

**NORME
INTERNATIONALE
INTERNATIONAL
STANDARD**

**CEI
IEC**

60483

Première édition
First edition
1976-01

**Guide pour les mesures dynamiques
des céramiques piézoélectriques avec
coefficient de couplage électromécanique élevé**

**Guide to dynamic measurements of
piezoelectric ceramics
with high electromechanical coupling**



Numéro de référence
Reference number
CEI/IEC 60483: 1976

LICENSED TO MECON Limited. - RANCHI/BANGALORE
FOR INTERNAL USE AT THIS LOCATION ONLY, SUPPLIED BY BOOK SUPPLY BUREAU.

Numéros des publications

Depuis le 1er janvier 1997, les publications de la CEI sont numérotées à partir de 60000.

Publications consolidées

Les versions consolidées de certaines publications de la CEI incorporant les amendements sont disponibles. Par exemple, les numéros d'édition 1.0, 1.1 et 1.2 indiquent respectivement la publication de base, la publication de base incorporant l'amendement 1, et la publication de base incorporant les amendements 1 et 2.

Validité de la présente publication

Le contenu technique des publications de la CEI est constamment revu par la CEI afin qu'il reflète l'état actuel de la technique.

Des renseignements relatifs à la date de reconfirmation de la publication sont disponibles dans le Catalogue de la CEI.

Les renseignements relatifs à des questions à l'étude et des travaux en cours entrepris par le comité technique qui a établi cette publication, ainsi que la liste des publications établies, se trouvent dans les documents ci-dessous:

- «Site web» de la CEI*
- **Catalogue des publications de la CEI**
Publié annuellement et mis à jour régulièrement
(Catalogue en ligne)*
- **Bulletin de la CEI**
Disponible à la fois au «site web» de la CEI* et comme périodique imprimé

Terminologie, symboles graphiques et littéraux

En ce qui concerne la terminologie générale, le lecteur se reportera à la CEI 60050: *Vocabulaire Electrotechnique International* (VEI).

Pour les symboles graphiques, les symboles littéraux et les signes d'usage général approuvés par la CEI, le lecteur consultera la CEI 60027: *Symboles littéraux à utiliser en électrotechnique*, la CEI 60417: *Symboles graphiques utilisables sur le matériel. Index, relevé et compilation des feuilles individuelles*, et la CEI 60617: *Symboles graphiques pour schémas*.

* Voir adresse «site web» sur la page de titre.

Numbering

As from 1 January 1997 all IEC publications are issued with a designation in the 60000 series.

Consolidated publications

Consolidated versions of some IEC publications including amendments are available. For example, edition numbers 1.0, 1.1 and 1.2 refer, respectively, to the base publication, the base publication incorporating amendment 1 and the base publication incorporating amendments 1 and 2.

Validity of this publication

The technical content of IEC publications is kept under constant review by the IEC, thus ensuring that the content reflects current technology.

Information relating to the date of the reconfirmation of the publication is available in the IEC catalogue.

Information on the subjects under consideration and work in progress undertaken by the technical committee which has prepared this publication, as well as the list of publications issued, is to be found at the following IEC sources:

- **IEC web site***
- **Catalogue of IEC publications**
Published yearly with regular updates
(On-line catalogue)*
- **IEC Bulletin**
Available both at the IEC web site* and as a printed periodical

Terminology, graphical and letter symbols

For general terminology, readers are referred to IEC 60050: *International Electrotechnical Vocabulary* (IEV).

For graphical symbols, and letter symbols and signs approved by the IEC for general use, readers are referred to publications IEC 60027: *Letter symbols to be used in electrical technology*, IEC 60417: *Graphical symbols for use on equipment. Index, survey and compilation of the single sheets* and IEC 60617: *Graphical symbols for diagrams*.

* See web site address on title page.

**NORME
INTERNATIONALE
INTERNATIONAL
STANDARD**

**CEI
IEC**

60483

Première édition
First edition
1976-01

**Guide pour les mesures dynamiques
des céramiques piézoélectriques avec
coefficient de couplage électromécanique élevé**

**Guide to dynamic measurements of
piezoelectric ceramics
with high electromechanical coupling**

© IEC 1976 Droits de reproduction réservés — Copyright - all rights reserved

Aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie et les microfilms, sans l'accord écrit de l'éditeur.

No part of this publication may be reproduced or utilized in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying and microfilm, without permission in writing from the publisher.

International Electrotechnical Commission
Telefax: +41 22 919 0300

3, rue de Varembé Geneva, Switzerland
e-mail: inmail@iec.ch IEC web site <http://www.iec.ch>



Commission Electrotechnique Internationale
International Electrotechnical Commission
Международная Электротехническая Комиссия

CODE PRIX
PRICE CODE

Q

*Pour prix, voir catalogue en vigueur
For price, see current catalogue*

SOMMAIRE

	Pages
PRÉAMBULE	4
PRÉFACE	4
Articles	
1. Domaine d'application	6
2. Introduction	6
3. Caractéristiques de l'admittance	6
4. Circuits équivalents	10
5. Relation entre le coefficient de couplage électromécanique et l'espacement relatif entre fréquences	10
6. Circuits pour la mesure des paramètres des résonateurs	12
7. Méthodes pour la mesure des paramètres des résonateurs	14
8. Méthodes pour la détermination des constantes des matériaux	16
9. Liste des symboles utilisés	16
BIBLIOGRAPHIE	20
TABLEAUX	21
FIGURES	26
ANNEXE A — Relations entre les constantes des matériaux	33

CONTENTS

	Page
FOREWORD	5
PREFACE	5
Clause	
1. Scope	7
2. Introduction	7
3. Admittance characteristics	7
4. Equivalent circuits	11
5. Relationship between the electromechanical coupling factor and the relative frequency spacing	11
6. Circuits for measuring resonator parameters	13
7. Methods for measuring resonator parameters	15
8. Methods for determining material constants	17
9. List of symbols used	17
BIBLIOGRAPHY	20
TABLES	21
FIGURES	26
APPENDIX A — Relationships between material constants	33

COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE

**GUIDE POUR LES MESURES DYNAMIQUES
DES CÉRAMIQUES PIÉZOÉLECTRIQUES
AVEC COEFFICIENT DE COUPLAGE ÉLECTROMÉCANIQUE ÉLEVÉ**

PRÉAMBULE

- 1) Les décisions ou accords officiels de la CEI en ce qui concerne les questions techniques, préparés par des Comités d'Etudes où sont représentés tous les Comités nationaux s'intéressant à ces questions, expriment dans la plus grande mesure possible un accord international sur les sujets examinés.
- 2) Ces décisions constituent des recommandations internationales et sont agréées comme telles par les Comités nationaux.
- 3) Dans le but d'encourager l'unification internationale, la CEI exprime le vœu que tous les Comités nationaux adoptent dans leurs règles nationales le texte de la recommandation de la CEI, dans la mesure où les conditions nationales le permettent. Toute divergence entre la recommandation de la CEI et la règle nationale correspondante doit, dans la mesure du possible, être indiquée en termes clairs dans cette dernière.

PRÉFACE

La présente publication a été établie par le Comité d'Etudes n° 49 de la CEI: Dispositifs piézoélectriques pour la commande et le choix de la fréquence.

Un premier projet fut discuté lors de la réunion tenue à Paris en novembre 1971. A la suite de cette réunion, le projet, document 49(Bureau Central)75, fut soumis à l'approbation des Comités nationaux suivant la Règle des Six Mois en juin 1973.

Les pays suivants se sont prononcés explicitement en faveur de la publication:

Allemagne	Pologne
Belgique	Roumanie
Canada	Royaume-Uni
Danemark	Suisse
Etats-Unis d'Amérique	Turquie
France	Union des Républiques
Israël	Socialistes Soviétiques
Italie	Yougoslavie
Japon	

Autres publications de la CEI citées dans la présente publication:

- Publications n° 302: Définitions normalisées et méthodes de mesures pour les résonateurs piézoélectriques de fréquences inférieures à 30 MHz.
- 444: Méthode fondamentale pour la mesure de la fréquence de résonance et de la résistance série équivalente des quartz piézoélectriques par la technique de phase nulle dans le circuit en π .

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION

**GUIDE TO DYNAMIC MEASUREMENTS
OF PIEZOELECTRIC CERAMICS
WITH HIGH ELECTROMECHANICAL COUPLING**

FOREWORD

- 1) The formal decisions or agreements of the IEC on technical matters, prepared by Technical Committees on which all the National Committees having a special interest therein are represented, express, as nearly as possible, an international consensus of opinion on the subjects dealt with.
- 2) They have the form of recommendations for international use and they are accepted by the National Committees in that sense.
- 3) In order to promote international unification, the IEC expresses the wish that all National Committees should adopt the text of the IEC recommendation for their national rules in so far as national conditions will permit. Any divergence between the IEC recommendation and the corresponding national rules should, as far as possible, be clearly indicated in the latter.

PREFACE

This publication has been prepared by IEC Technical Committee No. 49, Piezoelectric Devices for Frequency Control and Selection.

A first draft was discussed at the meeting held in Paris in November 1971. As a result of this meeting, the draft, Document 49(Central Office)75, was submitted to the National Committees for approval under the Six Months' Rule in June 1973.

The following countries voted explicitly in favour of publication:

Belgium	Romania
Canada	Switzerland
Denmark	Turkey
France	Union of Soviet
Germany	Socialist Republics
Israel	United Kingdom
Italy	United States of America
Japan	Yugoslavia
Poland	

Other IEC publications quoted in this publication:

- Publications Nos. 302: Standard Definitions and Methods of Measurement for Piezoelectric Vibrators Operating over the Frequency Range up to 30 MHz.
- 444: Basic Method for the Measurement of Resonance Frequency and Equivalent Series Resistance of Quartz Crystal Units by Zero Phase Technique in a π Network.

GUIDE POUR LES MESURES DYNAMIQUES DES CÉRAMIQUES PIÉZOÉLECTRIQUES AVEC COEFFICIENT DE COUPLAGE ÉLECTROMÉCANIQUE ÉLEVÉ

1. Domaine d'application

Ce guide s'applique aux mesures dynamiques des résonateurs à céramiques piézoélectriques. La Publication 302 de la CEI: Définitions normalisées et méthodes de mesures pour les résonateurs piézoélectriques de fréquences inférieures à 30 MHz, destinée principalement au cas des quartz, est aussi applicable à la mesure des résonateurs céramiques piézoélectriques. Il y a cependant deux différences importantes entre le cas des quartz et le cas des résonateurs céramiques.

Premièrement, les couplages électromécaniques élevés associés aux résonateurs céramiques entraînent une détermination des paramètres tout à fait différente de ceux des quartz. Deuxièmement, dans le cas des résonateurs céramiques, il est souvent nécessaire d'évaluer non seulement les paramètres du résonateur, mais aussi les constantes du matériau.

Ce guide a été établi pour compléter des publications existantes et accorde une attention particulière à ces deux points. Certaines autres caractéristiques des céramiques piézoélectriques, en particulier le vieillissement et les non-linéarités aux signaux élevés, n'entrent pas dans le domaine d'application de ce guide. Ces caractéristiques se rapportent à des effets de domaine dans les matériaux ferro-électriques et sont très complexes.

En introduction, un rappel des caractéristiques de l'admittance et des circuits équivalents des résonateurs céramiques vibrant en modes simples est suivi par les méthodes de détermination des paramètres d'un résonateur puis des constantes essentielles.

2. Introduction

Avant la polarisation, les matériaux céramiques ferro-électriques sont isotropes et ne possèdent pas d'effet piézoélectrique. Pour de petits signaux, des effets électrostrictifs ordinaires sont présents. Puisque pour des signaux élevés il y a aussi des effets d'hystérésis, une polarisation durable peut être obtenue par l'application de champs électriques intenses à température élevée pendant un certain temps qu'on appelle la polarisation rémanente. Les céramiques polarisées possèdent une réponse linéaire pour un signal d'entrée faible et de ce fait peuvent être considérées phénoménologiquement comme des cristaux piézoélectriques. Le terme «céramiques piézoélectriques» est utilisé pour les matériaux de ce genre.

Avant la polarisation rémanente, ces céramiques sont isotropes. Cependant, après la polarisation rémanente, la direction de polarisation donne un axe d'ordre de symétrie infini qui est choisi comme axe Z (ou 3). N'importe quelle direction perpendiculaire à l'axe Z peut être choisie comme axe X (ou 1).

Le tableau I montre une matrice des constantes élastiques, piézoélectriques et diélectriques des céramiques piézoélectriques polarisées; elle est identique à celle de la classe cristalline 6 mm (C_{6v}). Il y a cinq constantes élastiques, trois constantes piézoélectriques et deux constantes diélectriques indépendantes. Ces constantes ne sont valables que pour un signal d'entrée faible et dépendent non seulement du matériau, mais aussi du degré de polarisation et des effets de vieillissement de ce matériau. Pour des signaux plus élevés, des phénomènes de non-linéarité et d'hystérésis apparaîtront et des modifications permanentes des constantes pourront parfois se produire. C'est pourquoi il est important d'utiliser un signal faible pendant la mesure. L'évaluation des transducteurs céramiques pour des dispositifs de grande puissance, qui exige de tenir compte des effets de non-linéarité et des effets de domaine, n'entre pas dans le domaine d'application de ce guide.

3. Caractéristiques de l'admittance

Du fait de la symétrie d'ordre élevé des céramiques piézoélectriques, de nombreux modes de vibration habituellement utilisés en pratique peuvent être résolus par l'analyse. L'admittance d'un résonateur sans perte ayant des électrodes couvrant toute la lame piézoélectrique et vibrant en de tels modes peut être exprimée à l'aide de formules

GUIDE TO DYNAMIC MEASUREMENTS OF PIEZOELECTRIC CERAMICS WITH HIGH ELECTROMECHANICAL COUPLING

1. Scope

This guide relates to dynamic measurements of piezoelectric ceramic resonators. IEC Publication 302, Standard Definitions and Methods of Measurement for Piezoelectric Vibrators Operating over the Frequency Range up to 30 MHz, which is mainly intended for the case of quartz crystal units, is also applicable to the measurement of piezoelectric ceramic resonators. There are, however, two important differences between the case of quartz crystal units and the case of ceramic resonators.

Firstly, the high electromechanical coupling associated with ceramic resonators makes the determination of the parameters quite different from those of quartz crystal units. Secondly, not only resonator parameters but also material constants are frequently required to be evaluated in the case of ceramic resonators.

This guide has been compiled to supplement existing publications with particular attention to these two points. Certain other characteristics of piezoelectric ceramics are considered as beyond the scope of this guide, in particular, ageing and high signal non-linearities. These characteristics are related to domain effects in ferro-electrics and are very complex.

An introductory review of the admittance characteristics and equivalent circuits of ceramic resonators vibrating in simple modes is followed by methods for determining resonator parameters, and in turn material constants.

2. Introduction

Before poling, ferro-electric ceramic material is isotropic and shows no piezoelectric effect. For small applied signals, ordinary electrostrictive effects are present. Since for high signals there are also hysteresis effects, a lasting polarization can be obtained by the application of high electric fields at an elevated temperature for some time, which is called "poling". Poled ceramics show a linear response for a small input signal and hence can be phenomenologically treated as piezoelectric crystals. The term "piezoelectric ceramics" is used for such materials.

Before poling, these ceramics are isotropic. After poling, however, the direction of polarization yields an axis of an infinite order of symmetry, which is chosen as the Z (or 3) axis. Any direction perpendicular to the Z axis may be chosen as the X (or 1) axis.

Table I shows the elasto-piezoelectric-dielectric matrix of poled piezoelectric ceramics, which is the same as for the crystal class 6 mm (C_{6v}). There are five independent elastic, three independent piezoelectric and two independent dielectric constants. These constants are valid only for a small input signal and depend not only on the material, but also on the degree of poling and on ageing effects. For higher signals, non-linear and hysteresis characteristics will appear and sometimes permanent changes in constants may occur. Hence the use of a small signal during the measurement is important. The evaluation of ceramic transducers for high-power applications, which requires due consideration of non-linear effects and domain effects, is outside the scope of this guide.

3. Admittance characteristics

Because of the high order of symmetry of piezoelectric ceramics, many modes of vibration commonly used in practice can be solved analytically. The admittance of a loss-less resonator with full electrodes vibrating in such modes can be expressed by unified formulae with only three basic parameters — namely, the electromechanical

unifiées avec seulement trois paramètres principaux, c'est-à-dire: le facteur de couplage électromécanique, la capacité effective sous contrainte et, soit la fréquence de résonance série, soit la fréquence de résonance parallèle. Les formules sont valables pour une très large gamme de fréquences.

Il faut noter qu'il existe deux types de mode de vibration piézoélectrique, c'est-à-dire: le mode où la propagation de l'onde élastique est transversale et le mode où la propagation de l'onde élastique est parallèle au champ électrique excitateur. Les modes du premier type sont appelés modes non rigidifiés et ceux du deuxième type, modes rigidifiés. Cela est dû au fait que la rigidité élastique, déterminant la vitesse de l'onde dans les modes du deuxième type, augmente avec la réaction piézoélectrique. Les modes non rigidifiés sont habituellement les modes à fréquence basse et les modes rigidifiés sont les modes à fréquence haute.

A. Modes non rigidifiés

La figure 1, page 27, représente des résonateurs typiques vibrant suivant des modes non rigidifiés. Les noms des modes sont donnés au tableau II. Le champ électrique est transversal par rapport à la direction du mouvement de l'onde élastique et n'influence pas la forme de vibration. Cependant, les modes radiaux donnés à la figure 1d sont une exception car le champ électrique n'est pas transversal mais parallèle à la propagation de l'onde. Cela est une conséquence des approximations utilisées dans la théorie des couches minces. D'un autre côté, on peut considérer que la propagation de l'onde est circulaire avec un déplacement radial. Avec cette interprétation, le mode réalisé a, en fait, une propagation d'onde perpendiculaire au champ électrique.

L'admittance électrique Y d'un résonateur vibrant suivant un tel mode peut être exprimée par la formule suivante:

$$Y = j \omega C_D \left[1 + \frac{k^2}{1 - k^2} N(X) \right] \quad (1)$$

où k est le coefficient de couplage électromécanique et C_D est la capacité effective sous contrainte partielle.

La constante diélectrique ϵ_D , dérivée de la capacité effective sous contrainte par l'équation ci-après, peut être appelée constante diélectrique effective sous contrainte partielle.

$$C_D = \epsilon_D \frac{A}{t} \quad (2)$$

Sa valeur est comprise entre celle de la constante diélectrique libre à fréquence basse ϵ^T et celle de la constante diélectrique effective sous contrainte à fréquence haute ϵ^S .

$$\epsilon^T > \epsilon_D \geq \epsilon^S \quad (3)$$

Dans la formule (1), N est une fonction paire de la fréquence normalisée X , définie par l'équation suivante:

$$X = \frac{\omega d}{2v} = X_1 \frac{f}{f_s} \quad (4)$$

où ω est la pulsation, d la dimension déterminant la fréquence du résonateur, v la vitesse de phase de l'onde élastique, f la fréquence; f_s et X_1 sont la fréquence la plus basse de résonance série et sa valeur normalisée correspondante. Le tableau II donne un résumé de ces paramètres avec d'autres paramètres intéressants.

B. Modes rigidifiés

Dans le cas des modes rigidifiés, le champ électrique est parallèle à la direction du mouvement de l'onde élastique et influence la forme de vibration à travers les conditions électriques limites. La figure 2, page 27, représente des résonateurs typiques vibrant suivant des modes rigidifiés.

L'admittance d'un tel résonateur peut être exprimée par la formule suivante:

$$Y = \frac{j \omega C_D}{1 - k^2 N} \quad (5)$$

où:

$$N = \frac{\operatorname{tg} X}{X} \quad (6)$$

$$X = \frac{\omega d}{2v} \quad (7)$$

$$= \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f}{f_p} \quad (8)$$

coupling factor, the clamped capacitance, and either the series or parallel resonance frequency. The formulae are valid for a very wide frequency range.

It should be noted that there are two types of modes of piezoelectric vibration, namely, modes in which elastic wave propagation is transverse or parallel to the exciting electric field. Here modes of the former type are termed unstiffened modes and modes of the latter type, stiffened modes. This is because the elastic stiffness determining the wave velocity in the latter modes is increased due to piezoelectric reaction. The unstiffened modes are usually low-frequency modes and the stiffened modes are usually high-frequency modes.

A. Unstiffened modes

Figure 1, page 26, shows typical resonators vibrating in unstiffened modes. The names of modes are listed in Table II. The electric field is transverse to the direction of elastic wave motion, and has no effect on the shape of vibration. The radial modes shown in Figure 1d, however, are an exception because the electric field is not transverse but parallel to the wave propagation. This is a consequence of the approximation involved in the thin shell theory. Alternatively, the wave propagation can be considered as circumferential with a radial displacement. With this interpretation the mode does, in fact, have wave propagation perpendicular to the electric field.

The electrical admittance Y of a resonator vibrating in such a mode can be expressed by the following formula:

$$Y = j \omega C_D \left[1 + \frac{k^2}{1 - k^2} N(X) \right] \quad (1)$$

where k is the electromechanical coupling factor and C_D is the partially clamped capacitance.

The dielectric constant ϵ_D , derived from the clamped capacitance by the following equation, may be called the partially clamped dielectric constant.

$$C_D = \epsilon_D \frac{A}{t} \quad (2)$$

Its value is between that of the low-frequency free dielectric constant ϵ^T and the high-frequency clamped dielectric constant ϵ^S .

$$\epsilon^T > \epsilon_D \geq \epsilon^S \quad (3)$$

In formula (1), N is an even function of the normalized frequency X , which is defined by the following equation:

$$X = \frac{\omega d}{2v} = X_1 \frac{f}{f_s} \quad (4)$$

where ω is the angular frequency, d is the frequency determining dimension of the resonator, v is the phase velocity of the elastic wave, f is the frequency, f_s and X_1 are the lowest series resonance frequency and its corresponding normalized value respectively. Table II summarizes these parameters together with other parameters of interest.

B. Stiffened modes

With stiffened modes, the electric field is parallel to the direction of elastic wave motion and affects the shape of vibration through the electrical boundary conditions. Figure 2, page 27, shows typical resonators vibrating in stiffened modes.

The admittance of such a resonator can be expressed by the following formula:

$$Y = \frac{j \omega C_D}{1 - k^2 N} \quad (5)$$

where:

$$N = \frac{\tan X}{X} \quad (6)$$

$$X = \frac{\omega d}{2v} \quad (7)$$

$$= \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f}{f_p} \quad (8)$$

La forme de la fonction N est commune pour tous les modes considérés. La fréquence est normalisée par la fréquence la plus basse de résonance parallèle f_p , à la place de la fréquence de résonance série. La tableau III résume les paramètres pour les modes rigidifiés.

4. Circuits équivalents

La fonction N dans les deux formules de l'admittance (1) et (5) a un nombre infini de pôles simples sur l'axe des fréquences réelles seulement. Le développement en série de la fonction N , en fractions rationnelles par rapport à ces pôles, donne un circuit équivalent du résonateur piézoélectrique.

Le circuit équivalent représenté à la figure 3, page 28, est valable pour les modes non rigidifiés. Les pôles correspondent aux fréquences de résonance. L'expression pour la capacité série dynamique C_n est donnée au tableau II. Dans le cas des modes rigidifiés, les pôles correspondent aux fréquences d'antirésonance. De cela on obtient le circuit équivalent représenté à la figure 4, page 28.

La capacité série dynamique C_n a la forme suivante:

$$C_n = C_D k^2 \frac{8}{\pi^2 (2n-1)^2} \quad (9)$$

En variante, le circuit équivalent de la figure 4 peut être représenté sous la même forme que le circuit de la figure 3. Cependant, l'expression de la capacité dynamique et de l'inductance dynamique devient plus complexe.

En pratique, le résonateur a diverses sources de pertes. Bien qu'il n'y ait pas d'expressions exactes pour ces pertes, l'approximation suivante est satisfaisante pour la plupart des applications. Les pertes mécaniques ou de vibration sont exprimées par le facteur de surtension à chaque résonance. En variante, une résistance est insérée dans chaque branche des circuits équivalents représentés aux figures 3 et 4. Parfois, une autre résistance est ajoutée en parallèle avec la sortie du circuit équivalent, pour représenter les pertes diélectriques, bien que sa valeur dépende de la fréquence. Bien que ce soit au-delà du domaine d'application de ce guide, il faut noter que les pertes mécaniques dépendent de l'amplitude de la contrainte mécanique et que la perte diélectrique dépend de l'amplitude du champ électrique.

La figure 5, page 28, représente le circuit équivalent classique d'un résonateur piézoélectrique qui est souvent utilisé. Ce circuit peut être considéré comme la forme simplifiée du circuit représenté aux figures 3 et 4. Il faut noter que la capacité parallèle dépend de la fréquence, car non seulement la capacité effective sous contrainte, mais aussi l'effet des résonances plus élevées sont incorporés. De ce fait, le circuit équivalent simplifié est d'une bonne précision au voisinage de la fréquence de résonance seulement. Puisque la fréquence de résonance série et la fréquence de résonance parallèle d'un résonateur céramique ayant un coefficient de couplage électromécanique élevé sont largement séparées, le circuit équivalent simplifié ne peut pas couvrir toute la gamme de fréquences intéressée.

5. Relation entre le coefficient de couplage électromécanique et l'espacement relatif entre fréquences

Les formules d'admittance (1) et (5) et leurs circuits équivalents, représentés aux figures 3 et 4 respectivement, sont valables pour une très large gamme de fréquences, mais il n'est pas toujours pratique de les utiliser pour le calcul du fait des fonctions transcendantes incorporées. C'est pourquoi il est préférable de disposer de formules approximatives ou de formes graphiques simples et faciles à manier, mais cependant assez précises pour la plupart des applications.

Une des plus importantes relations entre les paramètres d'un résonateur céramique est celle qui existe entre le facteur de couplage électromécanique et l'espacement relatif entre fréquences δ_r , qui est défini comme suit:

$$\delta_r = \frac{f_p - f_s}{f_s} \quad (10)$$

La figure 6, page 29, indique la relation pour divers modes. En variante, des formules approximatives pratiques peuvent être obtenues à partir du développement en série de la fonction N autour de son premier pôle, qui correspond respectivement à la fréquence de résonance série pour le mode non rigidifié et à la fréquence de résonance parallèle pour le mode rigidifié.