

DIN ISO 28596



ICS 03.120.30

Einsprüche bis 2024-10-16

Entwurf

**Annahmestichprobenverfahren für die Attributprüfung –
Zweistufige Stichprobenpläne für Auditierung und Losprüfung unter
Vorinformation (ISO 28596:2022);
Text Deutsch und Englisch**

Sampling procedures for inspection by attributes –
Two-stage sampling plans for auditing and for inspection under prior information
(ISO 28596:2022);
Text in German and English

Règles d'échantillonnage pour l'inspection par attributs –
Plans d'échantillonnage à deux niveaux pour l'audit et l'inspection des lots en exploitant
l'information a priori (ISO 28596:2022);
Texte en allemand et anglais

Anwendungswarnvermerk

Dieser Entwurf mit Erscheinungsdatum 2024-08-16 wird der Öffentlichkeit zur Prüfung und Stellungnahme vorgelegt.

Weil das beabsichtigte Dokument von der vorliegenden Fassung abweichen kann, ist die Anwendung dieses Entwurfs besonders zu vereinbaren.

Stellungnahmen werden erbeten

- vorzugsweise online im Norm-Entwurfs-Portal von DIN unter www.din.de/go/entwuerfe bzw. für Norm-Entwürfe der DKE auch im Norm-Entwurfs-Portal der DKE unter www.entwuerfe.normenbibliothek.de, sofern dort wiedergegeben;
- oder als Datei per E-Mail an nqsz@din.de möglichst in Form einer Tabelle. Die Vorlage dieser Tabelle kann im Internet unter www.din.de/go/stellungnahmen-norm-entwuerfe oder für Stellungnahmen zu Norm-Entwürfen der DKE unter www.dke.de/stellungnahme abgerufen werden;
- oder in Papierform an den DIN-Normenausschuss Qualitätsmanagement, Statistik und Zertifizierungsgrundlagen (NQSZ), 10772 Berlin oder Am DIN-Platz, Burggrafenstr. 6, 10787 Berlin.

Es wird gebeten, mit den Kommentaren zu diesem Entwurf jegliche relevanten Patentrechte, die bekannt sind, mitzuteilen und unterstützende Dokumentationen zur Verfügung zu stellen.

Gesamtumfang 97 Seiten

DIN-Normenausschuss Qualitätsmanagement, Statistik und Zertifizierungsgrundlagen (NQSZ)

Inhalt

	Seite
Nationales Vorwort	4
Nationaler Anhang NA (informativ) Literaturhinweise	5
Vorwort	6
Einleitung	7
1 Anwendungsbereich	9
2 Normative Verweisungen	9
3 Begriffe, Symbole und Abkürzungen	9
3.1 Begriffe	9
3.2 Formelzeichen und Abkürzungen	13
4 Auswahl und Operationen einer zweistufigen Stichprobenanweisung unter Berücksichtigung von Vorinformationen	14
4.1 Allgemeines	14
4.2 Auswahl einer Stichprobenanweisung	14
4.3 Stichprobenahme und Entscheidungsverfahren	14
4.4 Schätzung des tatsächlichen Anteils nichtkonformer Einheiten	15
5 Anwendungsparadigmen: Losprüfung und Finanzauditierung	15
5.1 Losprüfung	16
5.1.1 Stichprobenahme	16
5.1.2 Verlustannahme	16
5.1.3 Verfügung über nicht angenommene Lose	16
5.1.4 Lose mit einer oder mehreren nichtkonformen Auswahlseinheiten	16
5.1.5 Wieder vorgestelltes Los	16
5.2 Finanzauditierung	16
5.2.1 Ziele im risikoorientierten Auditierungsprozess	16
5.2.2 Zielgrundgesamtheit, Anteil nichtkonformer Einheiten und Toleranzanteil p_0	16
5.2.3 Annahme und Rückweisung im Falle einer Prüfung der Einhaltung des IKS	17
5.2.4 Annahme und Rückweisung im Falle einer Detailprüfung	17
6 Beispiele	17
6.1 Beispiel 1: Losprüfung	17
6.2 Beispiel 2: Auditierung eines internen Kontrollsystems (Einkaufsprozess)	17
6.3 Beispiel 3: Auditierung eines integralen Kontrollsystems (Vertriebsprozess)	18
6.4 Beispiel 4: Auditieren einer Detailprüfung (Debitorenbuchhaltung)	18
6.5 Beispiel 5: Auditieren einer Detailprüfung (Rohstoffe)	19
7 Stichprobenpläne	19
Anhang A (informativ) Vertrauensbereiche	25
Anhang B (informativ) Operationscharakteristiken (OC)	27
Anhang C (informativ) OC-Abgleich	28
Anhang D (informativ) Bedingte Fehler 1. Art und 2. Art (bedingte Risiken)	29
Anhang E (informativ) Integrierte Wahrscheinlichkeit der zweiten Stufe	31
Anhang F (informativ) Integrierter Stichprobenmittelwert	32
Anhang G (informativ) Tatsächliche Überdeckungswahrscheinlichkeit	33
Anhang H (informativ) Modell der Vorinformation	37
Anhang I (informativ) Operative Indikatoren für Stichprobenanweisungen	39
Anhang J (informativ) Suchalgorithmus für die Stichprobenanweisung	46
Anhang K (informativ) Begleitsoftware — Anleitung zur Nutzung	48
K.1 Vertrauensbereiche	48
K.2 OC-Funktionen	49
K.3 Überdeckungsfunktionen	50
Literaturhinweise	51

Bilder

Bild A.1 — Veranschaulichung eines zweistufigen Entscheidungsverfahrens auf der Grundlage der Position der Vertrauensbereiche	25
Bild A.2 — Vertrauensbereiche für p (horizontale Achse), gekennzeichnet durch die Anzahl x_1 (vertikale Achse) der falschen Angaben (nichtkonforme Einheiten) für den Stichprobenumfang $n_1 = 25$	26
Bild A.3 — Vertrauensbereiche für p (horizontale Achse), mit markierten Mittelpunkten, gekennzeichnet durch die Anzahl $x_1 + x_2$ (vertikale Achse) der falschen Angaben (nichtkonforme Einheiten) für den Stichprobenumfang $n_1 + n_2 = 25$	26
Bild G.1 — Tatsächliche Überdeckungswahrscheinlichkeit für Beispiel 1	34
Bild G.2 — Tatsächliche Überdeckungswahrscheinlichkeit für Beispiel 2	34
Bild G.3 — Tatsächliche Überdeckungswahrscheinlichkeit für Beispiel 3	35
Bild G.4 — Tatsächliche Überdeckungswahrscheinlichkeit für Beispiel 4	35
Bild G.5 — Tatsächliche Überdeckungswahrscheinlichkeit für Beispiel 5	36
Bild H.1 — Dichte der gleichförmigen Betaverteilung, die dem niedrigen Vertrauensstufe entspricht	37
Bild H.2 — Dichte der streng abnehmenden Betaverteilung; Beispiel für mittlere oder hohe Vertrauensstufen	37
Bild I.1 — Zelleneinträge in Tabelle I.1 bis Tabelle I.5	39

Tabellen

Tabelle 1 — Stichprobenanweisungen bei nominalem Vertrauensniveau $\gamma = 0,70$	20
Tabelle 2 — Stichprobenanweisungen bei nominalem Vertrauensniveau $\gamma = 0,80$	21
Tabelle 3 — Stichprobenanweisungen bei nominalem Vertrauensniveau $\gamma = 0,90$	22
Tabelle 4 — Stichprobenanweisungen bei Vertrauenswert $\gamma = 0,99$	23
Tabelle 5 — Stichprobenpläne bei nominalem Vertrauensniveau $\gamma = 0,99$	24
Tabelle I.1 — Operative Indikatoren für Anweisungen in Tabelle 1 bei nominalem Vertrauensniveau $\gamma = 0,70$	40
Tabelle I.2 — Operative Indikatoren für Anweisungen in Tabelle 2 bei nominalem Vertrauensniveau $\gamma = 0,80$	41
Tabelle I.3 — Operative Indikatoren für Anweisungen in Tabelle 3 bei nominalem Vertrauensniveau $\gamma = 0,90$	42
Tabelle I.4 — Operative Indikatoren für Anweisungen in Tabelle 4 bei nominalem Vertrauensniveau $\gamma = 0,95$	43
Tabelle I.5 — Operative Indikatoren für Anweisungen in Tabelle 5 bei nominalem Vertrauensniveau $\gamma = 0,99$	44

Nationales Vorwort

Dieses Dokument enthält die deutsche Übersetzung der Internationalen Norm ISO 28596:2022, die vom Technischen Komitee ISO/TC 69 „Applications of statistical methods“ erarbeitet wurde, dessen Sekretariat von ANSI (Vereinigte Staaten von Amerika) gehalten wird.

Das zuständige deutsche Normungsgremium ist der Arbeitsausschuss NA 147-00-02 AA „Angewandte Statistik“ im DIN-Normenausschuss Qualitätsmanagement, Statistik und Zertifizierungsgrundlagen (NQSZ).

Um Zweifelsfälle in der Übersetzung auszuschließen, ist die englische Originalfassung beigelegt. Die Nutzungsbedingungen für den deutschen Text des Norm-Entwurfes gelten gleichermaßen auch für den englischen Text.

Für die in diesem Dokument zitierten Dokumente wird im Folgenden auf die entsprechenden deutschen Dokumente hingewiesen:

ISO 2859-1	siehe	DIN ISO 2859-1
ISO 2859-2	siehe	DIN ISO 2859-2
ISO 3534-1	siehe	DIN ISO 3534-1
ISO 3534-2	siehe	DIN ISO 3534-2

Aktuelle Informationen zu diesem Dokument können über die Internetseiten von DIN (www.din.de) durch eine Suche nach der Dokumentennummer aufgerufen werden.

Nationaler Anhang NA (informativ)

Literaturhinweise

DIN ISO 2859-1, *Annahmestichprobenprüfung anhand der Anzahl fehlerhafter Einheiten oder Fehler (Attributprüfung) — Teil 1: Nach der annehmbaren Qualitätsgrenzlage (AQL) geordnete Stichprobenpläne für die Prüfung einer Serie von Losen*

DIN ISO 2859-2, *Annahmestichprobenprüfung anhand von Attributen — Teil 2: Nach der rückzuweisenden Qualitätsgrenzlage (LQ) geordnete Stichprobenanweisungen für die Prüfung einzelner Lose*

DIN ISO 3534-1, *Statistik — Begriffe und Formelzeichen — Teil 1: Wahrscheinlichkeit und allgemeine statistische Begriffe*

DIN ISO 3534-2, *Statistik — Begriffe und Formelzeichen — Teil 2: Angewandte Statistik*

Vorwort

ISO (die Internationale Organisation für Normung) ist eine weltweite Vereinigung nationaler Normungsinstitute (ISO-Mitgliedsorganisationen). Die Erstellung von Internationalen Normen wird üblicherweise von Technischen Komitees von ISO durchgeführt. Jede Mitgliedsorganisation, die Interesse an einem Thema hat, für welches ein Technisches Komitee gegründet wurde, hat das Recht, in diesem Komitee vertreten zu sein. Internationale staatliche und nichtstaatliche Organisationen, die in engem Kontakt mit ISO stehen, nehmen ebenfalls an der Arbeit teil. ISO arbeitet bei allen elektrotechnischen Normungsthemen eng mit der Internationalen Elektrotechnischen Kommission (IEC) zusammen.

Die Verfahren, die bei der Entwicklung dieses Dokuments angewendet wurden und die für die weitere Pflege vorgesehen sind, werden in den ISO/IEC-Directives, Teil 1 beschrieben. Es sollten insbesondere die unterschiedlichen Annahmekriterien für die verschiedenen ISO-Dokumentenarten beachtet werden. Dieses Dokument wurde in Übereinstimmung mit den Gestaltungsregeln der ISO/IEC-Directives, Teil 2 erarbeitet (siehe www.iso.org/directives).

Es wird auf die Möglichkeit hingewiesen, dass einige Elemente dieses Dokuments Patentrechte berühren können. ISO ist nicht dafür verantwortlich, einige oder alle diesbezüglichen Patentrechte zu identifizieren. Details zu allen während der Entwicklung des Dokuments identifizierten Patentrechten finden sich in der Einleitung und/oder in der ISO-Liste der erhaltenen Patenterklärungen (siehe www.iso.org/patents).

Jeder in diesem Dokument verwendete Handelsname dient nur zur Unterrichtung der Anwender und bedeutet keine Anerkennung.

Für eine Erläuterung des freiwilligen Charakters von Normen, der Bedeutung ISO-spezifischer Begriffe und Ausdrücke in Bezug auf Konformitätsbewertungen sowie Informationen darüber, wie ISO die Grundsätze der Welthandelsorganisation (WTO, en: World Trade Organization) hinsichtlich technischer Handelshemmnisse (TBT, en: Technical Barriers to Trade) berücksichtigt, siehe www.iso.org/iso/foreword.html.

Dieses Dokument wurde vom Technischen Komitee ISO/TC 69, *Application of statistical methods*, Unterkomitee SC 5, *Acceptance sampling* erarbeitet.

Rückmeldungen oder Fragen zu diesem Dokument sollten an das jeweilige nationale Normungsinstitut des Anwenders gerichtet werden. Eine vollständige Auflistung dieser Institute ist unter www.iso.org/members.html zu finden.

Einleitung

Dieses Dokument befasst sich mit mehreren Anwendungsbereichen: Finanzauditierung, Losprüfung, Qualitätsauditierung, Funktionsprüfung, Konformitätsprüfung und Akzeptanzprüfung. In all diesen Bereichen sind die Benutzer mit dem Entscheidungsproblem konfrontiert, ein Prüfobjekt je nach Prüfungsziel zu akzeptieren oder abzulehnen.

Der in diesem Dokument vorgeschlagene zweistufige Stichprobenplan betrifft drei Bereiche der Prüfungspraxis:

- a) Anpassung des Stichprobenumfangs an Vorinformationen zum Status des Prüfungsziels;
- b) Sicherstellung einer raschen Entscheidung durch Ziehung von Stichproben mit geringem Umfang zu ermöglichen, wenn sich die zur Prüfung eingereichte Grundgesamtheit tatsächlich in einem sehr guten oder sehr schlechten Zustand befindet, und die Durchsetzung höherer Stichprobenumfänge nur dann, wenn sich die zur Prüfung eingereichte Grundgesamtheit tatsächlich in einem mittleren Zustand befindet;
- c) Schutz vor beiden Fehlern, nämlich bei
 - 1) irrtümlicher Ablehnung eines tolerierbaren Prüfungsziels als auch bei
 - 2) irrtümlicher Annahme eines nicht tolerierbaren Prüfungsziels.

Um a) zu erfüllen, sind die Stichprobenanweisungen in diesem Dokument durch den Parameter Vertrauen mit den Stufen niedrig, mittel und hoch gekennzeichnet, wobei mit zunehmender Vertrauensstufe der Stichprobenumfang verringert wird. Um b) zu erfüllen, schreibt dieses Dokument zweistufige Stichprobenanweisungen mit kleinen Stichprobenumfängen in der ersten Stufe und höheren Stichprobenumfängen in der zweiten Stufe vor, wobei üblicherweise bereits in der ersten Stufe eine Entscheidung getroffen wird, wenn die zur Prüfung eingereichte Grundgesamtheit vom Zustand her zwischen irgendwo dazwischen liegt.

Das in diesem Dokument enthaltene Stichprobenplan eignet sich besonders für die Finanzauditierung, und zwar sowohl für die Auditierung eines internen Kontrollsystems (IKS) als auch für die Verwendung in Detailprüfungen als Instrument für substanzielle Verfahren in der Finanzauditierung. Die IKS-Auditierung und die Detailprüfung basieren in der Regel auf Stichproben und nicht auf Durchsichtverfahren. Die einschlägige Norm ISA 530 verlangt, dass die Stichprobenahme Rückschlüsse auf die vollständige Grundgesamtheit zulässt. Daraus folgt, dass statistische Stichprobenpläne unverzichtbar sind.

Frühere Inspektionsergebnisse werden eine wichtige Grundlage für die Wahl der Vertrauensstufe bei späteren Prüfungen sein. Die fortgesetzte Anwendung des Stichprobenplans in dieser Norm wird somit als Anreiz für die Anbieter der jeweiligen Zielvorgaben, z. B. die für das IKS in einem Unternehmen zuständigen Stellen, dienen, die Qualität der Zielgrundgesamtheiten zu verbessern.

Das Entscheidungsverfahren der Stichprobe ist einfach gehalten und kann sofort umgesetzt werden. Insbesondere wird der Anwender nicht aufgefordert, mathematische Gleichungen zu bewerten.

Die Zielgrundgesamtheit gilt als annehmbar (tolerierbar), wenn der nichtkonforme Anteil eine festgelegte Toleranz p_0 nicht überschreitet, andernfalls gilt sie als nicht annehmbar (nicht tolerierbar). Dementsprechend besteht das Ziel der Stichprobenprüfung darin, eine Entscheidung zwischen den Alternativen „Annahme“ und „Rückweisung“ zu ermöglichen. In verschiedenen Anwendungsbereichen haben Annahme und Rückweisung unterschiedliche praktische Auslegungen, siehe die Erläuterungen in Abschnitt 5.

Das Stichprobenprüfverfahren beginnt mit einer ersten Stichprobe des Umfangs n_1 mit der folgenden Regel: Annehmen, wenn und nur wenn keine nichtkonformen Auswahlseinheiten unter den n_1 in die Stichprobe einbezogenen Auswahlseinheiten gefunden werden; zurückweisen, wenn und nur wenn mindestens Re_1 (Rückweiszahl der Stufe 1) nichtkonforme Auswahlseinheiten unter den n_1 in die Stichprobe einbezogenen Auswahlseinheiten gefunden werden; weitergehen zur zweiten Stufe, wenn und nur wenn mindestens eine und höchstens $Re_1 - 1$ nichtkonforme Auswahlseinheiten unter den n_1 in die Stichprobe einbezogenen Auswahlseinheiten

gefunden werden. In der zweiten Stufe wird eine Stichprobe von n_2 Auswahleinheiten entnommen und nur dann angenommen, wenn die zusammengefasste Anzahl der nichtkonformen Auswahleinheiten aus der ersten und der zweiten Stichprobe kleiner oder gleich der Annahmezahl der Stufe 2, Ac_2 , ist, andernfalls wird sie zurückgewiesen. Das zweistufige Entscheidungsverfahren kann gleichbedeutend ausgedrückt werden, indem die Grenzen eines zweiseitigen Vertrauensbereichs des nominalen Niveaus (γ) für den Anteil, der nicht mit der Toleranz p_0 übereinstimmt, verglichen werden.

Die Stichprobenanweisungen werden durch drei Größen indiziert:

- i) die Toleranz p_0 ;
- ii) das nominale Vertrauensniveau (γ), das jeweils entweder 0,7, 0,8, 0,9, 0,95 oder 0,99 beträgt;
- iii) drei Stufen, niedrig, mittel, hoch, auf einer Skala, welche als Vertrauen bezeichnet ist.

Die Vertrauensstufen drücken den Grad des Vertrauens des Benutzers in den Status der Zielgrundgesamtheit aus.

Ziel dieses Dokuments ist es, Verfahren zur Verfügung zu stellen, die eine schnelle und kostengünstige Entscheidung ermöglichen, wenn der nichtkonforme Anteil besonders niedrig oder besonders hoch ist. Im letzteren Fall wird das Prüfungsverfahren bei kleinen Stichprobenumfängen n_1 in den meisten Fällen in Stufe 1 enden. Nur bei mittleren Werten des nichtkonformen Anteils in der Zielgrundgesamtheit ist die Wahrscheinlichkeit hoch, dass eine zweite Stichprobe gezogen werden muss. Die beiden Stichprobenumfänge in Stufe 1 und Stufe 2 werden so gewählt, dass der erwartete Stichprobenumfang unter dem festgelegten Vertrauensniveau und der Vertrauensstufe minimiert wird.

1 Anwendungsbereich

Dieses Dokument legt zweistufige (doppelte) Stichprobenanweisungen für die Attributprüfung eines Anteils nichtkonformer Einheiten in einer Zielgrundgesamtheit diskreter Auswahleinheiten fest, insbesondere:

- a) den Anteil nichtkonformer Einheiten in einem Los von Produkteinheiten;
- b) den Anteil der nichtkonformen Funktionsinstanzen eines internen Kontrollsystems (IKS);
- c) den Anteil falscher Angaben in einer Grundgesamtheit von Verbuchungen oder Buchungsbelegen;
- d) den Anteil der nichtkonformen Ermittlungsmerkmale einer Einheit, der einer Abnahmeprüfung unterzogen wird, z. B. bei Produkt- und Prozessaudits.

Die Anweisungen sind Einzelstichprobenanweisungen vorzuziehen, wenn die Kosten für die Prüfung hoch sind oder wenn die Verzögerung und die Unsicherheit, die durch die möglicherweise erforderliche zweite Stichprobe verursacht werden, nicht ins Gewicht fallen. Die statistische Theorie, die den Anweisungen, Tabellen und Bildern zugrunde liegt, ist in Anhang A bis Anhang K enthalten.

2 Normative Verweisungen

Die folgenden Dokumente werden im Text in solcher Weise in Bezug genommen, dass einige Teile davon oder ihr gesamter Inhalt Anforderungen für das vorliegende Dokument darstellen. Bei datierten Verweisen gilt nur die in Bezug genommene Ausgabe. Bei undatierten Verweisen gilt die letzte Ausgabe des in Bezug genommenen Dokuments (einschließlich aller Änderungen).

ISO 2859-2, *Sampling procedures for inspection by attributes — Part 2: Sampling plans indexed by limiting quality (LQ) for isolated lot inspection*

ISO 3534-1, *Statistics — Vocabulary and symbols — Part 1: General statistical terms and terms used in probability*

ISO 3534-2, *Statistics — Vocabulary and symbols — Part 2: Applied statistics*

3 Begriffe, Symbole und Abkürzungen

3.1 Begriffe

Für die Anwendung dieses Dokuments gelten die Begriffe nach ISO 2859-2, ISO 3534-1 und ISO 3534-2 sowie die folgenden Begriffe.

ISO und IEC stellen terminologische Datenbanken für die Verwendung in der Normung unter den folgenden Adressen bereit:

— ISO Online Browsing Platform: verfügbar unter <https://www.iso.org/obp>

— IEC Electropedia: verfügbar unter <https://www.electropedia.org/>

3.1.1

Annahmezahl

Ac

größte Anzahl von Nichtkonformitäten oder nichtkonformen Einheiten, die in der Stichprobe durch *Annahmestichprobenprüfung* (3.1.2) mittels Attributprüfung gefunden wurden, und die das Annehmen des Loses gemäß *Annahmestichprobenanweisung* (3.1.3) zur Folge hat

[QUELLE: ISO 3534-2:2006, 4.4.2]

3.1.2

Annahmestichprobenahme

Stichprobenahme, nach der Entscheidungen über die Annahme oder die Nichtannahme eines Loses oder einer anderen Zusammenstellung von Produkten, Materialien oder Dienstleistungen getroffen werden, und die Entscheidungen auf den an der Stichprobe gefundenen Ergebnissen beruhen

[QUELLE: ISO 3534-2:2006, 1.3.17]

3.1.3

Annahmestichprobenanweisung

Anweisung für den zu wählenden Stichprobenumfang und damit verbundener Kriterien für die Annahme eines Loses

[QUELLE: ISO 3534-2:2006, 4.3.3]

3.1.4

bedingte Risiken

3.1.4.1

bedingtes Alpha-Risiko

bedingtes Risiko 1. Art

bedingte Wahrscheinlichkeit, dass $H_0: p \leq p_0$ durch die Prüfung angenommen wird, vorausgesetzt, dass $p > p_0$ ist

Anmerkung 1 zum Begriff: Der bedingte Fehler 1. Art wird auch als bedingtes Risiko 1. Art bezeichnet.

Anmerkung 2 zum Begriff: In einem Auditkontext bewertet das bedingte Alpha-Risiko das Ausmaß, in dem der Zweck der Auditierung verfehlt wird. Daher kann das Alpha-Risiko auch als ein bedingtes Maß für die Wirksamkeit des Audits angesehen werden.

Anmerkung 3 zum Begriff: Detaillierte mathematische Erläuterungen dieses bedingten Risikos sind Anhang D zu entnehmen.

3.1.4.2

bedingtes Beta-Risiko

bedingtes Risiko 2. Art

bedingte Wahrscheinlichkeit, dass $H_0: p \leq p_0$ durch die Prüfung nicht angenommen wird, vorausgesetzt, dass $p \leq p_0$ ist

Anmerkung 1 zum Begriff: Der bedingte Fehler 2. Art wird auch als bedingtes Beta-Risiko bezeichnet.

Anmerkung 2 zum Begriff: Im Zusammenhang mit einem Audit werden in diesem Fall Warenlose zurückgewiesen. Das bedingte Beta-Risiko ist also ein Maß für den wirtschaftlichen Verlust. Daher kann das Beta-Risiko auch als ein bedingtes Maß für die Effizienz des Audits angesehen werden.

Anmerkung 3 zum Begriff: Detaillierte mathematische Erläuterungen dieses bedingten Risikos sind Anhang D zu entnehmen.

3.1.5

Vertrauensbereich

aus der Stichprobe berechneter Bereich, der eine Spannweite plausibler Werte des unbekannten Parameters p angibt

Anmerkung 1 zum Begriff: Die Zuverlässigkeit des Vertrauensbereichs als Bereichsschätzung für p wird durch die tatsächliche Überdeckungswahrscheinlichkeit gemessen, d. h. die Wahrscheinlichkeit, dass der Bereich den wahren Wert von p enthält. Für einen Vertrauensbereich mit nominalem Niveau γ hat die tatsächliche Überdeckungswahrscheinlich-

keit die untere Schranke γ punktweise in p . Die Länge des Vertrauensbereichs entspricht der Genauigkeit der statistischen Schlussfolgerung auf p . Das Interesse gilt also den kürzesten Vertrauensbereichen.

Anmerkung 2 zum Begriff: Siehe Anhang A.

3.1.6

Überdeckungswahrscheinlichkeit

Wahrscheinlichkeit, dass ein zufälliger Vertrauensbereich den wahren Wert von p enthält

Anmerkung 1 zum Begriff: Detaillierte mathematische Erläuterungen der Überdeckungswahrscheinlichkeit sind Anhang G zu entnehmen.

3.1.7

Jahresabschluss

formale Aufzeichnung, die über die finanziellen Vorgänge und die finanzielle Lage einer Einheit berichtet, bezogen auf einen Zeitpunkt oder auf Veränderungen innerhalb einer Zeitspanne

3.1.8

Attributprüfung

Prüfung durch Beobachten des Vorhandenseins oder des Fehlens eines oder mehrerer Merkmale in jeder Einheit, die zu der betrachteten Gruppe gehört, und Zählen der Einheiten, die das Merkmal aufweisen oder nicht aufweisen, oder wie viele derartige Ereignisse in der Einheit, in der Gruppe oder im Raum der Möglichkeiten auftreten

[QUELLE: ISO 3534-2:2006, 4.1.3]

3.1.9

integrierter Stichprobenmittelwert

I.ASN, en: integrated average sample number

Zahl, die den mittleren Stichprobenumfang misst, der sich aus einer Stichprobenanweisung bei einem gegebenen Anteil nichtkonformer p ergibt, gewichtet nach den Vorinformationen über p

Anmerkung 1 zum Begriff: Detaillierte mathematische Erläuterungen des *I.ASN* sind Anhang F zu entnehmen.

Anmerkung 2 zum Begriff: Wenn die Kosten für die Stichprobenahme einzelner Auswahlseinheiten angegeben sind, kann der *I.ASN* zur Schätzung der mittleren Stichprobenahmekosten der zweistufigen Anweisung $(n_1; n_2)$ verwendet werden.

3.1.10

integrierte Wahrscheinlichkeit der zweiten Stufe

I.p_{2nd}, en: integrated second stage probability

Wahrscheinlichkeit, dass der zweite Schritt erforderlich ist

Anmerkung 1 zum Begriff: Detaillierte mathematische Erläuterungen der *I.p_{2nd}* sind Anhang E zu entnehmen.

3.1.11

Los

bestimmter Teil einer Grundgesamtheit, der im Wesentlichen unter denselben Bedingungen wie die Grundgesamtheit in Bezug auf das Ziel der Stichprobenahme entstanden ist

[QUELLE: ISO 3534-2:2006, 1.2.4]

3.1.12

falsche Angabe

Unterschied zwischen dem geforderten Betrag, der Klassenbildung, der Darstellung oder der Offenlegung eines Jahresabschlusses und dem tatsächlich festgestellten Ergebnis

3.1.13

nichtkonforme Einheit

nichtkonforme Auswahlereinheit

Einheit oder Auswahlereinheit mit einer oder mehreren Nichtkonformitäten

[QUELLE: ISO 3534-2:2006, 1.2.12, modifiziert — „Auswahlereinheit“ wurde zu „Einheit“ hinzugefügt.]

3.1.14

Nichtkonformität

Nichterfüllung einer Anforderung

[QUELLE: ISO 3534-2:2006, 3.1.11]

3.1.15

Operationscharakteristik

OC

Wahrscheinlichkeit, mit einer Stichprobenanweisung zur Entscheidung „Annahme“ zu gelangen, betrachtet in Abhängigkeit des wahren Wertes des Anteils der nichtkonformen p

Anmerkung 1 zum Begriff: Siehe Anhang B.

3.1.16

OC-abgeglichen

Stichprobenanweisungen, die die gleiche Operationscharakteristik aufweisen

Anmerkung 1 zum Begriff: Siehe Anhang C.

3.1.17

Vorinformation

Wissen über einen Parameter, bevor die tatsächlichen Stichprobennachweise berücksichtigt werden

Anmerkung 1 zum Begriff: Quellen des Vorwissens sind z. B. historische Audits und die Begutachtung des Unternehmensumfelds.

3.1.18

Grundgesamtheit

Gesamtheit der betrachteten Einheiten

[QUELLE: ISO 3534-2:2006, 1.2.1]

3.1.19

Rückweisezahl

Re

kleinste Anzahl von Nichtkonformitäten oder nichtkonformen Einheiten, die in der Stichprobe durch Annahmestichprobenprüfung mittels Attributprüfung gefunden wurden, und die das Zurückweisen des Loses gemäß Annahmestichprobenanweisung erfordert

[QUELLE: ISO 3534-2:2006, 4.4.1]

3.1.20

Stichprobe

Teilmenge einer Grundgesamtheit, die aus einer oder mehreren Auswahlereinheiten besteht

[QUELLE: ISO 3534-2:2006, 1.2.17, modifiziert — Anmerkung 1 zum Begriff wurde gelöscht.]

3.1.21

substantielles Verfahren

Auditverfahren mit dem Ziel, falsche Angaben auf der Behauptungsebene aufzudecken

Anmerkung 1 zum Begriff: Es gibt zwei Arten substantieller Verfahren:

- a) Detailprüfungen (von Transaktionsklassen, Kontenbeständen und Offenlegungen); und
- b) substantielle analytische Verfahren.

3.1.22

Maßnahmenprüfung

Auditverfahren mit dem Ziel, die operative Wirksamkeit von Maßnahmen zur Verhinderung bzw. Aufdeckung und Korrektur wesentlicher falscher Angaben auf der Behauptungsebene zu beurteilen

3.1.23

Toleranzanteil

größter Wert p_0 des Anteils nichtkonformer Einheiten, so dass die Zielgrundgesamtheit als annehmbar angesehen wird

3.2 Formelzeichen und Abkürzungen

n_i	Stichprobenumfänge in Stufe i
n_{match}	einstufiger Stichprobenumfang mit derselben OC wie die zweistufige Stichprobenanweisung
x_i	Anzahl der falsch angegebenen Einheiten (nichtkonforme Einheiten), die in n_i gefunden wurden
D	Vertrauensbereich für den Anteil falscher Angaben (nichtkonforme Einheiten)
p	Anteil falscher Angaben (nichtkonforme Auswahleinheiten)
p_L	unterer Grenzwert von D
p_U	oberer Grenzwert von D
p_0	Toleranzanteil
I_{cp}	integrierte tatsächliche Überdeckung
γ	nominales Vertrauensniveau
a, b	Formparameter der Betaverteilung
Ac_i	Annahmezahl in Stufe i
Re_i	Rückweisezahl in Stufe i
$c.\text{type I}$	bedingte Wahrscheinlichkeit falscher Annahme
$c.\text{type II}$	bedingte Wahrscheinlichkeit falscher Rückweisung
$I.p_{2\text{nd}}$	integrierte Wahrscheinlichkeit des Eintritts in die zweite Stufe
$I.ASN$	integrierter Stichprobenmittelwert
N	Losumfang
OC	Operationscharakteristik
P_a	Annahmewahrscheinlichkeit (OC-Funktion bei einem festgelegten Wert p)

4 Auswahl und Operationen einer zweistufigen Stichprobenanweisung unter Berücksichtigung von Vorinformationen

4.1 Allgemeines

Tabelle 1 bis Tabelle 5 in Abschnitt 7 enthalten zweistufige Stichprobenpläne $(n_1, (Ac_1; Re_1), n_2, (Ac_2; Re_2))$, die durch die Parameter p_0 (Toleranzanteil), γ (Vertrauensniveau) und den Grad der Vorinformation (Vertrauensstufe) gekennzeichnet sind.

Mit der Anwendung eines zweistufigen Stichprobenplans werden zwei Ziele verfolgt:

- a) eine Entscheidung darüber zu ermöglichen, ob der tatsächliche Anteil der nichtkonformen p den Toleranzanteil p_0 übersteigt oder nicht. In der statistischen Terminologie kann das Entscheidungsproblem als eine Prüfung der Hypothese $H: p \leq p_0$ gegenüber der Alternative $K: p > p_0$ betrachtet werden;
- b) einen Vertrauensbereich für den tatsächlichen Anteil der nichtkonformen p bereitstellen.

Die Gestaltung der Stichprobenanweisungen stellt sicher, dass die Wahrscheinlichkeiten der beiden Entscheidungsfehler 1) falsche Rückweisung von H , und 2) falsche Annahme von H begrenzt sind.

4.2 Auswahl einer Stichprobenanweisung

Die Stichprobenanweisungen können Tabelle 1 bis Tabelle 5 in Abschnitt 7 entnommen werden. Die Zelleneinträge in Tabelle 1 bis Tabelle 5 zeigen:

- a) oben links: n_1 Stichprobenumfang in Stufe 1;
- b) oben rechts: $(Ac_1; Re_1)$ Annahme- und Rückweisezahl in Stufe 1;
- c) unten links: n_2 Stichprobenumfang in Stufe 2;
- d) unten rechts: $(Ac_2; Re_2)$ Annahme- und Rückweisezahl in Stufe 2;

Die Stichprobenanweisungen sind durch p_0 (Toleranzanteil), γ (nominales Vertrauensniveau) und die Vertrauensstufe gekennzeichnet.

Das nominale Vertrauensniveau γ bestimmt die Zuverlässigkeit der nach dem Algorithmus in 5.3 getroffenen abschließenden Entscheidung in dem Sinne, dass die Überdeckungswahrscheinlichkeit $P(p \in D)$ das Niveau γ für ein breites Spektrum tatsächlicher Werte p übersteigt, mit Ausnahme eines kleinen Bereichs um p_0 , siehe die Diagramme zur Überdeckungswahrscheinlichkeit in Bild G.1 bis Bild G.5. Dementsprechend sind die Wahrscheinlichkeiten der beiden Entscheidungsfehler 1) falsche Rückweisung von $H: p \leq p_0$, und 2) falsche Annahme von $H: p \leq p_0$ durch $1 - \gamma$ für ein breites Spektrum tatsächlicher Werte p begrenzt.

Der Grad der Vorinformation muss auf einer Ordinalskala namens Vertrauen angegeben werden, wobei zwischen den Werten {niedrig, mittel, hoch} gewählt werden kann. Die Vertrauensstufe niedrig muss verwendet werden, wenn keine oder schlechte Vorerfahrungen mit den zur Prüfung vorgestellten Grundgesamtheiten vorliegen. Die Vertrauensstufe hoch muss verwendet werden, wenn es aussagekräftige Nachweise für gute Leistungen gibt. Die Vertrauensstufe mittel muss verwendet werden, wenn es schwache Nachweise für eine gute Leistung oder starke Nachweise für eine Leistung dazwischen gibt.

Weitere technische Hintergründe zum Modell der Vorinformation und zur Vertrauensskala sind Anhang H zu entnehmen.

4.3 Stichprobenahme und Entscheidungsverfahren

Die Entscheidung durch einen zweistufigen Stichprobenplan $(n_1, (Ac_1; Re_1), n_2, (Ac_2; Re_2))$ muss nach dem folgenden Algorithmus mit $Ac_1 = 0$ erfolgen:

Stufe 1:

Eine Zufallsstichprobe mit dem Umfang n_1 wird gezogen und die Anzahl x_1 der nichtkonformen Auswahleinheiten unter den n_1 in die Stichprobe einbezogenen Auswahleinheiten bestimmt. Eine Entscheidung wird nach den folgenden Fällen a), b), und c) vorgenommen:

- a) $x_1 \leq Ac_1$: Annahme der Hypothese $H: p \leq p_0$, d. h. es wird angenommen, dass p die Toleranz p_0 nicht überschreitet;
- b) $x_1 \geq Re_2$: Rückweisung der Hypothese $H: p \leq p_0$, d. h. es wird angenommen, dass p die Toleranz p_0 überschreitet;
- c) $Ac_1 < x_1 < Re_1$: Keine Entscheidung in Stufe 1, weiter zur Stichprobe in Stufe 2.

Stufe 2:

Tritt in Stufe 1 der Fall c) ein und erzwingt den Eintritt in Stufe 2, so wird wie folgt vorgegangen:

Eine zweite Zufallsstichprobe mit dem Umfang n_2 wird gezogen und die Anzahl x_2 der nichtkonformen Auswahleinheiten unter den n_2 in die Stichprobe einbezogenen Auswahleinheiten bestimmt. Eine Entscheidung wird nach den folgenden Fällen a) und b) vorgenommen:

- a) $x_1 + x_2 \leq Ac_2$: Annahme der Hypothese $H: p \leq p_0$, d. h. es wird angenommen, dass p die Toleranz p_0 nicht überschreitet;
- b) $x_1 + x_2 \geq Re_2$: Rückweisung der Hypothese $H: p \leq p_0$, d. h. es wird angenommen, dass p die Toleranz p_0 überschreitet.

4.4 Schätzung des tatsächlichen Anteils nichtkonformer Einheiten

Der Anteil der nichtkonformen Stichprobe ist

$$\hat{p} = \begin{cases} \frac{x_1}{n_1}, & \text{wenn das Entscheidungsverfahren in Stufe 1 beendet wird,} \\ \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}, & \text{wenn das Entscheidungsverfahren in Stufe 2 beendet wird.} \end{cases}$$

$\hat{p}$ ist ein erwartungstreuer Schätzer des tatsächlichen Anteils der nichtkonformen p in der Grundgesamtheit. Die dem Schätzer p innewohnende Stichprobenunsicherheit wird durch einen Vertrauensbereich ausgedrückt. Ein zweiseitiger Vertrauensbereich $D = [p_L; p_U]$ eines nominalen Niveaus γ erfüllt die Ungleichung $P(p_L \leq p \leq p_U) \geq \gamma$, d. h. mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens γ liegt der tatsächliche Anteil p zwischen p_L und p_U . Ein zweiseitiger Vertrauensbereich D für den tatsächlichen Anteil p falsch angegebener Einheiten (nichtkonforme Einheiten) kann mit der Funktion `confint` im ISO 28596-Paket aus den folgenden Eingangsgrößen ermittelt werden: 1) nominales Vertrauensniveau γ und *Vertrauensstufe*, gewählt für die Auswahl der Stichprobenanweisung; 2) Anzahl x_1 der in Stufe 1 gefundenen falsch angegebenen Einheiten (nichtkonformen Einheiten); 3) falls Stufe 2 angewendet wurde: Anzahl x_2 der in Stufe 2 gefundenen falsch angegebenen Einheiten (nichtkonformen Einheiten).

5 Anwendungsparadigmen: Losprüfung und Finanzauditierung

Im Folgenden werden zwei Standardanwendungsparadigmen für das zweistufige Entscheidungsverfahren im Einzelnen beschrieben:

- für die Prüfung von Losen diskreter Produkteinheiten, siehe 6.1
- Finanzauditierung, mit zwei Zielen: Prüfung der Übereinstimmung eines internen Kontrollsystems (Maßnahmenprüfung) und Detailprüfung im Rahmen von substantiellen Verfahren, siehe 6.2

5.1 Losprüfung

5.1.1 Stichprobenahme

Die Stichproben müssen nach dem einfachen Zufallsprinzip aus dem Los gezogen werden. Besteht das Los aus Teillosen oder -schichten, die anhand eines rationalen Kriteriums bestimmt werden, muss die repräsentative Stichprobenahme so durchgeführt werden, dass die Zahl der in die Stichprobe einbezogenen Einheiten proportional zur Zahl der Einheiten im jeweiligen Teillos oder in der jeweiligen -schicht ist.

5.1.2 Verlustannahme

Alle Einheiten in der Stichprobe müssen geprüft und die nichtkonformen Einheiten gezählt werden.

Die Annehmbarkeit eines Loses muss anhand der erhaltenen Stichprobenanweisungen bestimmt werden. Ist die Anzahl der in der Stichprobe gefundenen nichtkonformen Einheiten gleich oder kleiner als die Annahmehzahl Ac_1 bzw. Ac_2 , so muss das Los angenommen werden, andernfalls darf das Los nicht angenommen werden.

5.1.3 Verfügung über nicht angenommene Lose

Der Verfügung über die nicht angenommenen Lose muss im Voraus von allen interessierten Parteien zugestimmt werden.

5.1.4 Lose mit einer oder mehreren nichtkonformen Auswahleinheiten

Wurde ein Los angenommen, so bleibt das Recht unbenommen, die Annahme jeder Einheit zu verweigern, die bei der Stichprobenprüfung, die zur Annahme des Loses geführt hat, als nicht konform befunden wurde.

5.1.5 Wieder vorgestelltes Los

Ein Los, das geprüft, aber nicht angenommen wurde, darf nur dann zur erneuten Prüfung vorgestellt werden, wenn

- a) sich der Käufer davon überzeugt hat, dass alle falsch angegebenen Einheiten (nichtkonforme Einheiten) entfernt oder durch konforme Einheiten ersetzt wurden, und
- b) alle interessierten Parteien zustimmen.

Die zuständige Stelle muss das anzuwendende Verfahren für die erneute Prüfung bestimmen.

5.2 Finanzauditierung

5.2.1 Ziele im risikoorientierten Auditierungsprozess

Die maßgeblichen Ziele im risikoorientierten Auditierungsprozess sind:

- 1) Maßnahmenprüfung, d. h. Prüfungen der Übereinstimmung bei der Bewertung des internen Kontrollsystems (IKS);
- 2) Detailprüfung zu ausgewählten Zwecken im Rahmen von substantiellen Verfahren.

In jedem Fall vermerkt der Auditor das Ergebnis des Stichprobenahmeverfahrens und die anschließende Entscheidung in der Auditdokumentation.

5.2.2 Zielgrundgesamtheit, Anteil nichtkonformer Einheiten und Toleranzanteil p_0

Im Rahmen der Bewertung des IKS ist die Zielgrundgesamtheit die Gesamtheit der internen Kontrollereignisse in einem bestimmten Zeitrahmen. Der Anteil der nichtkonformen Ereignisse ist die Quote der Kontrollereignisse, die innerhalb eines bestimmten Zeitrahmens von den vorgeschriebenen internen Kontrollverfahren

abweichen. Der Toleranzanteil p_0 ist die Quote der Abweichungen von den vorgeschriebenen internen Kontrollverfahren, die für die Zwecke der Finanzauditierung innerhalb eines festgelegten Zeitrahmens als tolerierbar angesehen wird.

Im Rahmen einer Detailprüfung ist die Zielgrundgesamtheit die Gesamtheit der Auszüge bei einem angegebenen Kontostand oder einer bestimmten Klasse von Transaktionen. Der Anteil der nichtkonformen Auszüge ist die Quote der falschen Angaben in der Zielgrundgesamtheit der Auszüge. Der Toleranzanteil p_0 ist die Quote der falschen Angaben, die für die Zwecke der Finanzauditierung als tolerierbar angesehen wird.

5.2.3 Annahme und Rückweisung im Falle einer Prüfung der Einhaltung des IKS

Sowohl die Annahme als auch die Rückweisung wirken sich auf die Beurteilung des Kontrollrisikos durch den Auditor aus. Im Falle der Annahme neigt der Auditor eher dazu, einen niedrigeren Wert für das Kontrollrisiko zu wählen. Dies hat zur Folge, dass der Prüfungsaufwand im Rahmen der anschließenden substantiellen Verfahren abnimmt. Im Falle der Rückweisung neigt der Auditor eher dazu, einen höheren Wert für das Kontrollrisiko zu wählen. Dies hat zur Folge, dass der Prüfungsaufwand im Rahmen der anschließenden substantiellen Verfahren zunimmt.

5.2.4 Annahme und Rückweisung im Falle einer Detailprüfung

Sowohl die Annahme als auch die Rückweisung wirken sich auf das Urteil des Auditors über vorhandene wesentliche falsche Angaben in der Zielgrundgesamtheit des Audits aus. Die endgültige Schlussfolgerung des Auditors wird jedoch von verschiedenen zusätzlichen Faktoren beeinflusst, insbesondere von weiteren Detailprüfungen, analytischen Verfahren und der qualitativen Beurteilung der Art der Nichtkonformitäten.

6 Beispiele

6.1 Beispiel 1: Losprüfung

Ein Verbraucher kauft einen Satz Schrauben und kann 3 % Ausfälle hinnehmen. Angenommen, das Vertrauen des Verbrauchers mit niedriger p ist mittel, d. h. Vertrauen = mittel. Außerdem ist ein nominales Vertrauensniveau von 0,80 erforderlich, d. h. $\gamma = 0,80$. Tabelle 2 muss verwendet werden, die besagt, dass der Stichprobenumfang in Stufe 1, n_1 , 63 beträgt. Zudem sind die entsprechenden Annahme- und Rückweisezahlen in dieser Stufe nach Tabelle 2 $Ac_1 = 0$ und $Re_1 = 5$. Führt die Prüfung also zu keiner falsch angegebenen Einheit (nichtkonforme Auswahlereinheit), kann das Los in der ersten Stufe angenommen werden. Werden bei der Prüfung 5 oder mehr falsche Einheiten (nichtkonforme Auswahlereinheiten) in der Stichprobe von 63 Einheiten festgestellt, muss das Los zurückgewiesen werden. Andernfalls muss eine zweite Stichprobe gezogen werden. Nach Tabelle 2 beträgt der Stichprobenumfang in Stufe 2, n_2 , 228, $Ac_2 = 8$ und $Re_2 = 9$.

Wenn die beteiligten Parteien auch an den operativen Indikatoren interessiert sind, bietet Tabelle I.2 diese zusätzlichen Informationen: $c.type\ I = 0,063\ 0$, $c.type\ II = 0,098\ 8$, $IASN = 161,67$, $l.p_{2nd} = 0,432\ 8$ und $l.cp = 0,807\ 8$.

6.2 Beispiel 2: Auditierung eines internen Kontrollsystems (Einkaufsprozess)

Ein Auditor prüft den Einkaufsprozess eines mittelständischen Einzelhändlers für Büroausstattung, um die Wirksamkeit des jeweiligen Teils des entsprechenden IKS zu bewerten. In dem zu prüfenden Fall gibt es jährlich eine große Anzahl von Einkäufen bei einer beträchtlichen Menge verschiedener Lieferanten. In einem ersten Schritt bewertet der Auditor die Angemessenheit der Prozessgestaltung. Aus einer Befragung und einer Beobachtung geht hervor, dass der Einkaufsprozess aus folgenden Stufen besteht: Bedarfsermittlung, Bestellung, Wareneingang, Rechnungseingang und -prüfung, Zahlungsabwicklung, Berichtigung des Hauptbuchs. In diesen Stufen wurden zahlreiche verschiedene Maßnahmen ermittelt, die sicherstellen müssen, dass der Beschaffungsprozess ordnungsgemäß abläuft. Nachdem der Auditor die Angemessenheit der Prozessgestaltung beurteilt hat, bestimmt er die Art der Maßnahmen in jeder Stufe, die einer weiteren Untersuchung unterzogen werden. Zum Beispiel wählt der Auditor in der Stufe „Wareneingang“ die Maßnahme der Prüfung, ob die gelieferte Ware in Menge und Qualität der bestellten Ware entspricht. Daher fordert der Auditor den Einzelhändler auf nachzuweisen, dass die verantwortlichen Mitarbeiter die Lieferscheine aller eingehenden Waren ordnungs-

gemäß unterzeichnet haben. Mit der Unterschrift sollte bestätigt werden, dass Menge und Qualität jeder eingehenden Ware geprüft (z. B. anhand von Informationen aus der Bestellung) und als angemessen betrachtet wurden. Das Auditierungsziel ist der Anteil p der fehlenden oder nicht bzw. nicht ordnungsgemäß unterzeichneten Lieferscheine. Der Auditor geht von 5 % ($p_0 = 0,05$) als tolerierbare Abweichungsquote aus.

In Anbetracht der großen Anzahl von Wareneingängen führt der Auditor eine Stichprobenprüfung durch. Die Berechnungen im Rahmen des risikoorientierten Auditierungsprozesses schreiben für den Auditierungsschritt des internen Kontrollsystems (IKS) ein Vertrauensniveau von $\gamma = 0,80$ vor. Aus den bisherigen Erfahrungen mit der auditierten Organisation schließt der Auditor auf ein hohes Vertrauen in das IKS und geht von einer hohen Vertrauensstufe aus. Nach Tabelle 2 beträgt der Umfang der ersten Stichprobe $n_1 = 32$, mit der entsprechenden Annahmezah $Ac_1 = 0$ und der Rückweisezahl $Re_1 = 6$.

Der Auditor nimmt eine Zufallsstichprobe der Größe $n_1 = 32$ von Wareneingangsereignissen aus dem ERP-System. Die Prüfung der 32 Wareneingangsereignisse ergibt, dass alle entsprechenden Lieferungen ordnungsgemäß unterzeichnet wurden, d. h. die Anzahl der nichtkonformen Auswahlinheiten in der Stichprobe ist $x_1 = 0$. Vergleicht der Auditor x_1 mit der Annahmezah $Ac_1 = 0$, so nimmt er die Hypothese $H: p \leq p_0$ an, d. h. der Anteil p der fehlenden oder nicht bzw. nicht ordnungsgemäß unterzeichneten Lieferscheine in der Grundgesamtheit wird als die Toleranz p_0 nicht überschreitend angesehen. Abschließend stuft der Auditor das betrachtete spezifische interne Kontrollverfahren als wirksam ein.

6.3 Beispiel 3: Auditierung eines integralen Kontrollsystems (Vertriebsprozess)

Ein Auditor prüft den Vertriebsprozess eines mittelständischen Einzelhandelsunternehmens für Stahl-erzeugnisse, um die Wirksamkeit des jeweiligen Teils des entsprechenden internen Kontrollsystems (IKS) zu bewerten. Jährlich gibt es eine große Anzahl von Verkäufen bei einer beträchtlichen Menge verschiedener Kunden. In einem ersten Schritt bewertet der Auditor die Angemessenheit der Vertriebsprozessgestaltung. Aus einer Befragung und eigenen Beobachtungen des Auditors ergibt sich, dass der Vertriebsprozess aus folgenden Stufen besteht: Einreichung von Angeboten, Auftragsannahme, Warenausgang, Rechnungsstellung, Zahlungsabwicklung, Verbuchung im Hauptbuch. In diesen Stufen wurden zahlreiche verschiedene Maßnahmen ermittelt, die sicherstellen müssen, dass der Vertriebsprozess ordnungsgemäß abläuft. Nachdem der Auditor die Angemessenheit der Prozessgestaltung beurteilt hat, bestimmt er die Art der Maßnahmen in jeder Stufe, die einer weiteren Untersuchung unterzogen werden. So prüft der Auditor beispielsweise in der Stufe „Rechnungsstellung“, ob der Realisierungsgrundsatz angemessen eingehalten wurde. Daher fordert der Auditor den Einzelhändler auf nachzuweisen, dass der erzielte Umsatz in Bezug auf alle Einzelverkäufe im richtigen Zeitraum verbucht wurde. Der Auditor würde 3 % der falsch erfassten Umsätze als tolerierbar annehmen.

In Anbetracht der großen Anzahl von jährlichen Ausgangsrechnungen führt der Auditor eine Stichprobenprüfung durch. Bei jeder stichprobenartig geprüften Rechnung untersucht der Auditor, ob der Umsatz korrekt erzielt wurde. Die Berechnungen im Rahmen des risikoorientierten Auditierungsprozesses schreiben für den Prüfungsschritt des internen Kontrollsystems (IKS) ein Vertrauensniveau von $\gamma = 0,70$ vor. Aus den bisherigen Erfahrungen mit der auditierten Organisation schließt der Auditor auf ein hohes Vertrauen in das IKS und geht von einer hohen Vertrauensstufe aus. Nach Tabelle 1 beträgt der Umfang der ersten Stichprobe $n_1 = 40$, mit der entsprechenden Annahmezah $Ac_1 = 0$ und der Rückweisezahl $Re_1 = 6$. In der ersten Stichprobe stellt der Auditor $x_1 = 7$ falsch erzielte Umsätze fest. Vergleicht der Auditor x_1 mit der Rückweisezahl $Re_1 = 6$, so weist er die Hypothese $H: p \leq p_0$ zurück, d. h. der Anteil p der falsch erzielten Umsätze in der Grundgesamtheit wird als die Toleranz $p_0 = 0,03$, d. h. 3 % überschreitend angesehen. Abschließend stuft der Auditor das betrachtete spezifische interne Kontrollverfahren als unwirksam ein.

6.4 Beispiel 4: Auditieren einer Detailprüfung (Debitorenbuchhaltung)

Ein Auditor prüft die Debitorenbuchhaltung eines mittelständischen Einzelhändlers für Büroausstattung im Hinblick auf die Richtigkeit der Jahresabschlüsse zum Bilanzstichtag. Der Auditor ordnet eine Toleranz von $p_0 = 0,05$ an, d. h. 5 % der falschen Angaben zum Bilanzstichtag werden als tolerierbar angenommen.

In Anbetracht der großen Anzahl an Debitoren führt der Auditor eine Stichprobenprüfung durch. Die Berechnungen im Rahmen des risikoorientierten Auditierungsprozesses schreiben für den Prüfungsschritt der Detail-

prüfung ein Vertrauensniveau von $\gamma = 0,70$ vor. Aus den bisherigen schlechten Erfahrungen mit der auditierten Organisation schließt der Auditor auf ein niedriges Vertrauen in die Buchhaltung des Kunden und geht von einem niedrigen Vertrauensniveau aus. Nach Tabelle 1 beträgt der Umfang der ersten Stichprobe $n_1 = 36$, mit der entsprechenden Annahmezahl $Ac_1 = 0$ und der Rückweisezahl $Re_1 = 4$. In der ersten Stichprobe beobachtet der Auditor $x_1 = 0$ falsche Angaben. Vergleicht der Auditor x_1 mit der Annahmezahl $Ac_1 = 0$, so nimmt er die Hypothese $H: p \leq p_0$ an, d. h. der Anteil p der falsch ausgewiesenen Konten an der Grundgesamtheit der Forderungen aus Lieferungen und Leistungen wird als die Toleranz p_0 nicht überschreitend angesehen.

6.5 Beispiel 5: Auditieren einer Detailprüfung (Rohstoffe)

Ein Auditor prüft den Rohstoffbestand eines mittelständischen Einzelhandelsunternehmens für Stahlerzeugnisse im Hinblick auf eine korrekte Veranlagung zum Bilanzstichtag. Der Auditor ordnet eine Toleranz von $p_0 = 0,05$ an, d. h. 5 % der inkorrekten Veranlagungen zum Bilanzstichtag werden als tolerierbar angenommen.

In Anbetracht der großen Vielfalt an Rohstoffen führt der Auditor eine Stichprobenprüfung durch. Der Auditor ordnet für die Detailprüfung ein Vertrauensniveau von $\gamma = 0,90$ an. Aus den bisherigen Erfahrungen mit der auditierten Organisation schließt der Auditor auf ein mäßiges Vertrauen in die Rohstoffbeurteilung des Kunden und geht von einem mittleren Vertrauensniveau aus. Nach Tabelle 3 beträgt der Umfang der ersten Stichprobe $n_1 = 52$, mit der entsprechenden Annahmezahl $Ac_1 = 0$ und der Rückweisezahl $Re_1 = 7$. In der ersten Stichprobe beobachtet der Auditor $x_1 = 4$ falsche Beurteilungen. Daraufhin nimmt der Auditor eine zweite Stichprobe mit dem Umfang $n_2 = 185$ vor, die $x_2 = 7$ falsche Beurteilungen enthält. In der zweiten Stufe beträgt die Annahmezahl $Ac_2 = 11$ und die Rückweisezahl $Re_2 = 12$. Die kumulierte Anzahl an falschen Beurteilungen beträgt $x_1 + x_2 = 11$. Abschließend nimmt der Auditor die Hypothese $H: p \leq p_0$ an, d. h. der Anteil p der falschen Beurteilungen in der Grundgesamtheit der Bestandsdaten wird als die Toleranz p_0 nicht überschreitend angesehen.

7 Stichprobenpläne

Tabelle 1 bis Tabelle 5 enthalten Stichprobenpläne mit Annahme-/Rückweisezahlen für unterschiedliche nominale Vertrauensniveaus und zeilenweise angeordnete Stufen.

Tabelle 1 — Stichprobenanweisungen bei nominalem Vertrauensniveau $\gamma = 0,70$

Vertrauen	p_0 anteilig					
	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
Niedrig	181 (0; 4)	91 (0; 4)	60 (0; 4)	45 (0; 4)	36 (0; 4)	30 (0; 4)
	797 (9; 10)	449 (10; 11)	393 (13; 14)	299 (13; 14)	260 (14; 15)	217 (14; 15)
Mittel	148 (0; 4)	74 (0; 4)	49 (0; 4)	37 (0; 4)	30 (0; 4)	25 (0; 4)
	599 (7; 8)	299 (7; 8)	200 (7; 8)	150 (7; 8)	120 (7; 8)	100 (7; 8)
Hoch	120 (0; 7)	60 (0; 6)	40 (0; 6)	30 (0; 6)	24 (0; 5)	20 (0; 5)
	557 (6; 7)	278 (6; 7)	147 (5; 6)	126 (6; 7)	103 (5; 6)	82 (5; 6)
Vertrauen	p_0 anteilig					
	0,07	0,08	0,09	0,1	0,15	0,2
Niedrig	26 (0; 4)	22 (0; 4)	20 (0; 4)	18 (0; 4)	12 (0; 4)	9 (0; 4)
	185 (14; 15)	150 (13; 14)	121 (12; 13)	109 (12; 13)	58 (10; 11)	44 (10; 11)
Mittel	22 (0; 4)	19 (0; 4)	17 (0; 4)	15 (0; 4)	10 (0; 4)	8 (0; 4)
	85 (7; 8)	75 (7; 8)	66 (7; 8)	50 (6; 7)	41 (7; 8)	29 (7; 8)
Hoch	17 (0; 5)	15 (0; 5)	13 (0; 5)	12 (0; 5)	8 (0; 4)	6 (0; 4)
	64 (5; 6)	59 (5; 6)	56 (5; 6)	38 (4; 5)	34 (5; 6)	23 (5; 6)

Tabelle 2 — Stichprobenanweisungen bei nominalem Vertrauensniveau $\gamma = 0,80$

Vertrauen	p_0 anteilig					
	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
Niedrig	110 (0; 5)	74 (0; 5)	55 (0; 5)	44 (0; 5)	37 (0; 5)	31 (0; 5)
	600 (13; 14)	460 (15; 16)	343 (15; 16)	275 (15; 16)	229 (15; 16)	197 (15; 16)
Mittel	94 (0; 5)	63 (0; 5)	47 (0; 5)	38 (0; 5)	32 (0; 5)	27 (0; 5)
	392 (9; 10)	228 (8; 9)	169 (8; 9)	135 (8; 9)	112 (8; 9)	97 (8; 9)
Hoch	80 (0; 7)	53 (0; 8)	40 (0; 7)	32 (0; 6)	27 (0; 6)	23 (0; 6)
	333 (7; 8)	214 (7; 8)	151 (7; 8)	113 (6; 7)	94 (6; 7)	81 (6; 7)
Vertrauen	p_0 anteilig					
	0,08	0,09	0,1	0,15	0,2	
Niedrig	27 (0; 5)	24 (0; 5)	22 (0; 5)	15 (0; 5)	11 (0; 5)	
	160 (14; 15)	142 (14; 15)	128 (14; 15)	76 (13; 14)	48 (11; 12)	
Mittel	24 (0; 5)	21 (0; 5)	19 (0; 5)	13 (0; 5)	10 (0; 5)	
	85 (8; 9)	76 (8; 9)	57 (7; 8)	52 (9; 10)	33 (8; 9)	
Hoch	20 (0; 6)	18 (0; 6)	16 (0; 6)	10 (0; 6)	8 (0; 5)	
	71 (6; 7)	64 (6; 7)	52 (6; 7)	37 (6; 7)	26 (6; 7)	

Tabelle 3 — Stichprobenanweisungen bei nominalem Vertrauensniveau $\gamma = 0,90$

Vertrauen	p_0 anteilig					
	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
Niedrig	150 (0; 7)	100 (0; 7)	75 (0; 7)	60 (0; 7)	50 (0; 7)	43 (0; 7)
	710 (16; 17)	547 (18; 19)	407 (18; 19)	306 (17; 18)	255 (17; 18)	219 (17; 18)
Mittel	131 (0; 7)	88 (0; 7)	66 (0; 7)	52 (0; 7)	44 (0; 7)	38 (0; 7)
	463 (11; 12)	309 (11; 12)	232 (11; 12)	185 (11; 12)	154 (11; 12)	132 (11; 12)
Hoch	114 (0; 11)	76 (0; 9)	57 (0; 8)	45 (0; 9)	38 (0; 8)	32 (0; 8)
	440 (10; 11)	275 (9; 10)	211 (9; 10)	163 (9; 10)	139 (9; 10)	119 (9; 10)
Vertrauen	p_0 anteilig					
	0,08	0,09	0,1	0,15	0,2	
Niedrig	37 (0; 7)	33 (0; 7)	30 (0; 7)	17 (0; 6)	13 (0; 6)	
	192 (17; 18)	171 (17; 18)	141 (16; 17)	83 (14; 15)	51 (12; 13)	
Mittel	33 (0; 7)	29 (0; 7)	26 (0; 7)	16 (0; 7)	12 (0; 6)	
	116 (11; 12)	92 (10; 11)	72 (9; 10)	62 (11; 12)	42 (10; 11)	
Hoch	28 (0; 8)	25 (0; 7)	22 (0; 8)	15 (0; 7)	11 (0; 6)	
	104 (9; 10)	81 (8; 9)	63 (7; 8)	53 (9; 10)	37 (9; 10)	

Tabelle 4 — Stichprobenanweisungen bei Vertrauenswert $\gamma = 0,99$

Vertrauen	p_0 anteilig					
	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
Niedrig	188 (0; 9)	126 (0; 9)	94 (0; 9)	76 (0; 9)	63 (0; 9)	54 (0; 9)
	802 (18; 19)	631 (21; 22)	472 (21; 22)	357 (20; 21)	298 (20; 21)	240 (19; 20)
Mittel	169 (0; 9)	112 (0; 9)	84 (0; 9)	67 (0; 9)	56 (0; 8)	48 (0; 8)
	553 (13; 14)	363 (13; 14)	271 (13; 14)	216 (13; 14)	201 (14; 15)	184 (15; 16)
Hoch	149 (0; 11)	99 (0; 10)	74 (0; 10)	59 (0; 10)	49 (0; 10)	42 (0; 10)
	500 (11; 12)	332 (11; 12)	253 (11; 12)	199 (11; 12)	177 (12; 13)	166 (13; 14)
Vertrauen	p_0 anteilig					
	0,08	0,09	0,1	0,15	0,2	
Niedrig	47 (0; 9)	38 (0; 8)	34 (0; 8)	23 (0; 8)	17 (0; 8)	
	208 (19; 20)	189 (19; 20)	171 (19; 20)	99 (17; 18)	64 (15; 16)	
Mittel	42 (0; 8)	35 (0; 8)	32 (0; 8)	21 (0; 8)	16 (0; 8)	
	165 (15; 16)	144 (15; 16)	130 (15; 16)	72 (13; 14)	49 (12; 13)	
Hoch	36 (0; 11)	32 (0; 10)	29 (0; 10)	19 (0; 9)	14 (0; 8)	
	148 (13; 14)	132 (13; 14)	117 (13; 14)	58 (10; 11)	44 (10; 11)	

Tabelle 5 — Stichprobenpläne bei nominalem Vertrauensniveau $\gamma = 0,99$

Vertrauen	p_0 anteilig				
	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
Niedrig	177 (0; 13)	133 (0; 13)	107 (0; 13)	89 (0; 13)	76 (0; 13)
	806 (27; 28)	603 (27; 28)	481 (27; 28)	402 (27; 28)	343 (27; 28)
Mittel	165 (0; 13)	123 (0; 13)	99 (0; 13)	82 (0; 13)	70 (0; 12)
	578 (20; 21)	408 (19; 20)	302 (18; 19)	283 (20; 21)	263 (21; 22)
Hoch	152 (0; 17)	113 (0; 15)	90 (0; 15)	75 (0; 17)	64 (0; 16)
	540 (18; 19)	374 (17; 18)	284 (16; 17)	268 (18; 19)	240 (19; 20)
Vertrauen	p_0 anteilig				
	0,08	0,09	0,1	0,15	0,2
Niedrig	62 (0; 12)	55 (0; 12)	50 (0; 12)	33 (0; 12)	23 (0; 11)
	305 (27; 28)	259 (26; 27)	222 (25; 26)	126 (22; 23)	91 (21; 22)
Mittel	59 (0; 12)	52 (0; 12)	47 (0; 12)	31 (0; 12)	22 (0; 11)
	231 (21; 22)	192 (20; 21)	152 (18; 19)	94 (17; 18)	56 (14; 15)
Hoch	56 (0; 16)	49 (0; 16)	44 (0; 15)	29 (0; 15)	21 (0; 13)
	209 (19; 20)	178 (18; 19)	129 (15; 16)	86 (15; 16)	48 (12; 13)

Anhang A (informativ)

Vertrauensbereiche

Die Methodik des Entscheidungsverfahrens in 4.3 basiert auf den kürzesten zweiseitigen Vertrauensbereichen bei Vorinformation für einen unbekannten Anteil. Siehe Referenz [5] für technische Details über kürzeste Vertrauensbereiche bei Vorinformation. Die Hypothesenprüfung vergleicht die Vertrauensbereiche mit der gewünschten Toleranz p_0 .

Das Entscheidungsverfahren in Stufe 1 und Stufe 2 läuft wie folgt ab, siehe Bild A.1 zur Veranschaulichung.

In Stufe 1 wird nach der Ziehung von n_1 Einheiten und der Beobachtung von x_1 nichtkonformen Auswahl-einheiten ein Vertrauensbereich für p berechnet. Die Entscheidung in Stufe 1 erfolgt nach den folgenden Szenarien:

- 1.1 Wenn der Vertrauensbereich vollständig unterhalb der Toleranz liegt, wird das Los angenommen.
- 1.2 Wenn der Vertrauensbereich vollständig oberhalb der Toleranz liegt, wird das Los zurückgewiesen.
- 1.3 Liegt die Toleranz innerhalb des Vertrauensbereichs, kann in Stufe 1 keine Entscheidung getroffen werden, und der zweite Stichprobenahmeschritt (Stufe 2) ist erforderlich.

In Stufe 2 wird eine Anzahl x_2 nichtkonformer Einheiten in einer Stichprobe mit dem Umfang n_2 beobachtet. Ein neuer Vertrauensbereich für p wird auf der Grundlage der Gesamtzahl $x_1 + x_2$ der nichtkonformen Auswahl-einheiten berechnet. Die Entscheidung in Stufe 2 erfolgt nach den folgenden Szenarien:

- 2.1 Wenn der Vertrauensbereich vollständig über oder unter der Toleranz liegt, lautet die Entscheidung Annahme oder Rückweisung, analog zur ersten Stufe.
- 2.2 Wenn der Bereich die Toleranz enthält, basiert die Entscheidung darauf, ob ein größerer Teil des Vertrauensbereichs unterhalb oder oberhalb der Toleranz liegt, was zu einer Annahme oder Rückweisung führt.

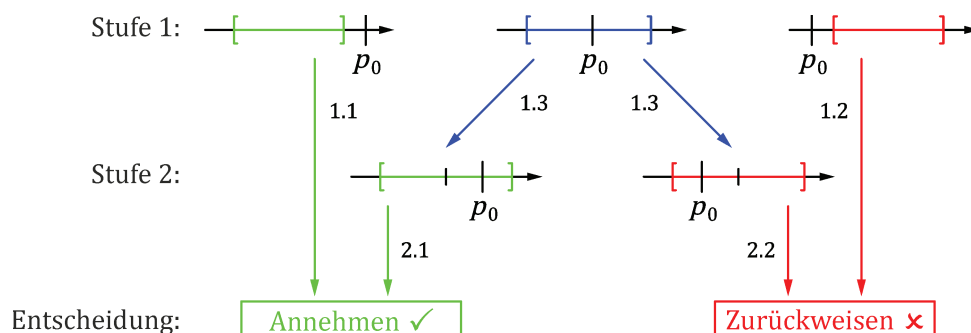


Bild A.1 — Veranschaulichung eines zweistufigen Entscheidungsverfahrens auf der Grundlage der Position der Vertrauensbereiche

Die Beziehung zwischen den Vertrauensbereichen und dem Entscheidungsverfahren ist in Bild A.2 und Bild A.3 dargestellt. Die blauen horizontalen Liniensegmente stellen die Vertrauensbereiche für p in Bezug auf die Stichprobenbeobachtung x auf der vertikalen Achse dar. Für die erste Stufe kreuzen sich die Vertrauensbereiche mit der Toleranz $p_0 = 0,3$. Bild A.2 zeigt das größte x_1 , bei dem p_0 über dem oder genau am oberen Vertrauensbereich liegt, und das kleinste x , bei dem p_0 unter dem unteren Vertrauensbereich liegt. Daraus ergibt sich die Annahmezahl $Ac_1 = 3$ und die Rückweisezahl $Re_1 = 12$. Für die zweite Stufe bestimmt der höchste Punkt, der kleiner oder gleich p_0 ist, $Ac_2 = 7$ und $Re_2 = 8$, siehe Bild A.3.

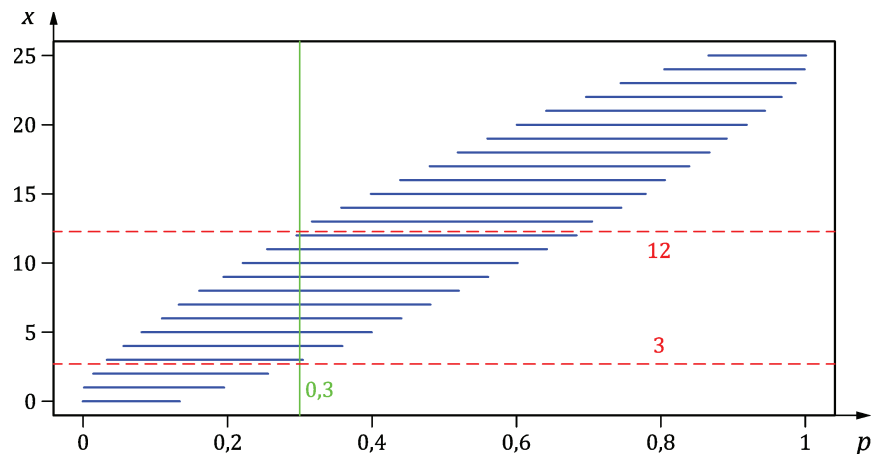


Bild A.2 — Vertrauensbereiche für p (horizontale Achse), gekennzeichnet durch die Anzahl x_1 (vertikale Achse) der falschen Angaben (nichtkonforme Einheiten) für den Stichprobenumfang $n_1 = 25$

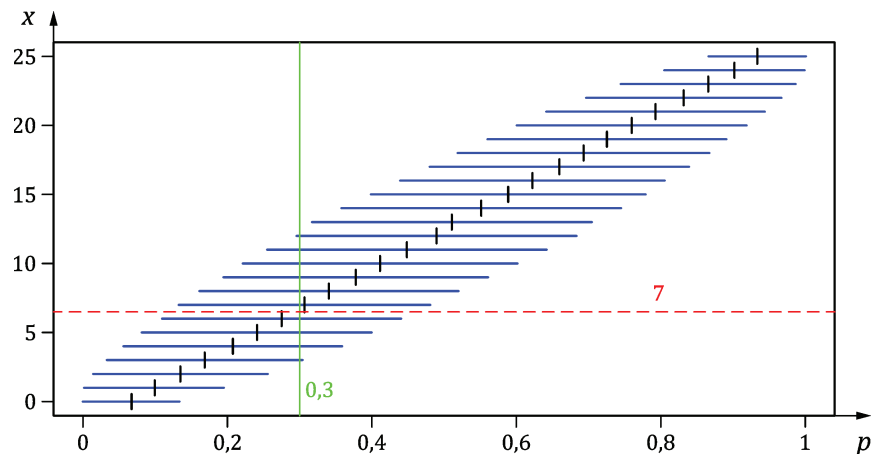


Bild A.3 — Vertrauensbereiche für p (horizontale Achse), mit markierten Mittelpunkten, gekennzeichnet durch die Anzahl $x_1 + x_2$ (vertikale Achse) der falschen Angaben (nichtkonforme Einheiten) für den Stichprobenumfang $n_1 + n_2 = 25$

Aufgrund des zweistufigen Verfahrens unterschreitet das tatsächliche Vertrauensniveau des endgültigen Vertrauensbereichs das vorgeschriebene nominale Vertrauensniveau γ in einem kleinen Bereich um p_0 . Siehe Bild G.1 bis Bild G.5 in Anhang G.

Anhang B (informativ)

Operationscharakteristiken (OC)

Die Operationscharakteristik (OC) bezeichnet die Funktion der Annahme eines statistischen Prüfverfahrens. Im vorliegenden Fall kann für einen Satz von Parametern $n_1, (Ac_1; Re_1), n_2, Ac_2$ und $X_1 \sim Bi(n_1, p), X_2 \sim Bi(n_2, p)$ die Funktion der Operationscharakteristik wie folgt formuliert werden:

$$\begin{aligned} P_a^{(2)}(p) &= P(\text{Annehmen } H_0 | p) = P(X_1 \leq \text{oder } \{Ac_1 < X_1 < Re_1 \text{ und } X_1 + X_2 \leq Ac_2\} | p) \\ &= \sum_{x_1=0}^{Ac_1} P(X_1 = x_1 | p) + \sum_{x_1=Ac_1+1}^{Re_1} P(X_1 = x_1 | p) \sum_{x_2=0}^{Ac_2-x_1} P(X_2 = x_2 | p) \\ &= \sum_{x_1=0}^{Ac_1} \binom{n_1}{x_1} p^{x_1} (1-p)^{n_1-x_1} + \sum_{x_1=Ac_1+1}^{Re_1-1} \sum_{x_2=0}^{Ac_2-x_1} \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} p^{x_1+x_2} (1-p)^{n_1+n_2-x_1-x_2} \end{aligned}$$

Anhang C (informativ)

OC-Abgleich

Die in Anhang B beschriebene OC-Funktion kann verwendet werden, um zwei verschiedene Stichprobenpläne als gleichermaßen „fair“ zu bezeichnen, wenn ihre OC-Funktionen nahezu gleich sind. Der so genannte OC-Abgleichsgrundsatz nutzt diese Anforderung der Fairness, um einen einstufigen Stichprobenplan zu erhalten, der einem gegebenen zweistufigen Stichprobenplan entspricht.

Bei (n, Ac) und $X \sim Bi(n, p)$ wird die einstufige OC wie folgt bezeichnet:

$$P_a^{(1)}(p) = P(\text{Annehmen } H_0 | p) = \sum_{x=0}^{Ac} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

was der binomischen OC entspricht. Um den OC-abgeglichenen Stichprobenumfang n_{match} für einen gegebenen Plan n_1, n_2 zu finden, muss das quadrierte Residuum minimiert werden:

$$\min_{n_1 < n \leq n_1 + n_2} R^2(n, n_1, n_2) : = \min_{n_1 < n \leq n_1 + n_2} \int_0^1 \left(P_a^{(1)}(p) - P_a^{(2)}(p) \right)^2 dp$$

Werte, die kleiner oder gleich n_1 sind, werden für n nicht als gültig angesehen, da sie den berechneten zweistufigen Stichprobenplan völlig überflüssig machen. Größere Werte als $n_1 + n_2$ sind ebenfalls nicht zu berücksichtigen, da sie den einstufigen Stichprobenplan wertlos machen.

Anhang D (informativ)

Bedingte Fehler 1. Art und 2. Art (bedingte Risiken)

Entsprechend $n_1, (Ac_1; Re_1), n_2, Ac_2, a, b, X_1 \sim Bi(n_1, y), X_2 \sim Bi(n_2, y)$ und $p = y$ mit $Y \sim Beta(a, b)$ können die bedingten Fehler 1. Art und 2. Art wie folgt abgeleitet werden:

$P(\text{falsche Annahme})$

$$\begin{aligned}
 &= \int_{p_0}^1 \left(\sum_{x_1=0}^{Ac_1} P(X_1 = x_1 | Y = y) + \sum_{x_1=Ac_1+1}^{Re_1-1} P(X_1 = x_1 | Y = y) \sum_{x_2=0}^{Ac_2-x_1} P(X_2 = x_2 | Y = y) \right) f_Y(y) dy \\
 &= \sum_{x_1=0}^{Ac_1} \frac{\binom{n_1}{x_1}}{B(a, b)} (B(x_1 + a, n_1 - x_1 + b) - B(p_0; x_1 + a, n_1 - x_1 + b)) \\
 &+ \sum_{x_1=Ac_1+1}^{Re_1-1} \sum_{x_2=0}^{Ac_2-x_1} \frac{\binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2}}{B(a, b)} (B(x_1 + x_2 + a, n_1 + n_2 - x_1 - x_2 + b) \\
 &- B(p_0; x_1 + x_2 + a, n_1 + n_2 - x_1 - x_2 + b))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c.type I: &= \frac{P(\text{falsche Annahme})}{P(p > p_0)} = \frac{P(\text{falsche Annahme})}{\frac{B(a, b) - B(p_0; a, b)}{B(a, b)}} \\
 &= \sum_{x_1=0}^{Ac_1} \frac{\binom{n_1}{x_1} (B(x_1 + a, n_1 - x_1 + b) - B(p_0; x_1 + a, n_1 - x_1 + b))}{B(a, b) - B(p_0; a, b)} \\
 &+ \sum_{x_1=Ac_1+1}^{Re_1-1} \sum_{x_2=0}^{Ac_2-x_1} \frac{\binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} (B(x_1 + x_2 + a, n_1 + n_2 - x_1 - x_2 + b) - B(p_0; x_1 + x_2 + a, n_1 + n_2 - x_1 - x_2 + b))}{B(a, b) - B(p_0; a, b)}
 \end{aligned}$$

und

P (falsche Rückweisung)

$$= \int_0^{p_0} \left(\sum_{x_1=Re_1}^{n_1} P(X_1 = x_1 | Y = y) + \sum_{x_1=Ac_1+1}^{Re_1-1} P(X_1 = x_1 | Y = y) \sum_{x_2=Ac_2-x_1+1}^{n_2} P(X_2 = x_2 | Y = y) \right) f_Y(y) dy$$

$$= \sum_{x_1=Re_1}^{n_1} \frac{\binom{n_1}{x_1}}{B(a,b)} B(p_0; x_1 + a, n_1 - x_1 + b) + \sum_{x_1=Ac_1+1}^{Re_1-1} \sum_{x_2=Ac_2}^{n_2} \frac{\binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2}}{B(a,b)} B(p_0; x_1 + x_2 + a, n_1 + n_2 - x_1 - x_2 + b)$$

$$c.type II: = \frac{P(\text{falsche Rückweisung})}{P(p \leq p_0)} = \frac{P(\text{falsche Rückweisung})}{\frac{B(p_0; a, b)}{B(a, b)}}$$

$$= \sum_{x_1=Re_1}^{n_1} \frac{\binom{n_1}{x_1} B(p_0; x_1 + a, n_1 - x_1 + b)}{B(p_0; a, b)}$$

$$+ \sum_{x_1=Ac_1+1}^{Re_1-1} \sum_{x_2=Ac_2}^{n_2} \frac{\binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} B(p_0; x_1 + x_2 + a, n_1 + n_2 - x_1 - x_2 + b)}{B(p_0; a, b)}$$