

**NORME
INTERNATIONALE
INTERNATIONAL
STANDARD**

**CEI
IEC**

60493-1

Première édition
First edition
1974-01

**Guide pour l'analyse statistique de données
d'essais de vieillissement**

**Première partie:
Méthodes basées sur les valeurs moyennes
de résultats d'essais normalement distribués**

**Guide for the statistical analysis
of ageing test data**

**Part 1:
Methods based on mean values of normally
distributed test results**



Numéro de référence
Reference number
CEI/IEC 60493-1: 1974

Numéros des publications

Depuis le 1^{er} janvier 1997, les publications de la CEI sont numérotées à partir de 60000.

Publications consolidées

Les versions consolidées de certaines publications de la CEI incorporant les amendements sont disponibles. Par exemple, les numéros d'édition 1.0, 1.1 et 1.2 indiquent respectivement la publication de base, la publication de base incorporant l'amendement 1, et la publication de base incorporant les amendements 1 et 2.

Validité de la présente publication

Le contenu technique des publications de la CEI est constamment revu par la CEI afin qu'il reflète l'état actuel de la technique.

Des renseignements relatifs à la date de reconfirmation de la publication sont disponibles dans le Catalogue de la CEI.

Les renseignements relatifs à des questions à l'étude et des travaux en cours entrepris par le comité technique qui a établi cette publication, ainsi que la liste des publications établies, se trouvent dans les documents ci-dessous:

- «Site web» de la CEI*
- **Catalogue des publications de la CEI**
Publié annuellement et mis à jour régulièrement (Catalogue en ligne)*
- **Bulletin de la CEI**
Disponible à la fois au «site web» de la CEI* et comme périodique imprimé

Terminologie, symboles graphiques et littéraux

En ce qui concerne la terminologie générale, le lecteur se reportera à la CEI 60050: *Vocabulaire Electrotechnique International* (VEI).

Pour les symboles graphiques, les symboles littéraux et les signes d'usage général approuvés par la CEI, le lecteur consultera la CEI 60027: *Symboles littéraux à utiliser en électrotechnique*, la CEI 60417: *Symboles graphiques utilisables sur le matériel. Index, relevé et compilation des feuilles individuelles*, et la CEI 60617: *Symboles graphiques pour schémas*.

* Voir adresse «site web» sur la page de titre.

Numbering

As from 1 January 1997 all IEC publications are issued with a designation in the 60000 series.

Consolidated publications

Consolidated versions of some IEC publications including amendments are available. For example, edition numbers 1.0, 1.1 and 1.2 refer, respectively, to the base publication, the base publication incorporating amendment 1 and the base publication incorporating amendments 1 and 2.

Validity of this publication

The technical content of IEC publications is kept under constant review by the IEC, thus ensuring that the content reflects current technology.

Information relating to the date of the reconfirmation of the publication is available in the IEC catalogue.

Information on the subjects under consideration and work in progress undertaken by the technical committee which has prepared this publication, as well as the list of publications issued, is to be found at the following IEC sources:

- **IEC web site***
- **Catalogue of IEC publications**
Published yearly with regular updates (On-line catalogue)*
- **IEC Bulletin**
Available both at the IEC web site* and as a printed periodical

Terminology, graphical and letter symbols

For general terminology, readers are referred to IEC 60050: *International Electrotechnical Vocabulary* (IEV).

For graphical symbols, and letter symbols and signs approved by the IEC for general use, readers are referred to publications IEC 60027: *Letter symbols to be used in electrical technology*, IEC 60417: *Graphical symbols for use on equipment. Index, survey and compilation of the single sheets* and IEC 60617: *Graphical symbols for diagrams*.

* See web site address on title page.

**NORME
INTERNATIONALE
INTERNATIONAL
STANDARD**

**CEI
IEC**

60493-1

Première édition
First edition
1974-01

**Guide pour l'analyse statistique de données
d'essais de vieillissement**

**Première partie:
Méthodes basées sur les valeurs moyennes
de résultats d'essais normalement distribués**

**Guide for the statistical analysis
of ageing test data**

**Part 1:
Methods based on mean values of normally
distributed test results**

© IEC 1974 Droits de reproduction réservés — Copyright - all rights reserved

Aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie et les microfilms, sans l'accord écrit de l'éditeur.

No part of this publication may be reproduced or utilized in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying and microfilm, without permission in writing from the publisher.

International Electrotechnical Commission
Telefax: +41 22 919 0300

3, rue de Varembé Geneva, Switzerland
e-mail: inmail@iec.ch IEC web site <http://www.iec.ch>



Commission Electrotechnique Internationale
International Electrotechnical Commission
Международная Электротехническая Комиссия

CODE PRIX
PRICE CODE

R

Pour prix, voir catalogue en vigueur
For price, see current catalogue

SOMMAIRE

	Pages
PRÉAMBULE	4
PRÉFACE	4
Articles	
1. Objet	6
2. Introduction	6
3. Méthodes statistiques	8
3.1 Distributions et paramètres statistiques	8
3.2 Estimateurs des paramètres	8
3.3 Tests de signification	10
3.4 Limites de confiance	10
3.5 Distributions types	10
3.6 Tests d'égalité des variances	12
3.7 Régression linéaire	14
4. Traitement des résultats d'essais de vieillissement	22
4.1 Mesures non destructives et essais d'épreuve	24
4.2 Mesures destructives	24
ANNEXE A — Références	28
ANNEXE B — Liste des symboles	32
FIGURES	36

CONTENTS

	Page
FOREWORD	5
PREFACE	5
Clause	
1. Scope	7
2. Introduction	7
3. Statistical methods	9
3.1 Statistical distributions and parameters	9
3.2 Estimates of parameters	9
3.3 Significance tests	11
3.4 Confidence limits	11
3.5 Distribution types	11
3.6 Tests for equality of variances	13
3.7 Linear regression	15
4. Treatment of the results of ageing tests	23
4.1 Non-destructive measurements and proof tests	25
4.2 Destructive measurements	25
APPENDIX A — References	29
APPENDIX B — List of symbols	33
FIGURES	36

COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE

**GUIDE POUR L'ANALYSE STATISTIQUE DE DONNÉES D'ESSAIS
DE VIEILLISSEMENT**

**Première partie : Méthodes basées sur les valeurs moyennes de résultats d'essais
normalement distribués**

PRÉAMBULE

- 1) Les décisions ou accords officiels de la CEI en ce qui concerne les questions techniques, préparés par des Comités d'Etudes où sont représentés tous les Comités nationaux s'intéressant à ces questions, expriment dans la plus grande mesure possible un accord international sur les sujets examinés.
- 2) Ces décisions constituent des recommandations internationales et sont agréées comme telles par les Comités nationaux.
- 3) Dans le but d'encourager l'unification internationale, la CEI exprime le vœu que tous les Comités nationaux adoptent dans leurs règles nationales le texte de la recommandation de la CEI, dans la mesure où les conditions nationales le permettent. Toute divergence entre la recommandation de la CEI et la règle nationale correspondante doit, dans la mesure du possible, être indiquée en termes clairs dans cette dernière.

PRÉFACE

La présente recommandation a été établie par le Sous-Comité 15B: Essais d'endurance, du Comité d'Etudes N° 15 de la CEI: Matériaux isolants.

Un premier projet fut discuté lors de la réunion tenue à Vienne en 1971. A la suite de cette réunion, un projet, document 15B(Bureau Central)27, fut établi et ensuite soumis à l'approbation des Comités nationaux suivant la Règle des Six Mois en août 1973.

Les pays suivants se sont prononcés explicitement en faveur de la publication:

Afrique du Sud (République d')	Norvège
Allemagne	Pologne
Autriche	Portugal
Belgique	Roumanie
Canada	Royaume-Uni
Corée (République démocratique populaire de)	Suède
Danemark	Suisse
Finlande	Tchécoslovaquie
France	Turquie
Israël	Union des Républiques Socialistes Soviétiques
Japon	Yougoslavie

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION

GUIDE FOR THE STATISTICAL ANALYSIS OF AGEING TEST DATA

Part 1: Methods based on mean values of normally distributed test results

FOREWORD

- 1) The formal decisions or agreements of the IEC on technical matters, prepared by Technical Committees on which all the National Committees having a special interest therein are represented, express, as nearly as possible, an international consensus of opinion on the subjects dealt with.
- 2) They have the form of recommendations for international use and they are accepted by the National Committees in that sense.
- 3) In order to promote international unification, the IEC expresses the wish that all National Committees should adopt the text of the IEC recommendation for their national rules in so far as national conditions will permit. Any divergence between the IEC recommendation and the corresponding national rules should, as far as possible, be clearly indicated in the latter.

PREFACE

This recommendation has been prepared by Sub-Committee 15B, Endurance Tests, of IEC Technical Committee No. 15, Insulating Materials.

A first draft was discussed at the meeting held in Vienna in 1971. As a result of this meeting, a draft, document 15B(Central Office)27, was prepared and then submitted to the National Committees for approval under the Six Months' Rule in August 1973.

The following countries voted explicitly in favour of publication:

Austria	Norway
Belgium	Poland
Canada	Portugal
Czechoslovakia	Romania
Denmark	South Africa (Republic of)
Finland	Sweden
France	Switzerland
Germany	Turkey
Israel	Union of Soviet
Japan	Socialist Republics
Korea (Democratic People's	United Kingdom
Republic of)	Yugoslavia

GUIDE POUR L'ANALYSE STATISTIQUE DE DONNÉES D'ESSAIS DE VIEILLISSEMENT

Première partie : Méthodes basées sur les valeurs moyennes de résultats d'essais normalement distribués

1. Objet

Ce guide décrit les méthodes statistiques qui peuvent être appliquées pour l'analyse et l'évaluation des résultats d'essais de vieillissement.

Il couvre les méthodes numériques basées sur les valeurs moyennes de résultats d'essais normalement distribués.

Ces méthodes ne sont valables qu'en formulant des hypothèses relatives aux lois mathématiques et physiques que suivent les résultats d'essais. Des tests statistiques permettant de vérifier la validité de quelques-unes de ces hypothèses sont également donnés.

D'autres parties concerneront les autres méthodes statistiques telles que celles basées sur :

- un dépouillement graphique des résultats d'essais;
- les valeurs médianes des résultats d'essais;
- des distributions tronquées de résultats;
- la statistique des valeurs extrêmes.

2. Introduction

Des méthodes permettant d'estimer les propriétés de vieillissement sont décrites dans des méthodes d'essais spécifiques ou sont couvertes par des documents généraux décrivant les méthodes suivant lesquelles sont réalisés des vieillissements sous l'effet d'une contrainte d'environnement spécifique (par exemple température, radiations, décharges partielles).

Dans de nombreux cas, une propriété donnée est déterminée en fonction du temps sous différentes contraintes de vieillissement et l'on détermine, pour chaque contrainte de vieillissement, un temps jusqu'à dégradation basé sur un critère de fin de vie déterminé. Un tracé des variations du temps jusqu'à dégradation, en fonction de la contrainte de vieillissement, peut être utilisé pour obtenir une estimation du temps jusqu'à dégradation d'éprouvettes similaires exposées à une contrainte donnée, ou pour obtenir une estimation de la valeur de la contrainte pour laquelle la dégradation est obtenue en un temps donné.

Les lois physiques et chimiques qui gouvernent les phénomènes de vieillissement peuvent souvent conduire à l'hypothèse d'une relation linéaire reliant la propriété examinée et la durée du vieillissement sous des contraintes de vieillissement déterminées, ou entre des fonctions mathématiques de la propriété et de la durée de vieillissement, par exemple la racine carrée ou le logarithme. De même, il peut y avoir une relation linéaire entre le temps jusqu'à dégradation et la contrainte de vieillissement, ou des fonctions mathématiques de ces variables.

Les méthodes décrites au paragraphe 3.7 de ce guide s'appliquent à de telles relations linéaires. Ces méthodes sont illustrées par l'exemple du vieillissement thermique où, dans le cas d'un simple processus chimique, il peut être supposé que la dégradation suit la loi d'Arrhenius, c'est-à-dire où le logarithme du temps jusqu'à dégradation est une fonction linéaire de l'inverse de la température thermodynamique.

Des exemples numériques illustrant l'utilisation des méthodes dans ce cas sont donnés dans la Publication 216-3 de la CEI (à l'étude).

Il est à remarquer que des programmes de calcul existent pour beaucoup de procédures mises en jeu (détermination de la valeur moyenne, variance, coefficients de régression) et qu'un programme informatique complet peut être facilement établi.

Les méthodes décrites dans ce guide sont traitées dans la plupart des manuels de statistiques. Des références aux méthodes particulières figurent dans l'annexe A avec des références aux tables de distributions statistiques à utiliser pour les tests statistiques décrits dans ce guide.

GUIDE FOR THE STATISTICAL ANALYSIS OF AGEING TEST DATA

Part 1: Methods based on mean values of normally distributed test results

1. Scope

This guide gives statistical methods which may be applied to the analysis and evaluation of the results of ageing tests.

It covers numerical methods based on mean values of normally distributed test results.

These methods are only valid under specific assumptions regarding the mathematical and physical laws obeyed by the test data. Statistical tests for the validity of some of these assumptions are also given.

Other parts will cover other statistical methods such as those based on:

- graphical evaluation of test results;
- median values of test results;
- truncated data;
- extreme value statistics.

2. Introduction

Procedures for estimating ageing properties are described in specific test procedures, or are covered by the general documents on test procedures for ageing tests with a specific environmental stress (e.g. temperature, radiation, partial discharges).

In many cases, a certain property is determined as a function of time at different ageing stresses, and a time to failure based on a chosen end-point criterion is found at each ageing stress. A plot of time to failure versus ageing stress may be used to obtain an estimate of the time to failure for similar specimens exposed to a specified stress, or to obtain an estimate of the value of stress which will cause failure in a specified time.

The physical and chemical laws governing the ageing phenomena may often lead to the assumption that a linear relationship exists between the property examined and the ageing time at fixed ageing stresses, or between certain mathematical functions of property and ageing time, e.g. square root or logarithm. Also there may be a linear relationship between time to failure and ageing stress, or mathematical functions of these variables.

The methods described in Sub-clause 3.7 of this guide apply to such cases of linear relationship. The methods are illustrated by the example of thermal ageing, where in the case of a simple chemical process it may be assumed that the degradation obeys the Arrhenius law, i.e. the logarithm of time to failure is a linear function of the reciprocal thermodynamic temperature.

Numerical examples demonstrating the use of the methods in this case are given in IEC Publication 216-3 (under consideration).

It should be noted that computer programmes exist for many of the procedures involved (determination of mean value, variance, regression coefficients) and that a complete computer programme may be easily established.

The methods described in this guide are treated in most textbooks on statistics. References on the individual methods are given in Appendix A, together with references to tables of the statistical distributions to be used in connection with the statistical tests described in this guide.

Dans certains cas, les calculs nécessaires pour le dépouillement des résultats d'essais peuvent être remplacés par des méthodes graphiques, plus aisées à manipuler, bien que moins précises. Des références à de telles méthodes sont données dans l'annexe A.

Note. — Dans certains cas, le terme « fin de vie » est utilisé au lieu de ce qui est appelé ici « dégradation », et « durée de vie » au lieu de « temps jusqu'à dégradation ». Il est recommandé de ne pas utiliser le mot « vie » dans ce contexte pour éviter une confusion avec la « vie en service » du matériel lui-même.

3. Méthodes statistiques

3.1 Distributions et paramètres statistiques

La distribution d'une variable aléatoire X est décrite par la fonction de distribution:

$$F(x) = P(X \leq x) \quad (3.1.1)$$

où $P(X \leq x)$ est la probabilité que la valeur de X soit $\leq x$. Donc $F(x)$ varie de 0 à 1 et est une fonction jamais décroissante de x . Si $F(x)$ est une fonction continue de x , la densité de probabilité est déterminée par:

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} \quad (3.1.2)$$

La distribution peut être caractérisée par des paramètres dont les plus importants sont:

— la valeur moyenne:

$$\xi = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (3.1.3)$$

— la valeur médiane $\tilde{\xi}$, déterminée par:

$$F(\tilde{\xi}) = \int_{-\infty}^{\tilde{\xi}} f(x) dx = 0,5, \text{ et} \quad (3.1.4)$$

— la variance:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \xi)^2 f(x) dx \quad (3.1.5)$$

La médiane sépare la distribution en deux parties égales, de sorte que la moitié de la population a $X \leq \tilde{\xi}$. Si la distribution est symétrique autour de ξ , alors $\tilde{\xi} = \xi$.

La racine carrée de la variance est appelée l'écart quadratique moyen σ .

3.2 Estimateurs des paramètres

A partir d'un échantillon de n éprouvettes aléatoirement indépendantes d'une population peuvent être déterminés des estimateurs des paramètres de la population (voir le paragraphe 3.1).

Un estimateur de la valeur moyenne de la population (3.1.3) est constitué par la moyenne des valeurs individuelles de l'échantillon:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (3.2.1)$$

où:

x_i = les valeurs individuelles de l'échantillon ($i = 1, 2, \dots, n$)

Si les valeurs de l'échantillon sont rangées par valeurs croissantes:

$$(x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}),$$

la valeur centrale de l'échantillon (c'est-à-dire la valeur du milieu si n est impair ou la moyenne des deux valeurs les plus proches du milieu si n est pair) est un estimateur de la médiane de la population $\tilde{\xi}$ suivant l'équation (3.1.4)

$$\tilde{x} = x_{\frac{n+1}{2}} \quad (n \text{ impair}) \text{ ou} \quad (3.2.2a)$$

$$\tilde{x} = \frac{1}{2} x_{\frac{n}{2}} + \frac{1}{2} x_{\frac{n}{2}+1} \quad (n \text{ pair}) \quad (3.2.2b)$$

In some cases, the calculations involved in the evaluation of the test results may be replaced by graphical procedures, which may be easier to perform, although less accurate. References to such methods are given in Appendix A.

Note. — In some cases, the term “end of life” is used instead of what is here termed “failure”, and “life-time” instead of “time to failure”. It is advisable not to use “life” in this context in order to avoid confusion with “service life” of actual equipment.

3. Statistical methods

3.1 Statistical distributions and parameters

The distribution of a stochastic variable X is described by the distribution function:

$$F(x) = P(X \leq x) \quad (3.1.1)$$

where $P(X \leq x)$ is the probability that the value of X is $\leq x$. Here $F(x)$ goes from 0 to 1 and is a never-decreasing function of x . If $F(x)$ is a continuous function of x , then the probability density is determined as:

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} \quad (3.1.2)$$

The distribution may be characterized by parameters, of which the most important are:

— the mean value:

$$\xi = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (3.1.3)$$

— the median value $\tilde{\xi}$, determined by:

$$F(\tilde{\xi}) = \int_{-\infty}^{\tilde{\xi}} f(x) dx = 0.5, \text{ and} \quad (3.1.4)$$

— the variance:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \xi)^2 f(x) dx \quad (3.1.5)$$

The median bisects the distribution in equal parts, so that half the population has $X \leq \tilde{\xi}$. If the distribution is symmetric about $\tilde{\xi}$, then $\tilde{\xi} = \xi$.

The square root of the variance is termed the standard deviation σ .

3.2 Estimates of parameters

From a sample of n stochastic independent specimens from a population, estimates of the parameters of the population (see Sub-clause 3.1) may be derived.

An estimate of the mean value of the population (3.1.3) is calculated as the average of the individual sample values:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (3.2.1)$$

where:

x_i = the individual sample values ($i = 1, 2, \dots, n$)

If the sample values are arranged in ascending order of magnitude:

$$(x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}),$$

the central value of the sample (i.e. the middle value for n odd or the average of the two values nearest the middle for n even) is an estimate of the population median $\tilde{\xi}$ according to equation (3.1.4)

$$\tilde{x} = x_{\frac{n+1}{2}} \text{ (} n \text{ odd) or} \quad (3.2.2a)$$

$$\tilde{x} = \frac{1}{2} x_{\frac{n}{2}} + \frac{1}{2} x_{\frac{n}{2}+1} \text{ (} n \text{ even)} \quad (3.2.2b)$$

Un estimateur de la variance de la population (3.1.5) est la variance de l'échantillon:

$$\begin{aligned}
 s^2 &= \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \\
 &= \frac{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}{n - 1} \\
 &= \frac{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{n(n - 1)}
 \end{aligned} \tag{3.2.3}$$

$n - 1 = f$ est appelé le nombre de degrés de liberté de s^2 .

3.3 Tests de signification

Lorsqu'une hypothèse a été établie sur la valeur correcte d'un paramètre ε de la population, cette hypothèse peut être contrôlée par un test statistique, dans lequel un estimateur du paramètre relatif à l'échantillon e est comparé à la valeur choisie par hypothèse. La gamme des valeurs possibles de l'estimateur e est divisée en deux parties, dont l'une contient les valeurs les moins probables d'après l'hypothèse, ce qui correspond à une probabilité totale α (par exemple 0,05) d'obtenir une valeur de e dans cette gamme si l'hypothèse est exacte, et dont l'autre réunit les valeurs les plus probables, suivant cette hypothèse, ce qui correspond à une probabilité de $1 - \alpha$.

La gamme des valeurs les moins probables s'appelle la gamme de réjection; si l'échantillon donne un estimateur dans cette gamme, l'hypothèse est rejetée. L'autre gamme s'appelle la gamme d'acceptation et si l'estimateur de l'échantillon est dans cette gamme, l'hypothèse est acceptée. Cela implique que si l'hypothèse est exacte, la probabilité de prendre une décision correcte en acceptant l'hypothèse est de $1 - \alpha$ (par exemple 95%) et la probabilité de prendre une décision erronée en rejetant l'hypothèse bien qu'elle soit exacte est α (par exemple 5%).

La décision d'accepter ou de rejeter l'hypothèse est dite prise avec le niveau de signification α .

3.4 Limites de confiance

L'estimateur d'un paramètre de la population (appelé aussi estimateur ponctuel) donne seulement la meilleure évaluation de la valeur du paramètre, mais ne donne pas d'information sur l'incertitude probable sur cette valeur. C'est pourquoi on peut être amené à calculer des limites de confiance.

A partir de l'estimateur e d'un échantillon, on calcule dans chaque cas les limites e_1 et e_2 qui, avec une probabilité (confiance) donnée $1 - \alpha$, englobent la vraie valeur du paramètre ε ; on peut avoir $e_1 = -\infty$, ou $e_2 = +\infty$. Cela implique que dans $100(1 - \alpha)\%$ (par exemple 95%) des cas, l'intervalle de e_1 à e_2 comprend effectivement la vraie valeur ε , tandis que dans $100\alpha\%$ (par exemple 5%) des cas, il ne la comprend pas.

Les limites de confiance peuvent être bilatérales ou unilatérales.

Des limites de confiance bilatérales $(1 - \alpha)$ e_1 et e_2 sont les deux valeurs situées de part et d'autre de e qui, avec un niveau de confiance $1 - \alpha$, englobent la vraie valeur ε .

Une limite de confiance unilatérale inférieure $(1 - \alpha)$ e_1 est une valeur (inférieure à e) qui, avec un niveau de confiance $1 - \alpha$, est inférieure à la vraie valeur ε (dans ce cas $e_2 = +\infty$).

Une limite de confiance unilatérale supérieure $(1 - \alpha)$ e_2 est une valeur (supérieure à e) qui, avec un niveau de confiance $(1 - \alpha)$, est supérieure à la vraie valeur ε (dans ce cas $e_1 = -\infty$).

3.5 Distributions types

3.5.1 Distribution normale

La distribution normale (Gaussienne) est définie par:

$$f(x) = \frac{\exp \left\{ -\frac{(x - \xi)^2}{2\sigma^2} \right\}}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \tag{3.5.1}$$

et est complètement définie par sa valeur moyenne ξ et sa variance σ^2 .

La distribution normale réduite:

$$f(u) = \frac{\exp \left\{ -\frac{u^2}{2} \right\}}{\sqrt{2\pi}} \tag{3.5.2}$$

où:

$$u = \frac{x - \xi}{\sigma} \tag{3.5.3}$$

et la fonction de distribution correspondante $F(u)$ ont été mises sous forme de table.

An estimate of the variance of the population (3.1.5) is the sample variance:

$$\begin{aligned}
 s^2 &= \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \\
 &= \frac{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}{n - 1} \\
 &= \frac{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{n(n - 1)}
 \end{aligned} \tag{3.2.3}$$

$n - 1 = f$ is called the number of degrees of freedom of s^2 .

3.3 Significance tests

When a hypothesis has been established about the correct value of a population parameter ε , this hypothesis may be tested by a statistical test, where a sample estimate of the parameter, e , is compared with the hypothetical value. The range of possible values of the estimate e is divided into two parts, one containing the values which are least probable under the hypothesis, corresponding to a total probability α (e.g. 0.05) of getting a value of e in this range if the hypothesis is true, and one containing the values most possible under the hypothesis, corresponding to a probability of $1 - \alpha$.

The range of the least probable values is called the rejection range; if the sample yields an estimate within this range, the hypothesis is rejected. The other range is called the acceptance range, and if the sample estimate is within this range, the hypothesis is accepted. This implies that if the hypothesis is true, the probability of making a correct decision by accepting the hypothesis is $1 - \alpha$ (e.g. 95%) and the probability of making a false decision by rejecting the hypothesis although true is α (e.g. 5%).

The decision whether to accept or reject the hypothesis is said to be made on significance level α .

3.4 Confidence limits

The estimate of a population parameter (also called point estimate) gives only an optimal evaluation of the parameter value, but no information on the probable uncertainty in this value. For this purpose, confidence limits may be calculated.

From the sample estimate e , limits e_1 and e_2 are calculated in each case, which, with a stated probability (confidence) $1 - \alpha$, include the true value of the parameter ε , where possibly either $e_1 = -\infty$, or $e_2 = +\infty$. This implies that in $100(1 - \alpha)\%$ (e.g. 95%) of the cases, the interval from e_1 to e_2 actually includes the true value ε , whereas in $100\alpha\%$ (e.g. 5%) of the cases, it does not.

Confidence limits may be bilateral or unilateral.

Bilateral $(1 - \alpha)$ confidence limits e_1 and e_2 are two values below and above e which, with confidence $1 - \alpha$, include the true value ε .

A lower unilateral $(1 - \alpha)$ confidence limit e_1 is a value (below e) which, with confidence $1 - \alpha$, is smaller than the true value ε (in this case $e_2 = +\infty$).

An upper unilateral $(1 - \alpha)$ confidence limit e_2 is a value (above e) which, with confidence $1 - \alpha$, is greater than the true value ε (in this case $e_1 = -\infty$).

3.5 Distribution types

3.5.1 The normal distribution

The normal (Gaussian) distribution is defined by:

$$f(x) = \frac{\exp \left\{ -\frac{(x - \xi)^2}{2\sigma^2} \right\}}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \tag{3.5.1}$$

and is completely characterized by its mean value ξ and variance σ^2 .

The standardized normal distribution:

$$f(u) = \frac{\exp \frac{-u^2}{2}}{\sqrt{2\pi}} \tag{3.5.2}$$

where:

$$u = \frac{x - \xi}{\sigma} \tag{3.5.3}$$

and the corresponding distribution function $F(u)$ have been tabulated.