191).

ANMERKUNG 2 Die am leichtesten für die Existenz von $z(\infty)$ zu prüfenden Bedingungen sind die folgenden: $\text{MUT} < \infty$, $\text{MTTR} < \infty$, mindestens eine von den beiden Funktionen $f_U(t)$ oder $g_R(t)$ ist eine durch $[0, +\infty]$ beschränkte Funktion, die zu 0 tendiert falls $t \rightarrow +\infty$.

ANMERKUNG 3 Falls Daten über beobachtete Ausfälle von n instandsetzbaren Einheiten aus einer homogenen Population verfügbar sind und die Zeit t groß genug ist, so ergibt sich ein Schätzwert für $z(\infty)$ zu

$$\hat{z}(\infty) = \hat{z}(t) = \frac{n_F(t, t + \Delta t)}{n \Delta t}$$

Dabei ist

$n_F(t, t + \Delta t)$ die Anzahl der im Zeitintervall $(t, t + \Delta t)$ beobachteten Ausfälle.

Für kleine Werte von Δt und große Werte von t ist $z(\infty) \cdot \Delta t$ näherungsweise gleich der (unbedingten) Wahrscheinlichkeit, dass sich während der Zeitspanne $(t, t + \Delta t)$ ein Ausfall der Einheit ereignet.

Falls die Klarzeiten exponentiell verteilt sind, gilt (siehe [4], Seite 317)

$$z(\infty) = A\lambda_U$$

Dabei ist A die asymptotische Verfügbarkeit.

Für eine Einheit im Dauerbetrieb ist $f_U(t) = f(t)$ und $\lambda_U = \lambda$.

- b) Falls die Klarzeiten und die Zeiten bis zur Wiederherstellung exponentiell verteilt sind, dann gilt (siehe 6.3.3b)

$$z(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = \frac{\lambda_U \mu_R}{\lambda_U + \mu_R} = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_U} + \frac{1}{\mu_R}}$$

Für eine COI ist λ_U gleich λ .

- c) Für eine COI mit einer Ausfallrate von $\lambda = 2 \text{ Jahr}^{-1}$ und einer Wiederherstellungsrate von $\mu_R = 10 \text{ Jahr}^{-1}$ ergibt sich

$$z(\infty) = \frac{20}{12} = 1,666 \, 667 \text{ Jahr}^{-1}$$

6.3.5 Mittlere Ausfalldichte [191-45-09]

(Formelzeichen $\bar{z}(t_1, t_2)$, $0 \leq t_1 < t_2$)

Die in diesem Abschnitt enthaltenen Ausdrücke gelten auch für Einheiten im Aussetzbetrieb (IOI).

- a) Gemäß Definition gilt

$$\bar{z}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} z(t) dt$$

Das Integral $\int_{t_1}^{t_2} z(t) dt$ ist gleich der erwarteten Anzahl der Ausfälle der Einheit im Zeitintervall (t_1, t_2) .

Folglich darf $\bar{z}(t_1, t_2)$ als die erwartete Anzahl der Ausfälle pro Zeiteinheit während (t_1, t_2) interpretiert werden.

ANMERKUNG Falls Daten zu beobachteten Ausfällen von n instandsetzbaren Einheiten aus einer homogenen Population verfügbar sind, ergibt sich ein Schätzwert für $\bar{z}(t_1, t_2)$ zu

$$\hat{\bar{z}}(t_1, t_2) = \frac{n_F(t_1, t_2)}{(t_2 - t_1)n}$$

wobei $n_F(t_1, t_2)$ die Anzahl der im Zeitintervall (t_1, t_2) beobachteten Ausfälle ist und die Zeitskala sowohl Klarzeiten als auch Unklarzeiten enthält.

Setzt man $t_1 = t$ und $t_2 = t + x$, so erhält man die asymptotische mittlere Ausfalldichte zu

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{z}(t, t + x) = \frac{1}{\text{MUT} + \text{MTTR}}$$

Dies kann für große Werte von t als Näherung für $\bar{z}(t, t + x)$ verwendet werden. Diese Gleichung folgt direkt aus dem Blackwell-Theorem (siehe [9], Seite 462).

Falls die Klarzeiten exponentiell verteilt sind (siehe [4], Seite 317), gilt

$$\bar{z}(t_1, t_2) = \bar{A}(t_1, t_2) \lambda_U$$

Für eine Einheit, die im Dauerbetrieb ist, gilt $\lambda_U = \lambda$.

- b) Falls die Klarzeiten und die Zeiten bis zur Wiederherstellung exponentiell verteilt sind (siehe [14], Seite 200 und [18], Seite 66), gilt

— Entwurf —

$$\bar{z}(t_1, t_2) = \frac{\lambda_U \mu_R}{\lambda_U + \mu_R} + \frac{\lambda_U^2}{(\lambda_U + \mu_R)^2} \frac{\exp[-(\lambda_U + \mu_R)t_1] - \exp[-(\lambda_U + \mu_R)t_2]}{t_2 - t_1} = A(t_1, t_2) \lambda_U$$

Für eine Einheit im Dauerbetrieb (COI) ist $\lambda_U = \lambda$.

- c) Für eine Einheit im Dauerbetrieb (COI) mit $\lambda = 2 \text{ Jahr}^{-1}$ und einer Wiederherstellungsrate von $\mu_R = 10 \text{ Jahr}^{-1}$ ergibt sich

$$\bar{z}\left(0, \frac{1}{4}\right) = \frac{20}{12} + \frac{4}{144} \frac{\exp(-12 \times 0) - \exp\left(-12 \times \frac{1}{4}\right)}{\frac{1}{4} - 0} = 1,772 \, 246 \text{ Jahr}^{-1}$$

$$\bar{z}\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right) = 1,671 \, 923 \text{ Jahr}^{-1}; \quad \bar{z}\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right) = 1,666 \, 928 \text{ Jahr}^{-1}; \quad \bar{z}\left(\frac{3}{4}, 1\right) = 1,666 \, 680 \text{ Jahr}^{-1}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{z}\left(t, t + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{0,5 + 0,1} = 1,666 \, 667 \text{ Jahr}^{-1}$$

6.3.6 Mittlere (Betriebs-) Dauer bis zum Ausfall [191-45-11] MTTF (Abkürzung)

a) $\text{MTTF} = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} R(t) dt$

Dabei ist $R(t)$ die Überlebenswahrscheinlichkeitsfunktion der Einheit:

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(s) ds$$

ANMERKUNG Falls Daten zu beobachteten Ausfalldauern von n Einheiten aus einer homogenen Population verfügbar sind, ergibt sich ein Schätzwert für die MTTF zu

$$\hat{\text{MTTF}} = \frac{\text{Gesamtbetriebsdauer}}{k_O} = \frac{\sum_{i=1}^n (\text{Betriebsdauer})_i}{k_O}$$

Dabei ist

die Gesamtbetriebsdauer gleich den kumulierten Betriebsdauern aller n Einheiten während einer gegebenen Zeitperiode;

k_O die Gesamtanzahl der Ausfälle im Betrieb während der gegebenen Zeitperiode;

die $(\text{Betriebsdauer})_i$ die kumulierte Dauer der Betriebsdauern der i -ten Einheit während der gegebenen Zeitperiode.

- b) Falls die Dauern bis zum Ausfall exponentiell verteilt sind, gilt

$$\text{MTTF} = \frac{1}{\lambda}$$

- c) Für eine Einheit im Dauerbetrieb (COI) mit $\lambda = 2 \text{ Jahr}^{-1}$ ergibt sich

$$\text{MTTF} = \frac{1}{2} \text{ Jahr} = 0,5 \text{ Jahre} = 4 \, 380 \text{ h}$$

6.3.7 Mittlere (Betriebs-) Dauer zwischen Ausfällen [191-45-13] MOTBF (Abkürzung)

- a) Auf Grundlage der in 5.3 gemachten Annahmen gilt

$$\text{MOTBF} = \text{MTTF}$$

(Siehe 6.3.6)

- b) Falls die Dauern bis zum Ausfall exponentiell verteilt sind, gilt

$$\text{MOTBF} = \frac{1}{\lambda}$$

- c) Für eine Einheit im Dauerbetrieb mit $\lambda = 2 \text{ Jahr}^{-1}$ ergibt sich

$$\text{MOTBF} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ Jahre} = 4\,380 \text{ h}$$

6.3.8 Momentane Verfügbarkeit [191-48-01] (Formelzeichen $A(t)$)

Die in diesem Abschnitt enthaltenen Ausdrücke gelten auch für Einheiten im Aussetzbetrieb (IOI).

- a) Die momentane Verfügbarkeit einer instandsetzbaren Einheit mit einer Zeit ungleich null bis zur Wiederherstellung zum Zeitpunkt t darf wie folgt geschrieben werden (siehe [13], Seite 111, [9], Seite 175 und [5], Seite 101):

$$A(t) = 1 - F_U(t) + \int_0^t (1 - F_U(t-x)) v(x) dx$$

Dabei ist

$F_U(t)$ die Klarzeitüberlebensfunktion der Einheit

$$F_U(t) = \int_0^t f_U(s) ds,$$

die gleich der Wahrscheinlichkeit ist, dass eine gegebene Klarzeit kleiner oder gleich t sein wird;

$v(t)$ die momentane Wiederherstellungsdichte der Einheit.

ANMERKUNG 1 Die momentane Verfügbarkeit $A(t)$ ist gleich der Wahrscheinlichkeit, dass sich die Einheit zum Zeitpunkt t in einem Klarzustand befindet, und sie genügt der folgenden Integralgleichung (siehe [9], Seite 176):

$$A(t) = 1 - F_U(t) + \int_0^t f_{U+R}(s) A(t-s) ds,$$

die mit numerischen Verfahren gelöst werden kann.

Dabei ist

$$f_{U+R}(t) = \int_0^t g_R(t-s) f_U(s) ds$$

die Wahrscheinlichkeitsdichte der Summe der Klarzeiten und der entsprechenden Zeiten bis zur Wiederherstellung.

ANMERKUNG 2 Falls Daten zu beobachteten Klarzuständen von n instandsetzbaren Einheiten aus einer homogenen Population verfügbar sind, ergibt sich ein Schätzwert für $A(t)$ zu

$$\hat{A}(t) = \frac{n_U\{t\}}{n}$$

— Entwurf —

Dabei ist $n_U\{t\}$ die Anzahl der Einheiten, die sich zum Zeitpunkt t im Klarzustand befinden.

Für eine Einheit im Dauerbetrieb ist $R_U(t) = R(t)$ und $f_U(t) = f(t)$.

- b) Falls die Klarzeiten und die Zeiten bis zur Wiederherstellung exponentiell verteilt sind, erhält man durch Markov-Verfahren oder mittels der Laplace-Transformation (siehe [9], Seite 181, [14], Seite 200 und [18], Seite 66) folgende Gleichung:

$$A(t) = \frac{\mu_R}{\lambda_U + \mu_R} + \frac{\lambda_U}{\lambda_U + \mu_R} \exp[-(\lambda_U + \mu_R)t]$$

Für eine Einheit im Dauerbetrieb ist $\lambda_U = \lambda$.

- c) Für eine COI mit einer Ausfallrate von $\lambda = 2 \text{ Jahr}^{-1}$ und einer Wiederherstellungsrate von $\mu_R = 10 \text{ Jahr}^{-1}$, und für die willkürlich gewählten Werte $t = 0, 1/4, 1/2, 3/4$, und 1 ergibt sich

$$A(0) = 1; \quad A\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{10}{12} + \frac{2}{12} \exp\left(-12 \times \frac{1}{4}\right) = 0,841631$$

$$A\left(\frac{1}{2}\right) = 0,833746; \quad A\left(\frac{3}{4}\right) = 0,83354; \quad A(1) = 0,833334$$

$$A = A(\infty) = \frac{10}{12} = 0,833333$$

6.3.9 Momentane Nichtverfügbarkeit [191-48-04] (Formelzeichen $U(t)$)

Die in diesem Abschnitt enthaltenen Ausdrücke gelten auch für Einheiten im Aussetzbetrieb (IOI).

- a) Die momentane Nichtverfügbarkeit einer instandsetzbaren Einheit mit einer Zeit ungleich null bis zur Wiederherstellung zum Zeitpunkt t darf wie folgt geschrieben werden (siehe [5], Seite 107):

$$U(t) = 1 - A(t) = \int_0^t (1 - G_R(t-x)) z(x) dx$$

Dabei ist

$z(t)$ die momentane Ausfalldichte der Einheit und

$G_R(t)$ die Verteilungsfunktion der Zeiten bis zur Wiederherstellung der Einheit mit

$$G_R(t) = \int_0^t g_R(s) ds$$

Diese ist gleich der Wahrscheinlichkeit, dass eine Wiederherstellung der Einheit zur Zeit t beendet wird. In dieser Gleichung ist $g_R(t)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte der Zeiten bis zur Wiederherstellung der Einheit.

ANMERKUNG 1 Die momentane Nichtverfügbarkeit $U(t)$ ist gleich der Wahrscheinlichkeit, dass sich die Einheit zum Zeitpunkt t in einem Unklarzustand befindet.

ANMERKUNG 2 Falls Daten zu beobachteten Unklarzuständen von n instandsetzbaren Einheiten aus einer homogenen Population verfügbar sind, ergibt sich Schätzwert für $U(t)$ zu:

$$\hat{U}(t) = \frac{n_D\{t\}}{n}$$

Dabei ist $n_D\{t\}$ die Anzahl der zum Zeitpunkt t sich in einem Unklarzustand befindlichen Einheiten.

- b) Falls die Klarzeiten und die Zeiten bis zur Wiederherstellung exponentiell verteilt sind, dann (siehe [14], Seite 200 und [18], Seite 66) ist

$$U(t) = \frac{\lambda_U}{\lambda_U + \mu_R} (1 - \exp[-(\lambda_U + \mu_R)t])$$

Für eine Einheit im Dauerbetrieb ist $\lambda_U = \lambda$.

- c) Für eine COI mit einer Ausfallrate von $\lambda = 2 \text{ Jahr}^{-1}$ und einer Wiederherstellungsrate von $\mu_R = 10 \text{ Jahr}^{-1}$ und für die willkürlich gewählten Werte $t = 0, 1/4, 1/2, 3/4$, und 1 ergibt sich

$$U(0) = 0; \quad U\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{2}{12} \left[1 - \exp\left(-12 \times \frac{1}{4}\right) \right] = 0,158 \, 369$$

$$U\left(\frac{1}{2}\right) = 0,166 \, 254; \quad U\left(\frac{3}{4}\right) = 0,166 \, 646; \quad U(1) = 0,166 \, 666$$

$$U = U(\infty) = \frac{2}{12} = 0,166 \, 667$$

6.3.10 Mittlere Verfügbarkeit [191-48-05)

(Formelzeichen $\bar{A}(t_1, t_2)$, $0 \leq t_1 < t_2$)

Die in diesem Abschnitt enthaltenen Ausdrücke gelten auch für Einheiten im Aussetzbetrieb (IOI).

a)
$$\bar{A}(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} A(t) dt$$

Das Integral $\int_{t_1}^{t_2} A(t) dt$ ist gleich der erwarteten Klarzeit, die im Zeitintervall (t_1, t_2) akkumuliert wurde, somit ist $\bar{A}(t_1, t_2)$ gleich dem erwarteten Bruchteil des Zeitintervalls (t_1, t_2) , in dem die Einheit in einem Klarzustand ist.

Daraus folgt, dass die mittlere Verfügbarkeit $\bar{A}(t_1, t_2)$ und die im Zeitintervall (t_1, t_2) akkumulierte mittlere Klarzeit MAUT in folgender Beziehung zueinander stehen:

$$\text{MAUT} = \int_{t_1}^{t_2} A(t) dt = \bar{A}(t_1, t_2) \times (t_2 - t_1)$$

ANMERKUNG Falls beobachtete Klarzeiten im Zeitintervall (t_1, t_2) von n instandsetzbaren Einheiten aus einer homogenen Population verfügbar sind, ergibt sich Schätzwert für $\bar{A}(t_1, t_2)$ zu

$$\hat{\bar{A}}(t_1, t_2) = \frac{\text{gesamte Klarzeit}}{(t_2 - t_1)n} = \frac{\sum_{i=1}^n (\text{Klarzeit})_i}{(t_2 - t_1)n}$$

Dabei ist

die gesamte Klarzeit gleich den kumulierten Klarzeiten aller n Einheiten im Zeitintervall (t_1, t_2) und

die $(\text{Klarzeit})_i$ die Dauer der Klarzeiten der i -ten Einheit im Zeitintervall (t_1, t_2) .

Eine Schätzung der mittleren akkumulierten Klarzeit MAUT im Zeitintervall (t_1, t_2) ist gegeben durch