

**NORME
INTERNATIONALE
INTERNATIONAL
STANDARD**

**CEI
IEC
444-5**

Première édition
First edition
1995-03

**Mesure des paramètres des résonateurs
à quartz –**

Partie 5:

Méthodes pour la détermination des paramètres
électriques équivalents utilisant des analyseurs
automatiques de réseaux et correction des erreurs

Measurement of quartz crystal unit parameters –

Part 5:

Methods for the determination of equivalent
electrical parameters using automatic network
analyzer techniques and error correction



Numéro de référence
Reference number
CEI/IEC 444-5: 1995

Nombres des publications

Depuis le 1^{er} janvier 1997, les publications de la CEI sont numérotées à partir de 60000.

Publications consolidées

Les versions consolidées de certaines publications de la CEI incorporant les amendements sont disponibles. Par exemple, les numéros d'édition 1.0, 1.1 et 1.2 indiquent respectivement la publication de base, la publication de base incorporant l'amendement 1, et la publication de base incorporant les amendements 1 et 2.

Validité de la présente publication

Le contenu technique des publications de la CEI est constamment revu par la CEI afin qu'il reflète l'état actuel de la technique.

Des renseignements relatifs à la date de reconfirmation de la publication sont disponibles dans le Catalogue de la CEI.

Les renseignements relatifs à des questions à l'étude et des travaux en cours entrepris par le comité technique qui a établi cette publication, ainsi que la liste des publications établies, se trouvent dans les documents ci-dessous:

- «Site web» de la CEI*
- **Catalogue des publications de la CEI**
Publié annuellement et mis à jour régulièrement
(Catalogue en ligne)*
- **Bulletin de la CEI**
Disponible à la fois au «site web» de la CEI* et comme périodique imprimé

Terminologie, symboles graphiques et littéraux

En ce qui concerne la terminologie générale, le lecteur se reportera à la CEI 60050: *Vocabulaire Electrotechnique International (VEI)*.

Pour les symboles graphiques, les symboles littéraux et les signes d'usage général approuvés par la CEI, le lecteur consultera la CEI 60027: *Symboles littéraux à utiliser en électrotechnique*, la CEI 60417: *Symboles graphiques utilisables sur le matériel. Index, relevé et compilation des feuilles individuelles*, et la CEI 60617: *Symboles graphiques pour schémas*.

* Voir adresse «site web» sur la page de titre.

Numbering

As from 1 January 1997 all IEC publications are issued with a designation in the 60000 series.

Consolidated publications

Consolidated versions of some IEC publications including amendments are available. For example, edition numbers 1.0, 1.1 and 1.2 refer, respectively, to the base publication, the base publication incorporating amendment 1 and the base publication incorporating amendments 1 and 2.

Validity of this publication

The technical content of IEC publications is kept under constant review by the IEC, thus ensuring that the content reflects current technology.

Information relating to the date of the reconfirmation of the publication is available in the IEC catalogue.

Information on the subjects under consideration and work in progress undertaken by the technical committee which has prepared this publication, as well as the list of publications issued, is to be found at the following IEC sources:

- **IEC web site***
- **Catalogue of IEC publications**
Published yearly with regular updates

(On-line catalogue)*
- **IEC Bulletin**
Available both at the IEC web site* and as a printed periodical

Terminology, graphical and letter symbols

For general terminology, readers are referred to IEC 60050: *International Electrotechnical Vocabulary (IEV)*.

For graphical symbols, and letter symbols and signs approved by the IEC for general use, readers are referred to publications IEC 60027: *Letter symbols to be used in electrical technology*, IEC 60417: *Graphical symbols for use on equipment. Index, survey and compilation of the single sheets* and IEC 60617: *Graphical symbols for diagrams*.

* See web site address on title page.

**NORME
INTERNATIONALE
INTERNATIONAL
STANDARD**

**CEI
IEC
444-5**

Première édition
First edition
1995-03

**Mesure des paramètres des résonateurs
à quartz –**

Partie 5:

Méthodes pour la détermination des paramètres
électriques équivalents utilisant des analyseurs
automatiques de réseaux et correction des erreurs

Measurement of quartz crystal unit parameters –

Part 5:

Methods for the determination of equivalent
electrical parameters using automatic network
analyzer techniques and error correction

© CEI 1995 Droits de reproduction réservés — Copyright — all rights reserved

Aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni
utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun pro-
cédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie et
les microfilms, sans l'accord écrit de l'éditeur.

No part of this publication may be reproduced or utilized in
any form or by any means, electronic or mechanical,
including photocopying and microfilm, without permission
in writing from the publisher.

Bureau Central de la Commission Electrotechnique Internationale 3, rue de Varembe Genève, Suisse



Commission Electrotechnique Internationale
International Electrotechnical Commission
Международная Электротехническая Комиссия

CODE PRIX
PRICE CODE

X

Pour prix, voir catalogue en vigueur
For price, see current catalogue

SOMMAIRE

	Pages
AVANT-PROPOS	4
Articles	
1 Domaine d'application.....	6
2 Introduction	6
2.1 Généralités	6
2.2 Méthodes de mesure de l'admittance.....	8
2.3 Analyse de l'admittance et évaluation des paramètres du circuit équivalent	12
2.4 Références normatives	12
3 Méthodes de mesure.....	14
3.1 Généralités	14
3.2 Contrôle de l'environnement	14
3.3 Etalonnage	14
3.4 Niveau d'excitation	14
3.5 Mesures de C_0	14
3.6 Choix des fréquences de mesure.....	16
3.7 Collecte des données	16
3.8 Correction des données.....	18
3.9 Calcul de l'admittance.....	18
3.10 Analyse de l'admittance et évaluation des paramètres du circuit équivalent	18
4 Choix de la méthode de mesure de l'admittance.....	18
4.1 Généralités	18
4.2 Avantages et inconvénients de la méthode des paramètres S de réflexion à une porte.....	18
4.3 Avantages et inconvénients de la méthode des paramètres S de transmission à deux portes	20
4.4 Avantages et inconvénients de la méthode de transmission directe	20
5 Techniques d'étalonnage.....	22
5.1 Méthode des paramètres S	22
5.2 Méthode de transmission directe	22
5.3 Vérification de l'étalonnage	22
6 Mesures des basses fréquences	24
7 Analyse de l'admittance et l'évaluation des paramètres du circuit équivalent.....	24
7.1 Méthode générale d'ajustement des moindres carrés	24
7.2 Méthode linéaire d'ajustement des moindres carrés.....	26
7.3 Méthode d'ajustement de cercle	32
7.4 Méthode d'itération à deux points	36
8 Erreurs de mesure, instruments et montages d'essai	40
8.1 Commentaires généraux	40
8.2 Conditions de mesures.....	40
8.3 Reproductibilité.....	42
8.4 Mesures et montages d'essai	42
Figures	48
Annexes	
A Etalonnage	70
B Mesure des basses fréquences	92
C Bibliographie	100

CONTENTS

	Page
FOREWORD	5
Clause	
1 Scope	7
2 Introduction	7
2.1 General	7
2.2 Methods of admittance measurement	9
2.3 Admittance analysis and estimation of equivalent circuit parameters	13
2.4 Normative references	13
3 Measurement procedures	15
3.1 General	15
3.2 Environmental control.....	15
3.3 Calibration	15
3.4 Level of drive	15
3.5 C_0 measurements	15
3.6 Choice of measurement frequencies	17
3.7 Data collection.....	17
3.8 Data correction	19
3.9 Admittance calculation	19
3.10 Admittance analysis and estimation of the equivalent circuit parameters	19
4 Choice of admittance measurement method.....	19
4.1 General	19
4.2 Advantages and disadvantages of the one-port S -parameter reflection method	19
4.3 Advantages and disadvantages of the two-port S -parameter transmission method.....	21
4.4 Advantages and disadvantages of the direct transmission method	21
5 Calibration techniques	23
5.1 S -parameter method	23
5.2 Direct transmission method	23
5.3 Verification of calibration	23
6 Low-frequency measurements	25
7 Admittance analysis and estimation of the equivalent circuit parameters	25
7.1 General least-squares fitting method	25
7.2 Linear least-squares fitting procedure.....	27
7.3 Circle-fitting method.....	33
7.4 Two-point iterative method.....	37
8 Measurement errors, instrumentation and test fixtures	41
8.1 General comments	41
8.2 Measurement conditions	41
8.3 Reproducibility	43
8.4 Measurement and test fixtures	43
Figures	49
Annexes	
A Calibration	71
B Low-frequency measurement.....	93
C Bibliography.....	100

COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE

MESURE DES PARAMÈTRES DES RÉSONATEURS À QUARTZ –

Partie 5: Méthodes pour la détermination des paramètres électriques équivalents utilisant des analyseurs automatiques de réseaux et correction des erreurs

AVANT-PROPOS

- 1) La CEI (Commission Electrotechnique Internationale) est une organisation mondiale de normalisation composée de l'ensemble des comités électrotechniques nationaux (Comités nationaux de la CEI). La CEI a pour objet de favoriser la coopération internationale pour toutes les questions de normalisation dans les domaines de l'électricité et de l'électronique. A cet effet, la CEI, entre autres activités, publie des Normes internationales. Leur élaboration est confiée à des comités d'études, aux travaux desquels tout Comité national intéressé par le sujet traité peut participer. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec la CEI, participent également aux travaux. La CEI collabore étroitement avec l'Organisation Internationale de Normalisation (ISO), selon des conditions fixées par accord entre les deux organisations.
- 2) Les décisions ou accords officiels de la CEI en ce qui concerne les questions techniques, préparés par les comités d'études où sont représentés tous les Comités nationaux s'intéressant à ces questions, expriment dans la plus grande mesure possible un accord international sur les sujets examinés.
- 3) Ces décisions constituent des recommandations internationales publiées sous forme de normes, de rapports techniques ou de guides et agréées comme telles par les Comités nationaux.
- 4) Dans le but d'encourager l'unification internationale, les Comités nationaux de la CEI s'engagent à appliquer de façon transparente, dans toute la mesure possible, les Normes internationales de la CEI dans leurs normes nationales et régionales. Toute divergence entre la norme de la CEI et la norme nationale ou régionale correspondante doit être indiquée en termes clairs dans cette dernière.

La Norme internationale CEI 444-5 a été établie par le comité d'études 49 de la CEI: Dispositifs piézoélectriques et diélectriques pour la commande et le choix de la fréquence.

La présente norme constitue la cinquième partie d'une série de publications traitant de la mesure des paramètres des résonateurs à quartz piézoélectriques.

La *Première partie: Méthode fondamentale pour la mesure de la fréquence de résonance et de la résistance de résonance des quartz piézoélectriques par la technique de la phase nulle dans le circuit en π* , est parue comme CEI 444-1.

La *Deuxième partie: Méthode de décalage de phase pour la mesure de la capacité dynamique des quartz*, est parue comme CEI 444-2.

La *Troisième partie: Méthode fondamentale pour la mesure des paramètres à deux pôles des résonateurs à quartz à la fréquence jusqu'à 200 MHz par la technique de phase dans le circuit en π avec compensation de la capacité parallèle C_0* , est parue comme CEI 444-3.

La *Quatrième partie: Méthode pour la mesure de la fréquence de résonance à la charge f_L et de la résistance de résonance à la charge R_L et pour le calcul des autres valeurs dérivées des quartz piézoélectriques, jusqu'à 30 MHz*, est parue comme CEI 444-4.

La *Sixième partie: Mesure de la dépendance du niveau d'excitation (DNE)*, est parue comme CEI 444-6.

Le texte de cette norme est issu des documents suivants:

DIS	Rapport de vote
49(BC)248	49(BC)268

Le rapport de vote indiqué dans le tableau ci-dessus donne toute information sur le vote ayant abouti à l'approbation de cette norme.

L'annexe A fait partie intégrante de cette norme.

Les annexes B et C sont données uniquement à titre d'information.

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION

MEASUREMENT OF QUARTZ CRYSTAL UNIT PARAMETERS –

**Part 5: Methods for the determination of equivalent electrical parameters
using automatic network analyzer techniques and error correction**

FOREWORD

- 1) The IEC (International Electrotechnical Commission) is a world-wide organization for standardization comprising all national electrotechnical committees (IEC National Committees). The object of the IEC is to promote international cooperation on all questions concerning standardization in the electrical and electronic fields. To this end and in addition to other activities, the IEC publishes International Standards. Their preparation is entrusted to technical committees; any IEC National Committee interested in the subject dealt with may participate in this preparatory work. International, governmental and non-governmental organizations liaising with the IEC also participate in this preparation. The IEC collaborates closely with the International Organization for Standardization (ISO) in accordance with conditions determined by agreement between the two organizations.
- 2) The formal decisions or agreements of the IEC on technical matters, prepared by technical committees on which all the National Committees having a special interest therein are represented, express, as nearly as possible, an international consensus of opinion on the subjects dealt with.
- 3) They have the form of recommendations for international use published in the form of standards, technical reports or guides and they are accepted by the National Committees in that sense.
- 4) In order to promote international unification, IEC National Committees undertake to apply IEC International Standards transparently to the maximum extent possible in their national and regional standards. Any divergence between the IEC Standard and the corresponding national or regional standard shall be clearly indicated in the latter.

International Standard IEC 444-5 has been prepared by IEC technical committee 49: Piezoelectric and dielectric devices for frequency control and selection.

It forms Part 5 of a series of publications dealing with the measurements of piezoelectric quartz crystal unit parameters.

Part 1: Basic method for the measurement of resonance frequency and resonance resistance of quartz crystal units by zero phase technique in a π -network, is issued as IEC 444-1.

Part 2: Phase offset method for measurement of motional capacitance of quartz crystal units, is issued as IEC 444-2.

Part 3: Basic method for the measurement of two-terminal parameters of quartz crystal units up to 200 MHz by phase technique in a π -network with compensation of parallel capacitance C_0 , is issued as IEC 444-3.

Part 4: Method for the measurement of the load resonance frequency f_L , load resonance resistance, R_L and the calculation of other derived values of quartz crystal units, up to 30 MHz, is issued as IEC 444-4.

Part 6: Measurement of drive level dependence (DLD), is issued as IEC 444-6.

The text of this standard is based on the following documents:

DIS	Report on voting
49(CO)248	49(CO)268

Full information on the voting for the approval of this standard can be found in the report on voting indicated in the above table.

Annex A forms an integral part of this standard.

Annexes B and C are for information only.

MESURE DES PARAMÈTRES DES RÉSONATEURS À QUARTZ –

Partie 5: Méthodes pour la détermination des paramètres électriques équivalents utilisant des analyseurs automatiques de réseaux et correction des erreurs

1 Domaine d'application

Le but de la présente Norme internationale est de fournir des méthodes permettant de déterminer les meilleures représentations de modes dans les résonateurs à quartz par des circuits équivalents linéaires. Les représentations des circuits sont fondées sur des paramètres électriques mesurés à l'aide d'un appareillage à analyseurs vectoriels de réseaux utilisant un système de correction automatique des erreurs. La détermination des paramètres équivalents par la méthode préconisée dans la présente norme est basée sur la mesure de l'immittance du dispositif au voisinage d'une résonance série. Le problème supplémentaire relatif à la caractérisation du dispositif en vue de son fonctionnement avec une capacité de charge série n'a pas été directement abordé, bien que l'on soit conscient du fait que certaines applications nécessitent une telle caractérisation. Le même matériel de mesure, et fondamentalement le même type de mesure, fournissent les moyens permettant la caractérisation complète du montage d'essai avec une capacité de charge ainsi que la combinaison série du montage de capacité de charge avec le résonateur à quartz.

2 Introduction

2.1 Généralités

2.1.1 La présente norme décrit les méthodes permettant de déterminer les valeurs des paramètres électriques des résonateurs à quartz à l'aide d'un appareil automatique à analyseurs vectoriels de réseaux. Les méthodes préconisées pour les systèmes de mesure des paramètres de dispersion utilisent des bornes en circuit ouvert, des bornes en court-circuit, des bornes résistives et des connexions en ligne directe (dans le cas des méthodes de mesure de transmission). Il est facile de se procurer ces bornes coaxiales en circuit ouvert, en court-circuit prévues pour des systèmes à 50 Ω et il est possible de les étalonner suivant des normes nationales d'impédance sur de très vastes gammes de fréquences. A présent, les connexions en ligne directe appropriées pour l'étalonnage des montages d'essai doivent être étalonnées par l'utilisateur ou par le fabricant, cependant les techniques pour faire cela sont assez bien connues. Les résistances normalisées non coaxiales conçues pour l'utilisation dans la méthode de transmission directe (réseau en π) sont aussi disponibles, mais elles ne sont pas facilement traçables par rapport aux normes nationales. La CEI 1080 donne des directives concernant l'application de la présente norme.

2.1.2 La procédure implique la mesure de l'admittance d'un résonateur à cristal en des points de fréquences prescrits en utilisant une des nombreuses méthodes, suivie de l'interprétation et de l'évaluation des données relatives aux paramètres des circuits équivalents (figure 1).

2.1.3 Les méthodes de mesure décrites sont prévues pour fournir des valeurs de référence relatives aux paramètres électriques équivalents des circuits. Les fabricants et les utilisateurs peuvent employer d'autres méthodes de mesure, mais il est nécessaire de faire une corrélation entre les valeurs ainsi obtenues par la méthode de référence.

2.1.4 La présente norme concerne uniquement la représentation de résonateurs à quartz par des circuits équivalents linéaires qui sont actifs sur une bande de fréquence étroite couvrant au maximum un petit pourcentage de la fréquence de résonance.

2.1.5 De manière générale, il y aura un certain degré de non-linéarité et les paramètres des circuits peuvent dépendre, de façon notable, du niveau d'excitation. L'importance des effets non linéaires peut rendre inutilisables les représentations acceptées des circuits.

MEASUREMENT OF QUARTZ CRYSTAL UNIT PARAMETERS –

Part 5: Methods for the determination of equivalent electrical parameters using automatic network analyzer techniques and error correction

1 Scope

The objective of this International Standard is to give methods for determining the best representations of modes in quartz crystal resonators by linear equivalent circuits. Circuit representations are based on electrical parameters measured with vector network analyzer equipment using automatic error correction. Determination of the equivalent parameters by the method of this standard is based on the measurement of device immittance in the vicinity of series resonance. The further problem of characterizing the device for operation with a series load capacitance has not been directly addressed, although it is recognized that some applications require such characterization. The same measuring equipment, and fundamentally the same sort of measurement, provides the means to characterize completely the test load capacity fixture as well as the series combination of load capacity fixture and crystal unit.

2 Introduction

2.1 General

2.1.1 This standard describes methods for determining the values of the electrical parameters of piezoelectric quartz crystal units using automated vector network analyzer equipment. The recommended procedures for *S*-parameter systems use shielded open-circuit, short-circuit, and resistive terminations, and (in the case of transmission methods) thru-line connections. Coaxial open-circuit, short-circuit and resistive terminations designed for 50 Ω systems are readily available, and can be calibrated in terms of national standards of impedance over very wide frequency ranges. At the present time thru-line connections suitable for calibrating the test fixtures must be calibrated by the user or supplier; however, the techniques for doing this are quite well known. Non-coaxial standard resistors for use in the direct transmission (π -network) method are commercially available as well, but are not as easily traceable to National Standards. Further guidance on the application of this standard may be found in IEC 1080.

2.1.2 The procedure involves the measurement of crystal resonator admittance at prescribed frequency points by one of a number of methods followed by data interpretation and evaluation of the equivalent circuit parameters (figure 1).

2.1.3 The measurement methods described are intended to provide reference values for the electrical equivalent circuit parameters. Manufacturers and users may employ other methods of measurement, but the values thus obtained shall be correlated with those obtained by the reference method.

2.1.4 This standard is only concerned with the representation of quartz crystal resonators by linear equivalent circuits which are valid over a narrow frequency band covering at most a small percentage of the resonance frequency.

2.1.5 In general, some degree of non-linearity will be present and the circuit parameters may have a noticeable dependence on drive level. If non-linear effects are very large then the accepted circuit representations may be unusable.

2.1.6 Normalement, le circuit équivalent servira à représenter un mode de vibration isolé, mais des modes supplémentaires peuvent apparaître occasionnellement au voisinage immédiat de la réponse principale; une représentation plus complexe du circuit peut alors être utilisée, et l'étude de ce problème est incluse dans la présente norme. Voir la référence [1]*.

2.2 Méthodes de mesure de l'admittance

2.2.1 La terminologie suivante servira à décrire les éléments du circuit. Voir les figures 3 et 4:

- C_0 est la capacité statique (pour le modèle à une porte)
- C_{01} est la capacité entre électrode et boîtier
- C_{02} est la capacité statique (pour le modèle simplifié à deux portes)
- C_{03} est la capacité entre électrode et boîtier
- G_0 est la conductance associée à C_0
- G_{01} est la conductance associée à C_{01}
- G_{02} est la conductance associée à C_{02}
- G_{03} est la conductance associée à C_{03}
- R_1 est la résistance dynamique
- L_1 est l'inductance dynamique
- C_1 est la capacité dynamique

$$\omega_s = \frac{1}{(L_1 C_1)^{1/2}} \text{ fréquence de résonance série (rads/s)}$$

La fonction d'admittance de transfert, Y_{12} , relative aux circuits équivalents illustrés aux figures 3 et 4, décrit un lieu géométrique circulaire dans le plan de l'admittance complexe, tel qu'il est illustré par la figure 5a. La transformée de ce lieu géographique vers le plan d'impédance ($Z = 1/Y$) est également un cercle tel que celui illustré dans la figure 5b. Il y a six fréquences caractéristiques associées à un tel circuit:

- f_s est la fréquence de résonance série
- f_m est la fréquence de l'admittance maximale (impédance minimale)
- f_r est la fréquence de résonance (phase nulle)
- f_a est la fréquence d'antirésonance (phase nulle)
- f_p est la fréquence de résonance parallèle (sans pertes)
- f_n est la fréquence de l'admittance minimale (impédance maximale)

Parmi les fréquences mentionnées ci-dessus, seule la fréquence de résonance série est fondamentalement indépendante de la valeur de la capacité statique, et constitue, de ce fait, le paramètre de choix pour les besoins des spécifications car elle est peu sensible aux fréquences parasites. Les relations entre les fréquences caractéristiques et f_s sont spécifiées dans la CEI 302 ou dans la norme EIA 512 (1985).

2.2.2 Trois méthodes fondamentales sont décrites (voir figure 2a):

- a) Méthode de réflexion à une porte; le résonateur piézoélectrique se caractérise par le fait qu'il s'agit d'un dispositif à une porte, muni d'une électrode excitée, toutes les autres électrodes et le boîtier du cristal étant reliés à la terre.

Lors d'une mesure de réflexion, l'admittance Y peut être calculée à partir de la valeur mesurée de S_{11} , comme suit:

$$R_o Y = \frac{1 - S_{11}}{1 + S_{11}} \quad (2.1)$$

NOTE - R_o est égale à la valeur du raccordement normalisé utilisé pendant l'étalonnage du système.

* Les chiffres entre crochets se rapportent à la bibliographie dans l'annexe C.

2.1.6 Normally, the equivalent circuit will be used to represent an isolated mode of vibration, but occasionally additional modes may occur extremely close to the main response; a more complex circuit representation may then be used, and consideration of this problem is included in this standard. See reference [1]*.

2.2 Methods of admittance measurement

2.2.1 The following terminology will be used to describe the circuit elements. See figures 3 and 4:

- C_0 is the static capacitance (for the one-port model)
- C_{01} is the electrode to can capacitance
- C_{02} is the static capacitance (for the simplified two-port model)
- C_{03} is the electrode to can capacitance
- G_0 is the conductance associated with C_0
- G_{01} is the conductance associated with C_{01}
- G_{02} is the conductance associated with C_{02}
- G_{03} is the conductance associated with C_{03}
- R_1 is the motional resistance
- L_1 is the motional inductance
- C_1 is the motional capacitance

$$\omega_s = \frac{1}{(L_1 C_1)^{1/2}} \text{ series resonance frequency (rads/s)}$$

The transfer admittance function, Y_{12} , for the equivalent circuits shown in figures 3 and 4, describes a circular locus in the complex admittance plane, as depicted in figure 5a. The transform of this locus to the impedance ($Z = 1/Y$) plane is also a circle as in figure 5b. There are six characteristic frequencies associated with such a circuit:

- f_s is the series resonance frequency
- f_m is the frequency of maximum admittance (minimum impedance)
- f_r is the resonance frequency (zero phase)
- f_a is the anti-resonance frequency (zero phase)
- f_p is the parallel resonance frequency (lossless)
- f_n is the frequency of minimum admittance (maximum impedance)

Of these, the series resonance frequency alone is essentially independent of the value of static capacitance, and is therefore the parameter of choice for purposes of specification as it will be little influenced by strays. The relationships of the characteristic frequencies to f_s may be found in IEC 302, or in EIA Standard 512 (1985).

2.2.2 Three basic methods of measurement are described (see figure 2a):

- a) Single-port reflection method; the crystal resonator is characterized as a one-port device with one electrode driven and all other electrodes and the crystal enclosure earthed.

In a reflection measurement the admittance Y can be calculated from the measured value of S_{11} .

$$R_0 Y = \frac{1 - S_{11}}{1 + S_{11}} \quad (2.1)$$

NOTE - R_0 is the value of the standard termination used in calibration of the system.

* The figures in square brackets refer to the bibliography in annex C.

b) Méthode de transmission à deux portes; le résonateur à cristal se caractérise par le fait qu'il s'agit d'un dispositif à deux portes, muni de deux électrodes excitées, toutes les autres électrodes et le boîtier du cristal étant reliés à la terre.

Pendant la transmission, l'admittance de transfert du circuit à deux portes illustré à la figure 4, est donnée par la relation suivante:

$$Y_{12} = - \left[G_{02} + j\omega C_{02} + \frac{1}{R_1 + j\omega L_1 + 1/j\omega C_1} \right] \quad (2.2)$$

En utilisant les relations entre admittance et paramètres de dispersion, on peut définir, comme ci-dessus, une quantité Y

$$R_0 Y = R_0 \left[G_{02} + j\omega C_{02} + \frac{1}{R_1 + j\omega L_1 + 1/j\omega C_1} \right] \quad (2.3)$$

$$\left[= \frac{2S_{12}}{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{21}S_{12}} \right]$$

que l'on calcule facilement à partir des paramètres S mesurés.

c) Méthode de transmission amplitude/phase; le résonateur à quartz est traité comme un dispositif à deux sorties conformément à la figure 3 dans un montage de transmission utilisant des éléments nominalelement résistifs tels que ceux spécifiés dans la CEI 444. L'impédance du dispositif est déterminée à partir de l'amplitude et de la phase du signal à travers le montage. Cette impédance est convertie en admittance à l'aide d'équations normalisées.

$$Y = G_0 + j\omega C_0 + \frac{1}{R_1 + j\omega L_1 + 1/j\omega C_1} \quad (2.4)$$

2.2.3 La mesure des paramètres S par la méthode de réflexion à une porte est potentiellement la plus précise, parce que seules les impédances coaxiales traçables normalisées sont utilisées pour l'étalonnage. La mesure des paramètres S par la méthode de transmission à deux portes fournit le plus grand nombre d'informations sur le dispositif, tandis que la transmission directe détermine l'impédance de transfert du dispositif.

2.2.4 Limitations applicables à la validité des modèles

Les approximations suivantes sont implicites dans ces circuits équivalents.

- a) On suppose qu'une représentation de circuit à constantes localisées est valable.
- b) On suppose que le dispositif est très similaire à un composant idéal sans pertes, et que, par conséquent, toutes les résonances significatives ont des facteurs Q élevés.

Cependant, sur des bandes de fréquences étroites, dont l'étendue maximale représente un faible pourcentage de la fréquence de résonance, les circuits illustrés aux figures 6 et 7 fournissent une très bonne représentation des résonances dans la majorité des cas.

2.2.5 Précision et reproductibilité

La précision et la reproductibilité des mesures sont directement liées aux composants d'étalonnage et sont, en grande partie, indépendantes du système analyseur de réseaux concerné. Toutefois, le système doit impérativement se conformer aux modèles théoriques décrits à l'annexe A; il doit donc s'agir d'un système de détection vectorielle linéaire capable de garantir un haut niveau de précision dans le mode de rapport (A/R etc.); au-delà, il n'est pas nécessaire de fournir une spécification. Une source de fréquence conforme à une norme nationale de fréquence est également prescrite.

b) Two-port transmission method; the crystal resonator is treated as a two-port device with two driven electrodes, all other electrodes and the crystal enclosure being earthed.

In transmission the transfer admittance of the two-port circuit in figure 4 is:

$$Y_{12} = - \left[G_{02} + j\omega C_{02} + \frac{1}{R_1 + j\omega L_1 + 1 / j\omega C_1} \right] \quad (2.2)$$

Using the relationships between admittance and scattering parameters we may define, as above, a quantity Y

$$\begin{aligned} R_0 Y &= R_0 \left[G_{02} + j\omega C_{02} + \frac{1}{R_1 + j\omega L_1 + 1 / j\omega C_1} \right] \\ &= \frac{2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{21}S_{12}} \end{aligned} \quad (2.3)$$

which is easily calculated from the measured S -parameters.

c) Direct amplitude/phase transmission method. The crystal resonator is treated as a two-terminal device according to figure 3 in a transmission fixture using nominally resistive elements, as in IEC 444. The impedance of the device is determined from the amplitude and phase of the signal across the fixture. Using standard equations, this impedance is converted to an admittance.

$$Y = G_0 + j\omega C_0 + \frac{1}{R_1 + j\omega L_1 + 1 / j\omega C_1} \quad (2.4)$$

2.2.3 The S -parameter reflection measurement is potentially the most accurate, as only coaxial traceable standard impedances are used for calibration. The S -parameter two-port measurement provides most information about the device, while the direct transmission determines the transimpedance of the device.

2.2.4 Restrictions to the validity of the models

The following approximations are implicit in these equivalent circuits.

- a) It is assumed that a lumped circuit representation is valid.
- b) It is assumed that the device closely approximates an ideal lossless component, and hence that all significant resonances have high Q factors.

However, over narrow bandwidths, spanning at most a small percentage of the resonance frequency, the circuits of figures 6 and 7 provide a very good representation of the resonances in the majority of cases.

2.2.5 Accuracy and traceability

The accuracy and traceability of the measurements are directly related to the calibration components, and are largely independent of the particular network analyzer system. However, the system shall conform to the theoretical models described in annex A, and shall therefore be a linear vector detector system capable of high accuracy in the ratio mode (A/R etc.); beyond this, no detailed specification need be given. A frequency source traceable to a national standard of frequency is also required.

2.2.6 Equipement

L'utilisation d'instruments de mesure commandés par ordinateur est indispensable pour la collecte des données, la correction des erreurs, les calculs d'admittance et l'évaluation des paramètres du résonateur. La correction des erreurs provient de la nécessité de caractériser le circuit de mesure. Ceci est effectué à l'aide d'une procédure d'étalonnage utilisant des valeurs de référence connues d'impédance. La collecte de données relatives à des nombres importants de points de mesure est prescrite pour des calculs ultérieurs d'admittance.

2.2.7 Application à d'autres dispositifs

La présente norme concerne, de façon spécifique, les mesures concernant des résonateurs uniques. Cependant, parmi les techniques existantes, plusieurs sont directement applicables à des dispositifs plus complexes tels que des bipôles et des filtres monolithiques; ces généralisations sont décrites lorsque cela est approprié.

2.3 Analyse de l'admittance et évaluation des paramètres du circuit équivalent

Il existe quatre méthodes (voir figure 2b) d'analyse de l'admittance conduisant au circuit équivalent du résonateur. Si le résonateur concerné par la mesure est décrit par le circuit équivalent normal et si, par exemple, le dispositif se comporte de façon linéaire, alors tous les modes sont équivalents.

a) Méthode générale d'ajustement des moindres carrés

Cette méthode est la technique la plus générale non linéaire qui peut être utilisée dans toutes les situations. Cette méthode permet de mesurer les résonances multiples comme c'est le cas pour les parasites.

b) Méthode linéaire d'ajustement des moindres carrés

Cette méthode minimise la somme des carrés des différences pondérées entre les admittances mesurées et les admittances théoriques. Cette méthode est applicable aux modèles avec une résonance unique.

c) Méthode d'ajustement du cercle d'admittance

Cette méthode ajuste un cercle par rapport à un nombre impair de points séparés par des intervalles égaux, du côté droit du cercle d'admittance du résonateur à cristal ($\pm 45^\circ$).

d) Méthode d'itération à deux points

Cette méthode est potentiellement la plus rapide et pourrait être utilisée pour la production. Elle implique l'obtention de deux fréquences, qui s'inscrivent, avec une tolérance d'environ $\pm 45^\circ$ sur le cercle d'admittance du résonateur. Les paramètres calculés du résonateur servent à déterminer, à nouveau, de meilleures valeurs de ces deux fréquences. Les itérations se poursuivent jusqu'à ce que l'évaluation se situe dans une tolérance donnée.

2.4 Références normatives

Les documents normatifs suivants contiennent des dispositions qui, par suite de la référence qui y est faite, constituent des dispositions valables pour la présente partie de la CEI 444. Au moment de la publication, les éditions indiquées étaient en vigueur. Tout document normatif est sujet à révision et les parties prenantes aux accords fondés sur la présente partie de la CEI 444 sont invitées à rechercher la possibilité d'appliquer les éditions les plus récentes des documents normatifs indiqués ci-après. Les membres de la CEI et de l'ISO possèdent le registre des Normes internationales en vigueur.

CEI 302: 1969, *Définitions normalisées et méthodes de mesures pour les résonateurs piézoélectriques de fréquences inférieures à 30 MHz*

2.2.6 Equipment

The use of computer controlled instruments is essential for data collection, error correction, admittance calculations and for the estimation of the crystal parameters. Error correction arises from the need to characterize the measurement circuit. This is achieved by means of a calibration using known standards of impedance. Data collection of large numbers of measurement points is required for subsequent admittance calculations.

2.2.7 Application to other devices

This standard is specifically concerned with single resonator measurements. However, many of the techniques are directly applicable to more complex devices such as bipoles and monolithic filters; these generalizations are indicated where appropriate.

2.3 Admittance analysis and estimation of equivalent circuit parameters

There are four methods (see figure 2b) of admittance analysis leading to the crystal equivalent circuit. If the crystal being measured is described by the normal equivalent circuit and, for instance, the device behaves linearly, then all these methods are equivalent.

a) General least-squares method

This is the more general non-linear technique which can be applied in all situations. The method is capable of measuring multiple resonances, such as inharmonics.

b) Linear least-squares method

This method minimizes the sum of the squares of weighted differences between the measured and theoretical admittances and is applicable to models with a single resonance.

c) Circle-fitting method

This method fits a circle to an odd number of equally spaced points on the right-hand side of the admittance circle of the crystal resonator ($\pm 45^\circ$).

d) Two-point iterative method

This is potentially the fastest method and could be used for production. It involves obtaining two frequencies which lie approximately $\pm 45^\circ$ on the admittance circle of the resonator. The calculated crystal parameters are used to re-estimate better values of these two frequencies. Iterations continue until the estimate is within a given tolerance.

2.4 Normative references

The following normative documents contain provisions which, through reference in this text, constitute provisions of this part of IEC 444. At the time of publication, the editions indicated were valid. All normative documents are subject to revision, and parties to agreements based on this part of IEC 444 are encouraged to investigate the possibility of applying the most recent editions of the normative documents indicated below. Members of IEC and ISO maintain registers of currently valid International Standards.

IEC 302: 1969, *Standard definitions and methods of measurement for piezoelectric vibrators operating over the frequency range up to 30 MHz*

CEI 1080: 1991, *Guide pour la mesure des paramètres électriques équivalents des résonateurs à quartz*

EIA 512: 1985, *Méthodes normalisées pour la mesure des paramètres électriques équivalents des résonateurs à quartz, 1 kHz à 1 GHz*

3 Méthodes de mesure

3.1 Généralités

La méthode de détermination des paramètres du circuit équivalent d'un résonateur à quartz est indiqué à la figure 8. Il est recommandé de relier le boîtier du résonateur à la terre. Pour un boîtier en verre, on utilise un couvercle de blindage relié à la terre.

3.2 Contrôle de l'environnement

Tous les dispositifs piézoélectriques à cristal subissent, au moins dans une certaine mesure, l'influence de la température, de la vitesse de variation de la température et du niveau d'excitation. Il est donc nécessaire de protéger le dispositif contre les variations de température pendant la période de mesure et de déterminer, de manière aussi précise que possible, la valeur de la température réelle au moment de la mesure, afin de pouvoir corriger les valeurs mesurées pour les différences de température entre deux mesures. Il est également nécessaire de s'assurer que le niveau d'excitation appliqué pendant la mesure est celui spécifié pour le dispositif. Une autre source possible d'erreur, susceptible d'intervenir plus particulièrement lors de la mesure de dispositifs présentant une faible fréquence et des facteurs Q élevés, réside dans l'inévitable petite dérive de la température qui se produit pendant le déroulement de la mesure, car des délais d'attente relativement longs sont prescrits. De telles dérives lentes qui se produisent entre le moment où les premières données sont enregistrées et celui où les dernières données sont enregistrées, entraîneront une distorsion du lieu géométrique de l'admittance. Par une première approximation, ceci peut être évité si d'autres points sont enregistrés au fur et à mesure que la fréquence croît et si les valeurs restantes sont ensuite obtenues au fur et à mesure que la fréquence décroît. Les méthodes d'évaluation des moindres carrés permettront de calculer effectivement la moyenne des données ainsi obtenues, et de compenser ainsi, jusqu'à un certain degré, les différences dues à la dérive de la température.

3.3 Etalonnage

L'étalonnage est décrit, pour chaque méthode, à l'article 5.

3.4 Niveau d'excitation

Le niveau d'excitation à f_s , pour la mesure qui s'en suit, doit être impérativement spécifié soit en termes de puissance, soit en termes de courant pour ce type de cristal. Ceci nécessite le réglage du niveau de sortie du générateur. Si une valeur raisonnable de R_1 du cristal est connue, elle peut alors servir à calculer ce niveau. En variante, il est possible de déterminer rapidement la valeur de R_1 à partir d'un balayage initial sur toute l'étendue de la résonance.

3.5 Mesures de C_0

3.5.1 En ce qui concerne la mesure à une porte, à basse fréquence, il est possible que l'impédance de C_0 soit supérieure à 50 Ω . Cela aboutit à une faible sensibilité, et donc à une faible approximation de la capacité statique. La sensibilité peut être améliorée en effectuant une mesure séparée à une certaine fréquence supérieure bien distincte de la résonance: cependant, il est possible que la capacité statique effective, à cette fréquence, soit différente de celle mesurée à la fréquence de résonance. En ce qui concerne la plupart des résonateurs les plus couramment utilisés, C_0 restera quasiment constante sur toute la gamme de fréquences située en dessous d'environ 100 MHz. A des fréquences plus élevées, il est conseillé de mesurer C_0 et les autres paramètres statiques à des fréquences de l'ordre de quelques pourcents de la fréquence de résonance. Si le résonateur à cristal piézoélectrique influence le comportement des circuits à large bande, la détermination des paramètres statiques peut s'avérer nécessaire sur une large gamme de fréquences.

IEC 1080: 1991, *Guide to the measurement of equivalent electrical parameters of quartz crystal units*

EIA 512: 1985, *Standard methods for measurement of equivalent electrical parameters of quartz crystal units, 1 kHz to 1 GHz*

3 Measurement procedures

3.1 General

The procedure for determination of the equivalent circuit parameters of a quartz crystal unit is shown in figure 8. It is recommended that the crystal enclosure is grounded. In the case of a glass enclosure, the unit is fitted with a grounded shield cover.

3.2 Environmental control

All crystal devices are influenced to at least some degree by temperature, the rate of change of temperature, and by the level of drive. It is therefore necessary to protect the device from temperature change during the period of measurement, and to determine as closely as possible its actual temperature at the time of measurement, so that measured values can be corrected for differences in temperature between two measurements. Care shall also be taken to ensure that the drive level applied during measurement is that specified for the device. Another possible source of error, when measuring low-frequency, high- Q devices especially, is unavoidable small temperature drift during the course of the measurement, as relatively long wait times are required. Such slow drifts between the time the first and last data are recorded will cause distortion of the admittance locus. By a first approximation, this can be avoided if alternate points are recorded with increasing frequency and then the remaining values obtained with decreasing frequency. The least squares estimation methods will effectively average the data so obtained, and thus compensate to a degree for the differences due to temperature drift.

3.3 Calibration

This is described for each method in clause 5.

3.4 Level of drive

The drive level at f_s for the ensuing measurement must be specified either in power or current for that crystal type. This requires that the output level of the generator be set. If a reasonable estimate of the R_1 of the crystal is known, then this can be used to calculate this level. Alternatively, a quick estimate of the R_1 can be determined from an initial sweep through the resonance.

3.5 C_0 measurements

3.5.1 For a one-port measurement at low frequencies the impedance of C_0 may be much greater than 50 Ω . This results in low sensitivity, and hence poor estimation of the static capacitance. Sensitivity may be improved by making a separate measurement at some higher frequency well away from resonance; however, it is possible that the effective static capacitance at this frequency will differ from that at resonance. For most crystal unit types in common use, C_0 will remain essentially constant over the frequency range below about 100 MHz. At higher frequencies, it is advisable to measure C_0 and the other static parameters at frequencies within a small percentage of the resonance frequency. If the unit will influence the behaviour of wide-band circuits, it may be necessary to determine the static parameters over a wide frequency range.

3.5.2 Il est possible d'effectuer la mesure de la capacité directe broche-à-broche C_0 en utilisant l'une des deux méthodes ci-dessous:

- a) En ce qui concerne les résonateurs jusqu'à 30 MHz, la mesure doit être effectuée à cinq fréquences situées légèrement au-dessus de 30 MHz (c'est-à-dire: 30,1, 30,2, 30,3, 30,4 et 30,5 MHz) et il convient d'utiliser la moyenne des trois valeurs qui se rapproche le plus de la moyenne des cinq valeurs comme la meilleure valeur approchée possible.
- b) En ce qui concerne des cristaux au-dessus de 30 MHz, il est recommandé d'effectuer trois paires de mesures, chaque paire étant équidistante par rapport à la fréquence de résonance série, f_s , c'est-à-dire $f_s (1 \pm 0,05)$, $f_s (1 \pm 0,06)$ et $f_s (1 \pm 0,07)$. Pour chaque paire, il est nécessaire de calculer la moyenne des valeurs de C_0 déterminée à partir de la fréquence la plus élevée et de la fréquence la moins élevée et de prendre ensuite la meilleure valeur approchée comme la moyenne des deux valeurs qui sont les plus voisines l'une de l'autre.

Avant d'effectuer la mesure a) ou la mesure b) ci-dessus, il convient de confirmer qu'il n'existe aucune réponse parasite du résonateur piézoélectrique à la fréquence de mesure.

3.5.3 Lorsque cela est requis par la spécification, ou lorsque cela est nécessaire pour aider à la modélisation du montage de transmission, il convient d'effectuer une mesure séparée des deux capacités de broche-à-boîtier (habituellement désignées par C_{13} et C_{23}) à l'aide d'un pont de capacité protégée.

3.6 Choix des fréquences de mesure

Il est possible d'utiliser deux méthodes alternatives pour obtenir des données relatives à l'admittance sur une résonance de cristal. La première est une méthode à plusieurs fréquences qui est utilisée à la fois par la procédure d'ajustement des cercles d'admittances décrite en 7.3 et par la procédure d'ajustement des moindres carrés décrite en 7.1 et 7.2.

Ici, il est recommandé d'utiliser un nombre total de neuf points de fréquences, choisis de telle manière que les points de transadmittance déterminés s'inscrivent dans les limites du demi-cercle droit du lieu géométrique du plan Y (voir la figure 5a), ce qui implique que plusieurs fréquences doivent normalement se situer dans la largeur de bande Q , centrée sur la fréquence de résonance série. Par conséquent, le programme de mesure doit impérativement exécuter une recherche préliminaire de la fréquence de résonance série, et établir ensuite l'ensemble des fréquences auxquelles les mesures doivent être effectuées; ces procédures doivent être fondées soit sur une estimation de la valeur Q fournie par l'opérateur, ou à partir de l'analyse des données. Pour plus de commodité, les fréquences de mesure peuvent se situer à intervalles égaux, et il est souhaitable que tous les points soient compris dans les limites d'une plage de $(\pm f_s / 2Q)$ de f_s . Il est également possible d'utiliser des points supplémentaires situés en-dehors de cette plage; mais ils ajoutent peu d'information concernant les paramètres dynamiques du résonateur. Un espacement plus réduit des fréquences de mesure et la couverture d'une plage plus étendue peuvent s'avérer utiles si l'on souhaite détecter des modes faibles indésirables. A des fins d'usage général, un nombre de 9 à 15 points de données convient et donne lieu à des mesures rapides. Toutefois, pour assurer une plus grande précision, il convient d'utiliser 20 à 30 points de mesure, ainsi qu'un environnement stable.

La seconde méthode est la méthode d'itération à deux points décrite en 7.4.

3.7 Collecte des données

Il est recommandé d'utiliser un mode à ondes entretenues de mesure (plutôt qu'un balayage), ainsi qu'une durée d'établissement calculée à partir de la valeur estimée de Q . Il y a deux raisons à cela: premièrement, avec la plupart des sources de signaux disponibles, la précision de la fréquence lors d'un balayage lent est dégradée et, deuxièmement, la réponse des dispositifs piézoélectriques ayant des facteurs Q élevés nécessitent un temps limité pour atteindre l'équilibre après l'application de la fréquence d'excitation. Un tel mode à

3.5.2 The measurement of the direct pin-to-pin capacitance C_0 may be made using one of two methods:

- a) For crystals up to 30 MHz, the measurement is to be made at five frequencies slightly above 30 MHz (i.e. 30,1, 30,2, 30,3, 30,4 and 30,5 MHz) and the average of the three values nearest the mean of the five should be used as the best estimate.
- b) For crystals above 30 MHz, it is recommended that three pairs of measurements be made, each pair being equidistant from the series resonance frequency, f_s , i.e. $f_s (1 \pm 0,05)$, $f_s (1 \pm 0,06)$ and $f_s (1 \pm 0,07)$. For each pair, the mean of the C_0 values determined from the lower and higher frequency is to be calculated, and then the best estimate taken as the mean of the two such values which are closest together.

Prior to either measurement a) or b) above, it should be confirmed that no spurious responses of the crystal unit exist at the measurement frequency.

3.5.3 The measurement of the two pin-to-case capacitances (usually designated C_{13} and C_{23}) when required by the specification, or to aid in modelling of the transmission fixture, should be made by a separate measurement with a guarded capacitance bridge.

3.6 *Choice of measurement frequencies*

Two alternative methods for obtaining admittance data on a crystal resonance can be used. The first is a multifrequency method used both by the least squares fitting procedure described in 7.1 and 7.2 and the admittance circle fit described in 7.3.

Here, it is recommended that a total of nine frequency points be used, chosen so that the transadmittance points determined lie within the right-hand half circle of the Y-plane locus (see figure 5a), which implies that several frequencies should lie within the "Q-bandwidth" centred on the series resonance frequency. The measurement program must therefore perform a preliminary search for the frequency of series resonance, and then establish the array of frequencies at which measurements are to be made, based either on an estimate of the Q furnished by the operator, or from examination of the data. The measurement frequencies may be equispaced for convenience, and all points should be within a range of $(\pm f_s/2Q)$ of f_s . Additional points outside this range may also be used, but add little information about the motional parameters of the unit. Closer spacing of the measurement frequencies and coverage of a broader range can be useful if the detection of weak unwanted modes is desired. For general purpose use, 9 to 15 data points are adequate, and result in rapid measurements. For highest accuracy, however, 20 to 30 measurement points are preferred, together with a stable environment.

The second method is the two-point iterative method described in 7.4.

3.7 *Data collection*

A c.w. mode of measurement is recommended (rather than swept), with adequate settling time calculated from the estimated Q . There are two reasons for this – first, with most signal sources available, frequency accuracy in a slow sweep is degraded and, second, the response of the high- Q crystal devices requires a finite time to reach equilibrium after the excitation frequency is applied. There are three distinct delay times involved in such a stepped-frequency mode: a finite time is required for the frequency source to stabilize after being

fréquences échelonnées implique la présence de trois temps distincts de retard à la croissance: un temps limité requis pour la stabilisation de la source de fréquence après sa programmation à une valeur spécifiée T_{ins} , un temps limité requis pour la stabilisation du récepteur à cette nouvelle fréquence (T_{rec}). Il y a également un retard limité alors que la réponse en fréquence du quartz précédemment appliquée décroît et que la nouvelle réponse atteint la valeur d'équilibre (T_r). A des fréquences faibles avec des cristaux à facteurs Q élevés, T_r peut être de l'ordre de plusieurs centaines de millisecondes, voire de quelques secondes.

L'analyse du circuit équivalent du quartz installé dans un montage de transmission à deux portes indique que la nouvelle réponse atteint sa valeur finale, avec une tolérance de 0,1 %, au bout d'un intervalle de temps d'environ $2,5 (Q_{\text{eff}}/f_s)$, après l'application du signal d'excitation, où Q_{eff} est le facteur de qualité avec la charge du montage d'essai du cristal. Dans la même période, la transitoire de phase décroît jusqu'à environ sa valeur finale, avec un degré de précision de 0,1. Ce degré de précision convient à la plupart des applications; cependant, pour obtenir une précision optimale, il convient d'étendre cet intervalle à $3,5 (Q_{\text{eff}}/f_s)$ au moins, de sorte qu'aucune distortion des données ne soit provoquée par des phénomènes transitoires. De ce fait, il est souhaitable que le programme règle la source de fréquence sur une fréquence spécifique, puis qu'il attende pendant une période $T_d = T_{\text{ins}} + T_r$ avant de mesurer la réponse du système. A ce moment, il convient d'effectuer plusieurs mesures et d'enregistrer la valeur moyenne, afin de minimiser les écarts aléatoires engendrés par le bruit électrique et les erreurs dues au numériseur - il est possible d'exprimer le nombre réel de valeurs dont il faut calculer la moyenne en fonction de l'amplitude de la réponse, car le niveau de bruit relatif augmente au fur et à mesure que le signal décroît.

Alternativement, il est possible de déterminer le taux d'échelonnement des fréquences à partir de mesures répétitives effectuées à chaque fréquence, jusqu'à la stabilisation de la réponse en phase. Il est également recommandé de déterminer la moyenne de plusieurs valeurs car cela minimise les effets du bruit aléatoire et du bruit de quantification.

3.8 Correction des données

Dans le cas des méthodes des paramètres S , il est nécessaire de corriger les données à l'aide de matrices d'erreurs. Ceci est traité à l'annexe A. Cette procédure n'est pas prescrite pour les méthodes de transmission directe.

3.9 Calcul de l'admittance

En ce qui concerne les méthodes des paramètres S , le calcul de l'admittance est donné par les équations normalisées de conversion des paramètres S en paramètres Y . En ce qui concerne les méthodes de transmission directe, cette méthode est exposée à l'annexe A.

3.10 Analyse de l'admittance et évaluation des paramètres du circuit équivalent

En ce qui concerne les diverses méthodes, se reporter à l'article 7.

4 Choix de la méthode de mesure de l'admittance

4.1 Généralités

Pour la plus grande majorité des résonateurs, une caractérisation à une porte ou à deux portes est tout à fait satisfaisante. Dans la mesure où cette caractérisation fournit une description plus complète, la méthode de transmission à deux portes doit être considérée comme la principale norme de référence. Cependant, dans certaines situations, il est possible que la technique à une porte fournisse des informations dans des conditions très proches des conditions réelles d'utilisation.

4.2 Avantages et inconvénients de la méthode des paramètres S de réflexion à une porte

- a) Cette méthode donne les mesures plus précises et reproductibles, parce que des étalons d'impédance coaxiaux seulement sont exigés pour l'étalonnage.

programmed to a specific value T_{ins} , a finite time for the receiver to stabilize to that new frequency (T_{rec}). There is also a finite delay while the previously applied frequency response of the crystal decays and the new response builds to equilibrium value (T_r). At low frequencies with high- Q crystals, T_r may be several hundred milliseconds, or even seconds.

Analysis of the equivalent circuit of the crystal installed in a two-port transmission fixture shows that the new response will have settled within 0,1% of its final value in a time of about $2,5 (Q_{\text{eff}}/f_s)$ after application of the drive signal, where Q_{eff} is the loaded Q -factor of the crystal test fixture. The phase transient will decay to within about 0,1 degree of its final value in the same period. For most purposes, this degree of precision is adequate; however, for highest precision, it is recommended that this interval be extended to at least $3,5 (Q_{\text{eff}}/f_s)$, so that no significant distortion of the data will be caused by transient phenomena. Thus, the program should set the frequency source to a specific frequency, then wait for a period $T_d = T_{\text{ins}} + T_r$ before measuring the system response. At this time, several measurements should be made and the average value recorded, so that random deviations caused by electrical noise and digitizer errors will be minimized – the actual number of readings to be averaged can be made a function of the magnitude of the response, as relative noise level increases as the signal decreases.

Alternatively, the rate of frequency stepping can be determined from repetitive measurements at each frequency until the phase response has settled down. Averaging of several readings is also recommended as this minimizes the effects of random and quantization noise.

3.8 Data correction

In the case of the S -parameter methods, the data needs to be corrected by means of error matrices. This is discussed in annex A. This procedure is not required for direct transmission methods.

3.9 Admittance calculation

For S -parameter methods, this is given by the standard S -parameter to Y -parameter conversion equations. For direct transmission methods this procedure is outlined in annex A.

3.10 Admittance analysis and estimation of the equivalent circuit parameters

For the various methods, refer to clause 7.

4 Choice of admittance measurement method

4.1 General

For the vast majority of resonators either one-port or two-port characterization is quite satisfactory. As it provides a more complete description, the two-port transmission method is to be considered as the prime reference standard. However, in certain situations, the one-port technique may provide information under conditions more nearly approximating end-use conditions.

4.2 Advantages and disadvantages of the one-port S -parameter reflection method

- a) This method gives better accuracy and traceability because only coaxial reference impedances are needed for calibration.

- b) Cette méthode est plus sensible que la méthode de transmission pour les résonateurs à faible résistance dynamique R_1 et elle donnera lieu à une vitesse de mesure plus importante que la mesure des paramètres S par transmission à deux portes, parce que les routines de correction des données sont plus simples et peu de réponses sont mesurées.
- c) Elle n'est pas très satisfaisante pour les résonateurs à résistance dynamique très élevée R_1 , bien qu'elle convienne pour des valeurs jusqu'à 1 k Ω .
- d) Elle caractérise le dispositif comme étant un composant à deux bornes, et cela peut ne pas convenir dans certaines applications.
- e) Elle est moins précise à des fréquences inférieures à 100 kHz.

4.3 *Avantages et inconvénients de la méthode des paramètres S de transmissions à deux portes*

- a) Le résonateur est évalué en tant que dispositif à trois bornes, et des informations supplémentaires sont disponibles.
- b) Les résonateurs ayant une résistance dynamique R_1 élevée sont facilement mesurés.
- c) La mesure et l'étalonnage sont plus complexes, et l'existence de certaines incertitudes supplémentaires n'est pas exclue.
- d) La méthode est moins sensible pour de faibles résistances R_1 .
- e) Si la gamme des fréquences de mesure comprend la fréquence d'antirésonance, il est alors possible d'obtenir des valeurs très précises de la capacité statique.
- f) La méthode est moins précise à des fréquences inférieures à 100 kHz.

4.4 *Avantages et inconvénients de la méthode de transmission directe*

- a) Cette méthode est une extension de la méthode originale prescrite par la CEI 444-1, mais elle comprend des informations complètes sur l'étalonnage et l'automatisation. Il est souhaitable que l'équipement de base soit déjà disponible.
- b) Les résonateurs à quartz à résistance dynamique R_1 élevée sont facilement mesurés.
- c) La méthode est moins sensible pour de faibles résistances dynamiques R_1 .
- d) L'étalonnage utilise des étalons d'impédance non-coaxiaux spéciaux.
- e) Les capacités entre électrode et boîtier C_{01} et C_{03} doivent être mesurées séparément si le boîtier doit être relié à la terre ou, si le boîtier est flottant, ces capacités sont incluses dans C_0 .
- f) La méthode est rapide et convient pour la production.
- g) Elle est précise à des fréquences faibles.

- b) This method is more sensitive than transmission for low R_1 crystals, and will give greater measurement speed than two-port S -parameter transmission measurements as the error correction routines are simpler and fewer responses are measured.
- c) It is not very satisfactory for crystals with very high R_1 , although values up to 1 k Ω can be accommodated.
- d) It characterizes the device as a two-terminal component, and this may not be adequate in some applications.
- e) Less accurate at frequencies below 100 kHz.

4.3 *Advantages and disadvantages of the two-port S -parameter transmission method*

- a) The crystal is evaluated as a three-terminal device, and more information is available.
- b) High R_1 crystals are easily measured.
- c) Measurement and calibration are more complex, and some additional uncertainties in the calibration may exist.
- d) The method is less sensitive for low R_1 .
- e) If the measurement frequency range includes the anti-resonance frequency then very accurate values of the static capacitance may be obtained.
- f) Less accurate at frequencies below 100 kHz.

4.4 *Advantages and disadvantages of the direct transmission method*

- a) This method is an extension of the original IEC 444-1 method, but includes full calibration and automation. The basic equipment should already be available.
- b) Large R_1 crystals are easily measured.
- c) The method is less sensitive for small R_1 .
- d) Calibration uses special non-coaxial reference impedances.
- e) Electrode-to-can capacitance C_{01} and C_{03} have to be measured independently if the can is to be earthed, or if the can is floating these are included in C_0 .
- f) The method is fast and is suitable for production.
- g) Accurate at low frequencies.

5 Techniques d'étalonnage

5.1 Méthode des paramètres S

5.1.1 Le principe sous-jacent de la procédure d'étalonnage repose sur un modèle d'erreur théorique du système de mesure des fréquences radioélectriques, dont il est possible de déterminer les paramètres par des mesures fondées sur des normes connues [3]. Lorsque l'étalonnage est terminé et que les paramètres d'erreurs sont connus, les erreurs du système se produisant dans les mesures effectuées sur le dispositif réel peuvent être éliminées par le calcul.

5.1.2 La précision et la reproductibilité des techniques de mesure proposées pour les résonateurs, s'appuient finalement sur la validité de la procédure de correction automatique des erreurs; l'annexe A donne les équations du modèle d'erreur et décrit des méthodes d'étalonnage appropriées.

5.1.3 Tout analyseur de réseaux capable d'effectuer des mesures sur des dispositifs à deux portes, telles que décrites au présent article, convient également pour les mesures effectuées sur des dispositifs à une porte, bien que la réciproque du présent énoncé ne soit pas nécessairement vraie.

5.1.4 La gamme des fréquences d'étalonnage dépendra des équipements utilisés et de l'application. Il est souhaitable que cette gamme comprenne au moins la gamme de fréquences dans laquelle on prévoit d'effectuer des mesures. De manière générale, les termes des erreurs sont des fonctions des fréquences lisses, à variation lente, et il est uniquement nécessaire d'obtenir des données à des points de fréquence suffisamment rapprochés pour permettre une interpolation précise des fréquences à n'importe quelle fréquence dans la gamme. Les limites de fréquences désirées étant déterminées, il est souhaitable que la structure du programme permette de sélectionner automatiquement les fréquences requises pour un étalonnage convenable. Outre l'établissement de la liste de fréquences, le programme doit impérativement spécifier les réglages appropriés des instruments, y compris le niveau de la source, la vitesse de balayage, la largeur de bande du détecteur, le nombre de lectures dont il faut calculer la moyenne (si le mode à ondes entretenues est sélectionné).

5.2 Méthode de transmission directe

Le principe d'étalonnage sous-jacent repose sur le calcul des valeurs d'impédance du montage de mesure des quartz. Ce calcul est effectué en utilisant les impédances connues, telles qu'une terminaison nominale court-circuitée, en circuit ouvert et une résistance normalisée (de 25 Ω ou 50 Ω). Des informations détaillées sont fournies à l'annexe A.

5.3 Vérification de l'étalonnage

5.3.1 La troisième fonction importante qui doit normalement faire partie du système logiciel réside dans l'aptitude à effectuer des mesures de composants connus sur toute la gamme de fréquences d'étalonnage, afin de vérifier que les caractéristiques de fonctionnement des instruments et la précision des termes de l'étalonnage sont compris dans les limites des tolérances prescrites. La figure 9 illustre le diagramme d'un tel programme relatif aux méthodes des paramètres S . Il est possible d'appliquer un algorithme similaire à la méthode de transmission directe. Il est souhaitable que les informations introduites dans ce programme comprennent la gamme de fréquences et le nombre de points de mesure, ainsi que le niveau d'excitation auquel les mesures doivent être effectuées et les paramètres qui doivent être déterminés, à savoir: la transimpédance, la transadmittance, l'impédance d'entrée, etc. Ce programme devrait utiliser les termes des erreurs du système précédemment mémorisés dans le programme «étalonnage», ainsi que le sous-programme de correction des erreurs et de conversion des paramètres utilisés par le programme «mesure». Les composants devant être utilisés doivent être impérativement reliés au système au niveau du plan de référence de mesure.

5.3.2 La vérification peut être effectuée en mesurant les terminaisons utilisées lors de la procédure d'étalonnage, les courts-circuits utilisés lors d'étalonnage, ou en utilisant des composants spécialement préparés tels que des réseaux R-C logés dans des enceintes du même type que celles utilisées pour les quartz faisant l'objet des mesures. Les dispositifs d'étalonnage devraient permettre la conversion des paramètres mesurés en impédances d'entrée et de sortie, respectivement Z_{11} et Z_{22} , car avec ces dispositifs, la transmission est nulle par essence. Un dispositif ayant un réseau R-C monté en série entre les broches actives

5 Calibration techniques

5.1 *S-parameter method*

5.1.1 The underlying principle of the calibration procedure lies in a hypothetical error model of the RF measurement system, whose parameters may be determined by measurements on known standards [3]. When the calibration is complete, and the error parameters are known, system errors in actual device measurements may be removed by computation.

5.1.2 The accuracy and traceability of the proposed crystal measurement techniques ultimately rely on the validity of the automatic error correction procedure; annex A gives the equations of the error model and describes suitable calibration procedures.

5.1.3 Any network analyzer capable of performing two-port measurements, as described in this section, is also suitable for one-port measurements; although the converse of this statement is not necessarily true.

5.1.4 The calibration frequency range will depend upon the equipment being used and the application. It should include at least the range of frequencies within which measurements are anticipated. The error terms are generally smooth, slowly varying functions of frequency, and it is only necessary to obtain data at sufficiently closely spaced frequency points to permit accurate interpolation of the functions at any frequency within the range. Given the desired frequency limits, the program should be structured to select automatically the frequencies needed for adequate calibration. In addition to establishing the frequency list, the program shall set up the appropriate instrument settings, including source level, sweep rate, detector bandwidth, number of readings to be averaged (if c.w. mode is selected).

5.2 *Direct transmission method*

The underlying principle of calibration lies in calculating the impedance values of the crystal measurement fixture. This is accomplished using known impedances such as a nominal short, open and standard resistor (25 Ω or 50 Ω). Details are described in annex A.

5.3 *Verification of calibration*

5.3.1 The third important function which should be part of the software system is the capability of making measurements of known components over the entire frequency range of calibration, to verify that the performance of the instrumentation and accuracy of the calibration terms are within required tolerances. Figure 9 is the flowchart of such a program for the *S*-parameter methods. A similar algorithm can be applied to the direct transmission method. Input information to this program should include the frequency range and the number of points for measurement, the drive level at which the measurements are to be made, and the parameters to be output, i.e. transimpedance, transadmittance, input impedance, etc. This program would use the system error terms previously stored by the "calibration" program, and the error correction and parameter conversion routine used by the "measurement" program. The components to be used must be connected to the system at the measurement reference plane.

5.3.2 The verification can be done by measuring the terminations used in the calibration procedure, the short circuits used in calibration or by use of specially prepared components such as R-C networks housed in the same type of enclosures as used for the crystals being measured. With the calibration devices, the measured parameters would be converted to input and output impedances, Z_{11} and Z_{22} , as the transmission with these devices is essentially zero. A device having a series connected R-C between the active pins of a crystal enclosure would provide the Y_{12} (or $Z = 1/Y_{12}$) output. Such components provide a very convenient

du boîtier d'un quartz devrait avoir la valeur de sortie Y_{12} (ou $Z = 1/Y_{12}$). De tels dispositifs permettent une vérification très commode, mais ils conviennent généralement à un usage interne, car ils doivent être initialement étalonnés par plusieurs mesures effectuées à l'aide d'un système correctement vérifié.

5.3.3 Par exemple, si le programme de vérification est utilisé pour mesurer les dispositifs à terminaisons normalisées utilisés pour étalonner l'instrument, qui doivent avoir une impédance très voisine de 50 Ω et être connus avec précisions, on devrait s'attendre à ce que les valeurs obtenues de Z_{11} et Z_{22} soient de l'ordre de la valeur correcte, avec une tolérance de 0,2 % et que leur composante réactive soit inférieure à 0,2 % du terme résistif. Si les courts-circuits normalisés sont mesurés, on devrait s'attendre à ce que les valeurs Z_{11} et Z_{22} donnent des composantes d'impédance réelles et réactives inférieures à 0,1 Ω .

5.3.4 Il est recommandé de ne pas effectuer les mesures de vérification à des fréquences exactement identiques aux fréquences auxquelles des mesures d'étalonnage ont été effectuées, afin de vérifier également la précision des algorithmes d'interpolation.

5.3.5 Des applications de systèmes logiciels assurant ces fonctions sont disponibles dans le commerce pour certains analyseurs de réseaux proposés par les fabricants d'instruments.

6 Mesures des basses fréquences

6.1 Les mesures effectuées à des fréquences inférieures à 100 kHz présentent deux difficultés majeures: la première qui réside dans le fait que le niveau d'impédance du résonateur peut être très élevé et générer une perte d'insertion excessive dans un système à 50 Ω , et la deuxième qui réside dans le fait que les réflectomètres présents dans le montage d'essai à analyseur de réseaux peuvent avoir une directivité inadéquate à des basses fréquences.

6.2 Par conséquent, il est recommandé d'utiliser la méthode de transmission phase/amplitude. En ce qui concerne les dispositifs ayant une résistance dynamique R_1 élevée, il est également recommandé d'utiliser un montage présentant une impédance élevée par rapport aux terminaisons du quartz. Pour éviter des niveaux faibles dans les instruments, il est possible que l'utilisation d'un transformateur d'adaptation d'impédances soit prescrite. Si l'utilisation de méthodes des paramètres S est souhaitée, l'annexe B fournit un certain nombre de détails fondamentaux.

7 Analyse de l'admittance et évaluation des paramètres du circuit équivalent

7.1 Méthode générale d'ajustement des moindres carrés

7.1.1 En tant que critère général, les valeurs des paramètres du circuit équivalent seront définies comme celles qui minimisent la fonction:

$$E = \sum_i W_i |Y_i - Y_i^A|^2 = \sum_i W_i ((G_i - G_i^A)^2 + (B_i - B_i^A)^2) \quad (7.1)$$

où $Y_i = G_i + jB_i$ et W_i est un rapport de pondération.

Y_i représente la valeur théorique de l'admittance Y , calculée à la fréquence de mesure ω_i , et exprimée en fonction des paramètres G_0 , G_{02} , R_1 , L_1 et C_1 ; Y_i^A représente la valeur de Y mesurée à la fréquence ω_i déduite à partir des paramètres S corrigés. Y est essentiellement la même fonction pour les mesures de réflexion et de transmission, et désormais, ses paramètres seront désignés par G_0 , C_0 , R_1 , L_1 , C_1 . Divers choix sont possibles pour la valeur de W_i ; si C_0 et G_0 sont évalués par des mesures hors résonance, alors le choix de $W_i = 1$ est habituellement celui qui convient le mieux. Si C_0 doit être évalué à partir de mesures effectuées au voisinage de la résonance et s'il est nécessaire de s'assurer que le point d'antirésonance est décrit de façon précise, alors il convient de choisir $W_i = |Y_i^A|^{-1}$.

verification, but are generally best suited for internal use, as they must be initially calibrated by several measurements made with a well-verified system.

5.3.3 For example, if the verification program is used to measure the standard termination devices used to calibrate the instrument, which would have an impedance of very nearly $50\ \Omega$, and be accurately known, it would be expected that the Z_{11} and Z_{22} values obtained would be within 0,2 % of the correct value, and would have a reactive component less than 0,2 % of the resistive term. If the standard short circuits are measured, Z_{11} and Z_{22} would be expected to give both real and reactive impedance components less than $0,1\ \Omega$.

5.3.4 It is desirable that verification measurements shall not be made at exactly the same frequencies at which calibration measurements were made, so that the accuracy of the interpolation algorithms will also be checked.

5.3.5 Implementations of software systems which provide these functions are commercially available for some of the network analyzer systems offered by instrument manufacturers.

6 Low-frequency measurements

6.1 Measurements at frequencies below 100 kHz present two particular difficulties; first, the impedance level of the resonator may be very high, producing an excessive insertion loss in a $50\ \Omega$ system, and second, the reflectometers in the network analyzer test set may have inadequate directivity at low frequencies.

6.2 It is recommended therefore that the amplitude/phase transmission method be used. For high R_1 devices, it is also recommended that a fixture which presents a high impedance to the crystal terminations be used. To avoid low instrumentation levels, an impedance matching transformer may be required. Should the use of S -parameter methods be desired, annex B outlines some basic details.

7 Admittance analysis and estimation of the equivalent circuit parameters

7.1 General least-squares fitting method

7.1.1 As a general criterion, the values of the equivalent circuit parameters will be defined as those which minimize the function

$$E = \sum_i W_i |Y_i - Y_i^A|^2 = \sum_i W_i ((G_i - G_i^A)^2 + (B_i - B_i^A)^2) \quad (7.1)$$

where $Y_i = G_i + jB_i$ and W_i is a weighting factor.

Y_i denotes the theoretical value of the admittance, Y , computed at the measurement frequency ω_i , and expressed in terms of the parameters G_0 , G_{02} , R_1 , L_1 and C_1 ; Y_i^A represents the measured value of Y at ω_i inferred from the error-corrected S -parameters. Y is essentially the same function for both reflection and transmission measurements, and from now on its parameters will be referred to as G_0 , C_0 , R_1 , L_1 , C_1 . Various possible choices of W_i may be used; if C_0 and G_0 are determined by separate off-resonance measurements then the choice $W_i = 1$ is usually most appropriate; if C_0 is to be estimated from measurements in the vicinity of resonance and it is necessary to ensure that the anti-resonance point is accurately described, then the choice $W_i = |Y_i^A|^{-1}$ should be used.

7.1.2 La fonction E a les propriétés suivantes:

a) Sachant que
$$\sum_i W_i \left| Y_i - Y_i^A \right|^2 = \sum_i W_i \left| Y_i^A \right|^2 \left| \frac{Y_i}{Y_i^A} - 1 \right|^2$$

l'erreur relative dans Y est pondérée pour donner la plus grande signification à la région située à proximité de la résonance série (lorsque Y_i^A est une valeur maximale).

b) Les parties réelles et imaginaires de Y sont utilisées.

c) si W_i est choisi comme étant égal à $|Y_i^A|^{-1}$ un accord étroit est assuré entre les valeurs théoriques et les valeurs expérimentales de la fréquence d'antirésonance, à condition qu'elle soit comprise dans les limites de la plage de points de mesure ω_i .

7.1.3 Parfois, un mode indésirable peut apparaître si près de la réponse principale que l'utilisation d'un circuit équivalent monomode est incertain; dans ce cas, il est possible d'utiliser les circuits plus généraux illustrés aux figures 6 et 7, car ces circuits comportent des bras résonants. Les paramètres du circuit équivalent peuvent être déterminés en minimisant E comme précédemment, mais la minimisation s'effectue à présent par rapport à un nombre croissant de variables. Une minimisation simultanée de cette forme est le seul moyen de traiter le problème, qui donne entière satisfaction.

7.2 Méthode linéaire d'ajustement des moindres carrés

7.2.1 La méthode recommandée pour l'ajustement des données est souple et facilement généralisée, mais le processus de minimisation ne peut être effectué que par une procédure itérative. Il est reconnu qu'il n'est pas impossible qu'une mise en application mathématique de cette méthode ne soit pas à la portée de certains utilisateurs, et c'est pour cette raison qu'un certain nombre de variantes de procédures non itératives sont données.

7.2.2 Toutes les méthodes non itératives (linéaires) utilisent une combinaison d'au moins deux opérations d'ajustement, et elles ne sont pas facilement généralisées en problèmes plus complexes, tels que des ajustements de deux résonances, qui nécessitent une approche non linéaire plus sophistiquée. Afin de maintenir une cohérence globale, il est recommandé de choisir des méthodes linéaires qui correspondent, autant que possible, au critère non linéaire général.

7.2.3 Pour effectuer une excellente approximation, au voisinage de la résonance,

$$\omega C_0 \approx \omega_s C_0 = B_0 \quad (7.2)$$

$$\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} = 2(\omega - \omega_s) L_1 \quad (7.3)$$

où
$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

Donc
$$B = B_0 - \frac{2(\omega - \omega_s) L_1}{R_1^2 + 4(\omega - \omega_s)^2 L_1^2} = B_0 - 2(\omega - \omega_s) \frac{L_1}{R_1} \cdot G \quad (7.4)$$

où
$$G = R_1 / (R_1^2 + 4(\omega - \omega_s)^2 L_1^2)$$

est une composante réelle de l'admittance de transfert lorsqu'une quelconque conductance parallèle G_0 est négligée.

7.1.2 The function E has the following properties

$$a) \text{ As } \sum_i W_i \left| Y_i - Y_i^A \right|^2 = \sum_i W_i \left| Y_i^A \right|^2 \left| \frac{Y_i}{Y_i^A} - 1 \right|^2$$

the relative error in Y is weighted to give greatest significance to the region close to series resonance (where Y_i^A is a maximum).

b) Both the real and imaginary parts of Y are used.

c) If W_i is chosen to be $|Y_i^A|^{-1}$ close agreement between the theoretical and experimental values of the anti-resonance frequency is assured, provided it is within the range of the measurement points ω_i .

7.1.3 On occasions, an unwanted mode may appear so close to the main response that the use of a single-mode equivalent circuit is questionable; in this case, the more general circuits of figures 6 and 7, containing several resonant arms, may be used. The equivalent circuit parameters can be determined by minimizing E as before, but the minimization is now with respect to an increased number of variables. A simultaneous minimization of this form is the only entirely satisfactory way to treat this problem.

7.2 Linear least-squares fitting procedure

7.2.1 The recommended method of data fitting is versatile and easily generalized, but the process of minimization can only be performed by an iterative procedure. It is recognized that a mathematical implementation of this method may be impractical for some users, and for this reason certain alternative non-iterative procedures are given.

7.2.2 All of the non-iterative (linear) methods use a combination of at least two fitting operations, and they are not readily generalized to more complex problems, such as two resonance fits, which require the more sophisticated non-linear approach. In order to maintain overall consistency, it is advisable to choose linear methods which correspond as closely as possible to the general non-linear criterion.

7.2.3 To an excellent approximation, in the vicinity of resonance,

$$\omega C_0 \approx \omega_s C_0 = B_0 \quad (7.2)$$

$$\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} = 2(\omega - \omega_s) L_1 \quad (7.3)$$

where
$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

Therefore
$$B = B_0 - \frac{2(\omega - \omega_s) L_1}{R_1^2 + 4(\omega - \omega_s)^2 L_1^2} = B_0 - 2(\omega - \omega_s) \frac{L_1}{R_1} \cdot G \quad (7.4)$$

where
$$G = R_1 / (R_1^2 + 4(\omega - \omega_s)^2 L_1^2)$$

is the real component of transadmittance when any shunt conductance G_0 is neglected.

Il est donc possible de réécrire l'expression relative à E

$$E = \sum_i W_i \left[(G_i - G_i^A)^2 + \left(B_0 - 2(\omega_i - \omega_s) \frac{L_1}{R_1} G_i - B_i^A \right)^2 \right] \quad (7.5)$$

7.2.4 Pour obtenir une expression convenable, on peut supposer que la différence entre G_i et G_i^A peut être négligée, donc si

$$\begin{aligned} G_i &= G_i^A \\ \text{alors} \quad E &= \sum_i W_i \left(B_0 - 2(\omega_i - \omega_s) \frac{L_1}{R_1} G_i^A - B_i^A \right)^2 \end{aligned} \quad (7.6)$$

7.2.5 Détermination de trois variables indépendantes

$$p_1 = -4\pi \frac{L_1}{R_1}$$

$$p_2 = \frac{2\omega_s L_1}{R_1} = \frac{4\pi f_s L_1}{R_1} \quad (7.7)$$

$$p_3 = B_0$$

$$E \text{ devient} \quad E = \sum_i W_i ((p_1 f_i + p_2) G_i^A + p_3 - B_i^A)^2 \quad (7.8)$$

Les conditions pour un minimum

$$\frac{\partial E}{\partial p_1} = \frac{\partial E}{\partial p_2} = \frac{\partial E}{\partial p_3} = 0$$

donnent les équations linéaires

$$\begin{aligned} \left[\sum_i W_i (f_i G_i^A)^2 \right] p_1 + \left[\sum_i W_i f_i (G_i^A)^2 \right] p_2 + \left[\sum_i W_i f_i G_i^A \right] p_3 &= \sum_i W_i f_i G_i^A B_i^A \\ \left[\sum_i W_i f_i (G_i^A)^2 \right] p_1 + \left[\sum_i W_i (G_i^A)^2 \right] p_2 + \left[\sum_i W_i G_i^A \right] p_3 &= \sum_i W_i G_i^A B_i^A \\ \left[\sum_i W_i f_i G_i^A \right] p_1 + \left[\sum_i W_i G_i^A \right] p_2 + \left[\sum_i W_i \right] p_3 &= \sum_i W_i B_i^A \end{aligned} \quad (7.9)$$

Du point de vue du conditionnement numérique, il est conseillé d'utiliser une échelle de fréquence mesurée à partir d'une certaine valeur de référence assez proche de f_s lors de la résolution de ces équations.

7.2.6 Si les valeurs de ω_s et $\frac{L_1}{R_1}$ que l'on vient de déterminer sont remplacées dans l'expression exacte de E , alors C_0 et R_1 peuvent être obtenus par une autre minimisation de E .

The expression for E may therefore be rewritten

$$E = \sum_i W_i \left[(G_i - G_i^A)^2 + \left(B_0 - 2(\omega_i - \omega_s) \frac{L_1}{R_1} G_i - B_i^A \right)^2 \right] \quad (7.5)$$

7.2.4 To obtain a suitable expression, it may be assumed that the difference between G_i and G_i^A can be neglected, so if

$$G_i = G_i^A$$

then

$$E = \sum_i W_i \left(B_0 - 2(\omega_i - \omega_s) \frac{L_1}{R_1} G_i^A - B_i^A \right)^2 \quad (7.6)$$

7.2.5 Defining three independent variables

$$p_1 = -4\pi \frac{L_1}{R_1}$$

$$p_2 = \frac{2\omega_s L_1}{R_1} = \frac{4\pi f_s L_1}{R_1} \quad (7.7)$$

$$p_3 = B_0$$

E becomes

$$E = \sum_i W_i ((p_1 f_i + p_2) G_i^A + p_3 - B_i^A)^2 \quad (7.8)$$

The conditions for a minimum

$$\frac{\partial E}{\partial p_1} = \frac{\partial E}{\partial p_2} = \frac{\partial E}{\partial p_3} = 0$$

give the linear equations

$$\begin{aligned} \left[\sum_i W_i (f_i G_i^A)^2 \right] p_1 + \left[\sum_i W_i f_i (G_i^A)^2 \right] p_2 + \left[\sum_i W_i f_i G_i^A \right] p_3 &= \sum_i W_i f_i G_i^A B_i^A \\ \left[\sum_i W_i f_i (G_i^A)^2 \right] p_1 + \left[\sum_i W_i (G_i^A)^2 \right] p_2 + \left[\sum_i W_i G_i^A \right] p_3 &= \sum_i W_i G_i^A B_i^A \\ \left[\sum_i W_i f_i G_i^A \right] p_1 + \left[\sum_i W_i G_i^A \right] p_2 + \left[\sum_i W_i \right] p_3 &= \sum_i W_i B_i^A \end{aligned} \quad (7.9)$$

From the point of view of numerical conditioning, it is advisable to use a frequency scale measured from some reference value fairly close to f_s when solving these equations.

7.2.6 If the values of ω_s and $\frac{L_1}{R_1}$ just determined are substituted into the exact expression for E , then C_0 and R_1 may be obtained by another minimization of E .

$$\begin{aligned} \text{Si } T &= \left(\omega - \frac{\omega_s^2}{\omega} \right) \times \frac{L_1}{R_1} \\ \text{et } U &= \frac{1}{1 + T^2} \quad \text{et } V = TU \end{aligned} \quad (7.10)$$

$$\text{alors } G = G_0 + \frac{U}{R_1} \quad B = \omega C_0 - \frac{V}{R_1} \quad (7.11)$$

$$E = \sum_i W_i \left[\left(G_0 + \frac{U_i}{R_1} - G_i^A \right)^2 + \left(\omega_i C_0 - \frac{V_i}{R_1} - B_i^A \right)^2 \right] \quad (7.12)$$

La minimisation par rapport à G_0 , C_0 et R_1 donne

$$\begin{aligned} \left[\sum_i W_i \right] G_0 + \left[\sum_i W_i U_i \right] \times \frac{1}{R_1} &= \sum_i W_i G_i^A \\ \left[\sum_i W_i \omega_i^2 \right] C_0 - \left[\sum_i W_i \omega_i V_i \right] \times \frac{1}{R_1} &= \sum_i W_i \omega_i B_i^A \\ \left[\sum_i W_i U_i \right] G_0 - \left[\sum_i W_i \omega_i V_i \right] C_0 + \sum_i [W_i U_i] \times \frac{1}{R_1} &= \sum_i W_i (U_i G_i^A - V_i B_i^A) \end{aligned} \quad (7.13)$$

7.2.7 Evidemment, cette procédure ne permet pas de déterminer le vrai minimum de E ; on trouve deux paramètres en minimisant une expression approchée de E , et ensuite la fonction exacte est minimisée par rapport aux autres paramètres, en gardant inchangées les valeurs des deux premiers. Les étapes de l'opération peuvent être résumées comme suit:

7.2.8 Méthode linéaire recommandée

- Etablir des expressions approchées de E en posant l'égalité $G_i = G_i^A$.
- Minimiser l'expression approchée pour déterminer des valeurs pour:

$$B_0, \frac{L_1}{R_1}, \omega_s.$$

- Avec des valeurs fixes de $\frac{L_1}{R_1}$ et ω_s minimiser l'expression exacte de E pour déterminer G_0 , C_0 et R_1 .

7.2.9 L'itération de la séquence d'opérations indiquée ci-dessus peut être effectuée en retournant à l'étape a) et, au lieu d'effectuer une approximation de G_i par G_i^A en utilisant des valeurs des paramètres déjà calculés pour faire une approximation G_i . Les étapes a), b) et c) peuvent ainsi être répétées jusqu'à ce que les valeurs des paramètres soient comprises, lors d'itérations successives, dans les limites prescrites. Si C_0 a été déterminée par des méthodes de mesure hors résonance, alors sa valeur peut être maintenue constante dans les expressions ci-dessus, et les minimisations peuvent être uniquement effectuées par rapport à d'autres variables.